
굴곡 표면을 가진 유전체 경계면에서의 전자계 계산을 위한 TS-FVTD 기법

윤광렬*

TS-FVTD Techniques for Electromagnetic Field Computation
by Dielectric Boundary with Rough Surface

Kwang-yeol Yoon *

요 약

FVTD법을 이용한 전자파전파의 해석은 정확한 결과를 내고 있으나 컴퓨터 자원의 많은 메모리와 소요 시간을 필요로 하고 있다. 논문에서는 시간 세분화에 의해 수정된 FVTD기법인 TS-FVTD기법을 제안한다. TS-FVTD 기법은 기존의 방법과는 달리 전체 계산영역을 스텝 사이즈가 크고 거친 격자로 분할하여, 유전체 영역을 비유전체의 평방근에 의존하는 국부 시간 세분화 방법을 제시한다. 이 기법은 계산 소요시간 및 메모리 소비량을 절약하면서도 정확한 수치 결과를 구할 수 있다. 또한 굴곡 표면의 유전체 도파관의 전자계 계산에 적용하여 제안하는 기법의 유효성을 검토하였다.

ABSTRACT

The finite volume time domain (FVTD) method gives accurate results for the calculation of electromagnetic wave propagation but it requires large amount of computer memory. In this paper we propose a modified FVTD that employs a time subdivision. The time-subdivided FVTD (TS-FVTD) method is enough to divide the space domain grid with a large step size. This method can reduce computation time and memory resources. We check the effectiveness of the proposed method in order to apply to the analysis of electromagnetic field from rough surface with dielectric waveguide.

키워드

FVTD, cell size, memory resources, electromagnetic wave

1. 서 론

최근 컴퓨터의 급속한 발전과 보급에 의해서 전자장의 수치해석의 분야에 있어서 FVTD법이나 FDTD (finite difference time domain)법이 해석방법으로서 많이 이용되고 있다. 이 방법들은 전자파전파의 계산에 있어서 정확한 결과를 내고 있으나 그것은 사용하

는 셀 사이즈에 좌우된다. 셀의 사이즈가 작으면 작을수록 정확한 결과를 얻을 수 있지만, 계산 시간이나 계산기의 메모리 량이 늘어나는 것을 피할 수 없다. 직각좌표계에서 이용되어지고 있는 FDTD법에서는, 최소 파장에 대해 셀의 한 변을 1/10~1/15 파장 정도로 최대의 FDTD의 셀 사이즈를 결정하고 있다[1]. 셀 사이즈를 정하는 것에서 가장 큰 문제는 유전체 내부

* 계명대학교전자공학과(yoonky@kmu.ac.kr)

접수일자 : 2010. 06. 21

심사(수정)일자 : 2010. 07. 02

게재확정일자 : 2010. 08. 05

에서는 자유공간에 비해 파장이 짧아지기 때문에 거기에 맞춰 셀 사이즈를 작게 결정 할 필요가 있다는 것이다. 커다란 유전율을 가진 물체와 자유공간이 혼재하는 경우에는 유전체 내부에서만 작은 셀을 사용한다면, 계산시간이나 메모리를 절약할 수가 있다. 최근 이러한 연구에 대한 관심이 높으며, 많은 연구가 이루어지고 있다[2~4]. 이러한 방법에서는 해석 영역 내에 일부분만 존재하는 구조체나 또는 그 표면 형상이나 유전체를 효율성 있게 모델화하는 방법으로써 해석 대상물 근방만 특별한 셀을 사용해 모델화 하는 local subcell method [2], 또는 해석 대상물을 포함한 소영역을 주위의 셀 사이즈보다 작은 셀을 사용해 분할하는 local subgridding method [3]과 임의형상의 경계치문제에 있어서 유리한 FVTD와 FDTD에 의한 hybrid method [4] 등이 있다.

본 논문에서는 시간 세분화에 의한 FVTD를 이용하여 해석 영역 내에 존재하는 임의형상의 유전체 문제를 보다 효율성 있게 해석할 수 있는 간단한 계산 알고리즘에 대해 검토한다. 여기서는 모든 계산영역은 스텝사이즈를 크고 거친 격자로 분할하며, 유전체내부만 비유전율의 평방근에 의존하는 시간을 세분화 하는 것에 따라, 메모리 계산시간을 절약하는 기법을 제안한다. 이 방법을 굴곡 표면 형상의 경계면을 가지는 유전체의 도파관 계산에 적용해 그 정밀도와 타당성을 검토한다.

II. FVTD 관계식 및 time-subdivided FVTD (TS-FVTD) 기법

2.1 2차원 FVTD 관계식

계산의 편리를 위해 자유공간의 고유임피던스로 정규화된 자계를 이용하며, 수평편파의 FVTD 관계식을 정리하면 식(1)~(3)과 같이 주어진다.

$$H_x^{n+1}(i, j) = \Xi^{i,j} H_x^n(i, j) - \Gamma_y^{i,j} A^{i,j} [E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j-1)] \dots\dots\dots (1)$$

$$H_y^{n+1}(i, j) = \Xi^{i,j} H_y^n(i, j) - \Gamma_x^{i,j} A^{i,j} [E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i-1, j)] \dots\dots\dots (2)$$

$$E_z^{n+1}(i, j) = \Omega^{i,j} E_z^n(i, j) - \Gamma_y^{i,j} B^{i,j} [H_x^{n+1}(i, j+1) - H_x^{n+1}(i, j-1)] + \Gamma_x^{i,j} B^{i,j} [H_y^{n+1}(i+1, j) - H_y^{n+1}(i-1, j)] \dots\dots\dots (3)$$

수직편파의 FVTD 관계식은

$$H_z^{n+1}(i, j) = \Xi^{i,j} H_z^n(i, j) - \Lambda_y^{i,j} A^{i,j} [E_x^n(i, j+1) - E_x^n(i, j-1)] + \Lambda_x^{i,j} A^{i,j} [E_y^n(i+1, j) - E_y^n(i-1, j)] \dots\dots\dots (4)$$

$$E_x^{n+1}(i, j) = \Omega^{i,j} E_x^n(i, j) + \Gamma_y^{i,j} B^{i,j} [H_z^{n+1}(i, j+1) - H_z^{n+1}(i, j-1)] \dots\dots\dots (5)$$

$$E_y^{n+1}(i, j) = \Omega^{i,j} E_y^n(i, j) + \Gamma_x^{i,j} B^{i,j} [H_z^{n+1}(i+1, j) - H_z^{n+1}(i-1, j)] \dots\dots\dots (6)$$

으로 표현되며, 식(1)~(6)에 포함된 관계식의 step parameters는 식(7)과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \Xi^{i,j} &= \exp(-\alpha_{mi,j}) & , & \Lambda_{x,y}^{i,j} = \frac{c\Delta t}{2\mu_{ri,j}\Delta x,y} \\ A^{i,j} &= \frac{1 - \exp(-\alpha_{mi,j})}{\alpha_{mi,j}} & , & \Omega^{i,j} = \exp(-\alpha_{i,j}) \\ \Gamma_{x,y}^{i,j} &= \frac{c\Delta t}{2\epsilon_{ri,j}\Delta x,y} & , & B^{i,j} = \frac{1 - \exp(-\alpha_{i,j})}{\alpha_{i,j}} \\ \alpha_{mi,j} &= \frac{\sigma_{mi,j}\Delta t}{\mu_0\mu_{ri,j}} & , & \alpha_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}\Delta t}{\epsilon_0\epsilon_{ri,j}} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

여기서 Δx와 Δy는 spatial increment 이며, Δt는 time difference를 표시한다.

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \dots\dots\dots (8)$$

식(8)은 자유공간의 전파속도를 나타낸다. 유한 영역 내에서의 수치 해석을 위한 흡수경계조건은 PML (perfectly matched layer)의 흡수경계 조건을 적용하였다[5].

2.2 TS-FVTD 기법

셀 사이즈를 결정함에 있어서 가장 큰 문제는 유전

체 영역에서는 식(9)와 같이 자유공간에 비해 파장이 짧아지기 때문에 정확도 높은 수치해석을 위해서는 반드시 유전체 영역을 고려한 셀 사이즈가 결정되어야 한다.

$$k = \begin{cases} \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = k_0 \\ \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = k_0\sqrt{\epsilon} = \frac{2\pi}{\lambda/\sqrt{\epsilon}} \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

두 매질의 고유 임피던스가 같을 때 2.1 절의 FVTD 관계식 (7)은 공간 셀의 위치 ij 에 따라 달라진다. 이처럼 각 매질중의 전자파의 전파속도와 공간 셀 사이즈가 부합함을 일으키게 된다. 따라서 자유 공간에 의한 셀 사이즈를 $\Delta x, \Delta y$ 로 놓을 경우, 매질정수 $\epsilon_{ri,j}$ 를 가진 유전체 영역의 셀 사이즈 $\Delta x_{i,j}$ 와 $\Delta y_{i,j}$ 는 다음과 같이 선택 할 필요가 있다.

$$\Delta x_{i,j} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\epsilon_{ri,j}}}, \Delta y_{i,j} = \frac{\Delta y}{\sqrt{\epsilon_{ri,j}}} \dots\dots\dots (10)$$

식(10)은 유전매질 중에 있어서 전자파의 파장이 $1/\sqrt{\epsilon_{ri,j}}$ 로 단축되는 것에 대응하여, 유전체 중의 공간 셀 사이즈를 단축해야 된다는 의미를 표시하고 있다. 이처럼 공간 셀 사이즈를 비유전율의 평방근에 의존하도록 조정하면 자유공간과 같은 정도의 공간격자로 계산 할 수 있다. 그러나 세분화된 셀 경계에는 전자계의 접속이 필요하며, 특히 임의의 형상의 경계치 문제에서는 그 계산이 복잡하게 전개 될 수밖에 없다. 그림 1은 시간세분화영역에 대해 수정된 FVTD기법인 TS-FVTD기법에 의한 전자계의 흐름도를 표시하고 있다. 셀 경계에서의 전자계의 접속, 즉 공간적인 세분화는 고려하지 않고, 유전체 중에 자유공간에 비교하여 단축되는 식(10)의 분모 성분의 크기 정도를 시간영역에서 세분화하는 방법을 표현하고 있다.

이 방법은 세분화되는 영역에 대하여 특별한 정식화는 요구되지 않는다. 2.1 절에서 기술된 FVTD 알고리즘을 그대로 적용하여 간단히 구현 할 수 있다. 그러나 시간영역에서 세분화되는 셀 내의 유전율이 다르기 때문에, 수치계산에 있어서 불안정이 발생할 가능성이 있다. 해결 방법으로는 식(11)과 같은 보정계수를 이용하여 시간세분화영역에 적용하면, 수치계

산에서 발생하는 불안정성을 해소 할 수 있다.

$$\alpha = \sqrt{\epsilon_{ri,j} - 1/\epsilon_{rmax}} \dots\dots\dots (11)$$

이상의 과정을 시간영역에 따른 전자계 데이터의 흐름을 그림 1에 표시하였다. 제안하는 기법의 간단한 알고리즘은 다음과 같다.

- i) 세분화영역을 포함한 전영역에 속하는 전자계 $E^n(i,j), H^n(i,j)$ 의 계산
- ii) 세분화되는 영역의 분할
- iii) 식(11)의 보정계수를 이용한 세분화영역의 e, h 의 계산을 N 회 반복 계산.
- iv) N은 다음과 같이 주어진다.
 $N = \sqrt{\epsilon_{ri,j}}$ 의 정수부

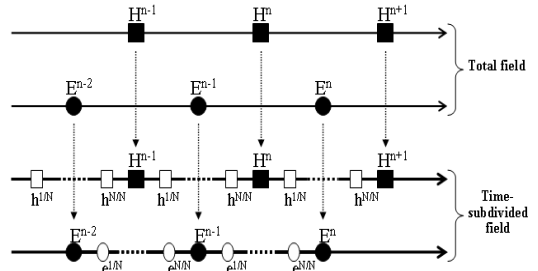


그림 1. 시간세분화영역에 따른 전자계의 흐름도.
Fig. 1 Flowchart of electromagnetic field for local time subdivision.

III. 수치계산 결과 및 분석

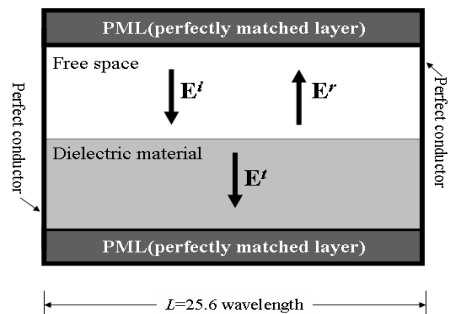


그림 2. 시뮬레이션 환경 1 (평면).
Fig. 2 The simulation conditions 1 (plane).

서로 다른 매질의 경계면을 가지는 2차원 도파관 구조에 대해, 본 논문에서 제안하는 유전체 영역을 시간 세분화하는 기법과 기존의 기법을 비교하기 위해 채용한 시뮬레이션 환경을 그림 2에 표시 하였다. 먼저 그림 2처럼 셀 경계면이 변화가 없는 일정한 경우를 가정하여, 이 계산영역 내에 있어서 에너지의 반사율(reflectivity), 투과율(transmissivity) 및 rigorous solution을 계산하여, 기존의 FVTD법에 의한 수치해석 결과와 시간세분화에 의한 TS-FVTD법의 계산 결과를 비교 하였다. 수치 시뮬레이션에 있어서 계산 영역은 7.68 m × 1.2 m의 유전체를 가지는 도파관으로 가정하여, 주파수 1.0 GHz인 정현파가 사용되었고, 비유전율 $\epsilon_r = 50$ 으로 설정 하였다. 계산영역을 유한한 범위로 정하기 위해서 상하에는 PML흡수경계조건을 사용하였다[8].

TS-FVTD의 rigorous solution을 얻기 위한 조건으로 spatial increment($\Delta = \Delta x = \Delta y$)와 time difference(Δt)는 다음과 같은 Courant의 조건을 만족해야 한다.

$$\Delta t = 2\Delta / c\sqrt{2} \dots\dots\dots (12)$$

이때 실제의 계산에서는 $\Delta = \Delta x = \Delta y = 1\lambda/20$, $\Delta t = 5.0$ ns 로 정하였다. 이 기법의 정확성을 평가하는 방법으로서 도파관 내의 에너지 전달을 표시하는 양으로 포인팅 전력을 구하고, 식(13), (14)와 같이 에너지의 반사율(R_1)및 투과율(T_1)을 구하였다. 에너지 보존의 법칙에서 $R_1 + T_1 = 1$ 의 관계가 성립해야 된다. 이러한 평가량을 사용하여 그림 2에서 제시한 시뮬레이션 환경 1에서의 반사율과 투과율의 엄밀해를 구하여, 기존의 FVTD 기법과 본 논문에서 제안하는 TS-FVTD에 관한 수치계산 결과를 비교하였다.

$$n = \sqrt{\epsilon_{r1} - (\lambda/L)^2} / \sqrt{\epsilon_{r0} - (\lambda/L)^2} \dots\dots\dots (13)$$

$$R_1 = \left(\frac{E_r}{E_i}\right)^2 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2, T_1 = \left(\frac{E_t}{E_i}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\right)^2 \dots\dots\dots (14)$$

우선 FVTD법에 의한 수치 계산의 안정된 결과를 얻기 위하여, 셀 사이즈의 변화에 의한 수치해의 수속성을 검토 하였다. 식 (15)와 같이 기존의 FVTD법의 계산에서는 자유공간의 파장에 대해 셀의 수를 20 -

160 까지 변화를 주었고, FVTD-LTS법의 계산에서는 전체 계산영역의 공간격자를 $1\lambda/20$ 으로 일정하게 두었다.

$$\Delta x = \Delta y = \lambda / N, (N = 20, 80, 160) \dots\dots\dots (15)$$

두 방법에 의한 수치해의 안정도를 비교하기 위하여, 시간 스텝의 변화에 따르는 유전체 내의 전력을 계산하였다.

먼저, 수치계산에 있어서 결과 값의 수속성을 조사하기 위해, 각 시간 스텝마다, 자유공간과 유전체 내의 전력을 이용하여 반사율과 투과율을 계산 하였다. 그림 3의 반사율에 의한 두 기법의 비교에서는 세밀한 격자($1\lambda/80$)를 가진 FVTD(작은 점선) 계산과 TS-FVTD(실선)에서는 전 시간 스텝에 걸쳐 반사율이 거의 일치하고 있으나, 거친 격자($1\lambda/20$)를 가진 FVTD(굵은 점선) 계산에서는 유전체 안에서의 투과파가 존재하지 않아 전반사가 일어나는 현상을 알 수 있다. 그림 4는 그림 2의 구조에서 유전체 안에서의 투과율에 대한 수치해의 수속성을 비교 하였다. 앞의 그림 3의 결과와 마찬가지로, 세밀한 격자($1\lambda/160$)를 가진 FVTD(작은 점선)와 TS-FVTD(실선) 계산에서는 어느 정도 이상의 time step에서는 투과율이 일치되어 안정된 해가 얻어지고 있음을 보여 준다. 반면, 작은 격자로 계산한 FVTD(굵은 점선) 계산에서는 투과파가 존재 하지 않아 투과율이 0으로 처리되고 있음을 알 수 있다.

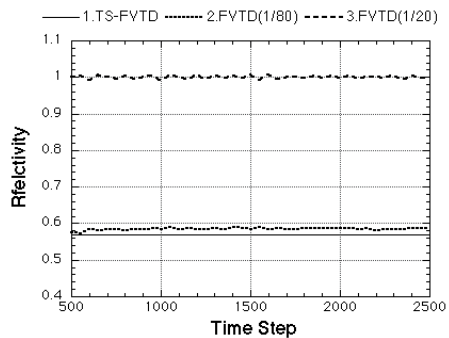


그림 3. 시간 스텝에 의한 반사율의 수속성.
Fig. 3 Convergence of reflectivity with respect to the time step.

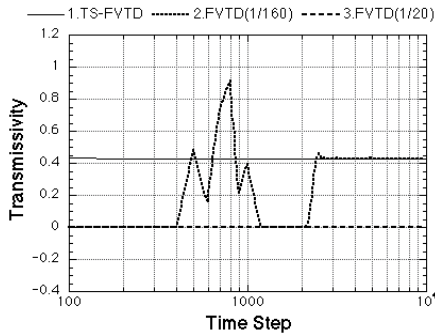


그림 4. 시간 스텝에 의한 투과율의 수축성.
Fig. 4 Convergence of transmissivity with respect to the time step.

다음으로 제안하는 기법의 정확성을 비교하기 위해 그림 2와 같은 시뮬레이션 환경에서 도파관 내의 에너지 반사율 및 투과율을 계산하여, 두 방법에 의한 수치계산 결과를 비교하여 표 1에 제시 하였다. 셀 사이즈를 1λ/160으로 설정한 FVTD법의 결과와 TS-FVTD에 의한 계산 결과는 표 1에서와 같이 엄밀해와 잘 일치 하고 있음을 알 수 있다. 기존의 FVTD법에서는 유전체 영역을 고려할 때, 전체영역을 1λ/160 정도(유전체 공간 셀 사이즈: 1λ/22)로 셀 사이즈를 정하였을 때, 정확도 높은 계산 결과를 구할 수 있었다. 한편, TS-FVTD에서는 전체 계산 영역을 1λ/20 정도로 설정하여도 정확한 수치계산 결과를 얻을 수 있다.

표 1. 셀 사이즈 변화에 따른 반사율 및 투과율.
Table 1. Reflectivity and Transmissivity coefficients with respect to the number of sampling point.

cell size (λ)	R ₁	T ₁	cell size in dielectric (λ)
1/20	0.99997	0.00003	1/2.8
1/40	0.99821	0.00179	1/5.7
1/80	0.50487	0.49964	1/11.4
1/160	0.57863	0.42162	1/22.8
1/20(TS-FVTD)	0.56898	0.42524	-
rigorous solution	0.56678	0.43321	

다음으로 그림 5에서와 같이 굴곡 표면의 경계면을 가진 2차원 도파관을 계산영역으로 하는 해석 모델을 표시한다. 실제 계산에 사용한 계산영역은 그림 1의 조건과 같다. 특히 높은 비유전율(ε_r = 50)을 가진 굴곡 표면 (rough surface)의 경계문제에 대한 엄밀해가

존재하지 않기 때문에 기존의 FVTD법에 셀 사이즈를 자유공간의 파장에 비교해서 1λ/20 - 1λ/160까지의 변화를 준 수치계산 결과와 전체 계산영역을 1λ/20로 일정하게 격자화한 TS-FVTD의 결과와 비교하였다. 굴곡 표면의 생성에는 식(16)과 같은 Gaussian type of spectrum을 이용하였으며,

$$W(K_I) = \frac{dv^2 cl}{2\sqrt{\pi}} e^{-K_I^2 cl^2 / 4} \dots\dots\dots (16)$$

여기서, K_I은 공간 각주파수, dv는 rms(root mean square) 표면 높이, cl은 correlation length of rough surface를 의미한다.

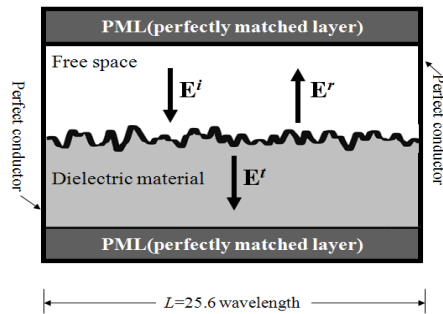


그림 5. 시뮬레이션 환경 2 (굴곡 표면).
Fig. 5 The simulation conditions 2 (rough surface, dv=0.2 λ, cl=1 λ).

표 2. 반사율, 투과율, 계산 시간 및 계산 메모리의 소비량 비교.

Table 2. Reflectivity, Transmissivity, run time and memory requirements.

cell size (λ)	R ₁	T ₁	run time (m:s)	memory (Mbyte)
1/20	0.99993	0.00007	0:04	2.6
1/40	0.70633	0.22634	1:1	7.4
1/80	0.58056	0.41822	6:58	18.5
1/160	0.57588	0.42417	40:25	51.6
1/20(TS-FVTD)	0.57411	0.41772	0:15	2.8

표 2는 셀 사이즈의 변동에 의한 에너지의 반사율 및 투과율의 결과를 나타내고 있다. 비유전율이 큰 경우, 셀 사이즈가 1λ/20과 1λ/40에서는 대부분 전자파가 투과하지 않지만, 1λ/160으로 조밀하게 격자화한

FVTD 결과에서는 정밀도가 좋은 해를 얻게 되었다. TS-FVTD 결과는 전영역의 셀 사이즈를 $1\lambda/20$ 정도의 거친 격자로 선택 하였음에도 불구하고, 정밀도가 좋은 해를 얻을 수 있었다. FVTD의 계산에서는 정확한 해를 얻기 위해서는 대량의 계산시간과 메모리양이 필요하지만 TS-FVTD 방법을 이용하면 계산시간과 메모리 소비를 절약할 수 있다는 것을 알 수 있다.

그림 6과 7에서는 굴곡 표면의 경계면을 가지는 유전체의 경우, 전체 셀 사이즈를 $1\lambda/20$ 으로 하여, 두 기법에 의한 전계분포를 계산하였다. TS-FVTD에 의한 그림 6의 결과에서는 유전체 영역 내에 투과파가 존재하고 있으나, 그림 7의 결과에서는 손실이 없는 유전체 도파관 모델에도 불구하고 유전체 영역 내에 전자파가 전파되고 있지 않다는 것을 알 수 있다.

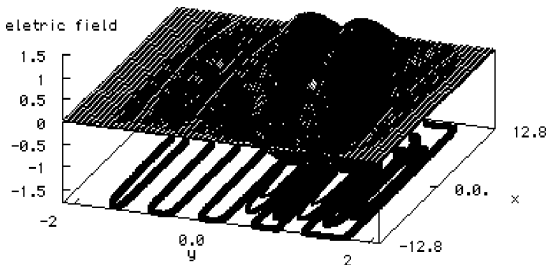


그림 6. TS-FVTD 시뮬레이션에 의한 전계 분포.
Fig. 6 Electric field distribution by TS-FVTD.

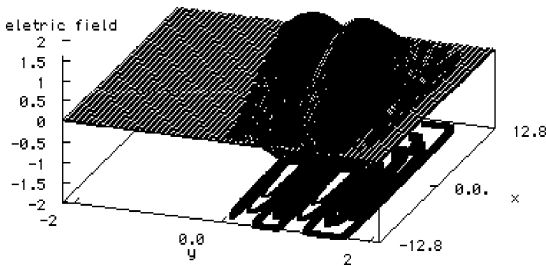


그림 7. FVTD 시뮬레이션에 의한 전계 분포.
Fig. 7 Electric field distribution by FVTD with $1/20$ cells in free space.

IV. 결 론

본 논문에서는 계산시간과 메모리 소비량을 절약할

수 있는 TS-FVTD법 제안하여 셀 경계면이 임의형상인 경우에 대하여 적용 하였다. FVTD법을 채택해서 전자계 등의 수치해석을 수행할 경우, 유전체 내부의 파장을 고려해서 셀 사이즈를 결정할 필요가 있지만, 유전체 내에서는 진공 상태보다 작은 셀 사이즈를 선택 해야만 한다. 그러므로 이러한 문제에 대해서 TS-FVTD법은 전 계산영역을 거친 격자를 사용하고 있음에도 불구하고, 수치해석 결과에서와 같이 정밀도가 높은 수치 결과를 기대 할 수가 있게 되었다.

감사의 글

본 연구는 지식경제부-한국산업기술진흥원 지정 계명대학교 전자화자동차부품지역혁신센터의 지원에 의한 것입니다

참고 문헌

- [1] M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, and V. P. Cable, "FDTD Local Grid With Material Travers," IEEE Trans. AP., vol.45, no.3, pp.411-421, March 1997.
- [2] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, "A local mesh refinement algorithm for the time domain finite difference method using Maxwell's equations," IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol.38, no.6, pp.812-815, June 1990.
- [3] S. S. Zivanovic, K. S. Yee, and K. K. Mei, "A subgridding method for the finite domain finite difference method to solve Maxwell's equations," IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol.39, no.3, pp.471-479, March 1991.
- [4] K. S. Yee and J. S. Chen, "The finite difference time domain(FDTD) and finite volume time domain(FVTD) methods in solving Maxwell's equations," IEEE Trans. AP., vol.45, no.3, pp.354-363, March 1997.
- [5] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J. Comp. Phys., vol.114, no.2, pp.185-200, Oct. 1994.

저자 소개



윤광렬(Kwang-yeol Yoon)

1994년 3월 후쿠오카공업대학교 졸업 (공학사)

1996년 3월 후쿠오카공업대학교 대학원 정보공학과 졸업(공학석사)

2001년 3월 큐슈대학교 대학원 시스템정보과학 연구과 졸업(공학박사)

현재 계명대학교 전자공학과 교수

※ 주 관심분야 : 전자파 전파, 전자파 수치해석, 전파통신