

# 재고부족 비용을 고려한 공정-저장조 망구조의 최적설계

## Optimal Design of Process-Inventory Network Considering Late Delivery Costs

서근학, 이경범\*

(Kuen-Hack Suh and Gyeongbeom Yi)

**Abstract:** This study deals with stockout costs in the supply chain optimization model under the framework of batch-storage network. Stockout is very popular in chemical industries. Estimating stockout cost involves an understanding of customer reactions to a seller being out of stock at the time the customer wants to buy an item. This involves massively non-trivial work such as direct customer interviews and extensive mail survey. In this study, we will introduce a new interpretation of stockout costs combined with batch-storage network optimization model and thus suggest an easy way of estimating stockout costs. Optimization model suggest that optimal process and storage sizes considering stockout cost are smaller than those that do not consider stockout cost. An illustrative example support the analytical results.

**Keywords:** optimal lot size, process-inventory network, stockout cost

### I. 서론

본 논문은 공정-저장조 망구조 이론을 바탕으로 하여 공급 사슬망 최적화 모형에서 재고부족 비용에 대한 연구를 다룬다. 재고부족현상은 화학산업에서 매우 흔하게 일어난다. 특히 하나의 생산선이 다수의 제품을 생산할 때 여러 제품간의 재고의 불균형으로 인해 어떤 제품의 재고부족과 다른 제품의 과잉생산을 피할 수 없다. 예를 들어 HDPE, PP, LDPE 와 LLDPE 같은 대부분의 범용 고분자 공장은 반응, 사출과 포장단계로 이루어져 있다. 반응단계의 운전은 하나의 공정이 다수의 제품을 순서대로 생산한다는 면에서 회분식 공정의 특성을 가지고 있을 뿐만 아니라 제품의 일회 생산량이 가변적이고 생산제품을 변환할 때 공정이 연속운전을 한다는 면에서 연속공정의 특성을 동시에 가지고 있다. 사출과 포장단계의 운전형태는 반연속식이다. 생산계획은 반응단계에서 순서 의존적인 제품변환 비용을 줄이기 위하여 제품변환 횟수가 줄도록 작성된다. 그러나 반응단계에서 제품변환 횟수가 줄면 최종 포장단계에서 어떤 제품의 재고과잉과 다른 제품의 재고부족현상을 일으킨다. 이 결과는 재고과잉 제품의 재고유지비용을 증가시키고 재고부족 제품의 역주문 비용 또는 판매유실 비용을 증가시킨다.

비록 공급사슬망 최적화에 관한 상당수의 연구문헌들이 재고부족 비용을 매개변수로서 모형에 포함시키고 있지만 [1,2] 이 비용을 평가하는 방법에 대한 연구는 거의 찾아보기 어렵다. 재고부족 비용을 평가하려면 고객이 물건을 구매하려고 할 때 재고부족이 발생했을 경우 고객의 판매자에 대한 반응을 이해해야 한다. 재고부족 비용을 평가하는데 확률적 분석과 결합하여 의사결정 나무구조 모형이 제안되었다[3]. 고객의 행위를 묘사하기 위하여 이 방법이 필요로 하는 입력자료는 직접 인터뷰를 하거나 광범위한 우편설문조

사에 의해 수집해야 되므로 매우 힘든 일이다. 본연구에서는 공정-저장조 망구조 최적화 이론과 결합하여 재고부족 비용에 대한 새로운 해석을 소개하고, 재고부족 비용을 평가하는 보다 쉬운 방법을 제시한다

본 연구에서 공장의 구조는 원부자재 구매, 생산, 수송과 최종 제품 수요와 같은 대부분의 공급 사슬망 성분을 포함하는 공정-저장조 망구조를 채택한다. 병렬 시스템[4], 순차적인 다단계 시스템[5], 재순환 흐름을 포함하는 비순차 구조[6], 재무적 작업과 현금흐름[7], 반연속 공정[8] 그리고 불확실성과 폐기물 처리공정[9]을 내포하는 공정-저장조 망구조의 최적설계 문제에 대한 해석적인 해를 구하는데 사각과 모형이 성공적으로 사용되었다. 본 연구는 이중 참고문헌[6]의 내용을 바탕으로 전개될 것이다.

### II. 변수와 매개변수의 정의

본 연구에서 사용되는 변수와 수식의 일부를 간단히 정의하고자 한다. 원료물질을 다수의 물리화학적 공정을 거쳐 최종제품으로 변환하고 이들을 고객에게로 수송하는 공급 사슬 시스템은 그림 1(a)에 나타난 것처럼 저장조 집합 ( $J$ )와 회분식 공정 집합 ( $I$ )로 구성되어 있다(단 여기서 추가적인 수학적 처리를 거치면 반연속 공정도 포함될 수 있다). 각 공정은 고정된 조성의 ( $f_i^j$ ) 다수의 원료물질을 필요로 하고, 고정된 수율의 ( $g_i^j$ ) 다수의 제품의 생산한다. 만약 저장조와 공정 사이에 물질흐름이 없으면 해당되는 원료조성이나 제품수율은 0 이다. 각 저장조는 한개의 물질로 채워져 있지만 같은 물질은 다른 위치에 있는 다수의 저장조에 보관될 수 있다. 그림 1(b)에 나타난 것처럼 각 저장조는 4가지 형태의 물질이동, 즉 원료공급자  $k$ 로부터 구매 ( $k \in K(j)$ ), 고객  $m$ 에 대해서 출하 ( $m \in M(j)$ ), 공정으로 원료주입과 공정으로부터 제품반출로 구성되어 있다. 원료공급자 집합  $K(j)$ 와 소비자 집합  $M(j)$ 는 저장조에 따라 다르다.

그림 1(c)에 나타난 것처럼 공정으로부터 저장조로의 (또는 저장조로부터 공정으로의) 물질흐름은 사각과 모형으로 표현

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 12. 7., 수정: 2010. 3. 2., 채택확정: 2010. 3. 5.

서근학, 이경범: 부경대학교(khsuh@pknu.ac.kr/gbyi@pknu.ac.kr)

※ 이 논문은 2009학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음(PS-2009-026).

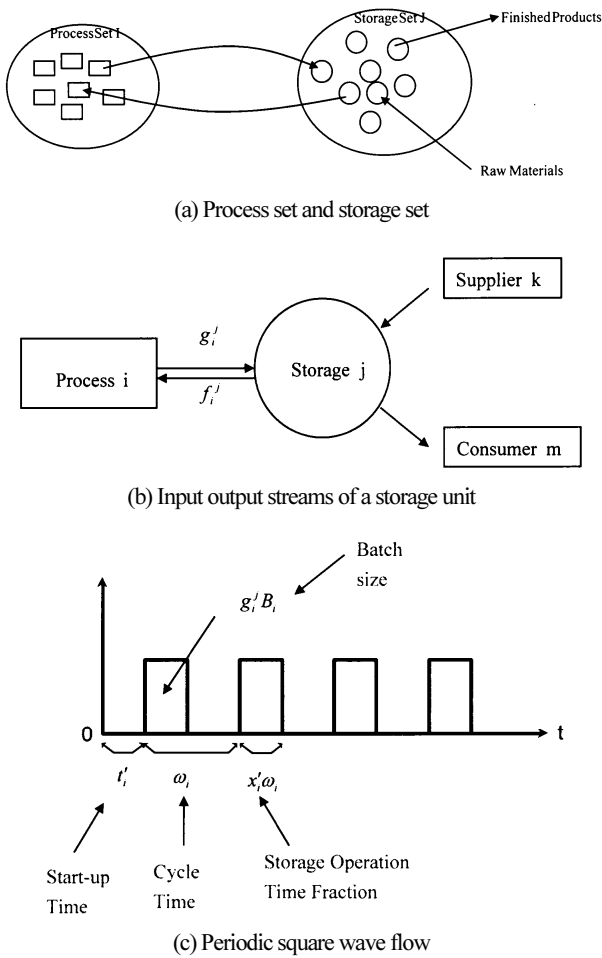


그림 1. 공정-저장조 망구조.  
Fig. 1. Structure of batch-storage network.

되어진다. 사각파 모형에서 물질흐름은 4개의 변수: 공정용량 \$B\_i\$, 생산주기 \$\omega\_i\$, 저장조 운전시간 분율 \$\chi\_i\$ (또는 \$x\_i^j\$), 과 가동시작시간 \$\gamma\_i\$ (또는 \$t\_i^j\$) 으로 나타내어 진다. 저장조 운전시간 분율 \$\chi\_i\$ (또는 \$x\_i^j\$) 은 공정으로(또는 공정으로부터) 물질 이동에 필요한 시간을 생산주기로 나눈 값이다. 가동시작시간 \$\gamma\_i\$ (또는 \$t\_i^j\$) 는 첫 생산물량이 공정으로 주입 (또는 공정으로부터 배출) 되는 시간이다. 공정에 대한 원료주입 작업 (또는 공정으로부터 제품배출 작업) 은 동시에 일어나며 그들의 저장조 운전시간 분율은 같다고 가정한다. 즉 \$\chi\_i\$ (또는 \$x\_i^j\$) 와 \$\gamma\_i\$ (또는 \$t\_i^j\$) 에서 저장조를 구분하는 상첨자 \$j\$ 는 필요하지 않다. 원료물질을 구매하는 물질흐름은 주문크기 \$B\_k^j\$, 주문주기 \$\omega\_k^j\$, 저장조 운전시간 분율 \$x\_k^j\$ 과 주문시작시간 \$t\_k^j\$ 으로 나타내어 진다. 본 연구에서 모든 저장조 운전시간 분율은 매개변수로 취급되고, 다른 변수들은 설계변수로 고려된다. 최종 제품을 판매하는 물질흐름은 같은 방법으로 \$B\_m^j, \omega\_m^j, x\_m^j\$ 와 \$t\_m^j\$ 로 표현된다. 최종 제품 수요예측은 임의의 주기적 함수로서 이미 알려진 값 \$B\_m^j, \omega\_m^j, x\_m^j\$ 와 \$t\_m^j\$ 를 갖는 사각파 함수의 합으로 나타내어 진다[4]. 사각파 함수의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$PSW(t; D, \omega, t', x) = D\omega \left[ \text{int} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] + \min \left\{ 1, \frac{1}{x} \text{res} \left[ \frac{t-t'}{\omega} \right] \right\} \right] \quad (1)$$

여기서 \$D\$ 는 평균유속이고, \$B\$ 는 일회 생산량이며, \$\omega\$ 는 생산주기이고, \$t'\$ 는 가동시작시간이고, \$x\$ 는 저장조 운전시간 분율이고, \$t\$ 는 시간이고, \$\text{int}[z]\$ 는 \$z\$ 보다 같거나 작은 가장 큰 정수이고 \$\text{res}[z]=z-\text{int}[z]\$ 이다. 그리고 \$D = \frac{B}{\omega}\$ 이다. 사각파 함수는 다음과 같은 평균값, 상한값과 하한값을 가진다.

$$\overline{PSW}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + 0.5(1-x)D\omega \quad (2)$$

$$\overline{\overline{PSW}}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') + (1-x)D\omega \quad (3)$$

$$\underline{\underline{PSW}}(t; D, \omega, t', x) = D(t-t') \quad (4)$$

여기서 \$\underline{\underline{PSW}} \leq PSW \leq \overline{\overline{PSW}}\$ 이고 \$\overline{PSW} = 0.5(\overline{\overline{PSW}} + \underline{\underline{PSW}})\$ 이다.

공정의 한 생산주기가 원료주입시간 (\$\chi\_i\omega\_i\$), 공정처리시간 (\$(1-\chi\_i-x\_i^j)\omega\_i\$) 과 제품배출시간 (\$x\_i^j\omega\_i\$) 으로 구성되어 있으므로 원료주입흐름의 가동시작시간과 제품배출흐름의 가동시작시간 사이에는 다음 관계식이 존재한다.

$$t_i^j = \gamma_i + \Delta t_i(\cdot) \quad (5)$$

여기서 \$\Delta t\_i(\cdot)\$ 는 임의의 변수의 함수이다. \$D\_i\$ 는 공정 \$i\$ 를 통과하는 물질흐름의 평균유속으로서 \$\frac{B\_i}{\omega\_i}\$ 에 의해 계산된다.

원료공급자로부터 원료를 구매하는 물질흐름의 평균유속과 소비자에게 최종 제품을 출하하는 물질흐름의 평균유속은 각각 \$D\_k^j\$ 와 \$D\_m^j\$ 이고, 여기서 \$D\_k^j = \frac{B\_k^j}{\omega\_k^j}\$ 이고 \$D\_m^j = \frac{B\_m^j}{\omega\_m^j}\$ 이다. 저장조에 대한 전체적 물질수지식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i + \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j = \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j \quad (6)$$

저장조 \$j\$ 의 초기재고량은 \$V^j(0)\$ 이고, 시간 \$t\$ 에서 저장조 \$j\$ 의 재고량은 \$V^j(t)\$ 이다. 저장조는 원료공급자와 공정으로부터 유입되는 흐름과 소비자와 공정으로 유출되는 흐름으로 연결되어 있다. 저장조에 대한 재고량 함수는 다음과 같다.

$$V^j(t) = V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} PSW(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) + \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; g_i^j D_i, \omega_i, t_i^j, x_i^j) - \sum_{i=1}^{|I|} PSW(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, \chi_i) - \sum_{m=1}^{|M(j)|} PSW(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \quad (7)$$

재고량 함수의 상한값과 하한값 그리고 평균값은 (2), (3) 과 (4)로부터 계산되어 진다.

$$\begin{aligned} \underline{V}^j &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t_i', x_i') \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, \chi_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} (1-x_k^j) D_k^j \omega_k^j \\ &- \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j + \sum_{i=1}^{|I|} (1-x_i') g_i^j D_i \omega_i \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i t_i' + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \gamma_i + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j t_m^j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{\underline{V}}^j &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \underline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \underline{PSW}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t_i', x_i') \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \underline{PSW}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, \chi_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \underline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &= V^j(0) - \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i t_i' \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} (1-\chi_i) f_i^j D_i \omega_i + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \gamma_i \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1-x_m^j) D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j t_m^j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{V}^j &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \overline{PSW}(t; D_k^j, \omega_k^j, t_k^j, x_k^j) \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; g_i^j D_i, \omega_i, t_i', x_i') \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \overline{PSW}(t; f_i^j D_i, \omega_i, \gamma_i, \chi_i) \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \overline{PSW}(t; D_m^j, \omega_m^j, t_m^j, x_m^j) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= V^j(0) + \sum_{k=1}^{|K(j)|} \frac{(1-x_k^j)}{2} D_k^j \omega_k^j - \sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1-x_i')}{2} g_i^j D_i \omega_i - \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i t_i' \\ &- \sum_{i=1}^{|I|} \frac{(1-\chi_i)}{2} f_i^j D_i \omega_i + \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \gamma_i \\ &- \sum_{m=1}^{|M(j)|} \frac{(1-x_m^j)}{2} D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j t_m^j \end{aligned}$$

(8)은 저장조 크기를 예측하는데 사용되고, (9)는 최적화 모형에서 재고량이 음수가 아니라는 제약식에 사용되며, (10)은 재고유지비용을 계산하는데 사용된다.

원료 j의 구매작업의 준비비는  $A_k^j$  \$/order 이고 공정 i의 생산 준비비는  $A_i$  \$/batch 이다. 저장조 j의 연간 재고유지비용은  $H^j$  \$/L/year 이다. 해석적인 해를 얻기 위하여 자본비용은 공정용량에 비례한다고 가정한다.  $a_k^j$  (\$/year/L)는 원료 j를 구매하는 시설의 연간 용량당 자본비용이고,  $a_i$  (\$/year/L)는 공정 i의 연간 용량당 자본비용이며,  $b^j$  (\$/year/L)는 저장조 j의 연간 용량당 자본비용이다. 고객 m에 대한 최종 제품 j의 연간 납기지연 비용은  $\beta_m^j$  (\$/L/year)이다. 원료공급자 k에 대한 원료 물질 j의 조기주문에 따른 연간 과잉재고 비용은  $\beta_k^j$  (\$/L/year)이다. 연간 초기재고 조달 비용은  $\beta^j$  (\$/L/year)이다. 공정 i의 가동에 의해 물질 j의 초기재고가 변할 때 연간 비용은  $\beta_i^j$  (\$/L/year)이다. 공정-저장조 망구조 설계에 대한 최적화 목적함수는 원료구매비, 공정들의 준비비, 저장조들의 재고유지비, 공정과 저장조의 자본비용, 최종 제품의 납기지연비용, 원료물질의 조기주문비용, 초기재고 준비비와 공정가동에 의한 초기 재고량 변동비용을 포함하는 총 비용을 최소화하는 것이다.

$$\begin{aligned} TC &= \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \left[ \frac{A_k^j}{\omega_k^j} + a_k^j D_k^j \omega_k^j + P_k^j D_k^j \right] \\ &+ \sum_{i=1}^{|I|} \left[ \frac{A_i}{\omega_i} + a_i D_i \omega_i \right] + \sum_{j=1}^{|J|} \left[ H^j \overline{V}^j + b^j \overline{\underline{V}}^j \right] \\ &+ \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \beta_m^j D_m^j t_m^j - \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \beta_k^j D_k^j t_k^j \\ &+ \sum_{j=1}^{|J|} \beta^j V^j(0) + \sum_{j=1}^{|J|} \beta_i^j \sum_{i=1}^{|I|} f_i^j D_i \gamma_i - \sum_{j=1}^{|J|} \beta_i^j \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i t_i' \end{aligned} \quad (11)$$

원료물질의 조기주문과 공정으로부터 조기배출에 의한 초기 재고량의 증가에 따른 비용은 위 식에서 음의 항을 가지고 있음에 유의해야 한다.  $\overline{V}^j$ 와  $\overline{\underline{V}}^j$ 는 (10)과 (8)에 의해 더욱 전개된다.  $t_i'$ 는 (5)에 의해  $\gamma_i + \Delta t_i$ 로 바뀐다. 최적화의 제약

표 1. 이전 연구와의 차이점.

Table 1. The difference between previous study [6] and this study.

Newly Added Terms in Objective Function	$-\sum_{j=1}^{ J } \sum_{k=1}^{ K(j) } \beta_k^j D_k^j t_k^j + \sum_{j=1}^{ J } \sum_{m=1}^{ M(j) } \beta_m^j D_m^j t_m^j + \sum_{j=1}^{ J } \beta^j V^j(0) + \beta_i^j \sum_{i=1}^{ I } f_i^j D_i \gamma_i - \beta_i^j \sum_{i=1}^{ I } g_i^j D_i t_i' (\gamma + \Delta t_i)$
Newly Added Design Variables and Parameters	$V(0)$ and $t_m'$ $\beta_m^j, \beta_k^j, \beta^j$ and $\beta^j$
Newly Added Constraints	$0 \leq \underline{V}(0) < V(0) < \overline{V}(0), 0 \leq t_{\underline{k}}' < t_k' < t_{\overline{k}}', 0 \leq t_{\underline{m}}' < t_m' < t_{\overline{m}}', 0 \leq \gamma < \gamma < \overline{\gamma}$
Difference in Optimal Solution	$\Psi_i = a_i + (1-\chi_i) \sum_{j=1}^{ J } \left( \frac{H^j}{2} + b^j + \beta^j \right) f_i^j + (1-x_i') \sum_{j=1}^{ J } \left( \frac{H^j}{2} + b^j \right) g_i^j$ $*TC(D_i^j, D_i) = 2 \sum_{j=1}^{ J } \sum_{k=1}^{ K(j) } \sqrt{A_k^j \Psi_i^j D_i^j} + \sum_{j=1}^{ J } \sum_{k=1}^{ K(j) } P_k^j D_k^j + 2 \sum_{j=1}^{ J } \sqrt{A_i \Psi_i D_i}$ $+ \sum_{j=1}^{ J } \sum_{m=1}^{ M(j) } \left[ \left( \frac{H^j}{2} + b^j + \beta^j \right) (1-x_m^j) \omega_m^j \right] D_m^j$

식은 모든 저장조의 재고가 바닥나지 않는다는 것으로서  $0 \leq \underline{V}^j$  이고, 여기서  $\underline{V}^j$  는 (9)에 의해 주어져 있다. 수식상으로는 재고부족을 직접적으로 나타내지 않고 대신에 최종 제품의 납기 지연 또는 초기재고량의 부족으로 나타내고 있는 점에 유의해야 한다.  $\omega_k^j, \omega_i, V(0), t_m^j, t_k^j$  와  $\gamma_i$  는 설계변수들이다. 표 1에 최적화 문제에 있어서 이전 연구 [6]과의 차이점을 요약하였다.

Kuhn-Tucker 조건들의 해석적인 해를 얻기 위한 기본적인 가정은 다음과 같다.

$$0 \leq \underline{V}(0) < V(0) < \overline{V}(0), \quad 0 \leq \underline{t}_k^j < t_k^j < \overline{t}_k^j, \quad (12)$$

$$0 \leq \underline{t}_m^j < t_m^j < \overline{t}_m^j, \quad 0 \leq \underline{\gamma}_i < \gamma_i < \overline{\gamma}_i$$

$$\beta_m^j = \beta_k^j = \beta_i^j = \beta^j \quad (13)$$

여기서 변수 위에 두줄을 친 것은 그 변수의 상한값을 나타내고, 변수의 아래에 두줄을 친것은 그 변수의 하한값을 나타낸다. (12) 는 변수들이 그 한계값과 일치하지 않음을 나타낸다. (13) 은 Lagrange 승수값을 얻기 위한 필요조건이다. (13) 을 어기는 것은 부등식 (12) 와 연관되어 있다. 예를 들어,  $\beta_m^j < \beta_k^j = \beta_i^j = \beta^j$  이면,  $t_m^j = \overline{t}_m^j$  이고,  $\beta_m^j > \beta_k^j = \beta_i^j = \beta^j$  이면,  $t_m^j = \underline{t}_m^j$  이다. (13) 은 재고부족 비용에 대한 새로운 해석을 제시한다. 최종 제품의 납기 지연 비용 ( $\beta_m^j$ ) 은 더 많은 초기재고를 준비하는 비용 ( $\beta^j$ ) 과 동일하다. 초기재고는 이미 시간적으로 늦었기 때문에 공정으로부터 생산을 통해 증가될 수는 없지만 독립적 제품이 아니면 제 3 자로 부터 대체품을 구매함으로써 증가될 수 있다. 제 3 자로 부터 구매된 대체품을 고객에게 제공하는 비용은 재고부족비용을 평가하는 의사결정나무 방법[3]보다 좀더 쉽게 평가될 수 있다. Kuhn-Tucker 조건에 대한 해석적인 해에 대한 유도는 [6] 에 있다. 최적 생산주기는 다음과 같다.

$$\omega_k^j = \sqrt{\frac{A_k^j}{D_k^j \Psi_k^j}} \quad (14)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{A_i}{D_i \Psi_i}} \quad (15)$$

여기서

$$\Psi_k^j = \left( \frac{H^j}{2} + b^j \right) (1 - x_k^j) + a_k^j \quad (16)$$

$$\Psi_i = a_i + (1 - x_i) \sum_{j=1}^{|I|} \left( \frac{H^j}{2} + b^j + \beta^j \right) f_i^j$$

$$+ (1 - x_i') \sum_{j=1}^{|I|} \left( \frac{H^j}{2} + b^j \right) g_i^j \quad (17)$$

(14)와 (16)은 이전에 유도했던 식[6]과 동일하다. (15)와 (17)은 이전에 유도했던 식[6]과 (17)이  $\beta^j$  항을 매개변수로 가진다는 점에서 다르다. 그러므로 (15)와 (17)에 의해 계산된 최적 생산주기는 이전의 연구에서 계산된 것[6]에 비해 값이

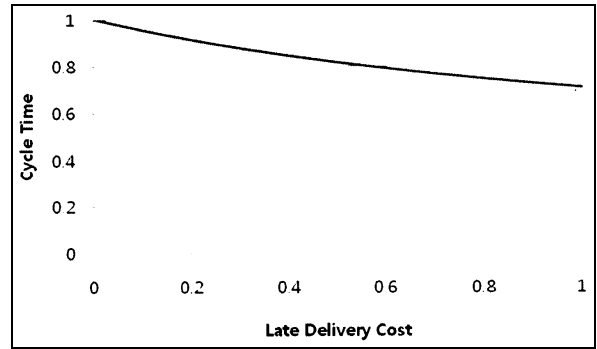


그림 2 재고부족 비용의 변화에 대한 생산주기의 변화.  
Fig. 2. Variation of cycle time with respect to late delivery cost.

작다. 목적함수 (11)은  $\omega_k^j$  와  $\omega_i$  에 대해서 볼록함수이므로 (14)와 (15)가 변수의 한계를 벗어나면 각각 (14)와 (15) 값이 가장 가까운 한계값이 최적값이 된다. 그림 2는 재고부족 비용의 변화에 대한 최적 생산주기의 변화를 나타낸 것이다.

최적 가동시작시간은 제약식 (9)의 등식으로부터 유도된다.

$$\sum_{k=1}^{|K(j)|} D_k^j t_k^j + \sum_{i=1}^{|I|} (g_i^j - f_i^j) D_i \gamma_i$$

$$= V^j(0) - \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} D_m^j t_m^j \quad (18)$$

$$- \sum_{i=1}^{|I|} g_i^j D_i \Delta t_i - \sum_{i=1}^{|I|} (1 - x_i) f_i^j D_i \omega_i$$

최적 저장조 크기는 (8)과 (18)로부터 계산되어 진다.

$$\overline{V}^j = \sum_{i=1}^{|I|} [(1 - x_i) f_i^j + (1 - x_i') g_i^j] D_i \omega_i$$

$$+ \sum_{k=1}^{|K(j)|} (1 - x_k^j) D_k^j \omega_k^j + \sum_{m=1}^{|M(j)|} (1 - x_m^j) D_m^j \omega_m^j \quad (19)$$

최적 저장조 크기 방정식 (19)는 외형상 이전에 유도했던 식[6]과 동일하다. 그러나 최적생산주기  $\omega_i$  가 이전에 유도했던 식[6]보다 작으므로 최적 저장조 크기도 이전에 유도했던 식[6]보다 작을 수 밖에 없다. 최적목적함수의 값은 다음과 같다.

$$*TC(D_k^j, D_i) = 2 \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} \sqrt{A_k^j \Psi_k^j D_k^j}$$

$$+ \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{|K(j)|} P_k^j D_k^j + 2 \sum_{i=1}^{|I|} \sqrt{A_i \Psi_i D_i} \quad (20)$$

$$+ \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{m=1}^{|M(j)|} \left[ \left( \frac{H^j}{2} + b^j + \beta^j \right) (1 - x_m^j) \omega_m^j \right] D_m^j$$

최적 목적함수의 값은 재고부족 비용  $\beta^j$  가 포함됨으로써 이전에 유도된 값[6] 보다 크다. 위에서 최적해를 유도할 때 평균유속  $D_k^j$  와  $D_i$  는 상수로 가정했다. 그러나 이들은 보통 변수이다. 최적 평균유속은 목적함수가 (20)이고 제약식이 (6)인 또다른 최적화 문제를 풀어야 계산된다. 이 최적화 문제는 이단계 최적화 문제로 불린다. 분해된 최적화 문제에 대한 전범위 최적성은 이전 연구[6]에서 증명되었다. (20)에

있는 비선형 목적함수는 분리가능한 오목함수로서 SOS 수식 [7]을 이용하여 구간별 선형화를 이룰 수가 있다. 전체적인 계산순서는 이전 연구[6]과 동일하다. 먼저 2 단계최적화 문제를 풀어서 최적의 평균유속을 계산한다. 그리고 나서 (14)~(19)를 이용하여 생산주기, 일회 생산량, 저장조 크기와 가동 시작시간에 대한 최적값의 해석적인 해를 계산한다.

### III. 결론

본 연구는 재고부족 비용에 대한 새로운 해석과, 공정-저장조 망구조 최적화 모형에 토대를 둔 쉬운 평가방법을 소개한다. 재고부족은 초기재고량의 부족으로 해석된다. 초기재고량은 제 3 자로부터 대체상품을 구매함으로써 메꾸어 질 수 있다. 따라서 재고부족 비용은 제 3 자로부터 대체품을 구매하는 비용으로 고려되어 질 수 있다. 재고부족 비용에 대한 이러한 해석은 고객이 구매하여할 때 재고가 부족할 경우 판매자에 대한 고객의 반응을 연구는 것 보다 평가하기가 용이하다. 공정-저장조 망구조 이론에서 재고부족 비용을 고려할 때 최적의 공정과 저장조 크기는 재고부족 비용을 고려하지 않았을 때보다 작다.

### 참고문헌

- [1] I. A. Karimi and C. M. McDonald, "Planning and scheduling of parallel semicontinuous processes. 2. short-term scheduling," *I&EC Res.*, vol. 36, p. 2701, 1997.
- [2] M. Lim and I. A. Karimi, "Resource-constrained scheduling of parallel production lines using asynchronous slots," *I&EC Res.*, vol. 42, p. 6832, 2003.
- [3] M. Oral, M. S. Salvador, A. Reisman, and B. V. Dean, "On the evaluation of shortage costs for inventory control of finished goods," *Management Science*, vol. 18, p. B344, 1972.
- [4] 이경범, "원료 및 제품 저장조를 포함하는 병렬 비연속 공정의 최적설계," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제3권 제5호, pp. 532-541, 1997.
- [5] 이경범, 이의수 "회분식 공정-저장조 그물망 구조의 최적설계," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제4권 제6

호, pp. 802-810, 1998.

- [6] 이경범, 이의수 "비순차 회분식 공정-저장조 망구조 최적설계," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제9권 제5호, pp. 407-412, 2002.
- [7] 이경범, 이의수, 이인범 "현금흐름을 포함하는 회분식 공정-저장조 망구조 최적설계," 제어 · 자동화 · 시스템공학회 논문지, 제11권 제11호, pp. 956-962, 2005.
- [8] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with multitasking semi-continuous processes," *AIChE J.*, vol. 52, p. 269, 2006.
- [9] G Yi and G V. Reklaitis, "Optimal design of batch-storage network with uncertainty and waste treatments," *AIChE J.*, vol. 52, p. 3473, 2006.



### 서근학

1974년 부산대학교 화학공학과 학사. 1978년 부산대학교 석사학위. 1986년 부산대학 화학공학과 박사학위. 1974년~1983년 한국비료 근무. 1983년 이후 부경대학교 근무. 현재 화학공학과 교수 재직중. 관심분야는 화학 장치 및 공정 분야.



### 이경범

1983년 서울대학교 화학공학과 학사. 1985년 KAIST 화학공학과 석사학위. 1992년 PURDUE 대학 화학공학과 박사학위. 1985년~1988년 쌍용정유에서 공정기사. 1992년~1996년 호남정유 기술연구소 연구원. 1996년~현재 부경대학교 화학공학과 교수. 관심분야는 화학공장 생산계획 및 물류 최적화, 재고관리, 공정제어 및 최적화 등.