

평면이방성 암석의 단일시험편에서 탄성상수 결정에 제안된 수식들의 적용연구

박철환¹⁾, 박 찬¹⁾, 정용복¹⁾, 박의섭^{1)*}

Application of Suggested Equations to determine the Elastic Constants of A Transversely Isotropic Rock from Single Specimen

Chul-Whan Park, Chan Park Yong-Bok Jung, Eui-Seob Park

Abstract A fifth equation is required to determine the five independent elastic constants of a transversely isotropic rock from compression test of a single specimen. As an approximation proposed by Saint-Venant has been used for long time, it may cause an erroneous result in some cases, especially for specimen with low angle of anisotropy. Three equations were suggested replacing this traditional equation and proved to be applicable by the model analysis in the previous studies. As Saint-Venant's approximation is turned out the same as the first one of them, it has the characteristics that the apparent Young's modulus is monotonously increasing according to the anisotropic angle. The methodology to analyze the elastic constants from four independent strain measurements by uniaxial compressive test of a single standard specimen is concisely described, and the necessity and compatibility of new suggested equations are discussed. Saint-Venant's approximation can determine the elastic constants close to true values and other equations may be unnecessary in specimens with medium to large angle. Nevertheless, they may become applicable because they can produce the almost same amount. For the specimens of small angle of anisotropy, Saint-Venant's approximation may result in out of general ranges or thermodynamic constraints, but other suggested equations can produce the almost true value. Thus they can be applied before other alternative equation is known. The guide map constructed by model study may decide the most compatible one of the three equations.

Key words Transversely isotropic rock, Saint-Venant's approximation, Suggested equations, Compatible equation, Monotonously increasing

초 록 단일시험편의 일축압축시험에서 평면이방성 암석의 5개의 독립적 탄성상수를 얻기 위하여 제 5의 수식이 반드시 필요하다. Saint-Venant에 의하여 제안된 근사식은 오랫동안 전통적으로 사용되어 왔지만 시험편의 특성에 따라 문제를 해결하지 못하는 경우가 있다. 지난 일련의 연구에서 이 식을 대체할 수 있는 3개의 수식이 제안되었으며, 모델연구를 통하여 이들은 적용가능한 수식으로 밝혀졌다. Saint-Venant 근사식은 제안된 식들 가운데 첫째식과 같은 것으로 밝혀졌는데, 이로서 겉보기 탄성계수는 이방성각도에 따른 단조증가함수라는 특성이 있다. 본 연구에서는 단일시험편에 대한 일축압축시험을 수행하여 얻어진 4개의 독립적 변형률로부터 탄성상수를 구하는 자세한 방법이 언급되었으며, 제안된 수식의 필요성과 적합성이 검토되었다. 이방성각도가 중간 또는 큰 크기일 때에는 Saint-Venant 근사식의 적용으로 참값에 가까운 탄성상수를 결정할 수 있기 때문에 다른 수식의 제안은 필요하지 않다. 그럼에도 불구하고 제안된 식들은 이와 비슷한 결과를 유도하므로 적용가능하다고 판단된다. 이방성각도가 작은 경우에는 Saint-Venant 근사식으로 일반적인 여러 구속조건을 만족시키는 값을 얻지 못하는 반면에, 제안된 식들은 참값에 가까운 결과를 유도할 수 있었다. 따라서 보다 더 적합한 수식이 알려지기 전에는 이들 식을 적용하는 것을 제안한다. 모델연구에서 얻어진 지침도를 활용하면, 3개의 수식 가운데 가장 적합한 수식을 결정할 수 있다.

핵심어 평면이방성 암석, Saint-Venant 근사식, 제안식, 적합식, 단조증가함수

¹⁾ 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원

* 교신저자 : espark@kigam.re.kr

접수일 : 2009년 11월 23일

심사 완료일 : 2010년 5월 18일

게재 확정일 : 2010년 6월 15일

1. 서 론

국가의 기간산업인 철도와 도로는 고속화를 달성하기

위하여 직선화로 설계되어 많은 구간이 터널로 계획되면서 심부 암반내에 건설되고 있으며, 세계적인 에너지 위기상황과 관련하여 대규모 지하공간의 구축사업도 활발하다. 암반구조물의 안정성 설계는 암반내에 존재하는 절리의 특성이나 지하수의 유동에 의하여 크게 좌우되며, 암석 자체가 갖는 역학적 특성도 주요한 요소이다. 이 때 암석의 이방성 특성은 암석 및 암반의 주요 인자로 작용할 경우가 많다.

일반적으로 암반은 구성하고 있는 입자 또는 조직의 배열에 따라 방향성을 갖고 있으며, 층리와 절리 등이 복잡하게 구성된 경우 방향에 따라 역학적 특성이 달라진다. 이러한 특성을 이방성이라 하며, 이때 조직배열이 평면(planar texture)을 형성하고 있거나 층리나 편리 등이 한 개의 방향으로 발달되어 있는 암반을 평면이방성 또는 횡등방성(transverse isotropy) 암반이라 한다. 삼차원 전방향 이방성(orthotropy)은 독립적 탄성상수가 9개이고, 이를 측정하기 위하여 많은 실험을 수행하기 때문에 시험이 매우 어렵다. 공학적으로 이방성 암석은 전방향 이방성보다는 편마암과 같이 평면이방성으로 평가되는 경우가 많은데, 이런 경우에 이방성각도가 서로 다른 2~3개의 시험편으로부터 5개의 독립적 탄성상수를 측정할 수 있다(Amadei, 1996).

그러나 평면이방성에서도 이들을 실험적으로 측정하는 것이 용이하지 않을 뿐만 아니라 균질한 특성을 갖고 각도가 서로 다른 다수의 시험편을 얻는 것도 현실적으로 어렵다(Tien & Tsao, 2000). 여러 가지 이유로 인하여 한 개의 압축강도시험편에 대하여 5개의 독립적 탄성상수를 구하여야 하는 경우도 있으며, 이러한 연구는 다수 발표되었다(Talesnick et al., 1995; Liao et al., 1997; Gonzaga et al., 2008).

본 연구는 저자들이 발표한 일련의 연구(박철환, 2001; 박철환과 박찬, 2002; 박철환 외, 2008)를 통하여 이미 보고된 바 있는 제안식과 해석방법을 실제 암석에 적용하여 이의 타당성을 검토하는 것을 목적으로 하고 있다. 이를 위하여 한 개의 시험편에 대한 일축압축강도시험에서 측정된 변형률로부터 5개의 탄성상수를 구하는 방법에 대한 연구들을 재검토하고 국내외적으로 발표된 자료를 포함하여 석회암이나 화강편마암 등의 다섯 종류의 암석에 대한 일축압축시험의 변형률자료를 해석하였다.

2. 이론 및 문헌고찰

2.1 이방성 수식

이방성 수식은 탄성이론인 Hooke의 법칙에서 출발하

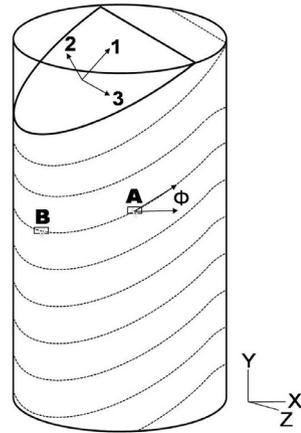


Fig. 1. Axis of a transversely isotropic specimen and angle of anisotropy

며, 이에는 4차 텐서(the fourth order tensor)로 표현되는 탄성상수를 포함하고 있다. 여러 수학적 전개과정을 거쳐 평면이방성에 대한 구성방정식은 식 (1)과 같이 정의되는데, 이는 공학적 표현이며 5개의 독립적 탄성상수를 포함한다. 본 연구에서는 그림 1과 같이 축1과 축3으로 이루어진 면을 등방성면(isotropic plane)으로 설정하였으므로, 식 (1)에서 첨자 1은 등방성면에서의 탄성상수를 뜻하고, 첨자 2는 두 개의 이방성면에서의 탄성상수를 의미한다. 예를 들어 이방성면에서의 포아송비인 ν_2 는 ν_{21} 의 약식표현이며, G_1 및 G_2 는 각각 등방성면 및 이방성면에서의 전단계수를 뜻한다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_2/E_2 & -\nu_1/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_2/E_2 & 1/E_2 & -\nu_2/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_1/E_1 & -\nu_2/E_2 & 1/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2 Saint-Venant의 근사식

응력과 변형률의 관계는 식 (1)과 같이 6개의 수식으로 구성되어 있지만, 5번째의 G_1 은 등방성면의 E_1 과 ν_1 로부터 얻을 수 있고, 6번째는 4번째의 식과 같은 식이므로 독립적인 수식은 4개이다. 또한 한 개의 시험편에 대한 한 번의 일축압축시험에서 최대 얻을 수 있는 독립적 변형률도 4개에 불과하므로, 5개의 독립적 탄성상수를 얻기는 이론적으로 불가능하다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 제 5의 가정된 수식이 필요하다.

Saint-Venant는 변형률 에너지에 의거하여 식 (2)와 같은 근사식을 1863년에 발표하였으며, 평면이방성체에 적용하면 식 (3)과 같다(Wittke, 1990; Amadei, 1996).

$$\frac{1}{G_{ij}} = \frac{1}{E_{ii}} + \frac{1+2\nu_{ji}}{E_{jj}} \quad (2)$$

$$G_2 = \frac{E_1 E_2}{E_1(1+2\nu_2) + E_2}$$

(denoted by G^* in this paper) (3)

2.2 탄성상수 결정방법

평면이방성 암석에서 탄성상수를 결정하기 위하여 같은 특성을 갖고 있는 이방성각도가 서로 다른 2개 시험편에 대한 시험이 필요하다. 그림 1에서 ϕ 가 0도인 시험편에 대한 일축압축시험에서 수직 및 수평방향의 변형률을 측정하면 E_2 및 ν_2 의 값을 얻을 수 있다. 그리고 이 그림과 같이 경사가 있는 시험편의 미소평면 A에서 3개의 변형률을 얻고, 미소평면 B에서 수평방향의 변형률을 측정하여, 식 (1)의 4개의 수식을 이용하여 나머지 3개의 탄성상수를 결정할 수 있다. 이 때 Strain Rosette가 적용되는 미소평면 A는 x-y 및 1-2 축이 동시에 존재하는 점이며, y-45-x 방향으로 변형률을 측정하는 것이 실험실에서 발생할 수 있는 측정오차를 최소화하는 방법이며, 이로부터 방향 cosine이나 Mohr의 변형률원의 해석을 통하여 ε_1 및 ε_2 , γ_{12} 를 얻을 수 있다(박철환, 2001).

이와 같이 많은 시료가 제공되면 여러 방향의 시험편으로부터 참값에 가까운 탄성상수를 얻을 수 있지만, 여러 이유로 인하여 단지 한 개의 시험편에서 이들을 결정할 경우도 있다. 이 때 독립적인 변형률의 개수는 앞에서 언급한 미소평면 A 및 B에서 측정되는 4개가 최대이며, 이는 식 (1)에서 얻어지는 독립적 수식을 형성할 수 있다. 그리고 Saint-Venant의 가설에 의한 식 (3)을 제 5의 수식으로 적용하면 5개의 독립적 탄성상수를 결정할 수 있다.

그러나 실제해석에서 식 (3)을 활용하면 탄성계수는 일반적으로 알려진 크기의 수준으로 해석되지 못하는 경우가 허다하다. 경험적으로 그림 1의 이방성각도가 큰 경우에는 식 (3)으로부터 좋은 결과를 도출할 수 있으나, 작은 경우에는 포아송비의 크기가 공학적인 값을 크게 벗어날 뿐만 아니라 식 (4)와 같은 열역학적 구속 조건(Amadei, 1996)을 만족하지 못하는 경우도 발생한다. 이상으로 Saint-Venant의 가정식은 해석에 잘 적용되는 경우도 있지만, 그렇지 못한 경우도 많이 있기 때문에 이를 대체할 수 있는 식의 제안이 요구된다.

$$E_1, E_2, G_2 > 0, \quad -1 < \nu_1 < 1 \quad (4)$$

포아송비의 일반적이며 공학적인 크기는 Gercek(2007)의 연구를 통하여 알 수 있다. 그는 포아송비의 자료를 수집하여 코르크는 0에 가까우며 일부 광물에서 음수의 크기가 있지만, 암석재료에서 이의 크기는 그림 2와 같이 0.08에서 0.40이라고 발표하였다. Tien과 Tsao(2000)는 대체로 0.11~0.46의 크기라고 언급한 바 있어, 공학적으로 암석의 포아송비의 경험적 크기는 식 (5)와 같이 정의될 수 있다.

$$(0.08\sim 0.11) < \nu < (0.40\sim 0.46) \quad (5)$$

Worotnicki(1993)는 200개 이상의 발표된 자료를 검토하여 예외도 있지만 많은 실험자료는 Saint-Venant 근사식의 유효성을 입증하였다고 설명하면서, 실제 G_2 의 크기는 식 (3)에서와 같이 E_1 및 E_2 , ν_2 로부터 얻어지는 값(본 연구에서는 이를 G^* 로 표기)보다 더 큰 값을 갖는다고 발표하였다. 그리고 G_2 의 크기는 G_1 및 E_1 및 E_2 로부터 정의되는 식 (6-a)를 제안하였다. 그림 3은 실제 실험으로 측정된 값과 식 (6-a)에서 얻어지는 값들이 거의 일치한다는 것을 설명하고 있다. 또한 Talesnick과 Ringel(1999)는 G_2 의 크기가 식 (3)에서 얻어진 값(G^*)보다 매우 큰 값이라는 해석결과를 토대

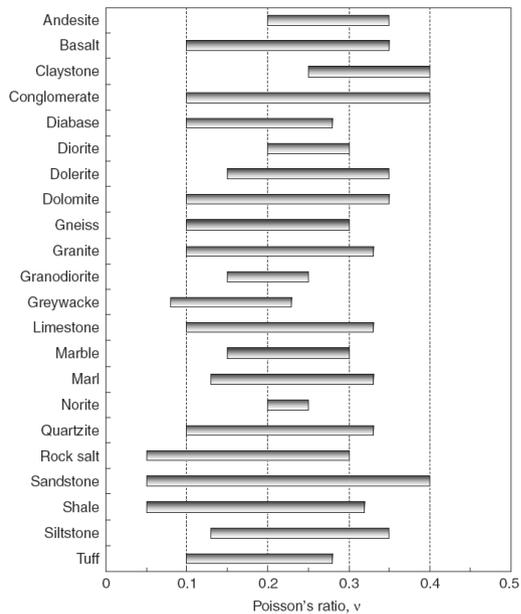


Fig. 2. Typical values of Poisson's ratio for different rocks (after Gercek, 2007)

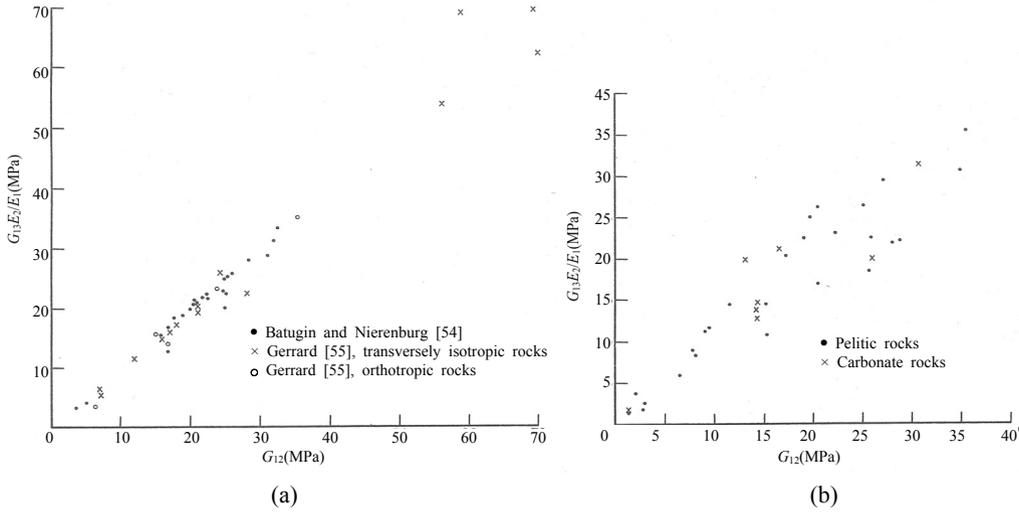


Fig. 3. Computed approximation in Eq. (6-a) plotted against the experimentally measured value of G2 in (a) quartzfeldspathic and basic/lithic rocks, (b) pelitic and carbonate rocks (after Worotnicki, 1993)

로 보정계수를 포함하는 식 (6-b)를 제안하였다.

그러나 Wittke(1990)는 그의 저서에서 식 (3)의 값보다 약간 작은 값들이 측정되기 때문에 이의 크기를 등방성면에서와 같은 단순한 수식으로 식 (6-c)와 같이 가정할 수도 있다고 제안하였다. Wang과 Liao(1998)는 문헌을 통하여 9종류의 평면이방성 암석시료에 대하여, 7개 시료에서 G2의 크기가 G*보다 훨씬 작은 크기인 0.44~0.85배 정도로 앞의 가정을 뒷받침하고 있다.

$$G_2 = G_1 E_2 / E_1 \tag{6(a)}$$

$$G_2 = G^* (2 E_1 - E_2) / E_1 \tag{6(b)}$$

$$G_2 = \frac{E_2}{2(1 + \nu_2)} \tag{6(c)}$$

2.3 새로운 수식의 제안

앞에서 언급한 Saint-Venant에 의한 근사식이나 이를 보정한 모든 수식들은 G2를 다른 상수들의 함수로 규정하고 있어, 독립적 탄성상수인 G2를 더 이상 독립적이지 않는 것으로 가정하기 때문에 역학적 결함을 갖게 된다. 또한 암석에 따라 G2는 G*보다 큰 경우도 있고 작은 경우도 있는 것으로 밝혀졌다. 김호영(1995)은 국내에서 처음으로 이방성 연구를 발표하였는데 이러한 복잡성 때문에 탄성계수의 이방성이 포아송비의 이방성보다 중요하다고 판단하여, $\nu_1 = \nu_2$ 로 가정하여 문제 해결에 접근하였다.

저자들은 일련의 연구를 통하여 시험에서 변형률의 측정방법을 그림 1과 같이 제안하였으며, 해석에서 Saint-Venant 수식을 적용하는데 한계가 있다고 보고한 바 있다(박철환, 2001; 박철환과 박찬, 2002). 또한 전보(박철환 등, 2008)에서는 아래와 같은 새로운 수식을 제안하였고, 모델 연구를 통하여 이들 수식의 적합성을 분석하였다.

$$\frac{1}{E_a} = \frac{1}{E_1} \sin^2 \phi + \frac{1}{E_2} \cos^2 \phi \tag{7(a)}$$

$$\nu_a = 0.5(\nu_{12} + \nu_{21}) \sin^2 \phi + \nu_{21} \cos^2 \phi \tag{7(b)}$$

$$\nu_a = 0.5(\nu_{12} + \nu_{21}) \frac{2\phi}{\pi} + \nu_{21} \frac{(\pi - 2\phi)}{\pi} \tag{7(c)}$$

이 식들은 Saint-Venant 수식이나 보정식들과 전혀 다른 형태를 갖는 수식으로, 그림 1과 같은 시험편으로 일축압축시험에서 얻을 수 있는 수직 및 수평방향의 변형률로부터 직접 얻을 수 있는 겉보기 탄성상수들(E_a 및 ν_a)을 사용하고 있다. 모델해석의 결과를 통하여 식 (7-a)는 Saint-Venant 수식과 동일한 것으로 밝혀졌는데, 식 (3)을 적용하여 y방향 변형률의 크기를 directional cosine을 사용하여 표기하면 식 7(a)와 같은 수식이 유도되므로 이들은 수학적으로 같은 수식임을 알 수 있다.

2.4 모델해석에 의한 적합식

암석의 탄성상수의 크기에 따라 식 SV (식 (3)과 식

(7(a)의 통칭) 또는 식 7(b), 식 7(c) (이후 식 B 및 식 C로 표기)의 적합성이 각각 다르다는 것을 전보의 모델 해석을 통하여 알 수 있었다. 평면이방성 암석의 모델은 $E_1= 50 \text{ MPa}$, $E_2= 40 \text{ MPa}$, $\nu_1= 0.2$ 로 구성되며, ν_2 및 ϕ 의 크기는 가능한 모든 값에 대하여 분석할 수 있는데, 전보에서는 $G_2 = 0.95 \times G^*$, 즉 G^* 보다 작은 값을 갖는 모델에서 수행하여 출력치가 입력치에 근접하는 가장 적합한 식을 제시하였다. 이러한 모델에서 가장 적합한 식은 ν_2 의 크기에 무관하며, 이방성각인 ϕ 의 크기에 좌우되어 단순하게 나타났다(박철환 외, 2008의 그림 6 참고). 즉, 각도가 작은 경우에는 식 C를 적용할 때의 해석결과가 입력치에 가장 근사한 값을 유도하여 가장 적합한 식으로 나타났으며, 중간 크기인 경우에는 식 SV가 가장 적합한 식이다. 한편, 각도가 큰 경우에는 식 B가 가장 적합한 식으로 나타났는데, 세 식을 적용한 오차의 크기는 매우 작아 전통적인 식 SV를 적용하는데 문제가 없는 것으로 밝혀졌다.

본보에서는 G_2 의 크기가 G^* 보다 10% 큰 값을 갖는

모델에 대하여 같은 방법으로 해석을 수행하였는데, 분석결과로 나타나는 적합식은 그림 4와 같다. 여기서 표현된 SV 및 B, C는 각각 식 SV 및 식 B, 식 C가 가장 적합한 수식임을 뜻하며, 그림의 가로축은 이방성면의 포아송비(ν_2), 세로축은 이방성각(ϕ)의 크기를 표시한 것이다. 전보의 모델 (G_2 의 크기가 G^* 보다 작은 경우)에서의 적합식은 이방성각에 좌우되어 단순한 형태로 나타났는데 반하여, G^* 보다 큰 경우에는 그림 4에서 보는 바와 같이 각도 및 포아송비의 조합에 따라 복잡한 양상을 보이고 있다.

예를 들어, 22도의 시험편에서는 대체로 식 B가 적합하지만, ν_2 의 크기가 0.34~0.36일 때는 식 C가 적합한 것으로 해석되었다. 또한 모델구성에서 적용한 E_1 및 E_2 , ν_1 의 크기가 다른 값일 때에는 다른 수식이 더 적합할 수 있기 때문에 이 지침도는 참고용으로만 활용될 수 있다. 이 그림에서 40도 내외의 경사각을 갖는 경우에 식 SV가 가장 적합한 것으로 나타나지만, G_2 및 G^* 의 비가 10%보다 더 큰 차이를 보일 경우 식 SV가 적합한 범위는 축소된다. 각도가 큰 경우에도 여러 조합

ϕ \ ν_2	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4	
2																															
4																															
6						B	B	B	B	B	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	
8					B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
10					B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
12				B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
14				B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
16				B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
18				B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
20				B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
22			B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
24			C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
26			C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
28			C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
30			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
32			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B
34			B	B	B	B	B	B	B	B	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
36			C	B	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
38			C	C	C	C	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV
40			C	C	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV
42			SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV						
44			SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV						
46			SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV						
48			SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV						
50			SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV	SV						
52			SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C							
54			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B
56			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
58			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
60			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
62			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
64			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
66			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
68			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
70			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
72			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
74			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
76			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
78			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
80			C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
82			SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	SV	SV													
84			SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	SV	SV													
86			SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	SV	SV													
88			SV	SV	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	SV	SV	SV													

Fig. 4. Guide map to find the compatible equation (where $G_2 = 110\%$ of G^*)

에 따라 적합식이 각각 달라지지만, 상대오차가 3~5%에 지나지 않아 다른 식들은 무시하고 전통적인 식 SV를 적용할 수 있다.

한편, 이방성각도가 아주 작은 경우에는 입력과 출력의 크기가 상당히 큰 차이를 보이고 있으므로 적합한 수식은 찾을 수 없기 때문에 그림에 표시되지 않았다. 이러한 현상은 전보의 모델에서도 나타났으므로 각도가 아주 작은 시험편에 대한 시험은 지양되어야 할 것임을 알 수 있다.

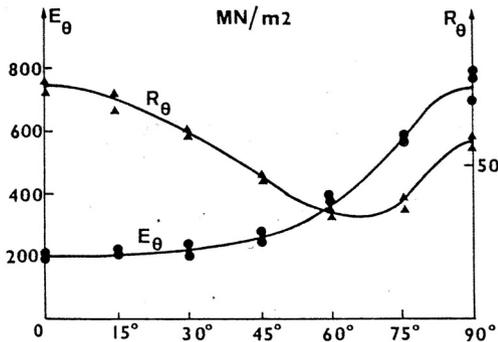
3. Saint-Venant 수식의 특성

Saint-Venant에 의하여 제안된 근사식인 식 (3)은 G_2 가 E_1 및 E_2 , v_2 의 크기에 의하여 결정되므로 G_2 는 더 이상 독립적 탄성상수가 아니라는 특징 외에는 다른 역학적 의미를 찾기 어렵다. 그러나 이 식과 같은 식 (7-a)로부터 다른 특성을 알 수 있는데, 이를 ϕ 에 대하여 미분한 수식인 식 (8)로부터 알 수 있다. 여기에서 ϕ 는 0

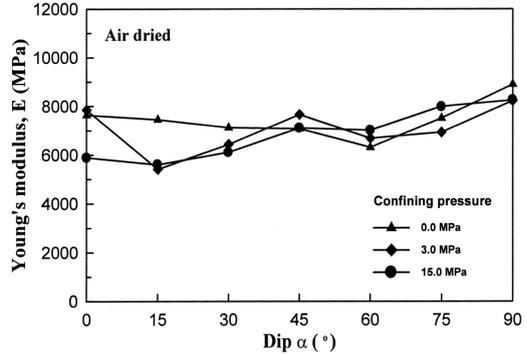
도~90도의 각이므로 삼각함수를 포함한 항은 양의 값이며 E_1 이 E_2 보다 크다면, 식 (8)의 미분값은 항상 양의 값이 되므로 식 (7-a)는 단조증가함수이다. 즉, E_a 의 크기는 $\phi=0$ 도에서 E_2 의 크기이며, 각이 증가함에 따라 증가하다가 $\phi=90$ 도에서 최대의 크기인 E_1 과 같은 크기가 된다. 일반적으로 E_1 이 E_2 보다 크지만(Wittke, 1990) 반대인 경우에는 단조감수함수가 된다.

$$\frac{\partial}{\partial \phi} E_a = \frac{2E_1 E_2 \sin \phi \cos \phi}{(E_2 \sin^2 \phi + E_1 \cos^2 \phi)} (E_1 - E_2) \quad (8)$$

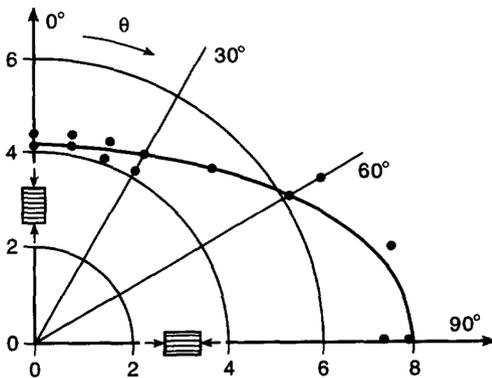
겉보기 탄성계수인 E_a 에 대한 연구는 많이 수행되어 왔지만 식 7(a)를 언급하거나, 식 (3)과 식 7(a)가 서로 같은 식이며 단조증가함수라고 밝힌 논문은 아직 없다. 그림 5는 이들 관계가 단조증가임을 보여 주는 실험결과들로, 위에서부터 각각 규조토 및 인위적으로 만든 평면이방성 암반체, 편암, 흑운모 편암에 대한 일축 또는 삼축압축실험결과에 의한 것이다. 이러한 암석은



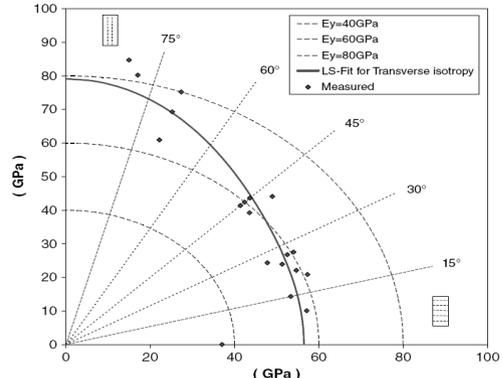
(a) Diatomite (after Allriot and Boehler, 1979, $R\theta$ means the rupture strength in MPa)



(b) Artificial rock (after Tien and Tsao, 2000)



(c) Graywake schist (after Pinto, 1970)



(d) Mica gneiss (after Hakala et al., 2007)

Fig. 5. Monotonous relations of E_a - ϕ from literatures

단조증가관계를 보이고 있으므로 변형특성 해석에서 식 SV가 잘 적용될 것으로 판단된다.

Nasseri 등(2003)은 과거에 발표된 자료를 검토하여 $E_a-\phi$ 관계를 규명하였는데 두 가지 양상이 있다고 결론 지었다. 즉, 그림 6의 (A)와 같이 일부는 U자 또는 W자 형태를 보이고 있으며, 다른 일부인 (B)는 대체로 단조 감소형태를 갖는다고 설명하였다. 여기서 정의한 β 는 ϕ

와는 보각으로 정의되어 있으므로 이들 그림은 ϕ 에 대하여 단조증가관계에 있다고 할 수 있다. 또한 히말라야 지역의 여러 가지 편암들에 대하여 삼축압축시험을 수행하여 이들의 관계를 그림 7과 같이 제시하였다. 이들 그림에서 알 수 있듯이 편암은 대체로 U자 형태를 보이고 있으며, (c)와 (d)의 석영운모 편암과 흑운모 편암에서는 전체적으로 단조형태를 보이고 있다.

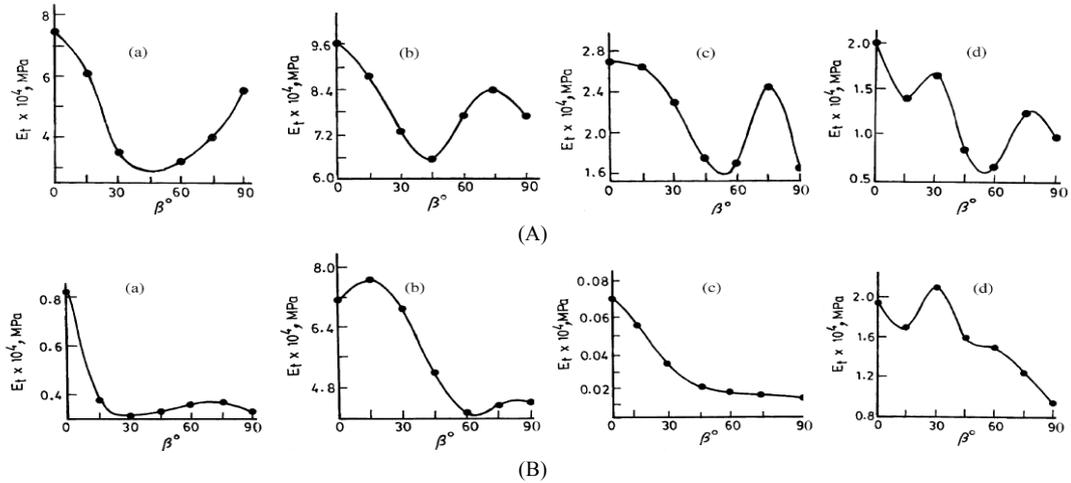


Fig. 6. Two categories of relations of $E_a-\beta$ (after Nasseri et al., 2003)

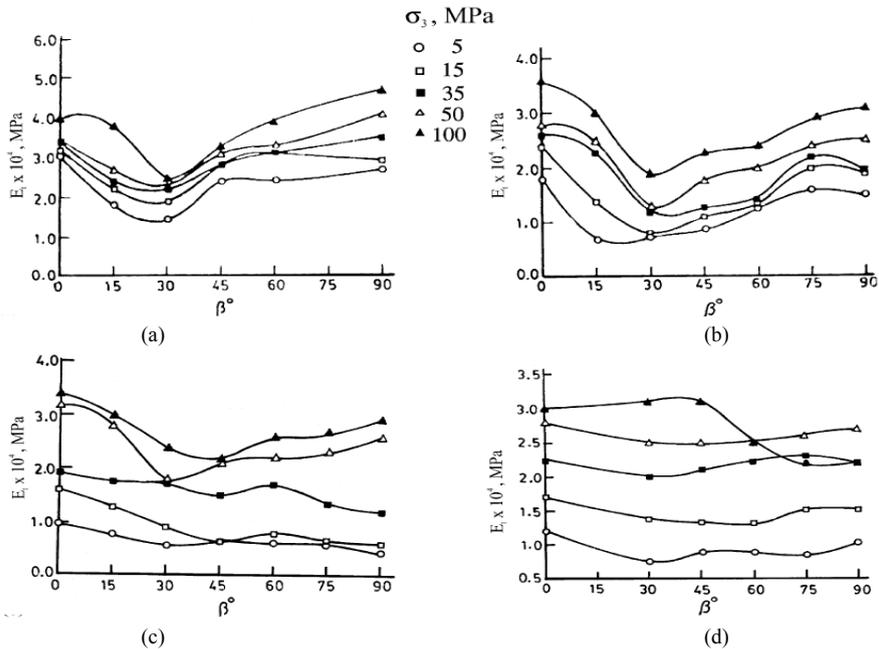


Fig. 7. Variation of relations of $E_a-\beta$ at different σ_3 for Himalayan schists (after Nasseri et al., 2003, (a) Quartzitic schist, (b) Chlorite schist, (c) Quartz mica schist and (d) Biotite schist)

이러한 연구들을 통하여 평면이방성 암석의 겉보기 탄성상수는 ϕ 에 대하여 단조증가를 보이거나 극점을 1개 또는 2개를 갖는 가지면서 비단조증가 형태를 보이는 것을 알 수 있다. 따라서 단조증가 특성을 갖는 Saint-Venant 수식은 단조증가형태의 암석에는 잘 적용되며, 그러하지 못한 암석에서는 적용될 수 없을 것이므로, 이의 적합성은 한계를 갖고 있다고 결론지을 수 있다.

4. 암석시험 해석에 적용

4.1 강원지역의 편마암 시험

강원도 춘천지역의 터널공사에서 채취된 노란색 줄무늬를 띤 편마암의 단일시험편에 대하여 평면이방성 시험을 수행하였는데, 이방성각도는 74도이다. 변형률측정에서 시험오차를 줄이기 위하여 8개의 변형률게이지를 부착하였으며(박철환, 2001), 시험에서 얻어진 응력-변형률곡선은 그림 8과 같다. 여기에서 세로축의 응력은 축방향 응력(σ_y)을 뜻하며, 가로축은 그림 1에서 정의된 $y-45-x$ 및 z 의 방향의 변형률 값들이다.

이중으로 측정된 변형률의 크기는 그림 8에서 얻을 수 있는데, 각각의 변형률과 평균값은 표 1에서 보는 바와 같다. 이는 수직축방향의 응력이 파괴강도의 약 50% 수준에서 1 MPa 증가할 때 발생하는 변형률 증분 크기로서 $\mu\text{-strain}/\text{MPa}$ 의 단위를 갖는다. 이는 탄성계수의 compliance 특성이라 할 수 있다. 즉 그림에서 측정된 2개의 수직방향의 변형률 증분은 16.529 ($\mu\text{-strain}/\text{MPa}$, 이하 변형률로 표기하며 단위생략) 및 15.195이며 이의 평균은 15.863이다. 이로부터 시험편의 겉보기 탄성계수는 63.0 GPa이며, 겉보기 포아송비의 크기는 0.278로 해석된다.

측정자료의 평균값에 대하여 3개의 제안식을 각각 적

용한 분석결과는 표 2와 같다. 한편 이러한 시험에서 G_2 의 크기는 적용한 제 5의 가정식에 관계없이 해석되며 본 시험편에서는 23.9 GPa로 나타났다. 이러한 해석결과들은 참값에 접근한 크기인지의 여부는 알 수 없지만, 식 SV에 의한 해석결과는 대체로 수용가능한 크기이므로 이의 적용에는 어려움이 없다.

식 B의 적합성을 검토하기 위하여, 이의 결과로부터 얻어지는 G^* 의 크기는 식 (3)을 사용하여 얻어질 수 있는데 23.9 GPa이다. 이로서 G_2 는 G^* 에 비하여 0.1% 작은 값이므로, 전보에서 분석한 모델을 이용할 수 있다. $\phi=74$ 도에서 ν_2 의 크기가 0.31이하에서는 최적합 수식이 식 B로 나타났기 때문에 식 B는 적합한 식이 될 수 있다. 식 C를 적용한 결과에서 G_2 는 G^* 크기에 비하여 9.5% 큰 값이므로, 그림 4를 활용하기에 적절하다. 여기에서 $\phi=74$ 도 및 $\nu_2=0.235$ 의 조합에서는 최적합 수식은 식 C로 나타났기 때문에 식 C는 적합한 식이 될 수 있다.

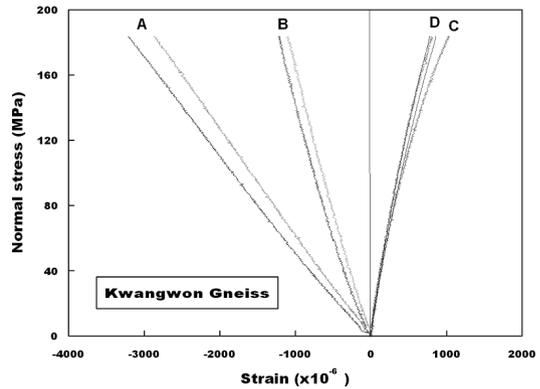


Fig. 8. Stress-strain curves for yellowish gneiss from Kangwon area

Table 1. Strain measurements in yellowish gneiss ($\mu\text{-strain}$ when $\sigma_y = 1$ MPa)

strain set	ϵ_y	ϵ_{45}	ϵ_x	ϵ_z
Set No. 1	16.529	6.035	-5.058	-6.935
Set No. 2	15.198	5.587	-4.072	-6.935
average	15.863	5.811	-4.565	-4.261

Table 2. Resultants of deformability analysis of yellowish gneiss (E and G in GPa)

equation	E_1	E_2	ν_1	ν_2	G_2	G^*
Eq. SV	63.41	58.85	0.2686	0.2687	23.9	23.9
Eq. B	63.41	59.01	0.2686	0.2691		23.9
Eq. C	63.31	48.23	0.2666	0.2350		21.6

이로써 3개의 제안식은 모두 적용가능한 수식으로 볼 수 있다. 이 경우는, 전보의 모델해석에서 밝혔듯이, 각도가 큰 경우에는 모든 제안식이 참값에 가까운 결과를 얻을 수 있다는 결론과 일치한다. 또한 각 해석의 결과값이 비슷하므로 식 SV 외의 다른 제안식에 대한 타당성 검토가 필요하지 않는 경우이다. 이 시험편에서 식 B에 의한 G*의 크기가 G₂와 0.1% 차이로 아주 유사한 값이며, 해석결과가 식 SV에 의한 결과와 거의 차이가 없는 것은 특이할 만하다. 이런 이유로 이 시험편에서는 식 SV가 가장 적합한 수식이며, 식 B도 적합한 수식이 될 수 있다고 판단된다. 또한 식 C도 적합한 수식이 될 수 있는 가능성을 갖고 있다고 할 수 있다.

4.2 경기지역의 화강편마암 시험

고속도로 건설사업에서 채취된 경기도 남부지역의 화강편마암의 단일시험편에 대하여 이방성시험을 수행하였으며, 이방성각도는 52도로 측정되었다. 8개의 변형률게이지에서 측정된 각 값에 의하여 y-45-x 및 z의 방향 변형률의 평균크기는 각각 22.292 및 9.189, -8.005, -6.935로 나타났다. 이로써 겉보기 탄성계수와 포아송비의 크기는 각각 44.9 GPa 및 0.335로 해석되며, 일축 압축강도는 121 MPa로 측정되었다.

측정값의 평균에 대하여 3개의 제안식을 각각 적용한 분석결과는 표 3과 같으며, 이들의 크기는 모두 수용가능한 값으로 판단된다. G₂값의 크기는 16.0 GPa이며, 식 B 및 식 C에 의한 G* 크기에 비하여 약 4~8% 작으므로 전보에서 분석한 모델(G₂= 95% of G*)에서 얻어진 지침도를 이용하기에 매우 적절하다. 지침도의 $\phi=52$ 도 및 $\nu_2=0.26\sim0.30$ 의 조합에서 최적합 수식은 식 SV로 나타났기 때문에 이 시험편에서는 다른 수식의 제안이 전혀 필요하지 않는다. 식 B 및 식 C가 최적식이 아님에도 불구하고, 이들에 의한 결과가 식 SV를 적용한 결과와 서로 비슷한 크기로 평가되므로 이들 식은 이 시료에서는 적용가능한 수식이라고 할 수 있다.

4.3 문헌의 석회암 시험

세계적으로 이방성 또는 평면이방성 연구는 활발히 진행되고 있고, 변형률 측정자료도 많이 발표되었지만,

본 연구에서 제안된 측정방법에 의하여 45도 또는 60도 각도의 rosette를 사용하여 변형률을 측정된 자료는 3개가 발견되었다. Homand 등(1993)은 점판암을 평면이방성으로 가정하여 여러 개의 시료에 대하여 일축 및 삼축압축시험을 수행하였다. Halaka 등(2007)은 핀란드 Olkiluoto 지역의 핵폐기물 처분장에서 초기응력을 측정하면서 흑운모 편암의 평면이방성을 연구하였다. 이들 연구에서 변형률은 그림 1과 동일한 방법으로 측정되었지만, 응력-변형률 관계자료는 자세하게 발표되지 않아 해석자료로 활용하기에는 부적절하다.

Gonzaga 등(2008)에 의하여 St-Marc 석회암에 대한 연구가 최근에 발표되었는데, 본 연구에서 제안한 4개 방향의 변형률을 포함하여 9개의 변형률 측정자료가 발표되어 본 연구의 분석자료로 활용하였다. 이 연구에서는 이방성각도가 44.5도인 단일시험편을 사용하였는데 일축압축으로 측정된 변형률의 크기는 순서대로 16.16, 6.82, -4.16, -4.77이며, 이를 3개의 제안을 적용하여 탄성상수를 해석한 결과는 표 4와 같다. 이 암석은 여러 가지 실험에 의하여 탄성상수들의 참값이 알려져 있는데 표 4의 마지막 줄에 표시되어 있다.

적용된 식에 의한 결과들은 모두 수용가능한 크기이므로, 우선 식 SV는 적합한 수식이 될 수 있다. 식 B를 적용한 경우에 G*는 25.9 GPa이며 G₂는 4.8% 정도 작은 값이므로 전보의 모델에 의한 지침도를 활용할 수 있다. $\phi=44$ 도 및 $\nu_2=0.213$ 의 조합에서 식 SV가 최적식으로 나타나 있으므로 식 B는 최적식이 되지 못한다. 식 C를 적용한 경우에도 G₂는 5.1% 정도 작은 값이므로 같은 지침도를 활용할 수 있는데, 이 경우에도 식 SV가 최적식으로 나타나 있으므로 식 C는 최적식이 되지 못한다. 따라서 참값이 알려지지 않은 경우라면, 이 시험편에서는 앞의 화강편마암 시험과 같이 식 SV가 최고 적합한 수식으로 판명되었다. 또한 식 B 및 식 C도 비슷한 크기의 결과값을 유도하므로 적용가능한 수식이라고 할 수 있다.

이 시험편에서는 참값이 알려져 있으므로 어떤 수식이 가장 적합한 것인지를 통계적으로 알 수 있다. 표 5는 탄성상수의 참값에 대한 각 해석값의 상대오차를 백분율로 표현한 것이다. 이에 의하면 E₁의 크기는 식 SV

Table 3. Resultants of deformability analysis of Gyungki granitic gneiss

equation	E ₁	E ₂	ν_1	ν_2	G*
Eq. SV	52.4	36.3	0.329	0.291	16.0
Eq. B	54.3	38.9	0.379	0.268	17.3
Eq. C	53.3	37.5	0.352	0.280	16.6

에서 1.57% 차이로 가장 근접한 결과를 얻을 수 있으며, E_2 는 식 C에서 가장 근접한 값을 얻을 수 있다. 또한 ν_1 및 ν_2 는 각각 식 B 및 식 C에서 참값에 근접한 값을 보이고 있다. 이러한 각각의 오차를 합한 상대오차의 합은 식에 따라 40.1% 및 25.5%, 27.7%로 나타나 식 B가 가장 적합한 것으로 해석될 수 있다.

그러나 참값은 여러 시험으로부터 얻어진 자료의 평균으로부터 얻어진 결과이며, 참고문헌에서 언급된 이 자료는 그 가운데 한 개의 자료이므로 이러한 결론으로부터 식 B가 최적합 수식이라고 판단하기에는 어려움이 있다. 그러나 식 B가 식 SV와 함께 적합한 수식이 될 수 있는 가능성은 있다고 판단된다.

4.4 서울지역의 화강편마암 시험

앞에서 언급한 단일시험편에 대한 해석결과는 각 식에 따라 나타나는 결과가 유사하기 때문에 큰 어려움이 없이 탄성상수를 결정할 수 있다. 이는 모델해석을 통하여 밝혀졌듯이 시험편의 이방성각도가 중간크기이거나 큰 크기일 때 나타나는 현상이다. 그러나 이방성각도가 작은 크기일 때는 식 SV는 대체로 적합하지 않고 각 식에 따라 해석되는 결과가 서로 상이하어 최적합식을 결정하기에는 어려움이 따른다. 특히 참값을 알지 못하는 경우에는 여러 가지 문제점이 발생한다. 따라서 동일한 특성을 갖는 2개 이상의 시험편에서 시험과 해석을 수행한다면 참값에 가까운 결과를 유도할 수 있을 것이며, 이를 각각의 시험편에 적용하여 최적합식을 판단한다면 모델에 의한 지침도의 적용성은 인정될 수 있다고 생각된다.

서울지하철 건설사업에서 채취된 줄무늬 화강편마암은 육안으로 평면이방성으로 판단되며 두 개의 시험편

에 대하여 이방성시험을 수행하였다. 시추코어로부터 제작된 이들 시험편의 이방성각도는 다같이 17도이며, 일축압축강도는 각각 160 MPa 및 155 MPa로 비교적 강한 암석이다. 이중으로 측정된 변형률의 평균 크기는 표 6에서 보는 바와 같으며, 시험자료에 의한 겉보기 탄성계수는 각각 49.2 GPa 및 47.6 GPa이다. 또한 겉보기 포아송비의 크기는 각각 0.297 및 0.308로 나타났다. 일축압축강도와 겉보기 탄성상수들의 크기가 서로 비슷한 값을 갖고 있어 두 시험편은 동질의 암석이라 판단된다.

이러한 시험자료로부터 3개의 가정식을 적용한 각각의 결과는 표 7에서 보는 바와 같다. 식 SV를 적용한 결과는 표 7에서 알 수 있듯이 E_1 값이 매우 클 뿐만 아니라 ν_1 도 매우 큰 값으로 두 시험편에서 각각 3.25 및 0.79로 나타났다. 이러한 포아송비의 크기는 앞에서 언급한 열역학적 조건(식 (4))이나 일반 암석에서의 크기(식 (5) 및 그림 2)에 크게 벗어나 수용할 수 없는 결과이다. 따라서 식 SV를 적용하는데 한계가 있음이 판명되었으며, 이러한 해석결과 때문에 본 연구에서 제안한 식이나 또 다른 가정식이 필요하다는 것을 알 수 있다.

한편, 식 B와 식 C를 적용한 결과는 대체로 수용가능한 값들로 나타났는데, 식 B를 적용한 경우에는 ν_1 및 ν_2 의 크기가 큰 경향이 있으며, 식 C를 적용한 경우에는 ν_1 이 작은 값이고 ν_2 는 큰 값으로 해석되었다. 식 C에 의하여 ν_1 이 0.0387이라는 매우 작은 크기를 보이고 있지만 이렇게 작은 포아송비도 참값이 될 수 있기 때문에 식 C는 유효하지 않다고 할 수 없다. 그리고 두 식을 적용한 결과가 서로 큰 차이를 보이고 있으므로, 어떤 수식이 더 적합한 것인가를 분석하여 탄성상수를 결정해야 할 것이다. 이전의 세 가지 시료에 대한 시험

Table 4. Resultants of deformability analysis of St-Marc limestone

equation	E_1	E_2	ν_1	ν_2	G^*
Eq. SV	69.0	56.3	0.373	0.234	24.6
Eq. B	71.5	57.8	0.422	0.213	25.9
Eq. C	71.7	57.9	0.427	0.211	26.0
True Value	70.1	61.6	0.40	0.19	27.3

Table 5. Relative errors to true values of elastic constants of St-Marc limestone (unit; %)

equation	E_1	E_2	ν_1	ν_2	Sum
Eq. SV	1.57	8.67	6.67	23.20	40.11
Eq. B	1.94	6.21	5.57	11.86	25.59
Eq. C	2.25	5.99	6.65	10.87	25.77

해석에서는 서로 비슷한 결과값을 유도하여 모든 식이 적용가능하였지만, 이와 같이 이방성각도가 작은 시험편에서는 다른 해석이 필요하다. 식 B와 식 C를 적용한 결과에 대하여 각 시험편에 대한 분석과 두 해석을 동시에 검토하여 가정식의 적용성을 검토하고자 한다.

두 시험편 결과의 비교분석

식 B에 의하여 결정된 탄성상수의 결과에서 A 시험편 및 B 시험편의 결과는 서로 매우 유사한 크기를 보이고 있다. 즉 v_1 의 해석결과는 0.3345 및 0.3865(상대오차는 7.2%)로 약간 차이를 보이지만, E_1 및 E_2 , v_2 의 크기는 상대오차가 0.2%~1.1%로 같은 크기라고 할 수 있다. 따라서 식 B를 적용하면 이들 시료의 역학적 특성이 같다는 결과를 얻을 수 있으므로 이 식은 유효하다고 할 수 있다.

그러나 식 C에 의한 해석결과는 이와 달리 상당한 오차를 갖는다. 즉, E_1 및 E_2 , v_2 의 상대오차는 0.3%~4.3%로 서로 같은 크기라고 할 수 있지만 v_1 의 해석결과는 0.0387 및 0.2022로 나타나 상대오차는 67.9%로 큰 차이를 보이고 있다. 이런 결과로부터 식 B는 식 C에 비하여 그 유효성이 매우 높다고 할 수 있으므로 식 B가 최적합 수식이라고 결론지을 수 있다.

A 시험편 결과의 검토

식 B에 의하여 결정된 탄성상수로부터 G^* 의 크기는 18.8 GPa이다. 즉 26.1 GPa의 크기로 해석된 G_2 의 크기는 이보다 약 39% 정도 크기 때문에 그림 4의 지침도를 이용할 수 있는데, 이방성각도가 17도인 모델에서 $v_2=0.305$ 에서는 식 B가 최적식으로 나타났다. 따라서

지침도에 의하여 이 시험편에서 식 B는 유효한 식으로 나타났다.

식 C에 의하여 G^* 의 크기는 16.9 GPa로 해석되며 G_2 의 크기는 이보다 약 54% 정도 크기 때문에 그림 4의 지침도를 이용할 수 있다. 이방성각도가 17도인 모델에서 $v_2=0.33$ 에서는 식 C가 최적식으로 나타나 식 C도 역시 유효한 식으로 나타났다.

이로써 A 시험편에서 식 SV는 $v_1=3.25$ 를 유도하므로 적용할 수 없으며, 지침도에 의하여 식 B 및 식 C는 다 같이 유효한 것으로 판명된다. 그러므로 어느 결과가 참값에 접근한 것인지는 판단할 수 없다. 그럼에도 불구하고 단일시험편 시험과 해석에서 최적합식을 찾고, 탄성상수를 결정해야한다.

앞의 비교분석에서 식 B가 가장 적합한 식으로 밝혀졌는데, 이때 식 B의 결과는 세 식을 적용한 결과들 가운데 중간값을 갖는다. 따라서 단일시험편에서 식 B와 식 C 중에서 최적합식을 선택해야 하는 경우, “세 식에 의한 결과값의 중간 크기를 유도한 것이 식” 또는 “식 SV를 적용한 결과에 더 가까운 값을 유도하는 식”으로 결정할 수 있다. 이러한 판단근거는 앞으로 설명하는 단일시험편 해석에서도 적용되며, 다른 경험에서도 얻어진 것이다.

또한 이들 결과에서 나타나는 이방성비(E_2/E_1 의 값 또는 v_2/v_1 의 값)의 검토도 가능할 것으로 판단된다. 즉, v_2/v_1 의 값은 식 SV에 의하여 1보다 작은 것에 기초하여, 식 B에 의하여 1보다 작아 같은 경향이며, 식 C에 의하여 1보다 크게 나타나 다른 경향을 보인다. 이런 관점도 식 B가 더 적합하다는 것을 판단할 수 있는 근거가 될 수 있을 것으로 생각된다.

Table 6. Strain measurements in Seoul granitic gneiss specimens

specimen	angle	ϵ_y	ϵ_{45}	ϵ_x	ϵ_z
Granitic Gneiss - A	17	20.312	9.651	-5.488	-6.593
Granitic Gneiss - B	17	21.028	8.408	-6.264	-6.693

Table 7. Resultants of deformability analysis of Seoul granitic gneiss

specimen	equation	E1	E2	v_1	v_2	G^*
G. Gneiss - A	Eq. SV	176.44	46.12	3.2493	0.2531	26.1
	Eq. B	55.41	45.90	0.3345	0.3050	18.8
	Eq. C	43.13	45.80	0.0387	0.3263	16.9
G. Gneiss - B	Eq. SV	69.84	46.18	0.7876	0.2893	20.6
	Eq. B	54.17	46.10	0.3865	0.3066	18.7
	Eq. C	46.97	46.05	0.2022	0.3185	17.6

B 시험편 결과의 검토

식 B에 의하여 결정된 탄성상수로부터 G^* 의 크기는 18.7 GPa이다. 즉 20.6 GPa의 크기로 해석된 G_2 의 크기는 이보다 약 10% 정도 크기 때문에 그림 4의 지침도를 이용하기에 매우 적절하다. 이 지침도에서 $\nu_2=0.306$ 에서는 식 B가 최적식으로 나타났으므로 A 시험편과 같이 이 시험편에서도 식 B는 유효한 식으로 나타났다.

식 C에 의하여 G^* 의 크기는 17.6 GPa로 해석되며 G_2 의 크기는 이들 보다 약 17% 정도 크기 때문에 그림 4의 지침도를 이용할 수 있다. 여기에서 $\nu_2=0.32$ 에서는 식 C가 최적식으로 나타나 식 C는 유효한 식으로 나타났다.

따라서 B 시험편에서도 식 B 및 식 C는 모두 유효하므로 어느 결과가 참값에 접근한 것인지는 판단할 수 없다. A 시험편에서 유추된 “세 식에 의한 결과값의 중간 크기를 유도한 것이 식”이나 이방성비의 검토를 활용하여 식 B가 적합한 것으로 결정할 수 있으며, 이는 두 시험편 결과의 비교분석의 결론과 일치한다.

4.5 부산지역의 이암 시험

부산지역에서 채취된 녹회색의 점토질 이암에 대하여 평면이방성 시험을 수행하였으며 이 자료는 식 (7)의

수식이 개발되기 전에 보고된 바 있다(박철환과 박찬, 2002). 시험은 두개의 시험편에 대하여 수행되었는데, 이방성각도는 각각 26도 및 22도이며 측정된 변형률의 크기는 표 8에서 보는 바와 같다. 마지막 열에는 두 시험편에서 측정된 변형률의 평균값을 갖는 가상의 시험편에 대한 자료로서 결과분석에 활용될 것이다. 시험자료에 의한 겉보기 탄성계수는 37~47 GPa이며, 겉보기 포아송비는 0.25~0.29이며, 각각의 일축압축강도는 196 MPa 및 188 MPa으로 서로 동질의 시료라고 판단된다.

표 9는 각 시험편에 대하여 3개의 제안된 식을 각각 적용하여 해석한 결과자료이며, 전체적으로 E_1 이 E_2 보다 작은 것으로 나타났으나 이는 모델해석에 영향을 크게 미치지 않는다. 두 시험편에서 G_2 값은 각각 13.2 GPa 및 15.1 GPa이며, 가상시험편에서는 이들 평균(14.18 GPa)보다 조금 작은 14.14 GPa로 나타났다.

각 제안식을 적용한 결과는 서로 비슷하며, 그림 2 및 식 5를 통하여 보통 알려진 암석의 탄성상수의 범위를 벗어나지 않아 모두 수용가능하므로, 모든 식이 적용가능하다는 것을 알 수 있다. 또한 그 결과값이 서로 유사하여 이들 값들의 범위에서 참값이 있다고 판단되고, 어떤 식을 적용하든지 참값에 가까운 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 다만 ν_1 에서만 서로 큰 차이를 보이고 있으므로 이의 검토를 통하여 최고 적합식을 결정할 수 있을 것이다.

Table 8. Strain measurements in greenish mudstone

specimen	angle	ϵ_y	ϵ_{45}	ϵ_x	ϵ_z
Mudstone - A	26	27.020	7.553	-6.724	-7.032
Mudstone - B	22	21.230	4.801	-5.992	-6.349
Imaginary Specimen C	24	24.125	6.177	-6.358	-6.690

Table 9. Resultants of deformability analysis of mudstone

specimen	equation	E_1	E_2	ν_1	ν_2	G^*
Mudstone - A	Eq. SV	26.55	40.84	0.2211	0.2746	13.2
	Eq. B	27.52	40.96	0.2654	0.2626	13.6
	Eq. C	26.03	40.76	0.1970	0.2814	13.0
Mudstone - B	Eq. SV	28.43	52.76	0.2426	0.3162	15.1
	Eq. B	30.42	52.93	0.3300	0.2972	15.9
	Eq. C	27.88	52.71	0.2189	0.3217	14.9
Imaginary Specimen C	Eq. SV	27.56	46.05	0.2306	0.2928	14.1
	Eq. B	28.95	46.20	0.2926	0.2778	14.7
	Eq. C	26.95	45.98	0.2034	0.2998	13.9
Optimum Solution		20.6	52.2	0.36	0.24	14.1

Table 10. Relative errors of elastic constants in analysis of mudstone

equation	E ₁	E ₂	v ₁	v ₂	sum
Eq. SV	3.4%	12.7%	4.6%	7.0%	27.8%
Eq. B	5.0%	12.7%	10.8%	6.2%	34.8%
Eq. C	3.4%	12.8%	5.3%	6.7%	28.2%

두 시험편 결과의 비교분석

두 시험편에서 v₁의 평균크기는 각 식에 따라 0.23 및 0.29, 0.20으로 해석되었는데, 오차는 세 식에서 각각 0.0107 및 0.0323, 0.0109이다. 이로써 상대오차는 각각 4.6% 및 10.8%, 5.3%로 나타났으므로, 편차가 가장 작게 나타나는 식 SV가 가장 적합한 식이라 볼 수 있다. 표 10은 세 식에서 해석된 4개의 상수에 대하여 두 시험편의 평균에 대한 상대오차를 %로 표시하였는데, 대체로 식 SV에서 가장 작은 값을 보이며, 이들의 합계에서도 각각 27.8%, 34.8%, 28.2%로 해석되어 식 SV가 가장 적합한 식임을 알 수 있다. 그리고 식 C에서는 비슷한 값을 보이고 있는데 반하여, 식 B는 오차가 크게 나타나 상대적으로 가장 부적합한 식으로 판단된다.

이와 같이 동질의 두 시험편에 대한 시험을 수행하여 각 제안식에 의한 결과값이 모두 수용가능한 크기일 경우에는, 앞의 서술 화강편마암에서와 같이 시험편에 대한 평균을 구하여 분산이나 오차가 가장 작은 결과를 유도하는 수식을 최적식으로 결정할 수 있다. 그러나 한 개의 시험편에 대한 해석에서는 이런 비교분석을 수행할 수 없으므로 지침도가 활용되어야 한다.

단일시험편 결과의 검토

A 시험편에서 식 SV에 의한 결과값이 수용가능한 크기이므로 이 식은 대체로 적합하다고 할 수 있다. 식 B를 적용한 결과에 의한 G*는 13.6 GPa이므로 G₂는 G*보다 작은 값이다. 즉 식 B가 함당한 것을 알기 위하여 G₂가 G*보다 작은 모델의 지침도를 활용해야 한다. 이에 의하면 작은 각도에서는 식 C가 가장 적합한 것으로 나타나 있어, 결과적으로 식 B는 최적의 식이 되지 못한다. B시험편이나 가상시험편에 대한 해석결과도 이와 동일하다.

A 시험편에서 식 C를 적용한 결과에 의한 G*는 13.0 GPa로서 본 연구에서 수행한 G₂가 G*보다 큰 모델의 지침도(그림 4)를 활용할 수 있다. 그림 4에서 26도 및 v₂= 0.28의 조합을 갖는 모델에서는 식 B가 가장 적합한 것으로 나타나 있어, 결과적으로 식 C는 최적의 식이라 할 수 없다. 이 해석에서 G₂는 G*보다 불과 1.5% 큰 값이므로 두 값이 같다고 할 수 있으므로, 두 식이

같다고 가정된 식 SV가 최적합 수식이 될 것이다. 따라서 지침도를 검토하지 않아도 식 SV가 가장 적합하다는 것을 알 수 있다. 22도 및 0.32를 조합하는 B시험편이나 24도 및 0.30의 조합인 가상시험편에 대한 해석결과도 이와 같다.

이상으로 각각의 단일시험편에 대하여 세 식에 의하여 비슷한 결과값을 유도하며, 지침도에 의한 검토로는 식 B 및 식 C가 최적합 수식이 되지 못하므로 식 SV가 최적식으로 판단된다. 그리고 앞에서 언급된 “각 식에 의한 결과값의 중간 크기를 유도한 것이 최고 적합식이다”이라는 관점이 이암의 두 시험편이나 가상시험편에 모두 적용된다. 또한 포아송비를 이용한 이방성비를 검토하면 다른 경향을 보이는 식 B가 부적합하다고 판단할 수 있다. 이는 두 시험편 결과의 비교검토에서 나타난 결론과 일치하며, B 시험편이나 가상시험편에 모두 적용된다.

최적화 해석

한편, 이 시험에서 두 시험편의 각도가 서로 4도 차이로 다르고 독립적인 변형률이 각각 4개가 측정되었으므로 실험에서 8개의 독립 변형률이 얻어졌다. 따라서 식 (1)에 의하여 8개의 수식을 결정할 수 있으며, 이로부터 앞에서와 같이 가정식의 도움없이 5개의 탄성상수를 얻을 수 있다. 이에 최소자승법을 사용한 최적화 해석을 수행할 수 있으며, 그 결과는 표 9의 제일 아랫줄에 언급하였는데 순서대로 20.6 GPa 및 52.2 GPa, 0.36, 0.24로 나타나 제안식을 적용한 결과와 매우 다른 양상을 띠고 있다. 이로써 시료의 양이 많이 제공된다 하더라도 최적화 해석법으로는 좋은 결과를 얻을 수 없다는 결론에 도달하는데, 그 이유는 우선 2개의 시험편의 특성이 약간 다르거나, 실험에서 발생하는 오차를 극복할 수 없기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 한 개의 시험편에 대한 해석과 가정식이 필요하며 중요하다는 것을 알 수 있다.

4.6 암석시험에 의한 분석결과와 고찰

Saint-Venant의 근사식을 포함하여 3개의 가정식을 실제 암석시험의 해석에 적용하여 얻어진 탄성상수 결

과값의 분석과 최적합 수식을 찾는 방법이 검토되었다. 여기에는 국제학회에서 발표된 자료를 포함하여 다섯 종류의 시료, 7개의 시험편에 대한 해석이 이루어졌는데 이들을 종합적으로 검토하면 다음과 같다.

이방성각도가 큰 편마암과 중간 크기의 시험편에서 각 식을 적용한 해석결과는 서로 비슷한 크기로 나타났는데, 이는 식 B 및 식 C가 유효하다는 것을 입증하고 있다. 이러한 시험편에서는 식 SV로서 참값에 가까운 결과를 유도할 수 있으므로 다른 가정식이 필요하지 않다고 할 수 있다. 비록 모델에 의한 지침도에서 식 B 또는 식 C가 최적식으로 해석되더라도 그 차이는 3%를 넘지 않기 때문이며, 이는 모델해석에서도 밝혀진 결과와 같은 경향이다. 이와 같이 새로 제안된 수식들이 더 적합하고 식 SV를 대체할 수 있다고 하더라도, 참값이 알려지지 않았다면 오랫동안 사용되고 있는 전통적인 수식보다 더 적합하다고 주장하기에는 위험이 따른다. 따라서 이방성각도가 중간크기 또는 큰 시험편의 해석에서는 새로운 수식이 필수적이지 않다고 판단된다.

각도가 17도로 작은 경우에는 식 SV로써 좋은 결과를 얻을 수 없음을 서울지역 화강편마암의 시험으로 알 수 있었다. 이로써 Saint-Venant의 근사식을 적용하는 데에는 한계가 있으므로, 새로운 수식은 유효할 뿐 만 아니라 필수적이라는 것이 밝혀졌다. 이 시험에서 2개의 동질 시험편을 사용하였는데, 식 B에 의하여 서로 비슷한 결과를 얻었을 뿐만 아니라, 각각의 단일시험편의 해석에서도 식 B가 가장 적합한 수식인 것으로 판명되었다.

2개의 이암 시험편으로부터 8개의 독립식을 얻을 수 있기 때문에 가정식을 적용하지 않고 최적해를 얻을 수 있다. 그러나 이 결과는 가정식을 적용한 결과와 큰 차이를 보이고 있으며 참값에 근접한 결과라고 판단되지 않는다. 이는 단일시험편 시험과 가정식의 필요성을 설명하는 근거가 될 수 있다. 2개 이상의 동질 시험편이 있는 경우에는 한 개의 시험편은 $\phi = 0$ 도 또는 90도인 시험편을 제작하여 시험이 되어야 하지만(Homand 등, 1993), 이러한 시험편을 제작하기에는 많은 어려움이 따른다.

이상의 해석과 실험경험을 통하여 이방성각도가 약 35도 보다 작은 시험편에서는 식 SV는 적용성이 매우 낮은 곳으로 판명되었다. 이암과 같이 좋은 결과를 얻는 경우가 있지만, 대체로 서울지역 화강편마암의 경우와 같이 일반적으로 알려진 탄성상수의 크기를 크게 벗어나는 해석결과를 초래한다. 이는 모델해석에서도 이미 밝혀졌다.

또한 적용하는 가정식에 따라 결과값은 대체적으로

상이하게 나타난다. 이때 식 B 또는 식 C에 의하여 참값에 가까운 값을 얻을 수 있는데, 모델에 의하여 얻어진 지침도를 활용하여 최적합식을 결정할 수 있다. 지침도에 의하여 식 B와 식 C가 모두 적합하다고 해석되는 경우에는 “3가지 제안식을 적용한 결과값의 중간 크기를 유도한 것이 최고 적합식이다”이라는 관점 및 이방성비의 검토를 적용할 수 있다. 이는 편마암이나 이암의 적어도 4개 시험편의 해석에서 유추될 수 있는 결론으로 향후 이에 대한 경험적 연구가 필요하다고 생각된다.

이상으로 단일시험편에 의한 이방성시험에서 새로운 수식의 적용에 대한 위험성을 피하기 위하여 이방성각도를 조절할 수 있다면 35도 이상이 되는 시험편을 선택하는 것이 바람직하다. 특히, 모델해석의 그림 4에서 알 수 있듯이 각도가 10도 보다 작은 경우에는 모든 식들이 적용될 수 없기 때문에 이런 형상의 시험편은 선택하지 않아야 할 것이다.

5. 결론

평면이방성을 갖는 암석의 단일 시험편에서 5개의 독립적 탄성상수를 측정하기 위하여 일련의 연구가 수행되었다. 시험에서 발생할 수 있는 오차를 최소화할 수 있는 실험실 시험방법이 제안되었고 Saint-Venant의 근사식을 대체할 수 있는 여러 수식이 제안되었으며, 모델연구를 통하여 이들은 적용가능한 수식으로 밝혀졌다. 그리고 본 연구에서는 실제 암석시험편에 대한 일축압축시험을 수행하여 얻어진 4개의 변형률로부터 5개의 독립적 탄성상수를 구하는 방법과 제안된 수식의 필요성과 적합성이 검토되었으며, 연구결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 첫 번째로 제안된 식인 식 (7-a)는 이론적으로 Saint-Venant의 근사식과 같은 식임이 본 연구에서 밝혀졌다. 이로써 Saint-Venant 근사식은 겉보기 탄성계수는 이방성각도에 따라 단조증가함수가 되는 특성을 갖는다. 따라서 이들의 관계가 선형일 경우에는 이 식이 잘 적용될 수 있지만, U자 또는 W자 형태를 보이는 이방성암석에서는 적용될 수 없으므로 새로운 수식의 제안은 필수적이다.
- 2) 이방성각도가 중간 또는 큰 크기인 시험편에서는 식 SV를 적용하여 참값에 가까운 결과를 얻을 수 있었으며, 제안된 식 B 및 식 C에 의한 결과도 이와 유사하게 나타났기 때문에, 이들은 필수적이지는 않지만 유효한 것으로 판명되었다. 이방성각도

가 작은 크기에서는 모델해석과 같이 식 SV로써 참값이나 일반적인 크기에 가까운 결과를 얻기 어려운 경우가 발생할 수 있는 것으로 밝혀졌다. 그러므로 식 B 또는 식 C는 필수적일 뿐만 아니라, 지침도 분석에 의하여 최적식을 결정할 수 있고 참값에 가까운 결과를 얻을 수 있기 때문에 적합성이 있는 것으로 판단되었다. 이때 최적합식을 결정하는데 “3가지 제안식을 적용한 결과값의 중간 크기를 유도한 것이 최고 적합식이다”이라는 관점 및 이방성비의 검토를 적용할 수 있는데, 이에 대한 경험적 연구가 필요하다고 생각된다.

- 3) 단일시험편에 의한 이방성시험에서 새로운 수식의 적용에 대한 위험성을 피하기 위하여 이방성각도가 약 35도 이상이 되는 시험편을 선택하는 것이 바람직하며, 이러한 시험편에서는 전통적인 식인 Saint-Venant의 근사식에 의하여 참값에 가까운 탄성상수를 얻을 수 있다. 약 10도 보다 작은 각도의 시험편에서는 모든 식들이 적용될 수 없기 때문에 시험편을 선정하는데 주의가 기울어져야 한다.
- 4) 동질의 시험편이 다수 제공되면 독립식의 개수는 얻고자하는 탄성상수의 수보다 많아져 이론적으로 최적해를 얻을 수 있지만, 실험에서 발생하는 오차에 의하여 이의 결정은 용이하지 않다는 것이 밝혀졌다. 이는 단일시험편에 대한 해석과 제 5의 수식이 반드시 필요함을 역설하는 것이다. 이로써 Saint-Venant 근사식과 본 연구에서 제안한 수식들의 유효성을 재확인하기 위하여 특별한 이방성각도를 갖는 다수의 시험편에 대한 시험이 수행되어야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 건설핵심기술연구개발사업의 연구과제인 해저시설물 차폐기술개발에 의하여 연구비가 지원되었습니다.

참고문헌

1. 김호영, 1995, 이방성 암석에 대한 탄성계수의 실험적 결정, 터널과 지하공간, 5.4, 318-322.
2. 박철환, 2001, 이방성 암석의 탄성상수 분석연구, 터널과 지하공간, 11.1, 59-63.
3. 박철환, 박찬, 2002, 평면이방성 암석의 특성 시험법 제안, 한국암반공학회 시험분과위원회 기술세미나 논문집, 68-82.
4. 박철환, 박의섭, 박찬, 2008, 평면이방성 암석의 변형특성 모델연구, 터널과 지하공간, 18.4, 252-262.
5. Alliot, D. and J.P. Boehler, 1979, Evolution of mechanical properties of a stratified rock under confining pressure, Proc. of 4th ISRM Congress, Montreal, 15-22.
6. Amadei, B., 1996, Importance of anisotropy when estimating and measuring in situ stresses in rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, 33.3, 293-325.
7. Gercek, H., 2007, Poisson's ratio values for rocks, International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 44.1, 1-13.
8. Gonzaga, G.G., M.H. Leite and R. Cortes, 2008, Determination of anisotropic deformability parameters from a single standard rock specimen, International Journal of Rock Mechanics & Mining Science 45.6, 1420-1438.
9. Hakala, M., H. Kuula, and J.A. Hudson, 2007, Estimating the transversely isotropic elastic intact rock properties for in situ stress measurement data reduction: A case study of the Olkiluoto mica gneiss, Finland, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 44.1, 14-46.
10. Homand, F., E. Morel, J.-P. Henry, P. Cuxac and E. Hammade, 1993, Characterization of the moduli of elasticity of an anisotropic rock using dynamic and static methods, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, 30.3, 527-535.
11. Liao, J.J., M-T Yang and H-Y Hsieh, 1997, Direct tensile behavior of a transversely isotropic rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 34.5, 837-849.
12. Nasser, M.H.B., K.S. Rao and T. Ramamurthy, 2003, Anisotropic strength and deformational behavior of Himalayan schists, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 40.1, 3-23.
13. Pinto, J.L., 1970, Deformability of schistose rocks. Proc. of 2nd ISRM Congress, Belgrade, 2-30.
14. Talesnick, M.L., M.Y. Lee and B.C. Haimson, 1995, On the determination of elastic material parameters of transverse isotropic rocks from a single test specimen, Rock Mechanics and Rock Engineering, 28.1, 17-35.
15. Talesnick, M.L. and M. Ringel, 1999, Completing the hollow cylinder methodology for testing of transversely isotropic rocks: torsion testing, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 36.3, 627-639.
16. Tien, Y.M. and P.F. Tsao, 2000, Preparation and mechanical properties of artificial transversely isotropic rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 37.4, 1001-1012.
17. Wang, C.D. and J.J. Liao, 1998, Stress influence charts for transversely isotropic rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 35.6, 771-785.
18. Wittke, W., 1990, Rock mechanics - Theory and applications with case histories, Springer-Verlag.
19. Worotnicki, G., 1993, CSIRO triaxial stress measurement cell, Ch. 3-13 in Comprehensive Rock Engineering, Edited by J. A. Hudson, pp. 329-394.



박철환

1979년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1981년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 1987년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사
 Tel: 042-868-3244
 E-mail: cwpark@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원



박찬

1988년 한양대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 2000년 수원대학교 공과대학 토목공학과 공학석사
 2006년 충남대학교 공과대학 토목공학과 공학박사
 Tel: 042-868-3245
 E-mail: chan@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원



정용복

1994년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1996년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 2000년 서울대학교 대학원 지구환경시스템 공학부 공학박사
 Tel: 042-868-3097
 E-mail: ybjung@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 선임연구원



박의섭

1989년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
 1991년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
 2000년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사
 Tel: 042-868-3098
 E-mail: espark@kigam.re.kr
 현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 선임연구원