《연구논문》 Korean Journal of Optics and Photonics, Volume 21, Number 4, August 2010 DOI: 10.3807/KJOP.2010.21.4.161

비균일 단축 이방성 매질을 투과하는 빛의 편광상태 변화 표현

류장위[1†] · 김상열[1] · 김용기[2]

[1]아주대학교 분자과학기술학과
㉾ 443-749 경기도 수원시 영통구 원천동 산 5번지

[2]삼성전자 첨단기술연수소
㉾ 442-380 수원시 영통구 원천동 339 번지

(2010년 5월 27일 받음, 2010년 6월 21일 수정본 받음, 2010년 6월 21일 게재 확정)

단축 이방성 매질에서 다른 단축 이방성 매질로 진행하는 빛의 유효투과계수 표현을 유도하였다. 두 이방성 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 도입한 후, 가상의 등방성 매질 내의 다중반사 효과를 반영함으로써 두 단축 이방성 매질간의 경계면에서 유효투과계수 표현을 제시하였다. 균일하지 않은 단축 이방성 매질을 얇고 균일한 단축 이방성 층들의 합으로 대치하여 각각의 두 경우에 대하여 투과하는 빛의 편광상태 변화를 계산한 후 비교함으로써 이 방법의 타당성을 확인하였다.

Polarization Analysis of Light Passing Through Non−uniform Uniaxial Media

Jang Wi Ryu[1†], Sang Youl Kim[1], and Yong Ki Kim[2]

[1]*Department of Molecular Science and Technology, Ajou University, Suwon 443-749, Korea*
[2]*Samsung Advanced Technology Training Institute, Suwon 442-380, Korea*

(Received May 27, 2010; Revised manuscript June 21, 2010; Accepted June 21, 2010)

We suggest an effective expression of transmission coefficients between uniaxial anisotropic media. To study the transmission of oblique incident light by stratified anisotropic planar structures, we included an imaginary isotropic layer sandwiched between those anisotropic media, and then considered multiple reflection within the imaginary layer. The adequacy of this expression is confirmed by comparing the polarization analysis of light passing through the anisotropic medium and the multi−layered anisotropic media.

Keywords: Liquid crystal display, Anisotropy, Polarization
OCIS codes: (230.3720) Liquid-crystal devices; (260.1180) Crystal optics; (260.5430) Polarization

I. 서 론

이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태를 계산하는 방법으로 Berreman의 4 × 4 행렬계산법이 일반적으로 많이 사용되고 있다.[1-3] 비균일한 이방성 매질을 균일한 두께의 이방성 매질로 나눈 후, 이방성 매질 사이의 경계면에서 전자기장의 연속성을 이용하여 투과된 빛의 편광상태를 계산하는 4 × 4 행렬계산법은 매질이 두꺼워질수록 계산시간이 오래 걸리는 단점이 있어 이를 개선하기 위한 방법이 Wöhler 등에 의해 개발되었다.[4] 한편 4 × 4 행렬계산법에 비해 비교적 간단한 방법으로 비균일 이방성 매질을 투과하는 빛의 편광상태 계산에 Yeh 등과 Lien 등에 의해 개별적으로 유도된 2 × 2 행렬계산법이 사용되기도 한다.[5,6] 2 × 2 행렬계산법은 4 × 4 행렬계산법보다 직관적이며 계산이 단순한 장점이 있지만, 균일한 이방성 매질 내의 다중반사를 무시하고, 이방성이 작다고 가정하여 근사적인 계산방법을 사용하는 등 4 × 4 행렬계산법에 비해 사용상 제약이 따르지만, 이방성이 작은 경우에 큰 차이가 없음이 Kwok 등에 의해 보고되었다.[7]

본 논문에서는 비균일 단축 이방성 매질을 투과하는 빛의 편광상태를 계산하는 새로운 방법을 제안한다. 이방성 매질에서 이방성 매질로의 투과계수나 반사계수는 그 계산식이 매우 복잡할 뿐만 아니라 액정 디스플레이 (Liquid Crystal Display, LCD) 패널과 같이 균일하지 않은 이방성 매질 등을 투과한 빛의 편광상태를 계산하는데 시간이 오래 걸리는 단

†E-mail: jangwisi@ajou.ac.kr
Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

점을 가지고 있다.[8] 따라서 본 논문에서는 이방성 매질 사이의 복잡한 투과계수를 직접 사용하지 않고, 이방성 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 도입한 후 가상의 등방성 매질 내의 다중반사를 고려한 보정식을 적용함으로써 빠르고 정확하게 이방성 매질간의 투과계수를 계산할 수 있었다.

II. 3상계 구조를 사용한 2상계 경계면에서의 투과계수 표현

여기에서는 등방성 매질과 등방성 기층으로 이루어진 2상계 구조에서 두 매질의 경계면에서 반사계수 또는 투과계수를 직접 계산한 결과와 두 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 도입하고 이 등방성 매질 내의 다중반사를 고려하여 계산한 반사계수 또는 투과계수 결과가 동일함을 먼저 보여준다. 이 방법을 두 이방성 매질간 경계면에서 반사계수와 투과계수를 계산하는 데에도 적용하였고 구체적인 표현들을 제시하였다.

2.1. 3상계 구조를 갖는 등방성 매질에서 반사계수와 투과계수 표현

등방성 매질(1)과 매질(3)의 경계면에서 기울어져 입사하는 빛의 반사와 굴절은 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 이 경계면에서 Fresnel 반사계수와 투과계수는 각각 식 (1)과 같다. 본 논문에서는 매질의 굴절률을 n, 반사계수는 r, 투과계수는 t로 표시하며, 각 계수의 아래 첨자에서 숫자는 매질을, 입사면에 수직으로 진동하는 전자기파는 s, 나란하게 진동하는 전자기파는 p로 표시하고, 아래첨자의 순서에 따라 빛의 진행방향을 나타낸다. 예를 들어 입사하는 매질(1)의 굴절률은 n_1, 굴절하는 매질(3)의 굴절률은 n_3, 매질(1)의 $s-$파에서 매질(3)의 $p-$파로의 투과계수는 t_{1s3p}로 나타내었으며 θ_1은 입사파의 입사각, θ_3는 굴절파의 굴절각을 나타낸다.

$$r_{1s3s}=\frac{n_1\cos\theta_1-n_3\cos\theta_3}{n_1\cos\theta_1+n_3\cos\theta_3}$$
$$r_{1p3p}=\frac{n_1\cos\theta_3-n_3\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_3+n_3\cos\theta_1} \qquad (1-1)$$

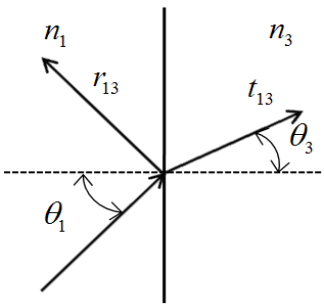


FIG. 1. Incident, reflected and refracted wave at a interface between two isotropic medium.

$$t_{1s3s}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_3\cos\theta_3}$$
$$t_{1p3p}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_3\cos\theta_1+n_3\cos\theta_1} \qquad (1-2)$$

그림 2는 등방성 매질(1)과 (3) 사이에 두께가 d인 등방성 매질(2)가 있는 경우 진행하는 빛의 반사와 굴절을 나타낸다. 파장이 λ인 빛이 매질(2) 내부를 진행할 때 위상차이는 $2\pi dn_2\cos\theta_2/\lambda$ 이므로 매질(2) 내의 다중반사를 고려하면, 매질 (1), (2), (3)을 진행하는 반사파, r_{123}과 투과파, t_{123}은 식 (2)와 같이 정리할 수 있다.

$$r_{123}=r_{12}+t_{12}r_{23}t_{21}e^{2i\phi}+t_{12}r_{23}r_{21}r_{23}t_{21}e^{4i\phi}\cdots=\frac{r_{12}+r_{23}e^{2i\phi}}{1+r_{23}r_{21}e^{2i\phi}}$$
$$t_{123}=t_{12}t_{23}e^{i\phi}\left(1+r_{23}r_{21}e^{2i\phi}\left(r_{23}r_{21}e^{2i\phi}\right)^2\cdots\right)=\frac{t_{12}t_{23}e^{i\phi}}{1+r_{23}r_{12}e^{2i\phi}} \qquad (2)$$

매질(2)의 두께 d가 0인 경우 위상차이는 0이므로 식 (2)는 식 (3)과 같이 된다.

$$r_{123}=\frac{r_{12}+r_{23}}{1+r_{23}r_{12}}$$
$$t_{123}=\frac{t_{12}t_{23}}{1+r_{23}r_{12}} \qquad (3)$$

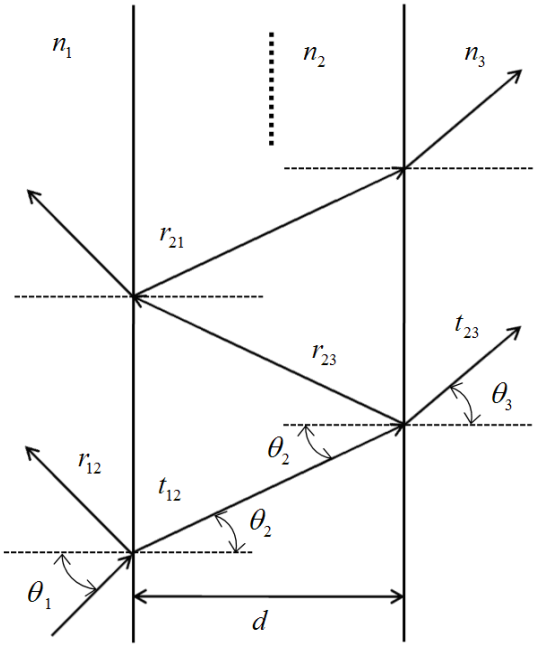


FIG. 2. Multiple reflections in isotropic layer (2) sandwiched between isotropic layer (1) and (3). Thickness of layer (2) is d.

$s-$파와 $p-$파 각각의 경우에 식 (3)의 반사계수와 투과계수 표현에 식 (1)과 같은 계면에서의 Fresnel 반사계수와 Fresnel 투과계수를 대입하여 정리하면 식 (4)와 같이 매질 (1), (2), (3)을 진행하는 빛의 $s-$파와 $p-$파의 반사계수와 투과계수 표현들을 얻을 수 있다.

$$r_{s123}=\frac{n_1\cos\theta_1-n_3\cos\theta_3}{n_1\cos\theta_1+n_3\cos\theta_3}=r_{1s3s}$$
$$r_{p123}=\frac{n_1\cos\theta_3-n_3\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_3+n_3\cos\theta_1}=r_{1p3p} \quad (4-1)$$

$$t_{s123}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_3\cos\theta_3}=t_{1s3s}$$
$$t_{s123}=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_3+n_3\cos\theta_1}=t_{1p3p} \quad (4-2)$$

식 (4)는 매질(1)에서 매질(3)으로 진행하는 빛의 반사계수 또는 투과계수 표현인 식 (1)과 일치하는데 매질(2)의 굴절률은 식 (4)에 포함되지 않음을 알 수 있다. 이는 등방성 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 도입하더라도 가상의 매질 내의 다중반사를 고려하고 두께를 0으로 하여 매질을 투과한 빛의 편광상태를 계산한다면 매질(2)의 굴절률과 무관하게 매질(1)에서 매질(3)으로 진행하는 빛의 반사계수 표현과 투과계수 표현을 정확하게 구할 수 있음을 의미한다.

2.2. 이방성 매질 사이에 등방성 매질이 있는 경우 투과계수 표현

2.1에서 사용한 방법을 응용하여 두 이방성 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 가정하고 가상의 등방성 매질 내의 다중반사에 의한 효과를 고려한다면, 두 이방성 매질을 진행하는 빛의 유효투과계수 표현을 얻을 수 있다. 그림 3은 이방성 매질(1)과 (3) 사이에 가상의 등방성 매질(2)가 있다고 가정한 경우 매질 사이의 반사, 투과에 대한 개념도이다.

그림 3과 같이 이방성 매질과 등방성 매질의 경계면에서는 이방성 매질로의 반사와 등방성 매질로의 투과가, 등방성 매질과 이방성 매질의 경계면에서는 등방성 매질로의 반사와 이방성 매질로의 투과가 나타난다. 만약 각 경계면에서 반사계수와 투과계수를 안다면, 이방성 매질 사이의 등방성 매질 내에서의 다중반사에 의한 효과가 고려된 투과파의 편광상태를 계산할 수 있다. 등방성 매질에서 위상지연 차이를 ϕ, 이방성 매질(1)에서 등방성 매질(2)로 입사하는 빛의 이상파($e-$파)와 정상파($o-$파) 성분의 세기를 $(A_{1e}\,A_{1o})^T$, 등방성 매질(2)에서 이방성 매질(3)으로 투과된 빛의 $e-$파, $o-$파 성분의 세기를 $(C_{3e}\,C_{3o})^T$라 한다면, $(C_{3e}\,C_{3o})^T$는 매질(2)에서의 다중반사 효과를 고려하여 식 (5)와 같이 계산할 수 있다.

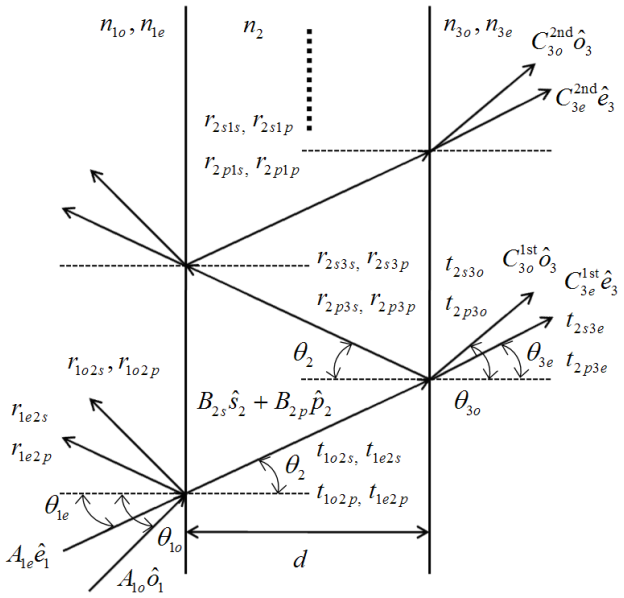


FIG. 3. Multiple reflections in isotropic layer (2) sandwiched between anisotropic layer (1) and (3). Thickness of layer (2) is *d*.

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}C_{3e}\\C_{3o}\end{pmatrix}&=\begin{pmatrix}t_{2s3e}\,t_{2p3e}\\t_{2s3o}\,t_{2p3o}\end{pmatrix}e^{i\phi}\begin{pmatrix}t_{1e2s}\,t_{1o2s}\\t_{1e2p}\,t_{1o2p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A_{1e}\\A_{1o}\end{pmatrix}\\&+\begin{pmatrix}t_{2s3e}\,t_{2p3e}\\t_{2s3o}\,t_{2p3o}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}r_{2s1s}\,r_{2p1s}\\r_{2s1p}\,r_{2p1p}\end{pmatrix}e^{2i\phi}\begin{pmatrix}r_{2s3s}\,r_{2p3s}\\r_{2s3p}\,r_{2p3p}\end{pmatrix}e^{i\phi}\begin{pmatrix}t_{1e2s}\,t_{1o2s}\\t_{1e2p}\,t_{1o2p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A_{1e}\\A_{1o}\end{pmatrix}\\&+\begin{pmatrix}t_{2s3e}\,t_{2p3e}\\t_{2s3o}\,t_{2p3o}\end{pmatrix}\left\{\begin{pmatrix}r_{2s1s}\,r_{2p1s}\\r_{2s1p}\,r_{2p1p}\end{pmatrix}e^{2i\phi}\begin{pmatrix}r_{2s3s}\,r_{2p3s}\\r_{2s3p}\,r_{2p3p}\end{pmatrix}\right\}^2e^{i\phi}\begin{pmatrix}t_{1e2s}\,t_{1o2s}\\t_{1e2p}\,t_{1o2p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A_{1e}\\A_{1o}\end{pmatrix}\cdots\\&=\begin{pmatrix}t_{2s3e}\,t_{2p3e}\\t_{2s3o}\,t_{2p3o}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}e^{i\phi}\left\{1+(e^{2i\phi}R)+(e^{2i\phi}R)^2+(e^{2i\phi}R)^3\cdots\right\}\begin{pmatrix}t_{1e2s}\,t_{1o2s}\\t_{1e2p}\,t_{1o2p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}A_{1e}\\A_{1o}\end{pmatrix}\end{aligned} \quad (5)$$

단, 식 (5)에서 R은 식 (6)과 같다.

$$R\equiv\begin{pmatrix}r_{2s1s}\,r_{2p1s}\\r_{2s1p}\,r_{2p1p}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}r_{2s3s}\,r_{2p3s}\\r_{2s3p}\,r_{23p}\end{pmatrix} \quad (6)$$

식 (5)에서 매질(2) 내를 진행하는 파의 다중반사를 계산하기 위해서는 식 (5) 내에 있는 수열의 합, 즉 식 (7)의 값을 계산하여야 한다.

$$e^{i\phi}\left\{1+(e^{2i\phi}R)+(e^{2i\phi}R)^2+(e^{2i\phi}R)^3\cdots\right\}\equiv\Omega \quad (7)$$

식 (7)의 양변에 $e^{2i\phi}R$을 곱한 후, 식 (7)의 양변에서 빼어주면 식 (8)과 같이 정리되며, 가상의 등방성 매질(2)의 두께를 0으로 두면 식 (8)에서 $\phi=0$이므로, Ω는 식 (9)와 같이 정리할 수 있다. 여기에서 I는 2차의 단위행렬이다.

$$\Omega(I-e^{2i\phi}R)=e^{i\phi}I \quad (8)$$

$$\Omega=(I-R)^{-1} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (5)에 적용하면 두 이방성 매질 사이를 진행하는 빛의 유효투과계수는 식 (10)과 같이 정리하여 계산할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} C_{3e} \\ C_{3o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{2s3e} & t_{2p3e} \\ t_{2s3o} & t_{2p3o} \end{pmatrix} (I-R)^{-1} \begin{pmatrix} t_{1e2s} & t_{1o2s} \\ t_{1e2p} & t_{1o2p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1e} \\ A_{1o} \end{pmatrix} \tag{10}$$

III. 비균일 이방성 분포를 가지는 매질에 의한 편광상태 변화

이방성 매질이 비균일 분포를 이루며 광축이 연속적으로 변하는 경우, 그림 4와 같이 다층의 균일한 이방성 매질이 연속적으로 변화하고 있다고 근사할 수 있다. 다층의 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태는 각 이방성 매질 층 사이에 두께가 0인 등방성 매질을 도입하고 가상의 등방성 매질 내의 다중반사를 고려하여 식 (11)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G_s \\ G_p \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{ez}d} & 0 \\ 0 & e^{ik_{oz}d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{se} & t_{pe} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \cdots \\ & \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{es} & t_{os} \\ t_{ep} & t_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{ez}d} & 0 \\ 0 & e^{ik_{oz}d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{se} & t_{pe} \\ t_{so} & t_{po} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_s \\ F_p \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

식 (11)에서 $(F_s\, F_p)^T$는 첫 번째 이방성 매질로 입사하는 s−파와 p−파 성분의 크기를, $(G_s\, G_p)^T$는 N 번째 이방성 매질을 투과한 빛의 s−파와 p−파 성분의 크기를 나타내며, $R_{ij}(i,j=1,2)$는 가상의 등방성 매질에서 다중반사 효과를 고려한 행렬의 성분, 즉 식 (9)와 같고, $k_{lz}(l=o,e)$는 o−파와 e−파 파수벡터의 z−축 성분이다. 비균일 이방성 매질을 다층의 균일한 이방성 매질의 합으로 간주하고 각 이방성 매질 사이에 두께가 0인 등방성 매질을 도입한 다음 이 등방성 매질 내의 다중반사를 고려하여 전체 비균일 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태를 기술하는 식 (11)은 LCD에 사용하는 액정뿐만 아니라 모든 비균일 이방성 매질의 편광상태 분석에 사용할 수 있는 새로운 방법이다.

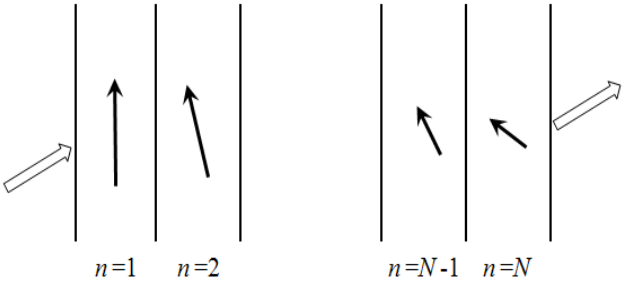


FIG. 4. Non−uniform uniaxially anisotropic mediums divided into N layers. Solid arrows are directions of c-axis and empty arrows are direction of propagated wave.

IV. 전기장과 전기변위에서 정상파와 이상파의 단위벡터

식 (11)의 각 투과계수와 반사계수 성분들은 Yeh[9]와 Ryu[10] 등에 의해 그 수학적인 표현이 유도되었지만, 각 표현 내에서 정상파와 이상파의 단위벡터 표현은 구체적이지 않다. 본 절에서는 이들 단위벡터의 구체적인 표현을 제시하였다. 빛이 이방성 매질을 진행하는 경우 일반적으로 전기변위 단위벡터는 o−파와 e−파의 파수벡터에 정확하게 수직하고, o−파의 전기장 단위벡터는 o−파의 파수벡터에 수직하지만, e−파의 전기장 단위벡터는 e−파의 파수벡터에 수직하지 않는다. 먼저 o−파의 전기변위 단위벡터는 o−파의 파수벡터와 이방성 매질의 광축에 수직인 방향으로, e−파의 전기변위 단위벡터는 e−파의 파수벡터와 o−파의 전기변위 단위벡터의 수직인 방향으로 식 (12)와 같이 정의한다.[9]

$$\begin{aligned} \vec{D}_o &= \frac{\vec{k}_o \times \hat{c}}{|\vec{k}_o \times \hat{c}|} \\ \vec{D}_e &= \frac{\vec{D}_o \times \vec{k}_e}{|\vec{D}_o \times \vec{k}_e|} \end{aligned} \tag{12}$$

전기장의 경우 o−파와 e−파의 단위벡터는 전기변위의 단위벡터보다 다소 복잡한 과정을 거쳐야 얻을 수 있는데 실험실좌표계에서 o−파와 e−파의 파수벡터에 대한 일반적인 표현을 얻은 후, 이들 표현을 주축좌표계에서 각 모드로 변환하고, 다시 주축좌표계에서 실험실좌표계로 변화하는 과정이 필요하다.

이방성 매질의 광축이 $\hat{c}$ 방향으로 있는 주축좌표계를 abc−좌표계로 하고 빛이 진행하는 방향을 나타내는 파수벡터를 $\vec{k}=(k_a\, k_b\, k_c)$로 나타낸 abc−좌표계에서 o−파와 e−파의 전기장 단위벡터는 각각 식 (13)과 같다.[9]

$$\vec{E}_{o,abc} = \begin{pmatrix} k_b \\ -k_a \\ 0 \end{pmatrix} \tag{13−1}$$

$$\vec{E}_{e,abc} = \begin{pmatrix} \dfrac{k_a}{n^2-n_o^2} \\ \dfrac{k_b}{n^2-n_o^2} \\ \dfrac{k_c}{n^2-n_e^2} \end{pmatrix} \tag{13−2}$$

식 (13)에서 n은 빛의 진행방향에서 매질의 굴절률을 나타내고, n_o, n_e는 각각 정상굴절률과 이상굴절률을 나타낸다.

그림 5와 같이 xyz−좌표계에서 단축 이방성 매질의 광축이 z−축에 대하여 θ_c 만큼 기울어져 있고, 광축의 xy−평면 투영상이 x−축에 대하여 ϕ_c 회전한 경우, o−파와 e−파의

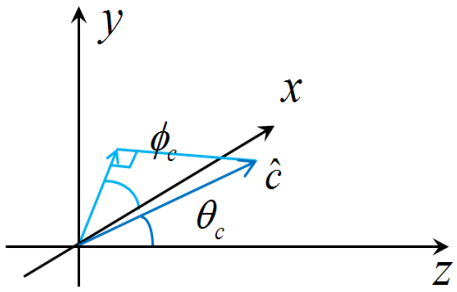


FIG. 5. Orientation of the $c-$axis of a uniaxially anisotropic medium in the $xyz-$coordinate system, where θ_c is the angle between the $c-$axis and the $z-$axis, and ϕ_c is the angle between projection of the c-axis on the $xy-$plane and the $x-$axis.

전기장 단위벡터는 입사면이 $yz-$평면상에 있도록 좌표축을 설정하면, $o-$파와 $e-$파의 파수벡터는 각각 $\vec{k}_{o,xyz}=\hat{y}(\beta)+\hat{z}(k_{oz})$, $\vec{k}_{e,xyz}=\hat{y}(\beta)+\hat{z}(k_{ez})$와 같다. 여기에서 β는 $o-$파와 $e-$파 파수벡터의 y축 성분으로 파수벡터와 관계없이 동일한 값을 갖는다. $abc-$좌표계와 $xyz-$좌표계가 $\hat{b}=\hat{z}\times\hat{c}$, $\hat{a}=\hat{b}\times\hat{c}$의 관계가 있을 때 두 좌표계 사이에는 식 (14)의 관계식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix}\hat{a}\\ \hat{b}\\ \hat{c}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta_c\cos\phi_c & \cos\theta_c\sin\phi_c & -\sin\theta_c\\ -\sin\phi_c & \cos\phi_c & 0\\ \sin\theta_c\cos\phi_c & \sin\theta_c\sin\phi_c & \cos\theta_c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\\ \hat{z}\end{pmatrix}\equiv T_{xyz\to abc}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ \hat{y}\\ \hat{z}\end{pmatrix} \tag{14}$$

이때, $abc-$좌표계에서 $o-$파와 $e-$파의 파수벡터는 각각 식 (15)와 같이 얻을 수 있다.

$$\vec{k}_{o,abc}=\hat{a}(\beta\cos\theta_c\sin\phi_c-k_{oz}\sin\theta_c)+\hat{b}(\beta\cos\phi_c)+\hat{c}(\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{oz}\cos\theta_c) \tag{15-1}$$

$$\vec{k}_{e,abc}=\hat{a}(\beta\cos\theta_c\sin\phi_c-k_{ez}\sin\theta_c)+\hat{b}(\beta\cos\phi_c)+\hat{c}(\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{ez}\cos\theta_c) \tag{15-2}$$

식 (15)의 파수벡터를 식 (13)에 대입하여 정리하면 $abc-$좌표계에서 $o-$파와 $e-$파의 전기장 단위벡터를 식 (16)과 같이 정리할 수 있다.

$$\vec{E}_{o,abc}=\begin{pmatrix}k_b\\ -k_a\\ 0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}\beta\cos\phi_c\\ -\beta\cos\theta_c\sin\phi_c+k_{oz}\sin\theta_c\\ 0\end{pmatrix} \tag{16-1}$$

$$\vec{E}_{e,abc}=\begin{pmatrix}\dfrac{k_a}{n_e(\theta_e)^2-n_o^2}\\ \dfrac{k_b}{n_e(\theta_e)^2-n_o^2}\\ \dfrac{k_c}{n_e(\theta_e)^2-n_e^2}\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}\dfrac{\beta\cos\theta_c\sin\phi_c-k_{ez}\sin\theta_c}{n_e(\theta_e)^2-n_o^2}\\ \dfrac{\beta\cos\phi_c}{n_e(\theta_e)^2-n_o^2}\\ \dfrac{\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{ez}\cos\theta_c}{n_e(\theta_e)^2-n_e^2}\end{pmatrix} \tag{16-2}$$

식 (16)의 $\vec{E}_{e,abc}$에서 분모의 특이점을 없애주면 식 (17)과 같이 정리된다.

$$\vec{E}_{e,abc}\Rightarrow\begin{pmatrix}n_e^2(\beta\cos\theta_c\sin\phi_c-k_{ez}\sin\theta_c)(\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{ez}\cos\theta_c)\\ n_e^2\beta\cos\phi_c(\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{ez}\cos\theta_c)\\ -n_o^2\{\beta^2+k_{ez}^2-(\beta\sin\theta_c\sin\phi_c+k_{ez}\cos\theta_c)^2\}\end{pmatrix} \tag{17}$$

$abc-$좌표계에서 유도된 $o-$파와 $e-$파의 전기장 단위벡터에 식 (14) 내에 있는 변환행렬의 역행렬, 즉 $T_{xyz\to abc}^{-1}$을 곱해주면 $xyz-$좌표계에서의 전기장 단위벡터 표현을 식 (18)과 같이 얻을 수 있는데, 여기에서는 그 계산과정이 복잡하여 구체적인 표현은 생략하였다.

$$\begin{aligned}\vec{E}_{o,xyz}&=T_{xyz\to abc}^{-1}\vec{E}_{o,abc}\\ \vec{E}_{e,xyz}&=T_{xyz\to abc}^{-1}\vec{E}_{e,abc}\end{aligned} \tag{18}$$

V. 시뮬레이션 결과 및 토의

III.에서 사용한 비균일 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태를 계산하는 방법의 타당성을 확인하기 위하여 광축이 임의의 기울임각과 방위각을 갖는 균일한 단층 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태 변화를 계산하고 이를 다시 여러 개의 층으로 잘게 나누어 계산한 편광상태 변화와 비교하였다. 이방성 매질 사이에 가상의 등방성 매질을 도입한 후, 등방성 매질 내의 다중반사를 고려한 편광상태 변화를 계산하여, 단층으로 계산한 결과와 비교함으로써 본 연구에서 제안하는 방법의 타당성을 확인하였다.

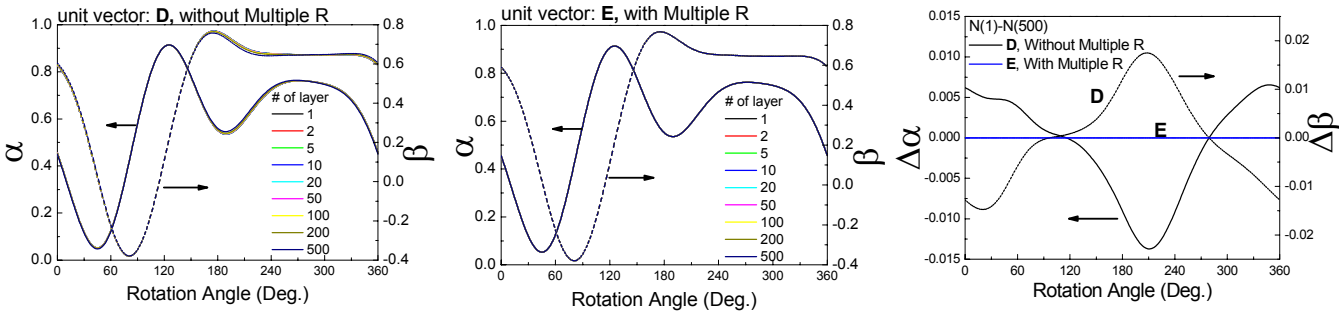
타원법은 시료에서 반사하거나 시료를 투과한 빛의 편광상태를 분석하여 시료의 광학적 특성을 분석하는 연구방법으로 본 연구에서는 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태 변화를 표현하기 위하여 회전검광자 방식의 타원계에서 측정되는 푸리에 계수 (α,β)를 사용하였다. 타원법에서는 투과광의 경우, 전기장의 $p-$파 성분과 $s-$파 성분의 복소투과계수의 비로 식 (19)과 같이 타원상수를 정의한다.[11]

$$\rho=\tan\Psi e^{i\Delta}=\frac{t_p}{t_s} \tag{19}$$

식 (19)에서 Ψ는 투과계수의 진폭에 대한 비를 의미하고, Δ는 위상변화의 차이를 의미한다. 투과형 회전검광자 방식의 타원계에서는 식 (20)와 같이 정의되는 푸리에 계수 (α,β)를 측정하는데, 여기에서 I_D는 시간에 따라 측정되는 빛의 세기, I_0는 검광자의 한 주기에서 평균 빛의 세기, ω는 회전하는 검광자의 각진동수이다.

$$I_D=I_0(1+\alpha\cos2\omega t+\beta\sin2\omega t) \tag{20}$$

푸리에 계수 (α,β)는 타원상수 (Ψ,Δ)와 식 (21)의 관계



(a) (b) (c)

FIG. 6. Calculated Fourier coefficients (α, β) curves vs azimuth angle of $n_o = 1.5$, $n_e = 1.55$, $\theta_c = 20^\circ$, $\phi_c = 12^\circ$, $d = 5\ \mu\mathrm{m}$ for the uniaxially anisotropic medium at angle of incidence, 50° and wavelength, 550 nm. For the calculation of (α, β) curves, it is used the electric displacement unit vectors and omitted the multiple reflection in the imaginary isotropic layer in (a), and the electric field unit vectors and with the multiple reflection in the imaginary layer in (b). (c) shows the difference of calculated result between single layer and 500 layers.

가 있는데, 여기에서 P는 편광자의 방위각이다.

$$\alpha = \frac{\tan^2\Psi - \tan^2 P}{\tan^2\Psi + \tan^2 P} \tag{21}$$

$$\beta = \frac{2\tan\Psi\cos\Delta\tan P}{\tan^2\Psi + \tan^2 P}$$

그림 6는 정상굴절률과 이상굴절률이 각각 n_o=1.5, n_e=1.55, 광축의 기울임각과 방위각이 각각 θ_c=20°, ϕ_c=12°, 두께 d=5 ㎛인 이방성 막이 있는 경우, 파장 550 nm, 입사각 50도에서 이 막 시료를 360도 회전시키며 계산한 (α, β) 그래프이다. 여기에서는 이방성 층의 개수를 1부터 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500까지 늘리면서 (α, β)가 일정하게 유지되는지 여부를 확인하고자 하였다. 그림 6−(a)는 식 (11)의 계산식에서 o−파와 e−파의 전기변위 단위벡터를 사용하고 가상의 등방성 매질에서 다중반사를 고려하지 않고 계산한 그래프이고, 그림 6−(b)는 o−파와 e−파의 전기장 단위벡터를 사용하고 가상의 등방성 매질에서 다중반사를 고려하여 계산한 그래프이며, 그림 6−(c)는 그림 6−(a)와 그림 6−(b)에서 층이 하나인 것과 500개인 것의 차이를 보여준다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 계산식에 전기변위 단위벡터를 사용하고 다중반사를 고려하지 않으면 나누는 층의 개수가 증가함에 따라 그 차이가 증가하는데 전기장 단위벡터를 사용하고, 가상의 등방성 매질에서 다중반사를 고려하면 나누는 층의 수가 500이 되어도 그 차이가 매우 작다. 그림 6−(c)에서 보는 것과 같이 그 차이는 $\sim 1.0\times10^{-7}$의 정도인데 이는 500개의 층까지 계산함에 따른 수치계산상의 오차로 해석된다. 나누는 층의 수가 증가하더라도 차이가 없는 것으로부터 본 연구에서 제시하는 이방성 매질에서 이방성 매질로의 유효투과계수 표현이 타당함을 확인할 수 있다.

이 같은 결과는 균일하지 않은 이방성 매질에도 다음과 같이 적용될 수 있다. 즉, 균일하지 않은 이방성 매질을 다수의 균일한 이방성 층의 합으로 간주하고 이 균일한 이방성 층 사이에 두께가 0인 가상의 등방성 매질을 도입한 후 등방성 매질 내의 다중반사를 고려하면 두 이방성 매질 사이의 복잡한 투과계수 표현을 사용하지 않고도 비균일 이방성 매질을 투과한 빛의 편광상태를 매우 정확하게 계산할 수 있을 것이다.

VI. 결 론

본 연구에서는 단축 이방성 매질에서 다른 단축 이방성 매질로 진행하는 빛의 유효투과계수 표현을 유도하였다. 두 이방성 매질 사이의 유효투과계수를 얻기 위하여 두께가 0인 가상의 등방성 매질을 도입한 후, 등방성 매질 내의 다중반사를 고려하고, 정상파와 이상파의 전기장 단위벡터를 사용하였다. 유효투과계수 표현의 타당성을 확인하기 위하여 균일한 단축 이방성 매질을 투과하는 빛의 편광상태 변화를 투과형 타원상수로 구한 후 500개의 층으로 나누고 각 층 사이에 두께가 0인 등방성 매질을 도입한 후 투과한 빛의 편광상태 변화를 계산하여 이들을 비교한 결과 그 차이 값이 최대 $\sim 1.0\times10^{-7}$이하로 나타나 그 결과가 일치하였다.

References

1. D. W. Berreman, “Optics in stratified and anisotropic media: 4 × 4 − matrix formulation,” J. Opt. Soc. Am. **62**, 502-510 (1972).
2. D. W. Berreman, “Optics in smoothly varying anisotropic planar structures: application to liquid − crystal twist cells,” J. Opt. Soc. Am. **63**, 1374-1380 (1973).
3. P. Yeh, “Optics of anisotropic layered media: a new 4 × 4 matrix algebra,” Surf. Sci. **96**, 41-53 (1980).
4. H. Wöhler, M. Fritsch, G. Haas, and D. A. Mlynski, “Faster 4 × 4 matrix method for uniaxial inhomogeneous media,” J. Opt. Soc. Am. A **5,** 1554-1557 (1988).
5. C. Gu and P. Yeh, “Extended Jones matrix method. II,”

J. Opt. Soc. Am. A **10**, 966-973 (1993).
6. A. Lien and C.-J. Chen, "A new 2 × 2 matrix representation for twisted nematic liquid crystal displays at oblique incidence," Jpn. J. Appl. Phys. **35**, L1200-L1203 (1996).
7. F. H. Yu and H. S. Kwok, "Comparison of extended Jones matrices for twisted nematic liquid − crystal displays at oblique angles of incidence," J. Opt. Soc. Am. A **16**, 2772-2780 (1999).
8. G. D. Landry and T. A. Maldonado, "Complete method to determine transmission and reflection characteristics at a planar interface between arbitrarily oriented biaxial media," J. Opt. Soc. Am. A **12**, 2048-2063 (1995).
9. P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays* (John Wiley & Sons, Inc., 1999). pp. 46-74.
10. J. W. Ryu, S. Y. Kim, and Y. K. Kim, "Polarization analysis of composite optical films for viewing angle improvement of liquid crystal display," Korean J. Opt. Photon. (Hankook Kwanghak Hoeji) **20**, 241-248 (2009).
11. S. Y. Kim, *Ellipsometry* (Ajou University Press, Korea, 2000), pp. 64-97.