한 국 통 계 학 회 논 문 집
2010, 17권, 3호, 357–365

통합공정관리에서 일반화가능도비 관리도의 설계

천가영[a], 이재헌[1,a]

[a]중앙대학교 수학통계학부

요 약

통합공정관리란 잡음이 내재하는 공정에 대하여 수정조치를 취하고, 수정활동 중 공정에 이상원인이 발생하면 이를 관리도를 통해 탐지하여 제거하는 절차를 일컫는다. 이 논문에서는 공정의 잡음모형으로 IMA(1,1) 모형을 가정하고 최소평균제곱오차 수정절차를 수행할 때 일반화가능도비 관리도를 사용하여 이상원인을 탐지하는 절차를 고려하고 있으며, 이러한 상황에서 일반화가능도비 관리도의 관리한계를 설정하는 설계 방법을 제안하였다. 이상원인의 효과로는 공정 평균의 지속적 변화와 지속적 흐름 그리고 공정 분산의 지속적 변화를 고려하였다.

주요용어: 통합공정관리, 공정수정, 일반화가능도비 관리도, 관리한계.

1. 서론

공정관리는 공정변동의 원인을 판단하는 관점에서 공학적 공정관리(engineering process control; EPC)와 통계적 공정관리(statistical process control; SPC)로 구분하고 있다. 공학적 공정관리는 공정변동의 원인이 공정에 내재하는 잡음에 의한 것으로 판단하여 공정수정(process adjustment)을 통해 공정변동을 줄이는 절차이며, 통계적 공정관리는 공정변동의 원인이 이상원인에 의한 것으로 판단하여 관리도를 사용하여 이상원인을 탐지하고 이를 제거함으로 공정변동을 줄이는 절차이다. 이 두 종류의 관리절차는 주어진 공정 여건에 맞는 한가지를 선택하여 공정을 관리하는 것으로 알려져 왔으나, 현대의 생산공정은 공정 자체가 복잡하고 혼합된 양상을 나타내기 때문에 두 관리절차를 병행하여 사용함으로써 관리효과를 증대시킬 수 있게 된다. 즉, 현대의 생산공정은 공정과정에서 잡음과 이상원인이 같이 발생할 수 있기 때문에, 공정 진행 중에 주기적으로 공정수정을 하면서 이상원인의 발생을 동시에 탐지하는 것이 바람직하다. 이와 같이 수정과 탐지를 동시에 사용하여 공정을 좀 더 효율적으로 관리하고자 하는 절차를 통합공정관리(integrated process control; IPC)라고 한다.

통합공정관리의 기본절차는 우선 공학적 공정관리 절차를 통하여 잡음이 내재하는 공정에 대해 수정조치를 취하여 공정편차를 백색잡음(white noise)으로 전환하도록 하여 공정제곱편차를 최소화하게 된다. 이런 수정절차를 최소평균제곱오차(minimum mean square error; MMSE) 수정이라 한다. 또한 수정활동을 하면서 통계적 공정관리 절차인 관리도를 통하여 공정에 이상원인 발생을 탐지하게 된다.

일반적으로 수정된 공정은 이상원인 발생 전에는 백색잡음이 되지만, 이상원인 발생 후에는 다양한 형태의 시계열 모형으로 변환하게 된다. 이는 다양한 이상원인의 효과에 기인한 것으로 이상원인의 효과는 지속적 변화(sustained shift), 지속적 흐름(sustained drift), 일시적 변화(transient shift)의 세 가지로 구분된다. 지속적 변화는 효과가 오랫동안 지속되지만 시간이 흐르면서 그 크기가 지수적으로 감소

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-313-C00139).

[1] 교신저자: (156-756) 서울시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 수학통계학부, 교수. E-mail: jaeheon@cau.ac.kr

하는 형태를 말하며 (Vander Wiel, 1996), 지속적 흐름은 시간이 흐름에 따라 효과의 크기가 커져서 목표치로부터 점점 멀어지는 형태를 말한다. 그리고 일시적 변화는 어느 정도 시간이 지나면 그 원인이 존재하지 않는 형태를 말한다. 통계적 공정관리에서 위 세 종류의 이상원인 효과에 대한 최근 연구는 Reynolds와 Stoumbos (2004a, 2004b, 2005)이 있다. 이 논문에서는 이상원인의 효과가 지속적 변화와 지속적 흐름인 경우만 고려하였다.

이 논문에서는 통합공정관리의 절차로 최소평균제곱오차 공정수정을 수행하면서 일반화가능도비 관리도를 사용하여 이상원인의 발생을 탐지하고자 한다. 따라서 최소평균제곱오차 수정 절차에 대해 간단히 살펴보고 일반화가능도비 관리도를 실제 공정에 어떻게 적용하는지 살펴본다. 이때 일반화가능도비 관리도의 관리한계를 설정하는 방법, 즉 일반화가능도비 관리도의 설계 방법을 제안하는 것이 이 논문의 주된 내용이다.

2. 관리상태에서의 공정

공학적 공정관리의 목적은 공정의 품질특성치가 목표치에 가능한 한 가깝게 유지되도록 공정을 관리하는 것이다. 일반적으로 공정에 잡음이 내재하면 이에 대한 원인을 파악하여 제거하는 것이 공정관리의 기본절차이다. 하지만 공정잡음에 대해 파악하기가 어렵거나 제거할 수 없는 경우, 공정에 아무런 조치를 취하지 않고 그대로 두면 품질특성치는 공정의 목표치로부터 멀어지게 된다. 따라서 이러한 경우에는 공정에 적절한 수정조치를 취하여 품질특성치가 목표치에서 가까워지도록 관리하고 있다.

먼저 공정에 이상원인이 발생하지 않은 관리상태인 경우의 공정모형에 대하여 간단하게 살펴보자. 시점 t에서의 관측값을 Y_t라 하고 편의상 품질특성치의 목표값을 0으로 가정할 경우, Y_t는 목표값으로부터의 관측편차(observed deviation from target)가 된다. 이후 목표값은 일반성을 잃지 않고 0을 가정한다. 공정모형으로는 가장 간단한 형태인

$$Y_t = g\,X_{t-1} + N_t \tag{2.1}$$

를 가정한다. 여기서 g는 공정게인(process gain), X_t는 시점 t에서의 입력변수 값, 그리고 N_t는 시점 t에서의 공정잡음을 나타낸다. 이 모형은 공정수정의 효과가 바로 다음 시점에 모두 발생하는 것을 나타내고 있다. 이 논문에서 공정잡음 모형으로 IMA(1,1) 모형을 사용하며, 이 모형은 공정수준의 유동적 현상을 잘 표현하여 공정잡음 모형으로 적합한 것으로 알려져 있다 (Box와 Kramer, 1992; Vander Wiel, 1996). IMA(1,1) 모형은

$$N_t = \frac{1-\theta B}{1-B}\,\epsilon_t \tag{2.2}$$

로 나타낼 수 있으며, 여기서 B는 $BN_t = N_{t-1}$인 후진연산자(backshift operator)이고, 시점 t에서의 공정오차인 ϵ_t는 평균이 0이고 분산이 σ_ϵ^2인 정규분포를 따르는 확률변수를 가정한다. 또한 θ는 $0 \le \theta < 1$인 평활상수(smoothing constant)를 나타낸다. 따라서 식 (2.1)의 공정모형은

$$Y_t = g\,X_{t-1} + \frac{1-\theta B}{1-B}\,\epsilon_t$$

로 다시 표현할 수 있다.

공정수정 방법으로 최소평균제곱오차 수정절차를 적용하면

$$X_{t-1} = -\frac{1}{g}\,\frac{1-\theta}{1-B}\,\epsilon_{t-1}$$

이 되고, 이와 같이 입력변수를 설정할 경우 관리상태에서의 공정모형은 $Y_t = \epsilon_t$가 됨을 쉽게 알 수 있다. 따라서 시점 t를 기준으로 입력변수 X_t를 표현하면 다음과 같다.

$$X_t = -\frac{1}{g}\frac{1-\theta}{1-B}Y_t. \tag{2.3}$$

3. 이상상태에서의 공정

공정이 진행되는 과정에서 이상원인이 알려지지 않은 시점 τ와 $\tau+1$사이에서 발생한다고 가정하면, 시점 $\tau+1$부터는 공정이 변하게 되며 τ를 일반적으로 공정의 변화시점(process change point)이라고 한다. 이때 이상원인은 잡음 N_t의 평균과 분산을 변화시킨다고 가정한다.

이상원인이 발생한 후 평균과 분산이 변화한 잡음모형은 식 (2.2)와 대비하여 $k \geq 1$에 대하여

$$N_{\tau+k} = \frac{1-\theta B}{1-B}\epsilon'_{\tau+k} + \mu_k\sigma_\epsilon$$

로 표현할 수 있다. 여기서 $\epsilon'_{\tau+k} = \sigma_k\epsilon_{\tau+k}$이고, $k \leq 0$인 경우에는 $\mu_k = \sigma_k = 0$으로 정의한다. 따라서 이상원인이 발생한 후의 공정모형은

$$Y_{\tau+k} = g\,X_{\tau+k-1} + \frac{1-\theta B}{1-B}\sigma_k\epsilon_{\tau+k} + \mu_k\sigma_\epsilon$$

이 되는데, 이상원인을 탐지하기 전까지는 식 (2.3)의 최소평균제곱오차 수정이 수행되므로 위의 공정모형은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} Y_{\tau+k} &= -\frac{1-\theta}{1-B}Y_{\tau+k-1} + \frac{1-\theta B}{1-B}\sigma_k\epsilon_{\tau+k} + \mu_k\sigma_\epsilon \\ &= \sigma_k\epsilon_{\tau+k} + \frac{1-B}{1-\theta B}\mu_k\sigma_\epsilon. \end{aligned} \tag{3.1}$$

따라서 최소평균제곱오차 수정을 수행하는 공정의 관리상태와 이상상태에서의 공정모형을 정리하면

$$\begin{cases} Y_t = \epsilon_t, & t \leq \tau, \\ Y_{\tau+k} = \sigma_k\epsilon_{\tau+k} + \dfrac{1-B}{1-\theta B}\mu_k\sigma_\epsilon, & k \geq 1 \end{cases}$$

이 된다 (Park과 Lee, 2009).

4. 일반화가능도비 관리도

이 장에서는 이상원인의 발생과 공정의 변화를 탐지하는 절차로 일반화가능도비(generalized likelihood ratio; GLR) 관리도에 대해 설명하고자 한다. 일반화가능도비 관리도는 관리통계량으로 일반화가능도비를 사용하는 절차로서, Vander Wiel (1996)과 Apley와 Shi (1999)를 참고할 수 있다. 통계적 공정관리에서 일반화가능도비 관리도는 그 효율은 아주 좋지만, 적용하는 절차가 복잡하고 계산량이 많다는 단점이 있다고 알려져 있다.

이 논문에서 공정의 평균과 분산을 변화시키는 이상원인 중 그 효과가 평균에 대해서는 지속적 변화와 지속적 흐름을 가정하며, 분산에 대해서는 지속적 변화를 가정한다. 즉, 식 (3.1)에서 $\mu_k = \delta$이고 $\sigma_k = \sigma$인 경우와 $\mu_k = kr$이고 $\sigma_k = \sigma$인 경우를 고려한다.

만일 공정에 이상원인이 발생한 경우 $\delta = \delta^*$ 또는 $r = r^*$ 그리고 $\sigma = \sigma^*$가 되며, 이상원인의 발생 시점 τ, δ^*, r^* 그리고 σ^*는 모른다고 가정하자. 관리상태를 귀무가설로, 이상상태를 대립가설로 표현하면

$$H_0 : \delta = 0, \sigma = 1, \qquad H_1 : \delta = \delta^*, \sigma = \sigma^*,$$
$$H_0 : r = 0, \sigma = 1, \qquad H_1 : r = r^*, \sigma = \sigma^*$$

가 된다. 첫 번째 가설은 평균과 분산의 지속적 변화의 경우이고, 두 번째 가설은 평균의 지속적 흐름과 분산의 지속적 변화인 경우를 나타낸다. 앞 장에서 살펴본 바와 같이 공정모형은

$$Y_t \sim \begin{cases} N\left(0, \sigma_\epsilon^2\right), & H_0\text{인 경우}, \\ N\left(b_t^*, \sigma^{*2}\sigma_\epsilon^2\right), & H_1\text{인 경우} \end{cases}$$

이며, 여기서

$$b_t^* = \begin{cases} \delta^* \theta^{t-\tau-1}\sigma_\epsilon, & \text{첫 번째 가설인 경우}, \\ \dfrac{r^*(1-\theta^{t-\tau})}{1-\theta}\sigma_\epsilon, & \text{두 번째 가설인 경우} \end{cases}$$

이다 (Park과 Lee, 2008).

이상원인이 발생한 후, 즉 시점 $t(> \tau)$에서 위의 가설에 대한 로그가능도비(log likelihood ratio)는

$$W_t = -\frac{1}{2\sigma_\epsilon^2}\left[\sum_{i=\tau+1}^{t}\left(\frac{Y_i - b_i^*}{\sigma^*}\right)^2 - \sum_{i=\tau+1}^{t} Y_i^2\right] - (t-\tau)\ln\sigma^* \tag{4.1}$$

가 되며, 이때 W_t값이 클 경우 귀무가설을 기각하게 된다.

식 (4.1)에서 공정모수인 θ와 σ_ϵ은 일반적으로 모르는 경우가 대부분이며, Phase Ⅰ 단계를 통하여 추정하게 된다. 이 논문에서는 θ와 σ_ϵ가 알려져 있는 값이라고 가정해도 충분할 정도로 Phase Ⅰ 단계가 잘 수행되어 참값과 차이가 없음을 가정한다. 따라서 식 (4.1)의 통계량에서 모르는 값은 τ, b_i^* (δ^* 또는 r^*) 그리고 σ^*이다. 일반화가능도비 관리도에서 사용하는 시점 t에서의 관리통계량은 이들 모르는 모수에 대하여 가장 큰 값이 되는

$$\max_{\tau, b_i^*, \sigma^*} W_t$$

를 사용한다. 즉 로그가능도비 W_t를 가장 크게 만들어주는 τ, b_t^* 그리고 σ^*를 사용했을 때의 W_t값이 관리통계량이며, 따라서 식 (4.1)에 τ, b_t^* 그리고 σ^*의 최대가능도추정량(maximum likelihood estimator; MLE)을 대입하는 것과 동일하게 된다. $\hat{\tau}$, $\hat{b}_t^*$, $\hat{\sigma}^{*2}$를 각각 τ, b_t^*, σ^{*2}의 최대가능도추정량이라고 할 때,

$$\begin{aligned} \max_{\tau, b_i^*, \sigma^*} W_t &= -\frac{1}{2\sigma_\epsilon^2}\left[\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(\frac{Y_i - \hat{b}_i^*}{\hat{\sigma}^*}\right)^2 - \sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t} Y_i^2\right] - (t-\hat{\tau})\ln\hat{\sigma}^* \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t} Y_i^2}{\sigma_\epsilon^2} - (t-\hat{\tau})\left\{\ln\hat{\sigma}^{*2} + 1\right\}\right] \end{aligned} \tag{4.2}$$

이 된다. 식 (4.2)는

$$\hat{\sigma}^{*2} = \frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(Y_i - \hat{b}_i^*\right)^2}{(t-\hat{\tau})\sigma_\epsilon^2}$$

라는 사실을 이용하여 유도할 수 있다. 이에 대한 상세한 내용과 다음에 제시하는 최대가능도추정량은 Park과 Lee (2008)을 참고할 수 있다.

먼저 평균과 분산에 지속적 변화가 발생하는 경우, 시점 t에서 τ, δ^*, 그리고 σ^{*2}의 최대가능도추정량은

$$\hat{\tau} = \arg\min_{0\le\tau<t}\left\{(t-\tau)\left[\ln\left\{\frac{\sum_{i=\tau+1}^{t}\left(Y_i-\theta^{i-\tau-1}\,\bar{Y}^S_{\tau+1,t}\right)^2}{(t-\tau)\,\sigma_\epsilon^2}\right\}+1\right]+\frac{\sum_{i=1}^{\tau}Y_i^2}{\sigma_\epsilon^2}\right\},$$

$$\hat{\delta}^* = \frac{1}{\sigma_\epsilon}\,\bar{Y}^S_{\hat{\tau}+1,t}, \qquad \hat{\sigma}^{*2} = \frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(Y_i-\theta^{i-\hat{\tau}-1}\,\bar{Y}^S_{\hat{\tau}+1,t}\right)}{(t-\hat{\tau})\,\sigma_\epsilon^2} \tag{4.3}$$

이 된다. 여기서

$$\bar{Y}^S_{\hat{\tau}+1,t} = \frac{\left(1-\theta^2\right)\,\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\theta^{i-\hat{\tau}-1}\,Y_i}{1-\theta^{2(t-\hat{\tau})}}$$

로 정의한다. 따라서 식 (4.3)의 최대가능도추정량을 식 (4.2)에 대입한 값을 $\hat{W}_t^S$ 라 할 때, 평균과 분산의 지속적 변화를 탐지하는 일반화가능도비 관리도 절차는 $\hat{W}_t^S \ge h_S$ 인 경우 이상신호를 주는 것이다.

평균의 지속적 흐름과 분산의 지속적 변화가 발생하는 경우, 시점 t에서 τ, r^* 그리고 σ^{*2}의 최대가능도추정량은

$$\hat{\tau} = \arg\min_{0\le\tau<t}\left\{(t-\tau)\left[\ln\left\{\frac{\sum_{i=\tau+1}^{t}\left(Y_i-\theta^{i-\tau}\,\bar{Y}^D_{\tau+1,t}\right)^2}{(t-\tau)\,\sigma_\epsilon^2}\right\}+1\right]+\frac{\sum_{i=1}^{\tau}Y_i^2}{\sigma_\epsilon^2}\right\},$$

$$\hat{r}^* = \frac{(1-\theta)}{\sigma_\epsilon}\,\bar{Y}^D_{\hat{\tau}+1,t}, \qquad \hat{\sigma}^{*2} = \frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(Y_i-\left(1-\theta^{i-\hat{\tau}}\right)\,\bar{Y}^D_{\hat{\tau}+1,t}\right)^2}{(t-\hat{\tau})\,\sigma_\epsilon^2} \tag{4.4}$$

이 되며, 여기서

$$\bar{Y}^D_{\hat{\tau}+1,t} = \frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(1-\theta^{i-\hat{\tau}}\right)\,Y_i}{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^{t}\left(1-\theta^{i-\hat{\tau}}\right)^2}$$

로 정의한다. 따라서 식 (4.4)의 최대가능도추정량을 식 (4.2)에 대입한 값을 $\hat{W}_t^D$이라 할 때, 평균의 지속적 흐름과 분산의 지속적 변화를 탐지하는 일반화가능도비 관리도의 절차는 $\hat{W}_t^D \ge h_D$인 경우 이상신호를 주는 것이다.

또한 위의 두 통계량 $\hat{W}_t^S$ 와 $\hat{W}_t^D$를 동시에 사용하여 이상원인의 발생을 탐지할 수도 있으며, 이 경우 $\hat{W}_t^S \ge h_S$ 이거나 또는 $\hat{W}_t^D \ge h_D$이면 이상신호를 주는 것이다. 편의상 $h_S = h_D$로 하여 동일한 관리한계를 사용하며, 이를 h_{SD}로 표기하기로 한다.

5. 일반화가능도비 관리도의 설계

관리도를 사용하기 위해서는 표본크기, 표본추출간격, 그리고 관리한계 등을 지정하여야 하는데, 이러한 모수를 선정하는 과정을 관리도의 설계(design)라고 한다. 관리도의 설계는 크게 통계적인 측면에서 설계하는 통계적 설계(statistical design)와 생산라인에서 발생하는 비용과 손실을 고려한 비용함수를 정의하고 이를 최소화하는 경제적 설계(economic design)로 크게 구분된다. 이 논문에서는

표본크기와 표본추출간격은 공정의 상황에 맞게 결정된다고 가정하고, 통계적 설계를 이용하여 관리한계를 설정하는 방법을 제안하려 한다. 일반적으로 통계적 설계에서는 관리상태에서의 평균런길이(average run length; ARL)인 ARL_0가 주어진 값을 만족하도록 관리한계를 설정하고 있다. ARL_0는 공정이 관리상태인데 이상상태라는 신호를 주는 오경보에 관련된 값으로 가설검정에서 제1종 오류에 해당한다.

앞 장에서 설명한 바와 같이 일반화가능도비 관리도는 관리통계량 $\hat{W}_t^S$와 $\hat{W}_t^D$를 사용하여 공정의 변화를 탐지하는데, 이때 관리한계 h_S, h_D, h_{SD}를 주어진 ARL_0를 만족하도록 설정하고자 한다. 일반화가능도비 관리도의 경우 ARL_0를 이론적으로 계산하기 어렵기 때문에 여기서는 모의실험을 통해서 이를 계산하였다. Park과 Lee (2008)는 통합공정관리에서 통계적 공정관리 절차로서 일반화가능도비 관리도를 소개하면서 특정한 θ값, 즉 $\theta = 0.4$인 경우 관리한계를 설정하는 절차를 소개했지만, 이 논문에서는 일반적인 θ에 대해서 관리한계를 설정하는 절차를 제안하고 있다.

모의실험에서 일반성을 잃지 않고 $\sigma_\epsilon^2 = 1$을 가정하며, 여러 가지 θ값과 관리한계에 대하여 $\hat{W}_t^S$, $\hat{W}_t^D$ 그리고 $\hat{W}_t^S$와 $\hat{W}_t^D$를 동시에 사용하는 절차에 대한 ARL_0를 계산하였다. θ는 0.1에서 0.9까지 0.1 간격으로 변화시켰으며, 관리한계는 9에서 14까지 0.25 간격으로 변화시키면서 각 절차에 대한 ARL_0를 계산하였다. 모의실험의 반복은 소요되는 시간에 따라 3,000회~10,000회를 실시하였다.

주어진 ARL_0를 만족하는 관리한계를 설정하기 위하여 ARL_0를 종속변수, θ와 관리한계를 독립변수로 하는 회귀모형에 적합시켰다. 여러 종류의 회귀모형에 적합시킨 결과 ARL_0에 자연로그를 취할 경우 독립변수들과 선형회귀모형에 잘 적합이 되었으며, 다음과 같은 회귀식을 얻을 수 있었다. 세 회귀모형에 대한 수정된 R^2값은 각각 0.9994, 0.9998, 0.9997이며, θ에 대한 회귀계수는 아주 작은 값으로 추정되어 그 영향력이 크지 않은 것으로 판단된다.

$\hat{W}_t^S$를 사용하는 절차 : $\ln\{\mathrm{ARL}_0\} = -0.361 + 0.007\,\theta + 0.519\,h_S$,

$\hat{W}_t^D$를 사용하는 절차 : $\ln\{\mathrm{ARL}_0\} = -0.422 - 0.015\,\theta + 0.524\,h_D$,

$\hat{W}_t^S$와 $\hat{W}_t^D$를 동시에 사용하는 절차 : $\ln\{\mathrm{ARL}_0\} = -0.381 + 0.005\,\theta + 0.521\,h_{SD}$.

따라서 ARL_0가 A_0로 주어진 경우 이를 만족하는 관리한계에 대한 근사식은 다음 같이 설정할 수 있다.

$$h_S = \frac{1}{0.519}\,\{0.361 - 0.007\,\theta + \ln A_0\},$$
$$h_D = \frac{1}{0.524}\,\{0.422 + 0.015\,\theta + \ln A_0\},$$
$$h_{SD} = \frac{1}{0.521}\,\{0.381 - 0.005\,\theta + \ln A_0\}.$$

다음으로 이 근사식을 이용하여 설정한 관리한계를 사용했을 때, 주어진 A_0 값을 정확하게 만족하는지 모의실험을 통하여 확인하였다. 모의실험에서 $A_0 = 200, 300, 500$ 그리고 1,000으로 설정하였으며 반복은 10,000회 실시하였다. 이에 대한 모의실험 결과를 표 1에 제시하였다. 비교한 결과 위의 회귀식을 이용하여 설정한 관리한계를 적용하였을 때 계산된 ARL_0는 주어진 A_0값을 비교적 정확하게 만족하는 것으로 나타났다. 따라서 위의 근사식을 이용하여 일반화가능도비 관리도의 관리한계를 설정할 경우, 보다 정확하고 효율적으로 통합공정관리 절차를 수행할 수 있을 것이라 판단된다.

6. 결론

잡음이 내재하는 공정에서 수정활동을 수행하는 공학적 공정관리와 이상원인의 발생을 탐지하는

표 1: A_0, θ 그리고 관리한계에 대한 ARL_0 값

θ	A_0	200			300		
		$\hat{W}_t^S$	$\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$ 와 $\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$	$\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$ 와 $\hat{W}_t^D$
0.1	관리한계	10.903	10.919	10.900	11.684	11.693	11.678
	ARL_0	198.64	198.56	201.27	299.56	294.96	297.73
0.2	관리한계	10.902	10.922	10.899	11.683	11.696	11.677
	ARL_0	198.80	201.77	199.53	297.13	298.98	293.09
0.3	관리한계	10.900	10.925	10.898	11.681	11.699	11.676
	ARL_0	200.14	198.36	197.46	303.77	295.65	298.48
0.4	관리한계	10.899	10.928	10.897	11.680	11.702	11.675
	ARL_0	199.97	196.60	198.10	300.89	292.56	300.92
0.5	관리한계	10.898	10.931	10.896	11.679	11.705	11.674
	ARL_0	202.15	193.86	197.97	298.92	296.52	299.71
0.6	관리한계	10.896	10.934	10.895	11.677	11.708	11.673
	ARL_0	201.34	197.57	202.77	303.50	300.96	298.61
0.7	관리한계	10.895	10.937	10.894	11.676	11.710	11.672
	ARL_0	202.83	195.82	199.07	301.34	298.33	298.29
0.8	관리한계	10.893	10.940	10.893	11.675	11.713	11.671
	ARL_0	200.16	197.32	200.37	306.58	292.96	299.71
0.9	관리한계	10.892	10.942	10.892	11.673	11.716	11.670
	ARL_0	202.28	199.64	198.91	304.23	299.20	300.29

θ	A_0	500			1000		
		$\hat{W}_t^S$	$\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$ 와 $\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$	$\hat{W}_t^D$	$\hat{W}_t^S$ 와 $\hat{W}_t^D$
0.1	관리한계	12.668	12.668	12.659	14.004	13.991	13.989
	ARL_0	500.99	495.74	497.25	1002.61	988.52	996.42
0.2	관리한계	12.667	12.671	12.658	14.003	13.994	13.988
	ARL_0	498.16	496.37	498.44	991.36	1007.08	1002.56
0.3	관리한계	12.666	12.674	12.657	14.001	13.997	13.987
	ARL_0	500.27	504.93	496.11	995.75	1001.30	998.78
0.4	관리한계	12.664	12.677	12.656	14.000	14.000	13.986
	ARL_0	499.80	500.61	495.80	1003.52	991.66	998.93
0.5	관리한계	12.663	12.680	12.655	13.999	14.002	13.985
	ARL_0	497.07	494.42	499.60	1004.43	1007.42	997.30
0.6	관리한계	12.662	12.682	12.654	13.997	14.005	13.984
	ARL_0	499.92	494.41	498.43	1001.61	1001.62	994.13
0.7	관리한계	12.660	12.685	12.653	13.996	14.008	13.983
	ARL_0	501.39	491.24	504.76	997.19	983.30	1004.26
0.8	관리한계	12.659	12.688	12.652	13.995	14.011	13.982
	ARL_0	499.26	502.48	494.79	997.44	996.73	1002.03
0.9	관리한계	12.658	12.691	12.651	13.993	14.014	13.981
	ARL_0	498.29	506.32	498.62	996.66	994.19	995.68

통계적 공정관리를 병행하여 공정을 관리하는 절차인 통합공정관리는 현대와 같이 다양하고 복잡한 생산공정에서 효율적인 공정관리를 위하여 유용하게 사용되고 있는 절차이다.

이 논문에서는 공정의 잡음모형으로 IMA(1,1) 모형을 가정하고, 평균의 지속적 변화와 지속적 흐름, 그리고 분산의 지속적 변화를 야기하는 이상원인의 발생을 고려하였다. 이때 공학적 공정관리 절차로 매시점마다 최소평균제곱오차 수정을 수행하는 공정에서 일반화가능도비 관리도를 사용하여 이상원인의 발생을 탐지하는 통합공정관리 절차를 고려하였고, 이를 위한 일반화가능도비 관리도의 설계 방법을 제안하였다. 제안된 방법을 사용할 경우 아주 간편하게 관리한계를 설정할 수 있으며, 모의

실험을 통하여 이 방법의 정확성을 확인한 결과 그 정확성 또한 아주 좋은 것으로 나타났다.

참고 문헌

Apley, D. W. and Shi, J. (1999). The GLRT for statistical process control of autocorrelated processes, *IIE Transactions*, **31**, 1123–1134.

Box, G. E. P. and Kramer, T. (1992). Statistical process control and feedback adjustment - A discussion, *Technometrics*, **34**, 251–285.

Park, C. and Lee, J. (2008). An integrated process control scheme based on the future loss, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **21**, 247–264.

Park, C. and Lee, J. (2009). A Readjustment procedure after signalling in the integrated process control, *Communications of the Korean Statistics Society*, **16**, 429–436.

Reynolds, M. R., Jr. and Stoumbos, Z. G. (2004a). Control charts and the efficient allocation of sampling resources, *Technometrics*, **46**, 200–214.

Reynolds, M. R., Jr. and Stoumbos, Z. G. (2004b). Should observations be grouped for effective process monitoring?, *Journal of Quality Technology*, **36**, 343–366.

Reynolds, M. R., Jr. and Stoumbos, Z. G. (2005). Should Shewhart limits be used with exponentially weighted moving average and cumulative sum charts?, *Technometrics*, **47**, 409–424.

Vander Wiel, S. A. (1996). Monitoring processes that wander using integrated moving average models, *Technometrics*, **38**, 139–151.

2010년 3월 접수; 2010년 4월 채택

Design of the GLR Chart in Integrated Process Control

Gayoung Chun[a], Jaeheon Lee[1,a]

[a]Department of Statistics, Chung-Ang University

Abstract

This paper considers the integrated process control procedure for detecting special causes in an IMA(1,1) noise process that is being adjusted using a minimum mean squared error adjustment. As a SPC procedure, we use a GLR chart for detecting special causes whose effects are the sustained shift or the sustained drift in the process mean, and the sustained shift in the process variance. For the design of the GLR chart, we derive expressions for the control limit which accurately satisfies the given in-control ARL.

Keywords: Integrated process control, process adjustment, GLR chart, control limit.

This work was supported by the Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government(KRF-2008-313-C00139).

[1] Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Chung-Ang University, 221 Heukseok-Dong, Dongjak-Gu, Seoul 156-756, Korea. E-mail: jaeheon@cau.ac.kr