

대향류 확산화염에서 맥동 불안정성의 비선형 거동에 대한 수치해석

이 수 룡**

* 서울산업대학교 자동차공학과

Numerical Simulations of Nonlinear Behaviors of Pulsating Instabilities in Counterflow Diffusion Flames

Su Ryong Lee**

* Dept. of Automotive Engineering, Seoul Nat'l Univ. of Technology

(Received June 10, 2010 ; Revised July 5, 2010 ; Accepted July 6, 2010)

Key Words: Bifurcation(갈래질), Diffusion Flame(확산화염), Diffusional-Thermal Instability(확산-열전도 불안정성), Nonlinear Analysis(비선형해석), Pulsating Instability(맥동불안정성)

초록: 대향류 확산화염에서 확산-전도 불안정성에 의한 맥동불안정성의 비선형 거동을 수치 해석적으로 연구하였다. Lewis 수를 1보다 충분히 크게 두고 일차원 준정상상태의 화염의 해로부터 Damkohler 수를 섭동시켜 시간에 따른 화염의 전개를 계산하였다. 맥동 불안정성에 의한 비선형 화염전개는 세 가지 다른 형태, 즉 교란이 점점 감소되는 경우, 교란이 증폭되어 안정된 주기적 진동이 일어나는 경우, 그리고 교란이 계속 증폭되어 화염이 소멸되는 경우 등으로 나타났다. 스트레치를 받지 않는 화염의 결과와 달리 대향류 유동장의 화염에서는 안정된 한계순환 맥동 불안정이 존재하였다. 세 가지 다른 형태의 화염 전개를 보이는 임계 Damkohler 수를 계산하여 동적 소멸이 일어나는 영역을 표시하였고, 이는 층류소화염의 국소소멸 계산에 이용될 수 있다. 불안정성이 나타나는 갈래질의 구조는 초임계 및 임계이하 Hopf 갈래질로 나타났다. 특정한 Damkohler 수의 영역에서 안정된 한계 순환 갈래질이 나타났으며, 화염온도가 증가함에 따라 영역이 축소되어 안정된 한계순환이 일어나는 영역은 사라지고 불안정한 한계순환 갈래질이 나타났다. 안정된 한계순환 영역이 확장되는 영역이 존재하며, 이는 단순한 한계순환 불안정성이 주기배증에 의한 Rossler 갈래질이 나타나면서 한계 영역이 확장되었다.

Abstract: Nonlinear dynamics of pulsating instability-diffusional-thermal instability with Lewis numbers sufficiently higher than unity-in counterflow diffusion flames, is numerically investigated by imposing a Damkohler number perturbation. The flame evolution exhibits three types of nonlinear behaviors, namely, decaying pulsating behavior, diverging behavior (which leads to extinction), and stable limit-cycle behavior. The stable limit-cycle behavior is observed in counterflow diffusion flames, but not in diffusion flames with a stagnant mixing layer. The critical value of the perturbed Damkohler number, which indicates the region where the three different flame behaviors can be observed, is obtained. A stable simple limit cycle, in which two supercritical Hopf bifurcations exist, is found in a narrow range of Damkohler numbers. As the flame temperature is increased, the stable simple limit cycle disappears and an unstable limit cycle corresponding to subcritical Hopf bifurcation appears. The period-doubling bifurcation is found to occur in a certain range of Damkohler numbers and temperatures, which leads to extend the lower boundary of supercritical Hopf bifurcation.

- 기호설명 -

A_F : 연료측 혼합분율값
 a : 스트레인율 인자
 c_p : 정압비열
 D_T : 열확산계수
 Da : Damkohler 수

H : 총합엔탈피
 L : Lewis 수
 Q : 열발생률
 q : 무차원 열발생률
 T : 온도
 T_a : 활성화 온도
 t : 무차원 시간
 v : 속도

** Corresponding Author, srlee@snut.ac.kr

x, y : 무차원 공간좌표
 Y : 질량분율
 Z : 혼합분율

그리스문자

β : Zel'dovich 수
 Θ : 무차원 온도
 ν : 연료-공기 화학양론비

하첨자

E : 소염조건
 F : 연료
 O : 산화제
 r : 화염면
 ∞ : 산화제측

1. 서 론

층류화염의 고유 불안정성인 확산-열전도 불안정성(diffusional-thermal instability)은 난류화염으로의 천이과정과 관련하여 불안정성을 야기 시키는 메커니즘을 규명하기 위하여 예혼합화염에 대하여 많은 연구가 수행되었다.^(1,2) 그러나 최근 확산화염에서도 유동조건의 변화에 대하여 반응율의 감도가 매우 큰 소염근처에서 확산-열전도에 의한 불안정성이 나타날 수 있고, 그 특성이 예혼합화염의 경우와 매우 유사하다는 것이 선형해석을 통하여 밝혀졌다.⁽³⁻⁸⁾ 즉 Lewis 수가 1보다 충분히 작을 경우에는 셀모양의 불안정성이 나타나며, 반면에 Lewis 수가 1 보다 충분히 클 경우에는 맥동 불안정성이 나타난다.

맥동 불안정성은 준정상상태 소염 전에 발생하기 때문에 실제 화염의 소염조건을 명확하게 파악하기 위해서는 맥동 불안정성이 일어난 후 화염의 특성을 파악하는 것이 중요하다. 일반적으로 선형해석을 통하여 불안정성이 일어날 수 있는 Lewis 수 및 Damkohler 수 등과 같은 정특성(static property)을 알 수 있으나, 불안정성이 일어난 후의 화염의 전개 등 동특성(dynamic property)을 이해하기 위해서는 비선형해석이 필요하다.

Sohn과 Kim⁽⁷⁾은 대류를 무시하고 확산만을 고려한 정체 혼합층(stagnant mixing layer)을 모델로 하여 Lewis 수가 1 보다 큰 경우에 대하여 확산화염의 비선형 거동 특성을 연구하였다. 정상상

태 소염조건 전에 화염의 온도가 진동하는 맥동 불안정성이 나타나서 화염이 소염이 되는 갈래질(bifurcation)이 존재하고, 맥동 불안정이 증폭되어 화염이 소염되는 경우와 맥동 불안정성이 감쇄되어 정상상태 화염으로 가는 경우와 같은 두 가지 화염 전개 특성이 있음을 보였다. Wang 등⁽⁸⁾은 1차원 평면 확산화염에 대하여 확산-전도 불안정성에 대한 비선형 해석을 수행하여 세 가지 화염 거동, 즉 교란이 감쇄되는 거동, 교란이 증폭되어 소염되는 거동, 교란이 증폭되어 화염이 계속 진동하는 안정된 한계순환(stable limit cycle)이 되는 거동 등이 나타날 수 있음을 보였다. 그러나 실제 연소시스템에서는 확산-열전도 불안정성만으로는 안정된 한계순환 거동이 일어나기 힘들며, 복사 열손실 등과 같은 부가 효과가 필요할 것이라고 주장하였다. Milkavcic 등⁽⁹⁾은 정체 혼합층을 모델로 하여 복사열손실을 고려하여 확산화염의 비선형 거동을 해석하였다. 복사열손실이 없을 경우에는 Lewis 수가 매우 큰 5에서 안정된 한계순환 거동과 함께 세 가지 화염거동이 나타났으며, 복사열손실이 있을 경우에는 Lewis 수가 1인 경우에도 세 가지 화염거동이 나타남을 보여 주었다.

위의 모든 해석은 유동이 없거나 스트레치가 없는 1차원 화염을 모델로 하였다. 그러나 층류 화염소 모델(laminar flamelet model)에 의하면 국부적인 화염은 유동에 의한 스트레치를 받고 있다. 또한 확산 화염의 맥동 불안정성은 소염근처에서 일어나므로 온도가 낮아서 기체복사가 상대적으로 작을 수 있다. 따라서 복사 열손실이 없는 경우 실제 연소시스템에서 확산-열전도에 의하여 안정된 한계순환 화염 거동이 존재할 수 있는가 하는 것을 파악하는 것이 본 연구의 첫째 관심이다.

층류화염소의 모델로 주로 채용되고 있는 대향류 유동장의 경우 양의 스트레치를 받기 때문에 Lewis 수가 1 보다 클 경우 열손실이 공급된 반응물의 화학에너지를 초과하여 화염온도가 단열 화염온도 보다 낮아진다. 이 때문에 스트레치가 있는 화염의 비선형 거동은 스트레치가 없는 화염의 거동과 다른 전개를 보일 수 있다. 따라서 본 연구에서는 대향류 유동장 화염에서 맥동 불안정성의 비선형 거동을 수치 해석적으로 연구하였다.

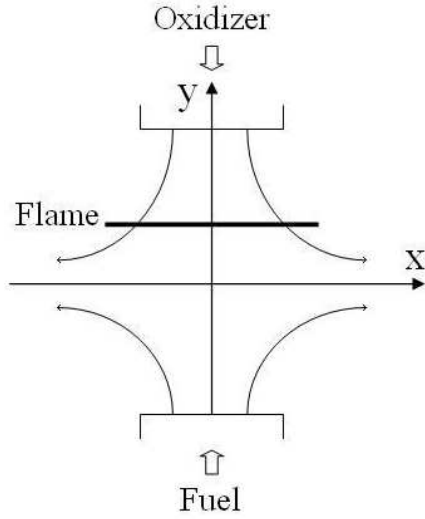


Fig. 1 Schematic diagram of counterflow diffusion flame

2. 지배방정식 및 해석방법

2.1 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서는 층류화염소(laminar flamelet)의 연소해석에 널리 사용되고 있는 대향류 유동장을 모델로 채택하였으며, Fig. 1에 도시하였다.

유동장은 $(v_x^*, v_y^*) = (a^* x^*, -a^* y^*)$ 이며, 여기에서 a^* 는 dv_x^*/dx^* 로 정의된 유동장의 변형률 인자(starin-rate parameter)이다. 공간좌표 및 시간은 혼합층의 특성길이 $\sqrt{2D_T^*/a^*}$ 와 특성시간 $2/a^*$ 로 무차원화하여 다음과 같이 정의되었다.

$$(x, y) \equiv \sqrt{\frac{a^*}{2D_T^*}} (x^*, y^*), \quad t \equiv \frac{a^* t^*}{2} \quad (1)$$

온도는 소모되는 산화제의 질량당 열발생 Q^* 와 정압비열로서 정의된 특성온도 $T_c^* \equiv Q^*(Y_{O_\infty}^*/L)/c_p^*$ 로 무차원화 하였고, 산화제 및 연료의 농도는 다음과 같이 정의하였다.

$$\theta = \frac{T^* - T_\infty^*}{T_c^*} = \frac{T^* - T_\infty^*}{q T_\infty^*} \quad (2)$$

$$Y_O = \frac{Y_O^*}{Y_{O_\infty}^*} \quad Y_F = \frac{Y_F^*}{\nu Y_{O_\infty}^*}$$

여기에서 T_∞^* 는 산화제측의 온도, $q \equiv T_c^*/T_\infty^*$

로 정의된 무차원화된 열발생이며, ν 는 연료-공기 화학양론비이다. 경계조건에서 나타나는 인자는 당량비로서 $A_F = Y_{F,-\infty}^*/(\nu Y_{O_\infty}^*)$ 이며, $Y_{F,-\infty}^*$ 는 연료측의 연료 질량분율이다.

해석을 단순화하기 위하여 여러 가지 가정을 도입하였다. 물질확산 및 열전도에 의한 불안정성을 연구하기 위하여 열적팽창을 무시하여 밀도 ρ 와 확산계수 D 와 D_T 를 일정하다고 하였다. 연료와 산화제의 물질 확산계수는 동일하다고 가정하였고, 물질 확산에 대한 열확산의 비 D/D_T 로 정의되는 Lewis 수는 L 로 표시하고 일정하다고 가정하였다. 화학반응은 연료 및 산화제에 대하여 1의 반응차수를 갖는 일단계 총체 Arrhenius 반응을 채택하였다.

확산화염의 구조를 해석하는 경우, 혼합분율(mixture fraction) Z 와 총엔탈피(total enthalpy) H 와 같은 연계함수(coupling function)를 도입하면 편리하며 각각 다음과 같이 정의되었다.

$$Z \equiv \frac{Y_F - Y_O + 1}{A_F + 1}, \quad H \equiv \theta + \frac{Y_F + Y_O}{2} \quad (3)$$

위에 정의된 Z 의 정의에 따라 연료측 및 산화제측에서 Z 의 값은 각각 1과 0이다. 화염면은 연료 및 산화제가 완전히 소모되는 지역 즉 $Y_F = Y_O = 0$ 인 지역에 위치하므로 화염면에서의 Z 의 값은 $Z_s = 1/(1 + A_F)$ 이며, 여기에서 s 는 화염면을 나타낸다.

이러한 가정하에서 대향류유동장에서 화학종 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$L \frac{DY_O}{Dt} - \frac{\partial^2 Y_O}{\partial y^2} = -Da Y_O Y_F \exp\left[-\frac{T_a}{1 + q\theta}\right] \quad (4)$$

$$L \frac{DZ}{Dt} - \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{DH}{Dt} - \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = (1 - L) \left[\frac{DY_F}{Dt} + \frac{DZ}{Dt} \right] \quad (6)$$

여기에서 Da 는 Damkohler 수, T_a 는 무차원 활성화온도이다. 또한 물질미분 D/Dt 는 다음과 같다.

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} - 2y \frac{\partial}{\partial y} \quad (7)$$

연료와 산화제의 Lewis 수를 동일하게 두었기

때문에 혼합분율은 반응항과 무관하게 결정되고, 혼합분율 및 연료의 질량분율은 다음과 같다.

$$Z = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{L}y), \quad Y_F = Y_0 - \operatorname{erf}(\sqrt{L}y) \quad (8)$$

여기에서 erf 와 erfc는 각각 에리함수와 에리보완 함수이다. 따라서 해석해야할 방정식의 수는 2개로 줄어들게 된다.

위의 지배방정식에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_O &\rightarrow 1, \quad H \rightarrow 1/2 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \\ Y_O &\rightarrow 0, \quad H \rightarrow A_F/2 \quad \text{as } y \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (9)$$

위의 지배방정식 및 경계조건에 대한 자세한 유도과정 및 각 무차원화 변수들의 상세한 정의는 이전논문들^(4,5)에 잘 나타나 있다.

2.2 해석방법

비선형 거동을 연구하기 위하여 두 단계로 수치 해석을 수행하였다. 먼저 정상상태 화염의 구조를 계산하여 소염점 즉 정상상태 소염 Damkohler 수 $Da_{st,E}$ 를 구한다. 확산화염의 경우, 정상상태 소염점 근처에서 외부 교란에 대하여 화염이 가장 민감하므로 화염의 비선형 거동은 정상상태 소염점 근처에서 주로 일어난다. 일단 정상상태 소염점이 계산되면, 소염점 근처의 정상상태의 해로부터 Da 에 0.001%의 교란을 부과한 후에 비정상 수치 해석을 수행하여 매우 작은 교란에 대하여 비선형 거동을 해석하였다.

지배방정식 (4), (5)와 (6)에서 $L = 2.5$, $T_a = 50$ 그리고 $q = 6$ 에 대하여 계산하였다. 이러한 조건에서, $\beta \equiv q T_a H_s / (1 + H_s)^2$ 로 정의된 Zel'dovich 수는 화염면에서 약 6.5 정도로서 충분히 비선형 거동을 연구할 수 있다.^(4,5)

수치해석은 공간적으로 2차 유한차분방법 그리고 시간적분은 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수행하였다. y 방향의 경계는 혼합경계층의 바깥에 해당하는 값을 선택하기 위하여 충분히 큰 값인 $y = \pm 3$ 로 두었다. 화염근처에서 온도와 농도 등 모든 값들의 변화가 심하므로 화염면 근처에서 격자가 조밀한 비균일 격자를 채택하였으며 y 방향으로 총 103개의 격자를 두었다. 시간 적분을 위한 time step 은 수치해석의 결과가 일치하는 최대크기인 $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ 으로 두었다.

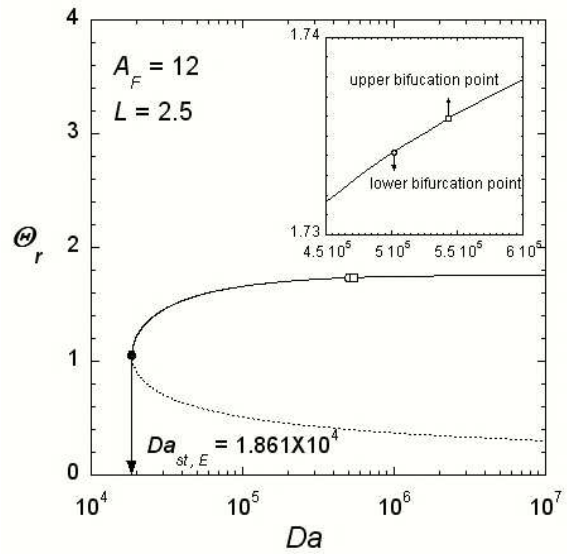


Fig. 2 Flame temperature response and bifurcation points as a function of Damkohler number

3. 결과 및 검토

선형해석의 결과에 의하면⁽⁴⁾ A_F 가 크고 Lewis 수가 1보다 클 때 맥동불안정성이 일어날 수 있기 때문에 본 연구에서는 $A_F = 12$, $L = 2.5$ 에 대하여 계산을 수행하였다. Fig.2 에 Damkohler 수에 따른 정상상태(steady state) 화염의 온도를 도시하였다. 실선은 정상상태의 화염이 존재할 수 있는 영역이며, 점선은 정상상태의 화염이 존재할 수 없는 영역이다. 실선과 점선의 경계인 전환점(turning point)이 정상상태 화염의 소염조건(extinction condition)이며 소염 Damkohler 수는 $Da_{st,E} = 1.861 \times 10^4$ 이다.

일단 주어진 Damkohler 수에 대하여 정상상태의 해가 계산되면, 방정식의 여러 가지 변수를 섭동(perturbation)시키거나 혹은 농도장이나 온도장 등을 섭동시켜 화염이 시간에 따른 동적인 해(dynamic solution)를 구하여 비선형 거동을 해석할 수 있다. 본 연구에서는 주어진 Damkohler 수에서 정상상태의 해를 초기조건으로 하고 Damkohler 수를 일정한 값으로 섭동시켜 비선형 거동을 해석하였다.

정상상태의 화염 줄기(branch)에서 맥동 불안정성의 갈래질(bifurcation)을 알아보기 위하여 Damkohler 수를 0.001% 섭동시켜 비정상상태 계

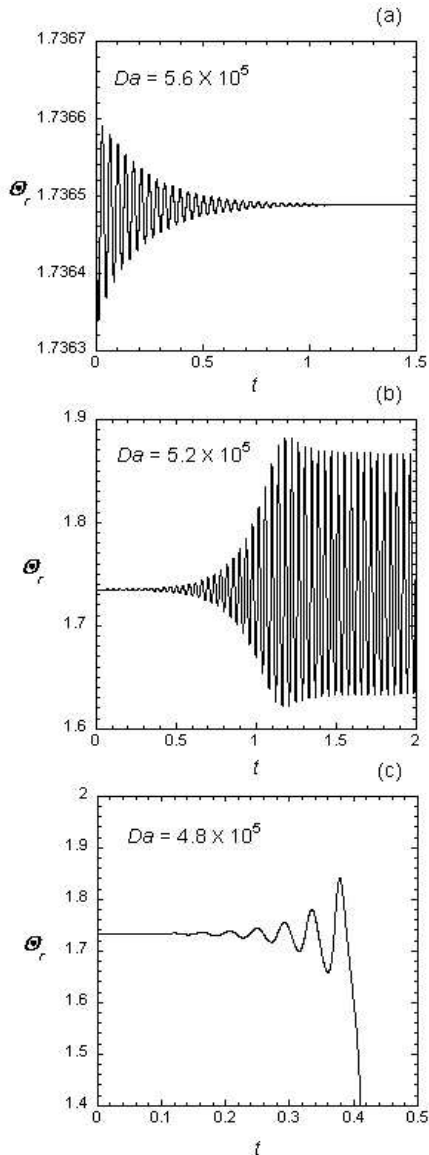


Fig. 3 Flame evolutions as a function of time : (a) decaying solution to stable fixed point (b) stable simple limit cycle solution (c) diverging solution to extinction

산을 수행하였다. 세 가지 다른 형상의 비선형 거동이 관찰되었으며 각각 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3(a)에 $Da = 5.6 \times 10^5$ 일 때 시간에 따른 화염의 거동을 나타내었다. Da 수가 섭동되면 Lewis 수가 크기 때문에 맥동불안정성이 나타나 화염의 온도가 진동하지만 시간에 따라 진폭이 점점 줄어들어 화염온도는 섭동된 Da 수에 대한 정상상태의 값으로 수렴된다. 이 때 정상상태의 화염 온도는 안정된 고정점 끌개(stable fixed point attractor)로 작용한다. Da 가 $Da = 5.2 \times 10^5$

로 줄어들면, 섭동된 Da 에 대하여 화염온도는 초기에 매우 작은 크기의 진폭으로 진동하지만 시간이 감에 따라 진폭이 점점 커져서 결국 일정한 주기를 갖으며 진동한다. Fig. 3(b)에 시간에 따른 안정된 한계순환(stable limit cycle) 화염온도가 잘 나타나 있다. 스트레치 영향이 없는 정체 혼합층(stagnant mixing layer)의 확산화염 맥동불안정성의 해석 결과⁽⁷⁾에 의하면 Lewis 수가 클 때 소염 근처에서 맥동 불안정성은 나타나지만 안정된 한계순환은 나타나지 않고 불안정한 한계순환이 나타난다. 그러나 대향류 유동장의 화염은 양의 스트레치를 받기 때문에 Lewis 수의 영향과 함께 화염에서의 열손실이 증가되어 안정된 한계순환 영역이 나타나는 것을 알 수 있다. Da 가 더 작아져서 $Da = 4.8 \times 10^5$ 이 되면 진폭이 점점 커져 진동하다가 진폭이 너무 커져서 더 이상 화염이 유지되지 못하고 소멸되는 것을 Fig. 3(c)에서 볼 수 있다. 따라서 Lewis 가 1 보다 큰 경우에는 맥동 불안정성에 의해 정상상태 소염 Da 보다 큰 Da 에서 화염이 소멸 될 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 2에 정상상태 화염의 줄기에서 한계 순환 및 동적 소염(dynamic extinction)이 나타나는 갈래질 점들을 확대된 그림에 나타내었다. 이러한 갈래질은 안정된 한계순환 갈래질이 나타나기 때문에 초임계 Hopf 갈래질(supercritical Hopf bifurcation)에 해당한다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 안정된 고정점 끌개에서 안정된 한계 순환 끌개로의 갈래질을 상부 갈래질(upper bifurcation)이라 하고 안정된 한계순환 끌개에서 불안정한 밀개(unstable repeller)로의 갈래질을 하부 갈래질(lower bifurcation)이라 하였다. 상부 갈래질의 Da 는 $Da_{UB} = 5.43 \times 10^5$ 이며 하부 갈래질 Da 는 $Da_{LB} = 5.02 \times 10^5$ 이다. 따라서 안정된 한계 순환은 $Da_{LB} \leq Da \leq Da_{UB}$ 인 좁은 Da 영역에서 나타나며, $Da \leq Da_{LB}$ 인 영역에서는 화염은 맥동불안정성에 의해 동적 소염(dynamic extinction)이 나타난다.

한계 순환 영역 내 화염의 전개(evolution)를 알아보기 위하여 동적 소염이 일어나기 바로 전 $Da = 5.021 \times 10^5$ 에 대하여 시간에 따른 화염의 거동을 Fig. 4에 도시하였다. Da 가 동적 소염에 가까워지면 초기에 진폭이 시간에 따라 변하는 진폭변조(amplitude modulation)가 일어나고 시간

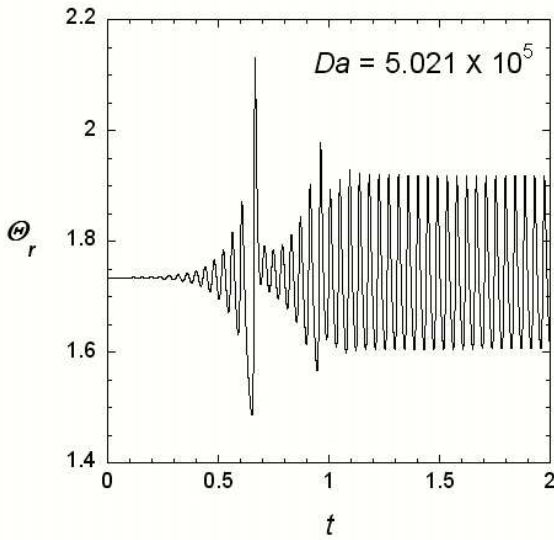


Fig. 4 A flame evolution exhibiting stable limit cycle just before dynamic extinction

이 경과하면서 진폭변조는 없어지고 진폭이 일정한 한계 순환을 보인다. 첫 번째 화염의 진동 진폭이 증가하는 주기에서 화염이 살아남으면 계속 진동하는 한계순환 맥동 불안정성이 나타난다. 반면에 첫 번째 화염의 진동 진폭의 증가가 너무 크면 화염이 유지되지 못하고 소멸된다. 그러나 대부분의 한계 순환 영역 내 화염 거동은 Fig. 3 (b)와 같이 초기에 뚜렷한 진폭변조가 일어나지 않고 시간에 따라 진동의 진폭이 증가하고 충분한 시간이 지난 후에는 진폭의 크기가 일정하게 유지되는 형태를 보여준다.

정상상태의 해를 초기 조건으로 하여 Damkohler 수를 일정한 값으로 섭동시키면 앞에서 설명한 것과 마찬가지로 세 가지 형태의 맥동 불안정성이 나타난다. Fig. 5에 갈래질이 나타나는 섭동시킨 Damkohler 수의 임계값을 나타내었다. Fig. 5(a)에 전체적인 갈래질의 자취를 나타내었으며 Fig. 5(b)에 한계순환이 일어나는 부분을 확대하여 도시하였다. 안정된 고정점 영역은 외부로부터 야기된 교란이 점점 감소되어 정상상태의 해로 수렴하는 지역이며, 안정된 한계순환 영역은 교란이 점점 증폭되어 안정된 주기적 진동이 일어날 수 있는 지역이다. 반면에 소멸영역은 교란이 점점 증폭되어 화염이 소멸되는 동적 소멸지역이다. 안정된 한계순환이 일어나는 임계 Da 영역은 정상상태 화염의 줄기 아래에서 약간 확장되지만 곧 축소되면서 정상상태 소멸까지

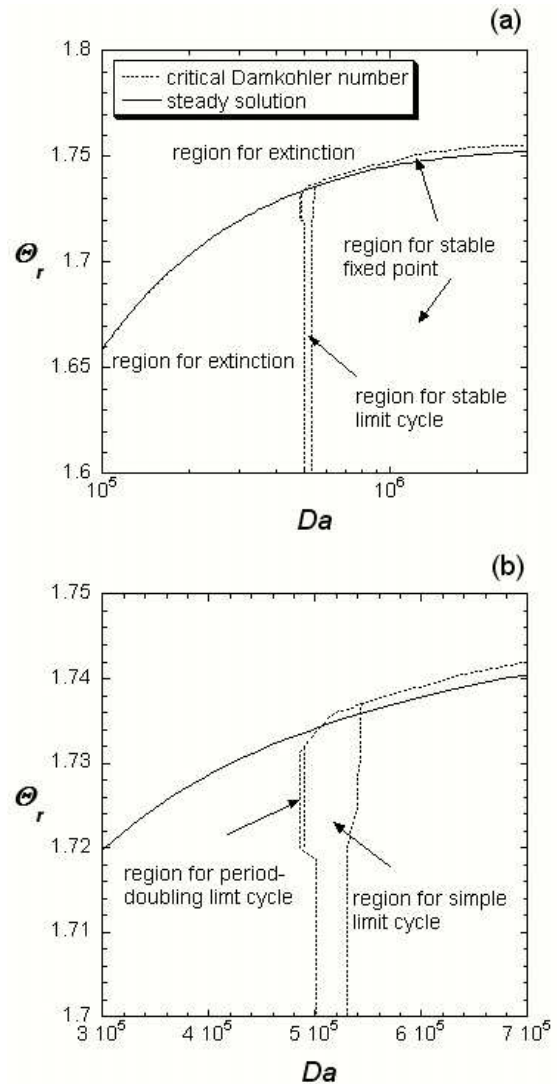


Fig. 5 (a) Locus of critical Damkohler number, which shows the regions of stable fixed point, stable limit cycle, and dynamic extinction. (b) The magnification of the locus (a) near the bifurcation points

$5.01 \times 10^5 \leq Da \leq 5.3 \times 10^5$ 으로 일정하게 유지된다. 그러나 정상상태 화염 줄기 위에서는 하부 갈래질이 나타나는 임계 Da 가 커져서 한계순환의 Da 영역이 줄어들게 된다. 결국 하부 갈래질과 상부 갈래질이 나타나는 임계 Da 가 합쳐져서 안정된 한계순환은 소멸하고 불안정한 한계순환만 존재하게 된다. 이 때의 갈래질은 임계미만 Hopf 갈래질(subcritical Hopf bifurcation)에 해당한다.⁽¹¹⁾

Fig. 5(b)에서 보면 정상상태 화염 줄기 아래로 하부 갈래질의 임계 Da 수가 확장되는 것을 볼

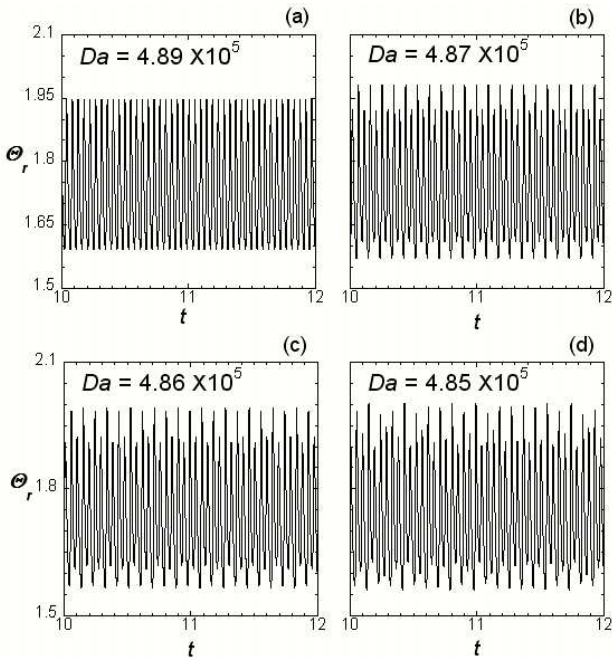


Fig. 6 Flame evolutions as a function of time for (a) simple stable limit cycle (b) period doubling (c) period quadrupling (c) strange attractor to chaos

수 있다. 확장되는 영역에서 비선형 특성을 보기 위하여 여러 가지 Da 수에 대하여 화염의 전개를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6의 모든 계산은 $Da = 4.4 \times 10^5$ 일 때 정상상태 화염에서 시작하여 각각 그림에 표시된 Da 로 섭동하여 불안정성을 야기하였다. 또한 Da 가 섭동된 후 초기 화염온도의 전개는 앞의 전개와 비슷하므로 시간에 따라 화염온도가 변하지 않는 부분만 나타내어 서로 비교하였다. $Da = 4.90 \times 10^5$ 로 섭동된 후의 화염온도는 맥동 불안정성에 의하여 한계순환의 진동을 보여주고 있으며, 그 진폭 및 주기가 일정하다. 그러나 $Da = 4.89 \times 10^5$ 가 되면 Fig. 6(b)에서 보는 바와 같이 주기는 변하지 않으나 진폭의 크기가 2개가 되어 결과적으로 주기가 2배가 되는 주기배증 (period doubling) 갈래질이 나타난다. $Da = 4.86 \times 10^5$ 이 되면 진폭의 크기가 4개가 되면서 또 주기배증이 나타나며, $Da = 4.85 \times 10^5$ 가 되면 크기가 다른 여러 개의 진폭이 나타난다.

이러한 주기 배증 현상은 화염온도의 변화를 위상공간(phase space)에 도시하면 더욱 더 뚜렷하게 알 수 있다. Fig. 6의 결과를 위상공간으로 도

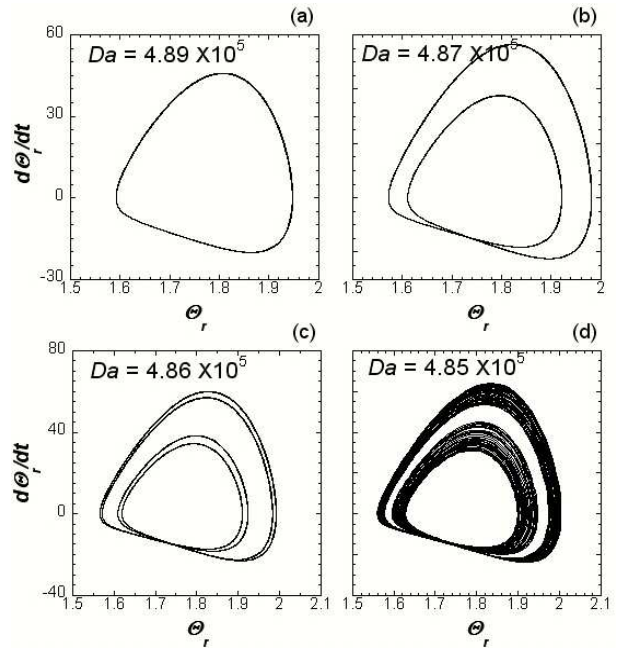


Fig. 7 Phase portraits for (a) simple stable limit cycle (b) period doubling (c) period quadrupling (c) strange attractor to chaos

시하였다. $Da = 4.90 \times 10^5$ 일 때는 주기 및 진폭이 한 개인 단순한 한계순환 끝개가 나타나지만, $Da = 4.87 \times 10^5$ 에서는 한계순환이 2개로써 주기배증을 볼 수 있다. $Da = 4.86 \times 10^5$ 으로 줄어 들면 한계순환이 4개가 되어 주기가 다시 배증되고, 동적 소멸이 일어나기 직전인 $Da = 4.85 \times 10^5$ 에서는 한계순환이 수없이 많은 이상한 끝개(strange attractor)가 나타난다. 이러한 현상은 주기배증 갈래질을 통하여 혼돈 끝개(chaos attractor)에 도달하는 Rossler 끝개와 같다.^(11,12) Miklavcic⁽¹²⁾이 복사열손실이 존재하는 정체 혼합층을 모델로 하여, 확산화염에서 주기배증을 통하여 혼돈끝개에 도달할 수 있다는 것을 처음 보여주었다. 그러나 Miklavcic의 결과는 복사열손실에 의해서 야기되는 맥동 불안정성이다. 본 연구에서는 화염의 고유 불안정성인 확산-열전도 즉 Lewis 수의 영향에 의해서도 주기배증이 일어날 수 있다는 것이다.

주기배증이 일어나면서 진폭의 크기가 나뉘어져 최고 진폭이 크기가 증가하지만 화염이 소멸되지 않고 유지되는 것을 볼 수 있다. 따라서 주기배증 갈래질인 Rossler 끝개가 나타나면 소멸영역이 확장될 수 있다.

4. 결 론

대향류 유동장을 모델로 하여 확산화염에서 확산-전도 불안정성에 의한 맥동불안정성의 비선형 거동을 수치해석적으로 연구하였다. Lewis 수를 1보다 충분히 크게 두고 일차원 준정상상태의 화염의 해로부터 Damkohler 수를 섭동시켜 시간에 따른 화염의 전개를 계산하였다. 외부로부터 야기된 교란이 맥동 불안정성에 의해 세 가지 다른 형태, 즉 교란이 점점 감소되는 경우, 교란이 증폭되어 안정된 주기적 진동이 일어나는 경우, 그리고 교란이 계속 증폭되어 화염이 소멸되는 경우 등이 나타났다. 스트레치를 받지 않는 화염의 결과와 달리 대향류 유동장의 화염에서는 안정된 한계순환 맥동 불안정이 존재하였다.

맥동 불안정성이 나타나는 갈래질의 구조는 초임계 및 임계이하 Hopf 갈래질로 나타났다. 일정한 Damkohler 수의 영역에서 안정된 한계 순환 갈래질이 나타났으며, 화염온도가 증가함에 따라 영역이 축소되어 안정된 한계순환이 일어나는 영역은 사라지고 불안정한 한계순환 갈래질이 나타났다. 특히 안정된 한계순환 영역이 확장되는 영역이 존재하는데 이는 단순한 한계순환 불안정성이 주기배증에 의한 Rossler 갈래질이 나타나서 한계 영역이 확장되었다.

본 연구의 비선형 해석의 결과로부터 화염의 동적 소멸 조건은 준정상상태 소멸조건과 매우 다를 수 있었다. 이러한 결과는 층류화염소의 국소 소멸(local quenching)에 적용할 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) Sivashinsky, G. I., 1977, "Diffusional- Thermal Theory of Cellular Flames," *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 15, pp. 137~146.
- (2) Joulin, G. and Clavin, P., 1979, "Linear Stability Analysis of Nonadiabatic Flames : Diffusional- Thermal Model," *Combust. Flame*, Vol. 35, pp. 139~153.
- (3) Kim, J. S., 1997, "Linear Analysis of Diffusional- Thermal Instability in Diffusion Flames with Lewis Numbers Close to Unity," *Combustion Theory and Modeling*, Vol. 1, pp.13~40.
- (4) Kim, J. S. and Lee, S. R., 1999, "Diffusional- Thermal Instability in Strained Diffusion Flames with Unequal Lewis Numbers," *Combustion Theory and Modelling* Vol. 3, No. 1, pp. 123~146.
- (5) Lee, S. R. and Kim, J. S. 1997, "Diffusion-Flame Instability in the Premixed Flame Regime," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 21, No. 8, pp. 1218~1229.
- (6) Sohn, C. H., 2004, "A Numerical Study on Nonlinear Dynamic Behavior of Diffusive-Thermal Instability in Diluted CH₄/O₂ Counterflow Diffusion Flames," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 28, No. 6, pp. 688~696.
- (7) Sohn, C. H., Chung, S. H. and Kim J. S., 1999, "Instability-Induced Extinction of Diffusion Flames Established in the Stagnant Mixing Layer," *Combustion and Flame*, Vol. 117, pp. 404~412.
- (8) Wang, H. Y., Bechtold, J. K. and Law, C. K., 2006, "Nonlinear Oscillations in Diffusion Flames," *Combustion and Flame*, Vol. 145, pp. 376~389.
- (9) Miklavcic, M., Moore, A. B. and Wichman I. S., 2005, "Oscillations and Island Evolution in Radiating Diffusion Flames," *Combustion Theory and Modelling* Vol. 9, No. 3, pp.403~416.
- (10) Sohn, C. H., Kim J. S., Chung, S. H. and Maruta, K., 2000, "Nonlinear Evolution of Diffusion Flame Oscillations Triggered by Radiative Heat Loss," *Combustion and Flame*, Vol. 123, pp. 95~106.
- (11) Strogatz, S. H., 1994, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, Cambridge, pp.248 ~377.
- (12) Miklavcic, M., 2007, "Period Doubling Cascade in Diffusion Flames," *Combustion Theory and Modelling* Vol. 11, No. 1, pp.103~112.