

성능분포에 기초한 신뢰성 인정시험 설계

권 영 일

청주대학교 산업공학과

Design of Reliability Qualification Test based on Performance Distribution

Kwon, Young Il

Department of Industrial Engineering, Cheongju University

Abstract

In general, the performance of a component degrades as time goes by and failure of a component occurs when the performance degradation reaches a pre-specified level. It is difficult to obtain the failure time distribution data or the necessary number of failure data especially for the metal or machine part. Thus, a design of reliability qualification test based on performance distribution is more effective than failure time distribution. In this study, a performance-based reliability qualification test is developed and a numerical example is provided to illustrate the use of the developed reliability qualification test. This approach could be applied to many kinds of metal or machine part whose magnitude of strength could not be evaluated during at any random points but judgement can be made by only failure of the part. Besides, it is also possible that any parts which have a similar failure characteristics could be applicable to the developed reliability qualification test.

Keyword : reliability qualification test(신뢰성 인정시험), performance degradation(성능열화), performance distribution(성능분포), strength(강도), stress(부하)

1. 서 론

일반적으로 부품, 소재의 주요 성능이나 강도는 사용시간의 경과에 따라 저하되며, 일정수준 이하로 저하되면 고장(failure)이 발생한다. 예를 들어 특정 부하나 압력 사이클 등 스트레스에 노출되는 기계부품의 경우 자체강도가 사용시간이 경과함에 따라 저하되어 부과되는 스트레스를 견디지 못하게 되면 고장이 발생한다. 특히 금속이나 기계류 부품에 대해서는 신뢰성 평가에 필요한 다수의 고장데이터나 고장시간 분포를 얻기가 어려우며, 이러한 특성을 지닌 부품, 소재의 경우 고장시간 분포보다는 시간의 경과에 따른 강도(성능)의 변화와 분포에 기초하여 신뢰성 평가나 보증시험 방법을 설계하는 것이 효과적이다.

일반적인 성능열화모형과 열화데이터의 통계적 분석방법들은 Meeker와 Escobar(1998), Meeker, Escobar와 Lu(1998), Bain(1978), Nelson(1981, 1990) 등을 비롯한 여러 학자들에 의해 연구되어 왔다. 성능분포에 기초한 신뢰성 인증시험방법으로는 미국의 National Fluid Power Association(NFPA, 2000)에서 제시한 금속소재로 구성된 유압용기에 대해 강도(strength)의 분포를 이용한 시험법과 건설자재 등 일반적인 소재제품에 적용할 수 있는 성능분포에 기초한 시험법(권영일(2006)) 등이 있다.

금속소재나 부품의 경우 그 특성상 임의의 사용시간에서 강도의 측정은 불가능하며 단지 고장 여부만을 판단할 수 있다. NFPA(2000)에서는 시험설계에 필요한 강도의 분포는 여러 스트레스 수준에서 관측된 고장시간 데이터로부터 산출한다. 이 방법에서는 주어진 사용시간에서의 강도가 정격피로압력을 견디어 내는지, 즉 고장(크랙, 파손, 변형 등)의 발생여부를 이용하여 대상 제품의 사용수명에 대한 보증을 결정한다. 특정 시간동안 고장이 발생하지 않으면 현재 강도가 적용 스트레스보다 크다는 의미이며, 고장이 발생했다면 그 반대로 현재 강도가 스트레스 이하로 저하되었음을 의미한다. NFPA(2000)에서는 주어진 신뢰수준(소비자 위험)으로 사용수명을 보증하는 인정시험을 제시하고 있으며, 시험에 투입된 모든 시료가 고장이 없어야 합격하는 무고장(zero-failure) 합격기준을 적용하고 있다.

본 연구에서는 NFPA(2000)방식에서의 무고장 합격기준(zero-failure acceptance criterion)을 일반화하여 일정개수 이하의 고장이 허용되는 합격기준으로 확대한 신뢰성 인정시험방식을 설계하고자 한다. 여기서 대상이 되는 소재나 부품은 다음의 특성을 갖는다고 가정한다.

- 대상부품, 소재의 성능(강도)은 사용시간이 경과함에 따라 열화 된다.
- 성능이 특정수준 또는 적용 스트레스 이하로 저하되면 고장이 발생한다.
- 성능(또는 성능의 대수 값)은 정규분포를 따르며 변동계수는 사용시간의 경과와 무관하게 일정하다.

용어 및 기호

본 연구에서 사용될 용어와 기호는 다음과 같다:

- 사용조건 스트레스 수준 UL(use stress level): 요구되는 성능수준의 하한. 부품의 성능이

- 이 하한을 초과하면 고장이 발생한다.
- 시험조건 스트레스 수준 TL(test stress level): 신뢰성 인정시험에서의 스트레스 수준이다.
 - 열화(degradation): 시간의 경과에 따라 강도(strength)나 성능(performance)이 저하되는 현상이다.
 - 보증수명 L(rated life): 규정된 사용조건 UL에서 고장 없이 유지되는 시간 또는 시간에 준하는 사용횟수, 주행거리, 사이클 등으로 보증수명과 같다.
 - 소비자위험 β (consumer's risk): 보증수명 L에 미달하는 부품이 인증시험에서 합격될 확률의 상한이다.
 - 신뢰수준 CL(confidence level): 보증수명 L에 미달하는 자재가 인증시험에서 불합격될 확률의 하한으로 $1 - \beta$ 가 된다.
 - 불신뢰도 p (unreliability): 보증수명 L에서 성능이 SL 이하(고장)인 부품의 비율 또는 부품수명이 보증수명 L 이하일 확률이다. 이 때 보증수명 L 은 $100p$ 백분위수명이 된다.
 - B_{100p} 수명: 불신뢰도 값이 p 인 시간을 말한다.
 - 신뢰도 입증수준: 보증수명 L에서 입증하고자 하는 신뢰도로서 $1 - p$ 가 된다.
 - 모집단 성능분포: 보증수명 L에서 시험대상 부품의 성능을 나타내는 통계적 분포로서 평균 및 분산이 각각 μ_p , σ_p^2 인 정규분포로 가정한다.
 - 정격성능분포(rated performance distribution): 보증수명 L에서 불신뢰도가 p 인 부품의 성능을 나타내는 통계적 분포로서 정규분포로 가정한다.
 - 변동계수 k_0 : 성능분포에서 표준편차의 평균에 대한 비율이다.

2. 신뢰성 인증시험 설계

2.1 인증시험 설계

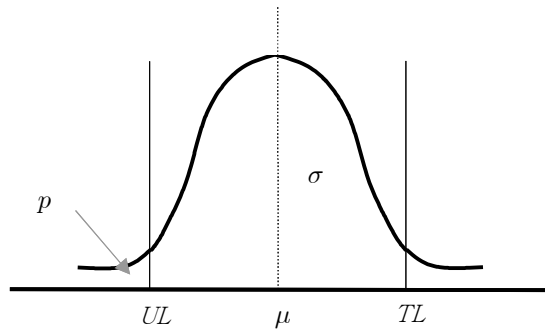
임의의 시점에서 성능의 분포는 정규분포를 따르며, 산포를 반영하는 변동계수 $k_0 = \frac{\sigma}{\mu}$ 는 사용시간과 무관하게 일정하다고 가정한다. 이는 성능의 산포가 성능의 평균에 비례한다는 의미이며 금속소재나 부품의 강도시험에서 경험적으로도 확인되어 널리 인정되고 있는 내용이다. 인정시험에서 적용하는 시험방법 및 합격기준은 다음과 같다:

시료수 n 을 정하고, 임의로 추출된 n 개 시료를 시험 스트레스 수준 TL에서 보증수명 L동안 시험한다. 시험 종료 후 고장시료수가 c ($c \geq 0$) 개 이하이면 합격이다.

참고로 여기서 개발되는 인정시험 방식은 임의의 시점에서 강도를 계량적으로 측정할 수는 없으나 파손, 크랙, 변형 등과 같은 고장의 현상이나 정의에 기초하여 고장의 여부, 또는

강도가 적용 스트레스보다 큰지 작은지를 판단할 수 있는 금속이나 기계부품과 같은 특성을 지닌 부품이나 소재를 대상으로 한다.

여기서는 신뢰수준 CL로서 B_{100p} 수명을 보증하는 시험방식의 설계문제를 다룬다. 즉 보증 수명을 만족하도록 시료수 n 과 허용고장 수 c 가 주어질 때 시험 스트레스 수준 TL을 결정하는 것이다. 먼저 $B_{100p} = L$ 이 되려면, 시간 L 에서 강도의 분포를 그림 1과 같은 정규분포로 나타낼 때 사용조건 스트레스 UL 에 미달하는 비율이 p 가 되어야 한다.



<그림 1> 보증수명 L 에서의 강도의 분포

위의 B_{100p} 수명을 갖는 모집단 중 추출된 하나의 시료가 시험수준 TL에서 L동안 고장 나지 않을 확률 q 는 다음과 같다.

$$q = \Pr(S > TL | B_{100p} = L) = \Pr\left(Z > \frac{TL - UL - z_p \sigma}{\sigma}\right) \quad (1)$$

여기서 Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수를, z_p 는 $\Pr(Z > z_p) = p$ 를 만족하는 $100(1-p)$ 백분위수를 말한다.

n 개의 시료로 시험수준 TL에서 L동안 시험하였을 때 고장 시료수는 모수가 n , $1-q$ 인 이항 분포를 따른다. 이로부터 c 개까지 고장을 허용하는 합격기준을 사용하는 인정시험에서 신뢰 수준 CL을 만족하기 위한 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{x=0}^c \binom{n}{x} (1-q)^x q^{n-x} = 1 - CL \quad (2)$$

식 (2)를 만족하는 q^* 와 식(1)에 의해

$$TL = \mu + z_q^* \sigma = UL + z_p \sigma + z_q^* \sigma \quad (3)$$

이 되고

$$\begin{aligned}
 \frac{TL}{UL} &= 1 + \frac{(z_p + z_{q^*})\sigma}{UL} & (4) \\
 &= 1 + \frac{(z_p + z_{q^*})\sigma}{\mu - z_p\sigma} \\
 &= 1 + \frac{(z_p + z_{q^*})k_0}{1 - z_p k_0} \\
 &= \frac{1 + z_{q^*}k_0}{1 - z_p k_0} \\
 &\equiv K_v
 \end{aligned}$$

가 얻어진다. 따라서 시험 스트레스 수준 TL 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$TL = UL \times K_v \tag{5}$$

식 (5)에서 $100p$ 백분위 보증수명과 신뢰수준 CL 이 주어질 경우 K_v 는 시료수 n 의 함수이며 변동계수가 0이 되면 1.0이 됨을 알 수 있다.

2.2 OC곡선과 안전율

보증수명 L 에서 신뢰도가 R , 불신뢰도가 $F=1-R$ 인 제품의 합격확률(OC곡선)은 다음과 같이 구해진다. 이 제품에 대해 수명 L 에서의 강도의 평균과 표준편차를 각각 μ_F, σ_F 라 할 때, 하나의 시료가 시험에 통과 될 확률은

$$\begin{aligned}
 q_F &= \Pr(S > TL \mid B_{100(1-F)} = L) & (6) \\
 &= \Pr\left(Z > \frac{TL - \mu_F}{\sigma_F}\right) \\
 &= \Pr\left(Z > \frac{UL \cdot K_v - \mu_F}{\sigma_F}\right) \\
 &= \Pr\left(Z > \frac{(1 - z_p k_0)K_v - 1}{k_0}\right)
 \end{aligned}$$

이다. 따라서 인정시험에서 합격할 확률은

$$P_a = \sum_{x=0}^c \binom{n}{x} (1-q_F)^x q_F^{n-x} \quad (7)$$

가 된다.

보증수명 $B_{100p} = L$ 을 만족하는 집단, 즉 수명 L 에서 신뢰도가 $1-p$ 인 기준집단의 강도의 평균을 μ 하고, 수명 L 에서 신뢰도가 R , 불신뢰도가 $F=1-R$ 인 비교집단의 강도 평균을 μ_F 라 할 때 안전율 (degree of conservatism; DC)은 기준집단과 비교집단의 강도평균의 비율로서 다음과 같이 정의된다.

$$DC = \frac{\mu_F}{\mu} \quad (8)$$

먼저 $B_{100p} = L$ 인 기준집단에서

$$UL = \mu - z_p \sigma \quad (9)$$

이고 수명 L 에서 불신뢰도가 $F=1-R$ 인 집단에서

$$\mu_F = UL + z_F \sigma_F \quad (10)$$

관계가 얻어진다. 또한

$$DC = \frac{\mu_F}{\mu} \quad (11)$$

$$= 1 - z_p k_0 + z_F \frac{\sigma_F}{\mu},$$

$$\sigma_F = \mu_F k_0 \quad (12)$$

로부터

$$DC = 1 - z_p k_0 + z_F k_0 DC \quad (13)$$

의 관계식이 얻어지고

$$DC = \frac{1 - z_p k_0}{1 - z_F k_0} \quad (14)$$

가 된다.

3. 적용예제

금속합금으로 제작된 압력용기에 대해 $L=200$ 만 사이클의 B_{10} 수명이 요구되고 있다. 이 제품에 대한 사용조건의 적용 스트레스는 주기적 압력(cyclic pressure)으로 $UL=2,000$ psi 이며, 사용된 금속합금의 변동계수는 $k_0 = 0.07$ 로 알려져 있다.

가용한 시험장비와 시험시료에 소요되는 비용의 제약으로 $n=10$ 개의 시료를 동시에 시험할 수 있으며 허용고장 수는 $c=1$ 을 사용하기로 하였다. 신뢰수준 90%로 200만 사이클의 B_{10} 수명을 보증하는 시험을 설계는 다음과 같다:

- 1) 먼저 식 (2)로부터 신뢰수준을 만족하는 $q^* = 0.808$ 를 구한다.
- 2) 식 (4)에서

$$K_v = \frac{1 + z_q k_0}{1 - z_p k_0} = 1.032$$

이며

- 3) 식 (5)에서

$$TL = UL \times K_v = 2,064 \text{ psi}$$

가 된다.

이는 시료 10개를 2,064 psi에서 200만 사이클 시험하여 고장 수가 1개 이하이면 합격, 즉 신뢰수준 90%에서 200만 사이클의 B_{10} 수명을 보증할 수 있다는 뜻이다.

한편 시료수가 $n=5$ 로 줄어든다면 동일한 사용수명을 보증하기 위한 시험조건 스트레스 수준은 더 강화되어

$$q^* = 0.416,$$

$$K_v = \frac{1 + z_q k_0}{1 - z_p k_0} = 1.115,$$

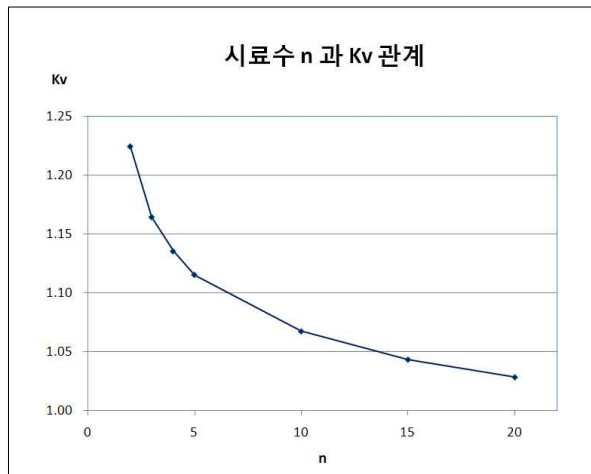
$$TL = UL \times K_v = 2,230 \text{ psi}$$

가 된다. 이는 시료 5개를 2,230 psi에서 200만 사이클 시험하여 고장 수가 1개 이하이면 합격, 즉 신뢰수준 90%에서 200만 사이클의 B_{10} 수명을 보증할 수 있음을 나타낸다. 다음 표 1과

그림 2는 동일한 신뢰수준에서 동일한 수명을 보증하는 시험방식들에 있어서 시료수 n 과 시험 스트레스 수준 지수 K_v 의 관계를 나타내고 있다. 그림 2는 동일한 수명을 보증하기 위해서는 시료수가 적을수록 시험조건 스트레스 수준을 높여야 함을 나타낸다.

<표 1> 시료수 n 에 따른 시험 스트레스 수준 지수 K_v 값

n	q^*	K_v
2	0.051	1.224
3	0.196	1.164
4	0.320	1.135
5	0.416	1.115
10	0.664	1.067
15	0.764	1.043
20	0.819	1.028



<그림 2> 시료수 n 과 시험 스트레스 수준 지수 K_v 의 관계

4. 결 론

본 연구에서는 성능이나 강도의 저하에 의해 고장이 유발되는 부품이나 소재에 대해 적용할 수 있는 성능의 분포에 기초한 신뢰성 인증시험방법을 설계하고 통계적 방법과 적용 예제를 제공하였다. 여기서 개발된 시험방법은 금속이나 기계류 부품에서와 같이 특정 운용 스트레스에서 사용되며, 사용시간의 경과에 따라 강도(strength)가 저하하여 고장이 발생하는 소재나

부품의 신뢰성 인증시험에 사용할 수 있다. 강도가 적용되는 스트레스 이하로 떨어지면 고장이 발생하며, 임의의 시점에서 강도의 크기를 계량적으로 측정할 수는 없으나 고장발생 여부에 의해 강도가 스트레스보다 큰지 작은지만 판단할 수 있는 금속, 기계류 부품을 비롯하여 이와 같은 고장특성을 지닌 많은 부품. 소재에 대해 이 시험방식을 적용할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 권영일 (2006), 열화성능에 의한 건설자재 수명평가에 관한 연구, 신뢰성응용연구 Vol. 6, NO. 4, pp.275-284.
- [2] Bain, L.J. (1978), *Statistical analysis of reliability and life-testing models: Theory and methods* (Statistics: Textbooks and Monographs, Vol 24), Marcel Dekker.
- [3] European Organization for Technical Approvals; EOTA (1999), *Assessment of working life of products*.
- [4] Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. (1998), *Statistical method for reliability data*, Wiley.
- [5] Meeker, W.Q., Escobar, L.A., and Lu, C.J. (1998), "Accelerated degradation tests: Modeling and analysis", *Technometrics*, 40, pp.89-99.
- [6] Nelson, W. (1990), *Accelerated testing : Statistical models, test plans, and data analyses*, John Wiley & Sons.
- [7] Nelson, W. (1981), "Analysis of performance degradation data from accelerated tests", *IEEE Transactions on Reliability*, R-30, 3, pp.149-155.
- [8] NFPA/T2.6.1 R2-2000 (2000), *Fluid power components-Method for verifying the fatigue and establishing the burst pressure ratings of the pressure containing envelope of a metal fluid power component*, National Fluid Power Association.