구형 위상구조 모델에 대한 볼륨메쉬 파라메터화

Volume Mesh Parameterization for Topological Solid Sphere Models

김준호[*], **이윤진**[**]
국민대학교 컴퓨터공학부[*], 아주대학교 미디어학부[**]

Junho Kim(junho@kookmin.ac.kr)[*], Yunjin Lee(yunjin@ajou.ac.kr)[**]

요약

메쉬 파라메터화는 입력으로 들어온 메쉬와 파라메터 영역 사이의 부드러운 일대일 대응함수를 구하는 것으로, 삼차원 스캐너를 통해 획득한 디지털형상을 여러 가지 응용문제에 활용하기 위해 필요한 디지털 형상 처리의 핵심기반기술이다. 본 논문에서는 구형 위상구조를 가지는 삼차원 물체에 대해, 표면뿐만 아니라 내부를 포함한 물체 전체를 단일 입방정육면체로 하모닉 매핑하는 새로운 삼차원 볼륨파라메터화 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 입력으로 들어온 볼륨메쉬의 표면을 정육면체와 동일한 위상구조를 가지는 여섯 개의 영역으로 나누고, 이를 이용하여 볼륨 파라메터화의 경계조건을 계산한다. 이후 경계조건을 만족하며 볼륨 내부의 하모닉 에너지를 최소화하는 하모닉 매핑을 계산하여 물체 내부까지 왜곡이 적은 삼차원 파라메터화 결과를 얻어낸다. 실험결과를 통해, 본 논문에서 제안하는 방법을 통해 다양한 구형 삼차원 모델에 대해 삼차원 볼륨파라메터화 결과를 효과적으로 얻을 수 있음을 확인하였다.

■ 중심어 : | 볼륨메쉬 파라메터화 | 구형 위상구조 모델 | 하모닉 파라메터화 |

Abstract

Mesh parameterization is the process of finding one-to-one mapping between an input mesh and a parametric domain. It has been considered as a fundamental tool for digital geometric processing which is required to develop several applications of digital geometries. In this paper, we propose a novel 3D volume parameterization by means that a harmonic mapping is established between a 3D volume mesh and a unit solid cube. To do that, we firstly partition the boundary of the given 3D volume mesh into the six different rectangular patches whose adjacencies are topologically identical to those of a surface cube. Based on the partitioning result, we compute the boundary condition as a precondition for computing a volume mesh parameterization. Finally, the volume mesh parameterization with a low-distortion can be accomplished by performing a harmonic mapping, which minimizes the harmonic energy, with satisfying the boundary condition. Experimental results show that our method is efficient enough to compute 3D volume mesh parameterization for several models, each of whose topology is identical to a solid sphere.

■ keyword : | Volume Mesh Parameterization | Topological Sphere Model | Harmonic Parameterization |

* 이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No. 2009-0077344) 및 2009년도 국민대학교 교내연구비를 지원받아 수행된 연구임.

접수번호 : #100325-002
접수일자 : 2010년 03월 25일
심사완료일 : 2010년 04월 13일
교신저자 : 김준호, e-mail : junho@kookmin.ac.kr

I. 서 론

삼차원 스캐너(3D scanner)를 이용한 역설계(reverse engineering) 기술이 보편화됨에 따라, 삼차원 형상(3D geometry) 데이터는 멀티미디어 콘텐츠 응용분야에서 음향, 영상, 비디오 데이터를 잇는 차세대 멀티미디어 데이터로써 각광받고 있다. 삼차원 스캐너를 이용하면 현실에 존재하는 삼차원 물체의 형상을 샘플링 할 수 있기 때문에, 물체와 동일한 모양을 가지는 가상의 디지털 형상(digital geometry) 데이터를 손쉽게 얻어낼 수 있다. 이렇게 얻어진 디지털 형상 데이터는 실제 물체를 이용하기 불가능하거나 비용이 많이 드는 영화, 디지털 콘텐츠, 가상현실, 게임, 시뮬레이션 등의 다양한 분야에서 활용되고 있다.

삼차원 스캐너를 통해 얻어진 디지털 형상의 원시데이터(raw data) 형태는 물체 표면(surface)에 대한 삼차원 위치정보를 샘플링 하여 다면체(polygon)로 근사한 표면메쉬(surface mesh)의 형태를 띠고 있다[6]. 표면메쉬는 렌더링(rendering), 충돌검사(collision detection) 등과 같이 물체의 외형정보만을 필요로 하는 콘텐츠 응용분야에서는 성공적으로 활용되어 왔으나, 물체에 대한 공학적 계산, 시뮬레이션 등과 같이 물체 내부의 정보까지 활용하여 현실성 있는 멀티미디어 콘텐츠를 생성하기에는 물체의 외형만을 표현하는 표면메쉬로는 그 한계를 가지고 있다.

최근, 컴퓨팅 성능의 향상과 더불어 보다 현실적인 멀티미디어 콘텐츠 생성에 관한 요구로 인해, 표면 데이터뿐만 아니라 물체 내부의 체적에 관련된 데이터를 효과적으로 활용할 수 있는 볼륨메쉬(volume mesh) 기반의 물체 표현법이 많은 관심을 받고 있다[7-9]. 볼륨메쉬는 물체 형상의 표면 및 내부의 삼차원 위치를 나타내는 정점(vertex)과 두 정점을 잇는 에지(edge), 에지로 둘러싸인 면(face), 면으로 둘러싸인 작은 체적을 표현하는 셀(cell) 등을 구성요소(primitive)로 이용하여 삼차원 물체의 체적을 조각별 선형 근사화(piecewise linear approximation)하는 물체 표현법이다.

형상 데이터가 다양한 응용분야에서 효과적으로 활용되기 위해서는 형상데이터에 대한 복잡한 수리적 연산이 손쉽게 정의될 수 있어야 한다. 메쉬 파라메터화(mesh parameterization)는 메쉬 M을 단순한 파라메터 영역 (parametric domain) D로 일대일 대응시켜 조각별 선형 근사화 되어 있는 메쉬 전체에 대해 부드러운 함수 $\phi : M \rightarrow D$를 정의하는 작업이다. 메쉬 파라메터화를 통해 형상 전체에 대한 부드러운 함수 ϕ가 정의되면, 함수 ϕ를 이용하여 메쉬 형태의 원시데이터를 이용하여 형상에 대한 수리적 연산을 손쉽게 정의할 수 있다. 따라서 메쉬 파라메터화에 관한 연구는 디지털 형상처리를 위한 기반기술로써 자리매김하고 있으며, 이에 관한 많은 선행연구가 있었다[1-4].

그러나 메쉬 파라메터화에 관한 대부분의 선행연구들은 표면메쉬와 이차원 평면과의 일대일 대응을 계산하는 표면메쉬 파라메터화(surface mesh parameterization)에 그 초점이 맞춰져 있었다[2]. 표면메쉬 파라메터화 기법을 이용하면 텍스처 매핑, 형상 변형 등과 같은 여러 가지 형상처리 응용문제를 해결될 수 있으나, 시뮬레이션 등과 같이 물체의 내부에 대한 계산을 필요로 하는 응용문제는 해결할 수 없다. 디지털 형상을 활용하여 보다 다양한 응용문제를 해결하기 위해서는 물체 표면뿐만 아니라 물체의 내부까지 파라메터값을 계산할 수 있는 볼륨메쉬 파라메터화 기법이 반드시 필요하다.

본 논문에서는 구형 위상 모델(topological sphere model)을 위한 새로운 삼차원 볼륨 파라메터화(volume parameterization) 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 입력으로 들어온 구형 위상구조의 볼륨메쉬 M을 각 변의 길이가 1인 입방 정육면체(unit solid cube) $D = \{(s,t,u) \mid 0 \le s,t,u \le 1\}$에 매핑(mapping)함으로써, 볼륨메쉬 M과 파라메터 영역 D간의 일대일 대응관계 $\phi : M \rightarrow D$를 도출하는 방법이다. 대다수의 삼차원 형상은 구형 위상(spherical topology) 구조를 가지기 때문에 제안하는 방법은 다양한 삼차원 물체에 대한 볼륨 파라메터화 결과를 효과적으로 얻을 수 있다.

II. 관련연구

메쉬 파라메터화는 디지털 형상의 활용을 위한 기반

기술로써 컴퓨터 그래픽스 분야에서 꾸준히 그에 관한 연구가 진행 중에 있다[1-4][6]. 메쉬 파라메터화는 주어진 메쉬를 단순한 구조를 가지는 파라메터 영역으로 변형시켜 원래의 형상과 파라메터 영역으로 변형된 형상 사이에 정의되는 일대일 대응관계를 구하는 과정이다. 이를 통해 형상 전반에 대해 부드러운 함수를 직관적으로 정의할 수 있기 때문에, 메쉬 파라메터화는 텍스쳐 매핑, 형상변형, 재메쉬화 및 압축 등 다양한 형상처리 분야에서 활용되고 있다. 메쉬 파라메터화에 관한 연구들의 전체적인 개관은 [2]를 참조하기 바라며, 여기서는 본 논문과 관련된 표면메쉬 파라메터화에 관한 주요 연구결과 및 삼차원 볼륨 파라메터화에 관한 최근연구에 관하여 살펴본다.

1. 표면메쉬 파라메터화

초기의 파라메터화 연구는 메쉬 상의 일부 정점들을 파라메터 영역에 고정시킨 다음, 고정된 정점들의 파라메터값을 다른 정점으로 확산(diffuse)시켜 최종 파라메터화 결과를 구하는 방법이 주로 연구되었다. 확산과정에서의 목적 함수에 따라 등각보존(angle preserving), 면적유지(area preserving)의 특성을 가지는 파라메터 결과를 얻을 수 있다[2]. Floater는 확산과정에서 하모닉 에너지(harmonic energy)를 최소화하기 위해 Laplace-Beltrami 연산자를 이산화(discretization)하고, 이를 이용하여 표면메쉬 파라메터화를 수행하였다. 이후, Levy 등 [1]과 Desbrun 등[3]은 Cauchy-Riemann 방정식 혹은 Dirichlet 에너지 최소화 기법을 통해, 메쉬 상의 특정부분을 파라메터 영역에 고정시킬 필요가 없는 자유경계 파라메터화(free-boundary parameterization) 방법을 고안하였다. 그러나 특정 정점들에 정의된 파라메터값을 다른 정점들로 확산하는 기존의 방법들은 파라메터 영역이 이차원 평면으로 한정된다는 단점이 있다. 따라서 입력으로 들어온 메쉬의 위상구조가 복잡할 경우, 입력 메쉬를 여러 개의 패치(patch)로 나눠 파라메터화 결과를 얻은 후 나온 모든 결과들을 인위적으로 조합해야 한다는 한계를 가지고 있다.

Gu와 Yau는 복잡한 위상을 가지는 물체에 대한 표면 파라메터화 방법을 최초로 제안하였다[4]. 복잡한 위상구조를 가지는 물체들은 위상적으로 다수의 핸들(handle)로 구성된 것으로 볼 수 있는데, [4]에서는 각 핸들마다 호몰로지 기저(homology basis)를 정의해 하모닉 매핑을 구한 다음, 각 하모닉 매핑들의 선형조합으로 전역파라메터화(global paramet erization)를 구하였다. Jin 등[10]은 리찌플로우(Ricci flow)를 통해 표면메쉬가 가지는 메트릭(metric), 즉 에지길이를 사용자가 지정한 가우스 곡률(Gaussian curvature)을 만족하도록 변형하는 파라메터화 방법을 제안하였다. 이 방법은 파라메터 영역이 복잡한 위상구조를 가지더라도 손쉽게 전역 파라메터화를 구할 수 있다는 장점이 있다.

그러나 기존의 표면메쉬 파라메터화 결과는 물체내부를 고려한 파라메터화 결과가 아니기 때문에, 볼륨 텍스쳐 생성, 시뮬레이션 등 물체의 볼륨을 다루는 응용분야에 쓰일 수 없다는 단점이 있다.

2. 볼륨 파라메터화

삼차원 볼륨 파라메터화는 비교적 최근에 들어 관련 연구가 진행되고 있는 추세이다. Li 등 [11]은 Green 함수를 이용하여 하모닉 볼륨 매핑을 계산하였다. 그러나 Green 함수는 전역적인 특성을 가지고 있어 Li 등 [11]이 제안한 방법은 볼륨 매핑을 계산하기 위한 선형 시스템이 상당히 복잡해진다는 단점이 있다. 또한, 입력으로 주어진 볼륨메쉬 밖에서 정의되는 오프셋 표면 부분에서 부가적인 샘플링 포인트를 잡아야 하며, 이로 인해 파라메터화 결과가 삼차원 볼륨의 표면상의 특징(feature)들을 잘 반영하지 못한다는 단점이 있다. Martin 등 [5]은 표면메쉬의 특이점으로 생기는 하모닉장(harmonic field)으로부터 표면메쉬 내부에 뼈대를 정의하고, 다시 뼈대의 각 마디마디에 대응하는 표면메쉬 상의 부분들을 실린더 기반의 볼륨으로 정의하는 볼륨 파라메터화 방법을 제안하였다. 또한, 각 실린더 기반의 볼륨은 B-스플라인 볼륨으로 근사함으로써, 주어진 물체에 대한 B-스플라인 볼륨화가 가능함을 보였다. 그러나 각 실린더 기반의 볼륨에서 원형 파라메터화 방법을 쓰기 때문에 리샘플링 시 수치적으로 안정적이지 않다는 단점이 있다.

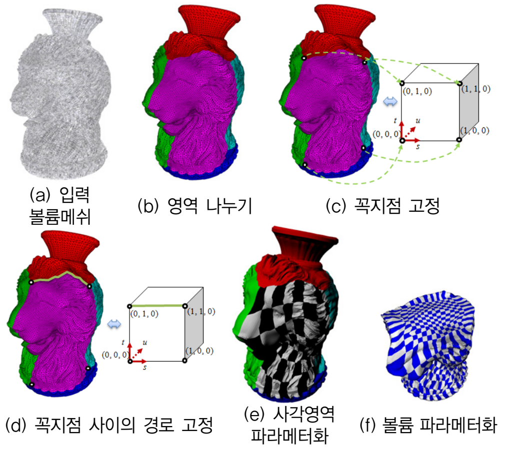


그림 1. 입방체 볼륨 파라메터화의 전체과정

III. 입방체 볼륨 파라메터화

본 논문에서는 입방체 구(solid sphere)와 위상이 동일한 입력 볼륨메쉬 M와 각 변의 길이가 1인 단일 입방 직육면체 $D=\{(s,t,u)\,|\,0 \le s,t,u \le 1\}$ 간의 부드러운 일대일 대응관계 $\phi : M \to D$를 계산함으로써 주어진 볼륨메쉬에 대한 볼륨 파라메터화 방법을 제안한다. [그림 1]은 본 논문에서 제안하는 볼륨 파라메터화의 전체과정을 보여주고 있다. 제안하는 볼륨파라메터화 알고리즘의 입력은 사면체 볼륨메쉬(tetrahedral volume mesh)이며, 출력은 각 정점 v_i이 파라메터 영역 D에 속하는 파라메터값 (s_i,t_i,u_i)을 가지는 볼륨메쉬가 된다.

[그림 1]에서 나타난 바와 같이 입력 볼륨메쉬와 파라메터 영역인 입방 정육면체 (solid cube) 간의 일대일 대응은 크게 경계조건(boundary condition) 계산과 이를 바탕으로 한 내부 파라메터값 계산의 두 단계로 이루어진다.

경계조건 계산은 입력 볼륨메쉬의 표면에 대해 파라메터값을 설정하는 것으로, 이는 [그림 1](b)-(d)에서 나타난 바와 같이 입력 볼륨메쉬 M의 표면 ∂M과 파라메터 영역인 입방 정육면체 D의 표면 $\partial D=\{(s,t,u)|s,t,u=0 \text{ or } 1\}$ 사이의 일대일 대응관계 $\partial\phi : \partial M \to \partial D$를 계산하는 과정이다. 우선, 볼륨메쉬의 표면 ∂M을 [그림 1](b)에서와 같이 표면 정육면체(cube) ∂D와 위상적으로 동일하게 여섯 개의 사각영역으로 분할한다. 이후, 정육면체의 꼭지점과 대응하는 여덟 개의 모서리 정점들에 대해 [그림 1](c)와 같이 파라메터값을 고정시킨다. [그림 1](d)와 같이 정육면체의 꼭지점에 대응하는 두 정점을 잇는 경로를 볼륨메쉬의 표면에서 구한 후, 경로 상의 각 정점에 대한 파라메터값을 계산한다. 네 개의 경로로 둘러쌓인 볼륨메쉬 표면에 있는 사각패치에 대해서는 [그림 1](e)와 같이 표면 파라메터화(surface parameterization)를 수행하여 사각패치 상에 있는 정점들에 대한 파라메터값을 얻어낸다. 이와 같이 경계조건 계산이 끝나게 되면, 입력 볼륨메쉬의 표면에 존재하는 모든 정점들은 파라메터 영역인 입방 정육면체의 표면에 대응하는 파라메터값을 가지게 된다.

볼륨메쉬 내부에 대한 파라메터값은 이전 단계에서 구한 경계조건 계산 결과인 $\partial\phi : \partial M \to \partial D$를 활용하여 다음과 같이 구한다. 경계조건의 결과, 즉 볼륨메쉬의 표면영역에 설정되어 있는 파라메터값들을 제한조건(constraint)으로 고정한 후, 볼륨메쉬의 내부에 있는 정점들에 대한 파라메터값은 하모닉 매핑(harmonic mapping)을 통해 [그림 1](f)와 같이 계산하여 최종적인 볼륨 파라메터화 결과 $\phi : M \to D$를 도출하도록 한다.

각 단계에 대한 구체적인 알고리즘을 살펴보면 다음과 같다.

1. 볼륨메쉬 파라메터화를 위한 경계조건 계산 $(\partial\phi : \partial M \to \partial D)$

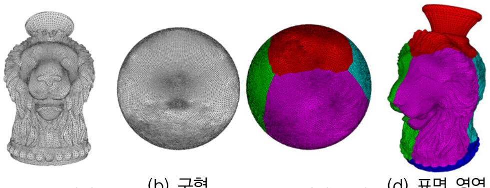
일반적으로 파라메터화 계산 시, 경계조건을 어떻게 주느냐에 따라 내부의 파라메터화 결과 및 파라메터화의 왜곡(distortion) 정도가 달라진다[2]. 본 논문에서 다루는 볼륨 파라메터화의 경우, 볼륨메쉬 표면에 대한 파라메터값이 볼륨 파라메터화에 대한 경계조건의 역할하며, 이를 어떻게 설정하느냐에 따라 최종적인 볼륨 파라메터화의 결과가 달라진다. 일반적으로 경계의 형상을 고려하여 파라메터값들을 경계영역에 고르게 분

포시키는 것이 최종적으로 왜곡(distortion)이 적은 파라메터화 결과를 도출해 내는 것으로 알려져 있다[2].

본 논문에서는 구형 위상구조를 가지는 입력 볼륨메쉬 M에 대해 그 표면 ∂M을 구(sphere) 표면에 고르게 분포시켜 볼륨메쉬의 표면 영역을 정육면체와 동일한 위상구조를 가진 여섯 개의 사각영역으로 나눈 후, 분할된 각 사각영역에 대해 표면 파라메터화를 수행함으로써 볼륨메쉬 파라메터화를 위한 경계조건을 계산하였다.

1.1 표면영역 분할

입력 볼륨메쉬는 입방체 구와 동일한 위상구조를 가지므로, 볼륨메쉬의 경계영역 ∂M에 대응하는 파라메터 영역은 입방 정육면체의 경계영역인 표면 정육면체 $\partial D = \{(s,t,u)|s,t,u=0 \text{ or } 1\}$가 되어야 한다. 표면영역 분할 단계에서는 입력 볼륨메쉬의 표면을 정육면체와 동일한 위상구조를 가지는 여섯 개의 사각 영역으로 구분 짓는 것을 목표로 한다. 뿐만 아니라, 표면영역분할의 결과가 볼륨메쉬 파라메터화의 경계조건으로 쓰이기 때문에, 볼륨메쉬 파라메터화의 왜곡을 최소화하기 위해 표면영역 분할 단계에서 얻어지는 여섯 개의 사각영역들이 최대한 유사한 크기와 모양을 가질 수 있도록 해야 한다. 이와 같은 조건을 만족시키며 입력 볼륨메쉬에 대한 표면영역 분할을 수행하기 위해, 본 논문에서는 구형 파라메터화 (spherical parameterization) 기법[12]을 활용하는 방법을 제안한다.



(a)볼륨 메쉬	(b) 구형 파라메터화	(c) 구 영역 분할	(d) 표면 영역 분할

그림 2. 구형 파라메터화를 이용한 표면영역의 분할

[그림 2]는 표면메쉬에 대한 구형 파라메터화를 활용하여, 볼륨 파라메터화에 필요한 경계조건 계산을 효과적으로 하는 과정을 보여주고 있다. [그림 2](a)에서 나타난 바와 같이 주어진 볼륨메쉬의 표면영역에 해당하는 지너스-0(genus-0)인 표면메쉬 ∂M에 대해 구형 파라메터화를 수행하면 형상 왜곡을 최대로 줄이면서 [그림 2](b)와 같이 구 형상으로 변형시킬 수 있다. 이제 구 형상으로 변형된 표면영역은 자동으로 [그림 2](c)에서와 같이 구상에서 동일한 넓이를 가지며 서로간의 인접 관계는 정육면체와 같은 여섯 개의 사각영역으로 손쉽게 나뉠 수 있다. [그림 2](d)는 구상에서 여섯 개의 영역으로 나눠진 결과를 이에 대응하는 볼륨메쉬의 표면 영역 ∂M에 나타낸 결과이다. 그림 2에서 보이는 바와 같이 본 논문에서 제안하는 방법은 주어진 볼륨메쉬의 표면([그림 2](a))을 정육면체와 동일한 위상구조를 가지는 여섯 개의 사각영역([그림 2](d))들로 자동으로 나눌 수 있으며, 각 사각영역은 비교적 유사한 형태를 가진다.

만일 사용자가 앞서 설명한 바와 같이 주어진 볼륨메쉬의 표면영역이 자동으로 분할되는 것을 원하지 않을 경우, 다음과 같은 대화식 방법(interactive method)을 통해 사용자의 요구를 반영하며 효과적으로 분할할 수 있다. 우선, [그림 2](b)와 같이 입력으로 들어온 볼륨메쉬의 표면영역에 대해 구형 파라메터화 결과를 계산해 놓는다. 이후, 사용자가 정육면체의 모서리 꼭지점에 대응하는 여덟 개의 정점을 볼륨메쉬의 표면에 대화식으로 지정한다. 사용자가 지정한 여덟 개의 정점으로부터 그에 대응하는 구상의 지점은 미리 계산해 둔 구형 파라메터화 결과를 활용하여 쉽게 알 수 있다. 따라서 사용자가 지정한 여덟 개의 지점을 활용하여 구상의 측지선 열두 개를 계산하면 위상적으로 정육면체 형태를 띠도록 볼륨메쉬의 표면을 여섯 개의 영역으로 분할할 수 있다. 이와 같은 대화식 방법은 사용자가 지정한 여덟 개의 정점의 위치에 따라 서로 다른 표면영역 분할 결과를 얻을 수 있기 때문에 사용자가 자동분할된 표면영역이 마음에 들지 않을 경우 효과적으로 표면영역 분할을 업데이트할 수 있다.

이제, [그림 2]과 같은 과정을 통해 얻어진 여섯 개의 사각영역으로부터 볼륨메쉬 파라메터화에 활용될 경계조건 계산 과정을 살펴본다.

1.2 표면영역에 대한 경계조건 계산

표면영역 분할을 통해 입력으로 들어온 볼륨메쉬의 표면은 위상적으로 정육면체와 동일한 여섯 개의 사각 조각으로 분할되어 있다. 이제, 분할된 표면영역에 대해 표면 파라메터화를 계산함으로써 볼륨 파라메터화 계산을 위한 경계조건을 구하고자 한다. 경계조건 설정은 여덟 개의 모서리정점, 열두 개의 모서리경로, 그리고 여섯 개의 사각영역에 대한 파라메터화를 순차적으로 수행함으로써 이루어진다.

우선, [그림 1](c)에서와 같이 파라메터 영역의 각 모서리에 대응하는 볼륨메쉬 표면상의 여덟 개의 정점들은 표면영역 분할 과정에서 얻어진 대응관계를 통해 파라메터값을 부여하도록 한다.

다음으로, [그림 1](d)와 같이 표면 정육면체 ∂D의 각 에지에 대응하는 볼륨메쉬 표면영역 ∂M 상의 각 경로 P에 대한 파라메터값을 계산한다. 볼륨메쉬 표면상의 경로는 모서리에 대응하는 두 정점을 잇는 연속된 에지들의 집합이므로, 경로 P를 에지들로 연결된 개의 연속된 정점들 $(v_1^P, v_2^P, \cdots, v_n^P)$로 이루어져 있다고 볼 수 있다. 경로 P의 양끝점 v_1^P과 v_n^P은 정육면체의 꼭짓점에 대응하는 정점들로 이미 파라메터값이 설정되어 있기 때문에, 경로 P 내부에 존재하는 임의의 정점 v_i^P에 대한 파라메터값 $\phi(v_i^P)$은 [수식 1]과 같이 양끝 점으로부터의 길이비로 계산할 수 있다.

$$\phi(v_i^P) = (1-t) \cdot \phi(v_1^P) + t \cdot \phi(v_n^P) \qquad (1)$$

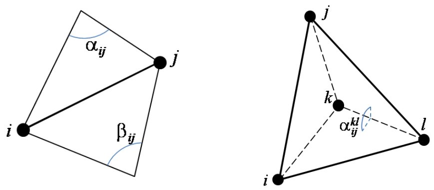
$$\left(\text{단, } t = \frac{\sum_{l=1}^{i-1} \| v_l^P - v_{l+1}^P \|}{\sum_{l=1}^{n-1} \| v_l^P - v_{l+1}^P \|}\right).$$

이제, [그림 1](e)와 같이 파라메터 표면영역 ∂D의 각 사각 면에 대응하는 볼륨메쉬의 표면상의 사각영역에 대한 파라메터값을 계산하고자 한다. 사각영역은 [그림 1](e)와 같이 서로 다른 네 개의 경로들로 둘러싸여 있으며, 각 경로들에 대한 파라메터값은 이전 단계에서 이미 계산해 모두 알고 있는 상태이다. 따라서 사각영역 내부에 대한 파라메터값은 사각영역 내부의 하모닉 에너지(harmonic energy)를 최소화하여 다음과 같이 계산할 수 있다. 사각영역 내부의 각 정점 v_i^F라 하면 사각영역에 포함된 정점들은 하모닉 에너지를 최소화하기 위해 [수식 2]와 같이 Laplace-Beltrami 연산자 [13]를 만족하게 된다.

$$\Delta\phi(v_i^F) = \sum_{j \in N_i^F} w_{ij}^F(\phi(v_j^F) - \phi(v_i^F)) = 0 \qquad (2)$$

$$\left(\text{단, } w_{ij}^F = \frac{1}{2}(\cot\alpha_{ij} + \cot\beta_{ij})\right).$$

여기서 w_{ij}^F는 사각영역 안에 있는 각 에지 (v_i^F, v_j^F)에 대한 가중치(weight)를 나타내며, [그림 3](a)에서 나타난 바와 같이 해당 에지에 달린 두 삼각형의 모양으로부터 결정된다.



(a) 사각영역의 에지 가중치 w_{ij}^F (b) 볼륨내부의 에지 가중치 w_{ij}^C

그림 3. 에지 가중치

각 사각영역 내부에 존재하는 모든 정점들에 대한 Laplace-Beltrami 연산자 관련 수식을 동시에 고려하면 하나의 선형시스템(linear system)이 수립되는데, 선형시스템 상의 행렬의 요소는 w_{ij}^F에 의해 결정된다. 이때, $w_{ij}^F = w_{ji}^F$로 인해 선형시스템의 행렬은 대칭행렬이 되며, 주어진 선형시스템을 켤레 구배법(conjugate gradient)을 이용하여 파라메터값을 선형시간(linear time)에 효과적으로 구할 수 있다. [그림 1](e)는 여섯 개의 사각영역에 대해 파라메터값 계산결과를 텍스쳐 매핑(texture mapping)을 통해 가시적으로 보여주고 있다.

2. 내부영역의 파라메터화($\phi : M \rightarrow D$)

이제, 볼륨 파라메터화에 대한 경계조건이 모두 구해졌으므로, 볼륨메쉬의 내부정점에 대한 파라메터값을 계산할 준비가 되었다. 주어진 볼륨메쉬의 내부영역에 존재하는 정점에 대한 파라메터값은 볼륨메쉬 표면 상의 경계조건 $\partial\phi : \partial M \rightarrow \partial D$을 만족하면서 볼륨메쉬 내부의 하모닉 에너지를 최소화하는 방향으로 구할 수 있다. 즉, 볼륨메쉬 내부의 각 정점 v_i^C는 [수식 3]과 같은 볼륨메쉬에 대한 Laplace-Beltrami 연산자[13]를 만족해야 한다.

$$\triangle\phi(v_i^C) = \sum_{j \in N_i^C} w_{ij}^C(\phi(v_j^C) - \phi(v_i^C)) = 0 \qquad (3)$$

$$(\text{단, } w_{ij}^C = \sum_{(i,j,k,l) \in N_{(i,j)}^C} \cot\alpha_{ij}^{kl}).$$

여기서, w_{ij}^C는 볼륨메쉬 내부에 존재하는 에지 (v_i^C, v_j^C)에 대한 가중치(weight)를 나타내며, $N_{(i,j)}^C$ 는 에지 (v_i^C, v_j^C)에 인접한 사면체들의 집합을 나타낸다. 각 에지의 가중치 w_{ij}^C는 [그림 3](b)에서 나타난 바와 같이 해당 에지에 달린 사면체들의 모양으로부터 결정된다.

볼륨메쉬의 표면영역이 아닌 내부영역에 있는 모든 정점들에 대해 위의 수식을 동시에 고려하면 하나의 선형시스템이 수립되는데, 선형시스템 상의 행렬의 요소는 w_{ij}^C에 의해 결정된다. 이때, $w_{ij}^C = w_{ji}^C$로 인해 선형시스템의 행렬은 대칭행렬이 되며, 이 선형시스템 역시 켤레 구배법(conjugate gradient)을 이용하여 선형시간(linear time)만에 효과적으로 해를 구할 수 있으며, 이 같은 방법으로 구해진 해는 볼륨메쉬 내부에 있는 정점들에 대한 파라메터값에 해당한다. [그림 1](f)는 볼륨메쉬의 내부를 포함한 볼륨메쉬 전체에 대한 파라메터값 계산 결과를 텍스쳐 매핑을 통해 시각적으로 보여주고 있다. 내부의 파라메터 결과를 보여주기 위해, [그림 1](f)에서는 파라메터 영역 $D = \{(s,t,u) \mid 0 \le s, t \le 1 \text{ and } 0 \le u \le 0.5\}$에 대응하는 볼륨메쉬 M의 일부를 보여주고 있다.

IV. 실험결과

본 논문에서 제안하는 볼륨메쉬 파라메터화 알고리즘은 사면체의 집합으로 표현된 볼륨메쉬가 입력으로 들어온다고 가정한다. 만일, 표면메쉬로 표현된 물체에 대해 본 논문에서 제안하는 볼륨메쉬 파라메터화 알고리즘을 수행하고자 한다면, 표면메쉬를 Delaunay 사면체화(Delaunay tetrahedralization)를 수행하여 표면메쉬를 볼륨메쉬의 형태로 변환시킨 후, 제안한 볼륨메쉬 파라메터화 알고리즘의 입력으로 주면 된다.

[그림 4]는 표면메쉬로부터 Delaunay 사면체화를 통해 볼륨메쉬를 얻어낸 결과를 보여주고 있다. [그림 4]의 윗줄에 위치한 모델은 표면메쉬이며 아랫줄에 위치한 모델은 Delaunay 사면체화 과정을 통해 얻어낸 볼륨메쉬의 내부를 볼 수 있도록 사면체들의 일부만 그린 것이다.

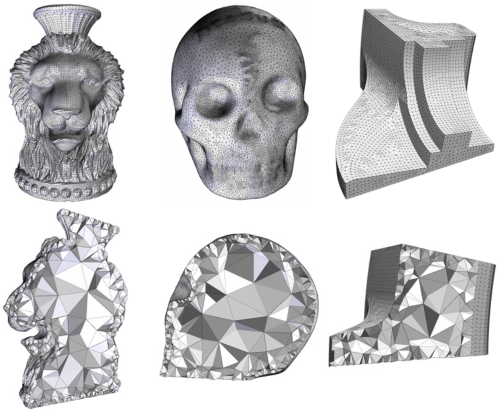
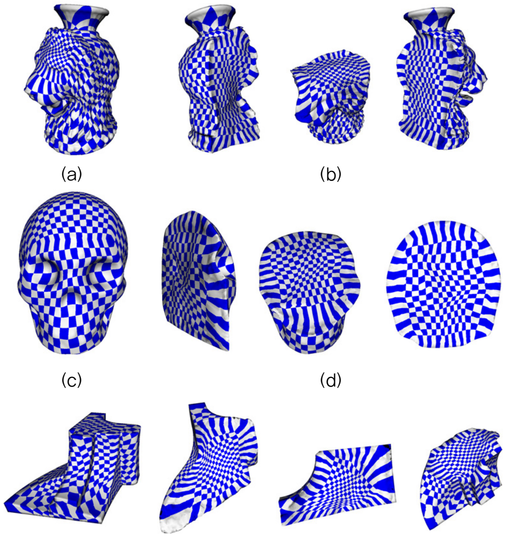


그림 4. Delaunay 사면체화를 통해 생성한 볼륨메쉬의 내부 단면

[그림 5]는 여러 가지 볼륨메쉬에 대한 파라메터화 결과를 보여 준다. [그림 5](a), (c), (e)는 각각 lion_vase, skull, fandisk 모델에 대한 경계조건 계산 결과를 텍스쳐 매핑을 통해 가시적으로 보여주고 있으며, [그림 5](b), (d), (f)는 볼륨메쉬 내부의 파라메터화 결과를 효과적으로 가시화하기 위해 파라메터 공간 중 특정 영역에 대응하는 볼륨메쉬 부분을 텍스쳐 매핑하여

보여주고 있다. Martin 등[5]이 제안한 방법의 결과들([5]의 [그림 2][그림 3][그림 10])과 비교하였을 때, 본 논문에서 제안하는 방법은 물체 내부 및 특이점 근처에서 파라메터값 쏠림 현상이 현저하게 적게 나타남을 볼 수 있다. 또한, Li 등[11]이 제안한 방법의 결과([11]의 [그림 3])와 비교하면, 본 논문은 주어진 볼륨메쉬의 표면을 그대로 사용하므로 표면상에서 파라메터값이 보다 적은 왜곡을 가짐을 볼 수 있다.



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

그림 5. 여러 가지 모델의 파라메터화 결과: (a), (c), (e), 볼륨메쉬의 파라메터화 결과. (b), (d), (f), 좌에서 우로 $\{(s,t,u) \mid 0 \le t,u \le 1 \text{ and } 0 \le s \le 0.5\}$, $\{(s,t,u) \mid 0 \le u,s \le 1 \text{ and } 0 \le t \le 0.5\}$, $\{(s,t,u) \mid 0 \le s,t \le 1 \text{ and } 0 \le u \le 0.5\}$인 파라메터 영역에 대응하는 볼륨메쉬 내부의 일부를 텍스쳐 매핑으로 가시화한 결과.

수행시간은 가장 복잡한 모델인 lion_vase의 경우 2분 10초 정도가 소요되었다. 유사한 복잡도를 가지는 모델에 대해 30분 정도의 수행시간을 필요로 하는 관련 연구[5][11]에 비해 계산시간 측면에서 성능 향상이 있었다. 제안하는 방법의 수행시간 중 약 2분 정도는 표면영역 분할과정에서 소요되었으며, 나머지 10여초 정도가 표면영역 파라메터화 및 볼륨 파라메터화 계산을 위한 선형시스템 계산에 소요되었다. 본 논문은 현재 비선형 시스템에 기반을 둔 구형 파라메터화 알고리즘[12]을 활용하고 있으나, 향후 보다 빠른 구형 파라메터화 방법을 도입함으로써 전체적인 계산시간을 단축할 수 있을 것으로 기대한다.

V. 결론

본 논문에서는 위상구조가 입방체 구와 동일한 임의의 삼차원 볼륨메쉬에 대한 새로운 삼차원 입방체 파라메터화 방법을 제안하였다. 제안하는 방법은 입력으로 들어온 삼차원 볼륨메쉬의 표면 영역에 대해 구형파라메터 기법을 사용, 효과적으로 표면영역을 직육면체와 동일한 위상구조를 가지는 여섯 개의 사각영역으로 분할하고, 분할된 표면영역에 대해 표면 파라메터화를 수행함으로써 경계조건을 계산하였다. 내부의 파라메터값은 삼차원 볼륨메쉬에 대해 정의되는 하모닉 에너지를 최소화하는 하모닉 매핑을 계산함으로써 왜곡이 적은 삼차원 파라메터화 결과를 얻었다.

향후, 표면메쉬에 대한 리찌플로우 기법 등을 통해 삼차원 파라메터화에 대한 경계조건을 계산하는 연구가 필요할 것으로 보인다. 뿐만 아니라, 특히, 고유값 분석(eigen analysis) 및 Morse-Smale 복체 계산을 통해 입력 볼륨을 여러 개의 볼륨영역으로 분할한 후, 전역 파라메터화를 수행하여 보다 왜곡을 줄이는 방법을 연구할 필요가 있다.

참 고 문 헌

[1] B. Lévy, S. Petitjean, N. Ray, and J. Maillot, "Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation," Proc. ACM SIGGRAPH '02, pp.362-371, 2002.

[2] M. S. Floater and K. Hormann, "Surface Parameterization: A Tutorial and Survey," Advances in Multiresolution for Geometric Modelling, pp.157-186, 2005.

[3] M. Desbrun, M. Meyer, and P. Alliez, “Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes,” Computer Graphics Forum (Proc. Eurographics '02), Vol.21, No.3, pp.209-218, 2002.

[4] X. Gu and S.-T. Yau, “Global Conformal Parameterization,” Proc. Symp. Geometry Processing, pp.127-137, 2003.

[5] T. Martin, E. Cohen, and M. Kirby, “Volumetric Parameterization and Trivariate B-Spline Fitting using Harmonic Functions,” Proc. ACM Symp. Solid and Physical Modeling, pp.269-280, 2008.

[6] P. Schröder and W. Sweldens, “Digital Geometry Processing,”SIGGRAPH 2001 Course Notes, 2001.

[7] F. Labelle and J. R. Shewchuk, “Isosurface Stuffing: Fast Tetrahedral Meshes with Good Dihedral Angles,” ACM Trans. Graphics, Vol.26, No.3, article Vo.57, 2007.

[8] K. Takayama, M. Okabe, T. Ijiri, and T. Igarashi, “Lapped Solid Textures: Filling a Model with Anisotropic Textures,” ACM Trans. Graphics, Vol.27, No.3, article No.53, 2008.

[9] J. Tournois, C. Wormser, P. Alliez, and M. Desbrun, “Interleaving Delaunay Refinement and Optimization,” ACM Trans. Graphics, Vol.28, No.3, article No.75, 2009.

[10] M. Jin, J. Kim, F. Luo, and X. Gu, “Discrete Surface Ricci Flow,” IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics, Vol.14, No.5, pp.1030-1043, 2008.

[11] X. Li, X. Guo, H. Wang, Y. He, X. Gu, and H. Qin, “Harmonic Volumetric Mapping for Solid Modeling Applications,” Proc. ACM Symp. Solid and Physical Modeling, pp.109-120, 2007.

[12] C. Gotsman, X. Gu, and A. Sheffer, “Fundamentals of Spherical Parameterization for 3D Meshes,” ACM Trans. Graphics, Vol. 22, No.3, pp.358-363, 2003.

[13] M. Reuter, F-E. Wolter, and N. Peinecke, “Laplace-Beltrami Spectra as "ShapeDNA" of Surfaces and Solids,” Computer-Aided Design Vol.38, No.4, pp.342-366, 2006.

저 자 소 개

김 준 호 (Junho Kim) 정회원

- 1998년 2월, 2000년 2월, 2005년 2월 : 포스텍 컴퓨터공학과 (공학사, 공학석사, 공학박사)
- 2005년 3월 ~ 2005년 10월 : 포스텍 박사후 연구원
- 2005년 11월 ~ 2008년 2월 : 뉴욕주립대 (스토니브룩 소재) 포스트닥 연구원
- 2008년 3월 ~ 2009년 2월 : 동의대학교 게임공학과 전임강사
- 2009년 3월 ~ 현재 : 국민대학교 컴퓨터공학부 전임강사

<관심분야> : 컴퓨터 그래픽스, 실시간 렌더링, 디지털 형상처리

이 윤 진 (Yunjin Lee) 정회원

- 1999년 2월, 2005년 8월 : 포스텍 컴퓨터공학과 (공학사, 공학박사)
- 2005년 9월 ~ 2006년 5월 : 포스텍 박사후 연구원
- 2006년 5월 ~ 2007년 6월 : 미시간 대학교 박사후 연구원
- 2007년 6월 ~ 2007년 10월 : 포스텍 박사후 연구원
- 2007년 10월 ~ 2008년 2월 : 서울대학교 BK21 연구교수
- 2008년 3월 ~ 현재 : 아주대학교 미디어학부 조교수

<관심분야> : 컴퓨터 그래픽스, 비사실적 렌더링, 디지털 형상처리