

중등 학교수학의 교수-학습과 그래핑 계산기 활용과의 관계에 대한 고찰

조정수

ABSTRACT. The purpose of this study is to review previous studies regarding the relationship between graphing calculators usage and teaching and learning school mathematics and to suggest practical implications for further research in mathematics education. Through reviewing the total of 21 studies five subsections are divided in order to gain the answers to the research questions. The results of this study are as follows: students typically used graphing calculators in drawing graphs of functions, and they used graphing calculators as a tool for calculations, transformations, data collection and analysis, visualization, and checking. The implications for further research are suggested corresponding to these results.

I. 서론

공학이 일상적으로 활용되기 시작했던 1980년대부터 지금까지 약 30년 동안 수학교실에서의 교수법적 변화는 혁신적이지는 않았지만, 점차적으로 끊임없이 변화되어 왔다. 수학교실에서의 이러한 변화를 이끈 주된 요인은 공학이며, 이런 사실은 NCTM(2000)의 스탠다드와 연감(NCTM, 2005), 그리고 공학 접근을 사용한 수학교과서(Fey, et al., 1995) 등에 잘 나타나 있다. 그리고 1986년 미국의 학업성취도 평가기관에 따르면, 중학생 연구대상의 21%, 고등학생의 26%가 수학 시간에 계산기 사용을 허락하는 학교에 다닌다고 했는데, 1992년에는 이들 비율이 각각 81%와 92%로 증가하였다. 1996년 모든 중학교 2학년의 70%가 수학수업 시간에 매일 기본적으로 계산기를 사용하고 있다(Waits & Demana, 2000). 미

2010년 1월 투고, 2010년 2월 심사 완료.

2000 Mathematics Subject Classification: 97C80

Key words: 그래핑 계산기, 중등 학교수학, graphing calculators, secondary school mathematics

국의 2000개 고등학교를 대상으로 한 최근의 조사에 의하면, 이들 고등학교의 80%의 수학교사들이 수업 시간에 일상적으로 그래핑 계산기를 사용하고 있다고 했다(Texas Instruments, 2002).

학교수학에서 그래핑 계산기의 효과에 대한 24개의 연구를 메타 분석한 결과(Smith, 1997)에 따르면, 문제해결력, 계산력, 개념적 이해력 영역의 성취도 평가에서 계산기를 사용한 학생과 사용하지 않은 학생들 사이에 유의미한 차이가 있었다고 한다. 최근의 연구 분석(Ellington, 2003)에 따르면, 시험 칠 때 계산기 사용을 허용하지 않았을 때, 수업시간에 계산기를 사용해서 수업 받은 학생들이 계산기를 사용하지 않은 수업을 받은 학생들보다 계산력과 문제해결력 평가에서 더 뛰어났다.

하지만 항상 이러한 긍정적인 효과만 있는 것은 아니다. 수학수업에서 그래핑 계산기는 극히 제한적으로 사용되어야 한다는 주장(Mackey, 1999)뿐만 아니라, 학생들이 수업 내용과 관련된 수학을 계산기 없이 습득한 다음에야 그래핑 계산기 사용을 허용해야 한다는 주장(Ballheim, 1999)까지 수학교실에서 그래핑 계산기의 사용에 대한 효과는 엇갈리고 있다.

그렇다면 그래핑 계산기 활용은 학교수학의 교수-학습과 어떤 관계가 있는가? 따라서 본 연구는 이 질문에 답을 하고자 수행하였는데, 구체적인 연구문제는 다음과 같다.

첫째, 어떤 유형의 수학 문제를 풀 때 학생들은 그래핑 계산기를 사용하는가? 그리고 어떻게 사용하는가?

둘째, 그래핑 계산기를 사용함으로써 학생들은 어떤 수학적 지식과 기능을 배우는가? 그리고 이 지식과 기능을 어떻게 사용하는가?

다른 문제들에 우선하여 이 두 가지 연구문제를 선택한 이유는 이 문제들이 중등 수학교실에서 그래핑 계산기의 사용여부를 결정하는데 있어서 중요 요인이라고 판단했기 때문이다.

II. 연구 방법 및 절차

본 연구는 Texas Instruments가 지원하고 미시건 주립대학교에서 수행된 연구 보고서인 Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematic(Texas Instruments, 2002)와 계산기 사용이 학생의 학업성취도와 태도에 미치는 효과를 메타 분석한 Ellington(2003)의 연구를 참고하여 2003년까지 발표된 그래핑 계산기 논문을 중심으로 위에서 진술한 두 가지 연구문제에 대한 답을 찾고자 수행되었다.

첫 번째 연구문제인 수학 문제의 유형과 그래핑 계산기 사용을 주제로 수행된

12편의 연구를 조사하였고, 두 번째 연구문제인 그래핑 계산기 사용에 의해 습득하는 수학적 지식과 기능을 주제로 수행된 9편의 연구를 조사함으로써 총 21편의 연구를 고찰하였다.

첫 번째 연구문제에 대한 12편의 연구를 다시 주제별로 분류한 결과, 다음과 같이 두 가지 주제로 분류할 수 있었다.

- 그래핑 계산기를 사용한 학생들의 문제 선택(3편)
- 학생들의 그래핑 계산기 사용 방법(9편)

그리고 두 번째 연구문제에 대한 9편의 연구를 다시 주제별로 분류한 결과, 다음과 같이 세 가지 주제로 분류할 수 있었다.

- 함수에 관한 지식과 기능 습득(2편)
- 대수에 관한 지식과 기능 습득(3편)
- (기초) 미적분학에 관한 지식과 기능 습득(4편)

두 가지 연구문제에 따라 위와 같이 주제별로 분류한 다음, 각 주제에 대한 연구 결과를 조사, 요약함으로써 중·고등학교 수학교실에서의 교수-학습과 그래핑 계산기 활용과의 관계를 파악하고자 한다.

III. 연구문제 1에 대한 결과 및 분석

첫 번째 연구문제는 그래핑 계산기를 사용할 수 있는 경우, 어떤 유형의 수학 문제를 풀 때 학생들은 그래핑 계산기를 사용하는가? 그리고 어떻게 사용하는가이다.

1. 그래핑 계산기를 사용한 학생들의 문제 선택

프랑스 고등학교 2, 3학년을 대상으로 수행된 Guin & Trouche(1998)의 연구에 따르면, “주어진 함수 $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ 에 대하여 그래프를 그리고, 이 함수를 가능한 정확하게 기술하십시오.”와 같은 유형의 과제에 대하여 학생들이 공통적으로 그래핑 계산기를 사용하여 문제를 풀었다. 그래핑 계산기를 사용한 문제들의 한 가지 주된 특징은 그 문제의 진술이 “그래프를 그리시오.”로 시작하는 문제였다. 그리고 그래프를 그리라는 지시가 없더라도 문제와 함께 함수식이나 방정식이 주어져 있을 때 학생들은 그래핑 계산기를 사용하여 문제를 푸는 경향을 보였다. 교사의 계산기 사용에 대한 철학과 지도방법이 학생들의 계산기 사용에 영향을 미쳤다. 학생들은 교사가 수업시간에 선호하거나 시범 보여준 방법에 따라 계산기

를 사용하는 경향을 보였다. 이 연구 결과에 따르면, 그래핑 계산기를 정확하게 사용하기 위해서는 설명 주어진 문제가 그래프에 관한 것일지라도 학생들은 그 문제와 관련된 수학에 익숙해야 하며, 그 수학을 이해하는데 계산기가 어떤 한계를 가지고 있는지 알고 있어야 한다.

Dahland & Lingefjard(1996)는 학생들에게 그래핑 계산기 사용에 대한 선택권을 주도록 특별히 계획된 여섯 항목의 시험에 대한 스웨덴의 고등학교 2, 3학년들의 반응을 분석하였다. 주어진 모든 문제는 계산기를 사용하지 않고서도 해결될 수 있는 문제였다. 연구에 사용되었던 시험에서 6문제 중 4문제는 그래프에 관한 풀이로 그래핑 계산기 사용이 적합한 것이었다. 첫 번째 문제인 $\sin x = .5$ 에 대해서 학생들은 계산기를 사용하지 않은 기호조작 방법을 선호했다. 연립방정식 풀이에 관한 두 번째 문제와 세 번째 문제는 학생들에게 그래핑 계산기를 사용하면 도움이 된다는 생각을 주지 못했다. 그래핑 계산기를 사용하도록 만든 나머지 세 문제는 모두 그래프에 관한 다음과 같은 문제들이었다: 방정식 $x^3 - 3x = \ln x$ 를 풀어라; $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ 가 주어졌을 때, 그래프를 그리고 이 함수를 기술하여라; 방정식 $\sin x + 2 \cos x = \frac{3}{2}$ 을 풀어라.

컴퓨터 대수 시스템(Computer Algebra Systems, CAS)을 갖춘 계산기의 활용에 관한 연구물 중 Hong, Toham, & Kiernan(2000)의 연구는 CAS 계산기 사용에 대해 일정한 지도를 한 후, 이 계산기 사용에 적합한 시험 문제에 대해 이들 학생들의 학업성취도가 상당히 향상되었다는 증거를 제시했다. 연구자들은 기호조작 기능을 가진 계산기가 유리할 만한 과제를 선정했다. 예를 들면, 특히 과제가 절차적인 경우, 특히 최근에 학생들이 그러한 과제를 풀어본 경우라면 인수분해, 전개, 방정식 풀이, 미분, 적분, 복소수를 포함한 간단한 문제들은 대수식의 조작이 가능한 CAS 계산기를 사용해서 쉽게 풀었다. CAS 계산기로 문제 푸는데 적합한 문제들로 1시간짜리 교육을 4회 받은 학생들은 CAS 계산기를 사용하지 않은 비교집단 학생들보다 유의미하게 더 높은 점수를 받았다. 따라서 실험집단 학생들은 계산기가 유용한 문제에 계산기를 성공적으로 활용했다는 사실을 알 수 있었다. 그러나 CAS 계산기 사용이 허용되지 않는 경우, 공식적인 대학미적분 입학시험, 풀이의 중간 단계 또는 그러한 단계에서 나오는 값을 요구하는 계산기와 관련이 적은 시험, 계산기에 의해 주어지지 않는 형식의 답, 다양한 계수의 사용, 주어진 잘못된 풀이를 다시 쓰기 형식의 시험에서 실험집단은 비교집단보다 더 잘 수행하지 못했다. 그래서 4주간의 교육을 받은 학생들은 그들이 연습했던 절차적인 과제에 대해서는 CAS 계산기를 성공적으로 활용했지만, 그런

제한적인 활용은 계산기와 관련이 적은 과제로 전이되거나 수학 안에 내재된 개념적인 이해에 영향을 미치지 않는다는 결론을 내렸다.

2. 학생들의 그래핑 계산기 사용 방법

Doerr & Zangor(2000)의 연구에 따르면, 학생들이 그래핑 계산기를 활용하는 방법은 1) 계산 도구, 2) 변환 도구, 3) 자료 수집과 분석 도구, 4) 시각화 도구, 5) 검산 도구의 다섯 가지이다. Drijvers & Doorman(1996)의 연구는 그래핑 계산기가 학생들에게 수학적 아이디어를 탐구하는데 계산기를 활용하도록, 그리고 그들이 유연한 해결 절차를 사용하도록 고무한다고 하였다. Forster & Mueller(2001)는 그래핑 계산기가 시각적 변환의 도구로 어떻게 활용되는지를 조사했는데, 학생들은 그래프의 자취를 따라가거나 표를 관찰하여 수치적인 답을 찾는 방법으로 그래프를 활용했다.

휴대용 그래핑 공학에 대한 경험이 학생들의 수학 과제에 대한 접근에 영향을 준다는 증거가 있었다. Keller & Hirsch(1998)의 연구는 그래핑 계산기를 활용했던 학생들이 활용하지 않았던 학생들보다 맥락화된 문제와 탈맥락화된 문제 모두에서 그래프에 대한 선호가 더 높다고 지적했다. 그러나 그래프적 답을 요구하지 않는 과제에 대해서는 계산기 사용을 최소화하였음이 나타났다.

학생들이 대수문제를 검산하거나 확증하기 위하여 그래핑 계산기를 사용하는지 여부에 대해서는 견해가 다른 증거가 있다. Hennessy, Fung, & Scanlon(2001)은 학생들은 답을 다듬기 위하여 그래핑 계산기를 활용했고, 계산기에 의해 생성된 그래프를 대수문제를 풀기 위하여 사용했다고 주장했다. Doerr & Zangor(2000)의 연구는 교실 관찰과 비디오테이프를 통하여, 그래핑 계산기의 한 가지 활용법은 검산도구로서 활용이라고 결론지었다. 그러나 시험 답안과 학생 인터뷰의 조사를 기초로 한 Boers & Jones(1994)의 연구에 따르면, 학생들은 대수문제를 증명하기 위하여 그래핑 계산기를 활용하지 않았다고 주장했다.

학생들이 어떻게 그래핑 계산기를 오용하는지를 보고한 연구들도 있었다(Mitchelmore & Cavanagh, 2000). xy 축에 대한 눈금과 줌(zooming)에 관한 오용 또는 오해가 가장 빈번히 있었다. 해가 표준창(standard window)에 나타나지 않기 때문에 학생들이 그것을 빠뜨리거나 또는 그래프창(graphing window)이 단지 부분적인 그림만 보여주기 때문에 이차 함수를 일차 함수로 잘못 오해하는 것이 전형적이었다. 계산기 오용의 또 다른 예는 계산기의 한계를 고려하지 않은 채, 그래핑 계산기가 그린 그래프에 대한 일부 학생들의 지나친 의존성이었다. 학생들은 점근선을 빠뜨리거나 그래프의 여러 부분을 잘못 연결한 채 그려진 그래프를 단지 그대로 베끼는 경우였다. 기호 조작 계산기의 활용과 관련된 부가적

인 어려움 역시 있었는데, 예를 들면 공식 입력 시 잘못된 문법을 사용하여 오답으로 이어지는 경우와 키를 누를 때 올바른 순서로 접해야 하는 어려움 같은 것이었다.

37가지의 시험에 대한 학생들의 반응에 대한 연구에 따르면, 많은 학생들이 대수적 정보와 그래프적 정보를 통합하는데 어려움을 겪는다는 것이었다(Boers & Jones, 1994). 학생들이 둘 사이에서 불일치를 경험할 때, 어떤 학생들은 대수적 정보를 지지하여 그래프적 정보를 무시하는 반면, 어떤 학생들은 그 반대로 하였다. 어떤 학생들은 문제 앞부분의 풀이가 문제 뒷부분에서 생성해야 하는 그래프와 어떤 관련이 있다는 것을 깨닫지 못하였다. 단지 14%만이 둘을 잇는 전략을 활용했고, 27%는 연결은 인지하였지만 둘을 통합할 수 없었고, 43%는 그 연결을 전혀 인지하지 못했다.

3. 연구문제 1에 대한 분석

학생들이 특정 과제를 수행하기 위하여 그래핑 계산기를 어떻게 활용하는지에 대한 더 많은 연구가 있어야 할 것으로 보인다. 비록 여러 연구에서 학생들이 미적분 문제를 풀 때 예상치 못한 방식으로 그래핑 계산기를 사용했음을 보고했지만, 학생들이 그래핑 계산기를 어떻게 사용했는지에 대한 추가적인 연구가 필요하다. 예를 들면, 학생들이 그래핑 계산기를 언제든지 사용할 수 있는 경우 이들은 수학을 어떻게 생각하는지 그리고 이 생각은 그래핑 계산기 없이 수학을 배우는 학생들의 생각과 어떻게 다른지에 관한 연구가 없었다.

분석했던 대부분의 연구물은 그래핑 계산기를 활용하는 학생들에 관한 연구였으며, 단지 몇 연구물만이 기호 조작 기능을 가진 CAS 계산기의 활용에 관하여 보고했다. 어떻게 학생들이 CAS 계산기의 기능들을 선택하여 사용하는지, 그리고 어떻게 학생들이 그들이 수행하는 과제로부터 의미를 형성하는지에 관한 연구가 필요하다고 본다. 본 연구는 2003년 이전의 그래핑 계산기 활용에 관한 연구로 한정하고 있지만, 연구물의 검색을 2003년부터 최근까지로 늘린다면 CAS 계산기의 활용에 대한 많은 연구 결과가 있을 것이라고 생각된다. 이 점이 본 연구의 제한점으로 본 연구는 2003년 이전의 그래핑 계산기 활용에 관한 연구로 한정하고 있다.

마지막으로, 학생들이 평면기하나 통계적 과제와 관련해서 그래핑 계산기를 어떻게 활용하는지에 관한 연구가 없었고, 삼각함수를 주제로 한 연구는 하나밖에 없었다. 주로 함수나 좌표 상에 그래프 그리기에 연구의 초점을 맞추었을 뿐, 시뮬레이션을 수행하기 위해서, 통계적 그림을 그리기 위해서, 자료를 조작하기 위해서, 부등식을 풀기 위해서 또는 자료를 모으고 분석하기 위해서 어떻게 학생

들이 그래핑 계산기를 활용하는지에 대한 연구는 없었다. 게다가 대부분의 연구는 상위 수준의 수학에 관한 것이었다. 중학교 수준과 그 수준의 수학에서의 활용 정도에 맞도록 그래핑 계산기가 고안되었음에도 불구하고, 중학교 학생의 그래핑 계산기 활용에 관한 연구는 거의 없었다. 학생들의 수학적 개념의 초기 발달과정에서 그래핑 계산기를 포함한 공학이 어떤 역할을 하는지에 대한 연구는 학년이 올라갈수록 이런 공학을 사용하는 방법과 습득하는 수학적 지식 사이의 관계를 이해하는데 중요하기 때문에 반드시 필요하다고 하겠다.

IV. 연구문제 2에 대한 결과 및 분석

두 번째 연구문제는 그래핑 계산기를 사용함으로써 학생들은 어떤 수학적 지식과 기능을 배우는가? 그리고 이 지식과 기능을 어떻게 사용하는가이다.

1. 함수에 관한 지식과 기능 습득

학생의 함수 학습에 관하여 보고했던 연구는 학생들의 그래핑 계산기 활용이 그들이 함수에 대한 이해를 증진시키는 것을 돕는다고 했다(Hollar & Norwood, 1999; Schwarz & Hershkowitz, 1999). 그래핑 계산기와 그것의 활용을 지지하는 교과서를 사용하는 학생들이 전통적인 수업을 받은 학생들보다 일반적으로 함수에 대해 유의미하게 더 나은 이해를 보였다.

특히 그래핑 계산기를 활용한 학생들은 문제 풀이에서 함수의 그래프적 표상을 선호했으며, 함수의 그래프 그리기가 함수의 동적 개념을 나타낼 때 축의 적절한 차원 선택에 더 능숙했다. 그리고 부분 그래프로부터 함수의 전체 그래프 표상을 더 잘 이끌어내었다.

2. 대수에 관한 지식과 기능 습득

학생들의 대수 학습에 관해 연구(Graham & Thomas, 2000; Thompson & Senk, 2001)에서 사용되었던 교육과정은 그래핑 계산기의 활용과 사용을 가정하여 만들어진 것으로 그래핑 계산기가 수학의 교수-학습 도구로 활용되었다. 이 연구에 따르면, 이 교육과정으로 학습한 학생들의 경우 변수에 대한 이해가 향상되었으며, 현실적 맥락 내에서 대수 문제들을 푸는 데 있어 능력이 향상되었으며, 그래프적 표상과 응용에 있어서도 이해가 향상되었다. 그렇지만 대수의 절차적 기능에서는 유의미한 차이가 나타나지 않았다. Merriweather & Tharp(1999)에 따르면, 그래핑 계산기 활용을 명확하게 계획하지 않은 교실에서 2주간 그래

핑 계산기를 사용하여 수업하였다. 이 수업에서 학생들에게 그래핑 계산기를 사용하여 대수방정식을 그래프를 사용하여 어떻게 푸는지를 시범보이고 설명했다. 실험집단의 학생들은 대수 문장제를 기호를 사용하여 푸는 것을 선호했으며, 어떤 학생도 그래프 그리기를 사용하여 문제를 풀지 않았다. 이러한 결과가 나온 것은 학생들이 그래핑 계산기를 사용한 방법 때문일 수 있다. 이 결과는 수학수업에서 그래핑 계산기의 역할이 학생들의 학습에 영향을 미칠 수 있음을 암시하고 있다.

3. (기초) 미적분학에 관한 지식과 기능 습득

Quesada & Maxwell(1994)은 그래핑 계산기를 활용되도록 설계된 교과서와 그래핑 계산기를 가지고 기초 미적분학을 지도한 효과를 검증하는 연구를 수행했다. 이 연구에 따르면, 실험집단 학생들이 통제집단 학생들보다 문장제와 함수, 그래프 그리기, 방정식의 성질을 포함한 문제들로 출제된 학기말 시험에서 성적이 더 뛰어났다는 사실을 발견했다. Ruthven(1990)은 1년간 정기적으로 그래핑 계산기를 사용한 수업을 수강한 학생들과 그래핑 계산기를 정기적으로 사용하지 않은 수업을 수강한 학생들의 다항식 그래프 그리기에 관한 시험에서 이들의 수행능력 차이를 비교하였다. 주어진 그래프를 해석하는 데 있어서는 두 집단의 능력 사이에는 별 차이가 발견되지 않았지만, 주어진 그래프에 대한 함수식을 적는 문제에서는 처치집단이 유의미하게 더 높은 점수를 받았다.

Slavit(1998)의 연구에 따르면, 그래핑 계산기를 활용한 그래프적 방법에 대해 지속적인 강조에도 불구하고, 학생들은 기호적인 절차에 대한 선호를 계속 보였다. 이전 학년에서 기호를 강조하는 수학 수업의 영향, 현 수학 교과서의 평가 문항과 방법, 숙제로 내주는 문제 유형 등이 이런 연구 결과에 영향을 미쳤다고 했다. 이 연구에 따르면, 수학 수업에서 그래핑 계산기라는 도구 자체만으로는 수학 학습의 촉진제가 될 수 없다는 점을 시사하는 것으로 볼 수 있다.

미적분 수강 학생들의 문제 풀이 전략을 조사한 연구에 따르면(Harskamp, Suhre, & van Streun, 2000), 미적분 개념의 응용 능력을 증대시키기 위해서는 그래핑 계산기를 활용하는데 많은 시간을 보낼 필요가 있다. 이 연구는 세 가지 조건(1년간의 계산기 활용, 2개월간의 계산기 활용, 계산기 활용 없음)에 노출된 학생들을 대상으로 수행되었다. 두 처치집단 중 그래핑 계산기를 1년간 활용한 집단은 그래프에 관한 내용을 포함하지 않은 사후검사에서 2개월간 계산기를 활용하거나 계산기를 전혀 활용하지 않은 학생들보다 유의미하게 더 높은 성취를 보였다. 게다가 장기간 그래핑 계산기를 활용했던 학생들은 알고리즘적 접근뿐 아니라 그래프적 접근을 활용한 반면, 단기간 계산기를 활용한 학생들은 배웠던

모든 다른 전략 대신에 그래프적 전략을 주로 활용했다. 이 결과로 볼 때, 학생들의 그래핑 계산기 사용 시간의 증가는 학생들의 문제 풀이 전략의 범위를 확대시키는 것으로 나타났다고 추정된다. 이 연구에 따르면, 그래핑 계산기 접근에 있어 경험과 시간의 길이가 수학을 배우고 행하는데 있어 중요 요인이 된다고 볼 수 있다.

(기초) 미적분학에 대한 연구 결과에 따르면, 그래핑 계산기라는 도구에 의해서만 수학적 수행 능력에서의 차이가 나타난다고 할 수 없음을 시사하고 있다. 학생의 학습은 그래핑 계산기라는 도구 자체 외에 교육과정 내에서 도구의 역할, 동료와 교사와의 상호작용, 사용된 평가 유형과 문항, 개별 학생의 반성적 태도, 도구를 사용한 경험의 정도와 시간 등과 같은 다양한 요인에 영향을 받는다고 판단된다.

3. 연구문제 2에 대한 분석

일반적으로 학생들의 과제 해결 능력에서의 차이는 그래핑 계산기를 배운 방식에 좌우되는 듯하다. 응용문제 풀이를 배우는데 더 많은 시간을 보냈던 학생들은 응용문제에 대한 평가에서 높은 성취를 보였고, 반면에 절차적 지식 습득에 많은 시간을 보냈던 학생들은 절차적 문제에 대한 평가에서 높은 성취를 보였다. 하지만 그래핑 계산기를 제한적으로 사용했던 학생들은 이러한 결과에서 예외인 것 같다.

그래핑 계산기의 활용을 통해 습득된 수학적 지식과 기능에 대한 연구를 보면 대부분 함수, 대수, 기초 미적분학과 관련이 있었다. 그러나 이들 연구는 특정 수학적 개념이 아니라 주제별로 연구되었으므로 중요한 수학적 개념에 초점을 맞춘 연속적이고 누적적인 연구가 필요하다. 특히 그래핑 계산기의 활용이 학생들의 수학적 추론과 증명관에 어떤 영향을 주는지에 대한 연구가 필요하다고 본다.

연구문제 2에 초점을 둔 연구결과에 따르면, 학생들이 그래핑 계산기에 접근할 수 있을 때 그들의 수학 학습에 영향을 미친다고 했다. 하지만 접근성뿐만 아니라 상호작용, 이전 수학 지식과 신념, 그리고 계산기 활용 시간과 경력과 같은 여러 가지 변수가 어떻게 학생들의 학습에 복합적으로 영향을 미치는지 설명해 줄 후속적인 연구가 필요하다고 본다.

V. 결론

본 연구는 학생들이 그래핑 계산기를 활용하는 것이 학교수학의 교수-학습에 어떤 영향을 주는지를 알아보고자 선행 연구물을 분석하였다. 구체적으로, 학생

들이 그래핑 계산기를 사용하고자 하는 것은 어떤 유형의 수학 문제를 풀 때이며 그런 경우 어떻게 사용하는지, 그리고 그래핑 계산기를 사용함으로써 학생들은 어떤 수학적 지식과 기능을 배우게 되고, 이렇게 배운 지식과 기능을 어떻게 사용하는지에 대한 답을 얻고자 했다.

본 연구로부터 다음과 같은 연구 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 학생들이 그래핑 계산기를 사용해서 풀고자 하는 수학 문제는 주로 함수의 그래프를 그리고 설명하는 문제였지만, 그래프에 관한 문제이더라도 사용 시간과 경험이 적은 경우에는 그래핑 계산기를 사용하려고 하지 않았다.

둘째, 학생들은 그래핑 계산기를 계산, 변환, 자료 수집과 분석, 시각화, 그리고 검산의 도구로 주로 사용하였다. 대수 문제의 증명에서는 사용하지 않았고, 대수적 정보와 그래프 정보를 통합하는데 어려움이 있었다.

셋째, 그래핑 계산기를 사용한 학생들의 경우 함수 개념의 이해와 표상 능력의 향상이 있었고, 현실적 맥락의 대수 문제를 푸는 능력의 신장은 있었지만 대수의 절차적 기능의 향상에는 별다른 효과가 없었다. 그리고 여전히 대수 문장제를 기호를 사용하여 푸는 것을 선호했고, 그래프로 풀려고 하지 않았다. (기초) 미적분학의 경우, 문장제 문제, 함수, 그래프 그리기, 방정식 풀기에서는 효과가 있었지만, 그래프 해석에서는 효과가 크지 않았다. 그리고 그래프적 방법의 해결전략을 배웠음에도 불구하고 학생들은 여전히 기호적인 절차를 선호하여 문제를 해결하려고 했다.

이러한 연구 결과로부터 수학교실에서의 그래핑 계산기 활용에 대한 교수-학습 및 후속 연구에 대해 다음과 같은 제언을 내릴 수 있었다. 첫째, 수학의 교수-학습 과정에서 그래핑 계산기를 사용하는 경우, 교사는 학생들이 그래핑 계산기를 수학적 개념, 원리, 법칙에 대한 개념적 이해 없이 단순한 계산이나 대수적 절차와 알고리즘을 쉽게 대신해 주는 도구라는 인식을 갖지 않도록 주의해서 지도해야 한다. 특히 하 수준의 학생들은 이런 생각을 더 쉽게 가질 수 있다. 따라서 그래핑 계산기가 수학적 관찰, 탐구, 실험, 시각화, 추측제기를 위한 도구로 활용될 수 있도록 해야 할 것이다.

둘째, 학생들이 다양한 수학 문제 풀이에 그래핑 계산기의 도움을 받기 위해서는 상당 기간의 사용 시간과 활용 경험이 축적되어야 하므로 수학교실에서 단기간 사용에 의한 교수-학습의 효과를 기대하는 것은 어렵다. 따라서 수학교실에서 그래핑 계산기를 사용하여 수학을 교수-학습하려는 경우, 학기나 학년 단위로 활용 계획을 세워 실천해야 한다.

셋째, 그래핑 계산기를 사용하여 수학을 배우는 학생들과 이를 사용하지 않고 전통적인 방식으로 수학을 배우는 학생들의 수학에 대한 생각과 인식, 신념에 대한 연구가 있어야 할 것이다. 그리고 이들 두 집단 학생들의 문제 풀이나 탐구

과정, 수업 활동에서의 참여 정도의 차이를 알아보는 연구도 필요하다.

넷째, 평면기하, 통계, 삼각함수의 내용 영역에서의 그래핑 계산기 활용에 대한 연구가 추가적으로 필요하며, 중학생을 대상으로 중하 수준의 학생들의 그래핑 계산기 사용에 의한 수학적 개념 형성과 학업성취도에 대한 연구가 필요하다.

마지막으로, 학생들의 수학 학업성취도의 차이가 이들의 그래핑 계산기의 사용 유형과 방법에 어떤 영향을 미치는지 알아볼 필요가 있다. 그래핑 계산기를 적극적으로 사용하기 위해서는 수학 지식과 기능에 대한 습득이 필수적이며, 이에 따라 학생들의 계산기 사용 형태가 달라질 것이다. 이를 통해 학업성취도 향상을 위한 그래핑 계산기의 사용 유형과 방법에 대한 교수-학습상의 시사점을 찾을 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] Ballheim, C. (1999). How our readers feel about calculators. In Z. Usiskin(Ed.), *Mathematics education dialogues*(p. 4). Reston, VA: NCTM.
- [2] Boers, M. A., & Jones, P. L. (1994). Students' use of graphics calculators under examination conditions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25, 491-516.
- [3] Dahland, G., & Lingefjard, T. (1996). Graphing calculators and students' interpretations of results: A study in four upper secondary classes in Sweden. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 4(2-3), 31-50.
- [4] Doerr, H. M., & Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 143-163.
- [5] Drijvers, P., & Doorman, M. (1996). The graphics calculator in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 425-440.
- [6] Ellington, A. J. (2003). A meta-analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels in precollege mathematics classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), 433-463.
- [7] Fey, J. T., Heid, M. K., Good, R. A., Sheets, C., Blume, G. W., & Zbiek, R. M.(1995). *Concepts in algebra: A technological approach*. Dedham, MA: Janson Publications.
- [8] Forster, P. A., & Mueller, U. (2001). Outcomes and implications of students' use of graphics calculators in the public examination of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(1), 37-52.

- [9] Graham, A. T., & Thomas, M. O. J. (2000). Building a versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 265-282.
- [10] Guin, D., & Trouche, L. (1998). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195-227.
- [11] Harskamp, E. G., Suhre, C. J. M., & van Streun, A. (2000). The graphics calculator and students' solution strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(1), 37-52.
- [12] Hennessy, S., Fung, P., & Scanlon, E. (2001). The role of the graphic calculator in mediating graphing activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32, 267-290.
- [13] Hollar, J. C., & Norwood, K. (1999). The effects of a graphing-approach intermediate algebra curriculum on students' understanding of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 220-226.
- [14] Hong, Y., Toham, M., & Kiernan, C. (2000). Supercalculators and university entrance calculus examinations. *Mathematics Education Research Journal*, 12(3), 321-336.
- [15] Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 1-17.
- [16] Mackey, K. (1999). Do we need calculators? In Z. Usiskin(Ed.), *Mathematics education dialogues*(p. 3). Reston, VA: NCTM.
- [17] Merriweather, M., & Tharp, M. L. (1999). The effect of instruction with graphing calculators on how general mathematics students naturalistically solve algebraic problems. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18(1), 7-22.
- [18] Mitchelmore, M., & Cavanagh, M. (2000). Students' difficulties in operating a graphics calculator. *Mathematics Education Research Journal*, 12(3), 254-268.
- [19] National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- [20] National Council of Teachers of Mathematics(2005). *Technology-supported mathematics learning environments: Sixty-seventh yearbook*. Reston, VA: NCTM.

- [21] Quesada, A. R., & Maxwell, M. E. (1994). The effects of using graphing calculators to enhance college students' performance in precalculus. *Educational Studies in Mathematics*, 27(2), 205-215.
- [22] Ruthven, K. (1990). The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms. *Educational Studies in Mathematics*, 21(5), 431-450.
- [23] Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 362-389.
- [24] Slavit, D. (1998). Three women's understandings of algebra in precalculus course integrated with the graphing calculator. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 303-389.
- [25] Smith, B. A. (1997). A meta-analysis of outcomes from the use of calculators in mathematics education. (Texas A&M University, 1996). *Dissertation Abstracts International*, 58, 787A.
- [26] Texas Instruments (2002). *Handheld graphing technology in secondary mathematics: Research findings and implications for classroom practice*. Texas Instruments.
- [27] Thompson, D. R., & Senk, S. L. (2001). The effects of curriculum on achievement in second-year algebra: The example of the University of Chicago School Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 58-84.
- [28] Waits, B. K., & Demana, F. (2000). Calculators in mathematics teaching and learning: Past, present, and future. In E. D. Laughbaum(Ed.), *Hand-held technology in mathematics and science education: A collection of papers*. The Ohio State University.

Cho, Cheong-Soo
 Department of Mathematics Education
 College of Education
 Yeungnam University
 214-1 Dae-dong, Gyeongsan, Gyeongbuk
 712-749, Korea
 E-mail address: chocs@ynu.ac.kr