

# L성분이 없는 간략화 Chua 회로 구현에 관한 연구

손영우\* · 배영철\*\*

A Study on implementation of Simplify Chua's Circuit without L component

Youngwoo Shon\*, Youngchul Bae\*\*

## 요 약

일반적으로 카오스 회로에는 Chua's 회로, Lorenz 회로, Duffing 회로 등이 있다. 이들 카오스 회로 중에서 Chua's 회로가 전자부품을 이용하여 가장 쉽게 구성할 수 있는 회로로 알려져 있다. Chua's 회로는 일반적으로 저항성분인 R, 인덕터 성분인 L, 캐패시터 성분인 C로 구성하는 선형요소와 비선형 저항으로 구성하는 비선형 요소로 구성된다. 그러나 L 요소는 포화특성으로 인하여 시중에서 구입한 부품으로는 실제 하드웨어를 구현하기 어려운 문제점이 있다. 본 연구에서는 Chua 회로의 선형 요소인 R,L,C 성분의 요소 중에서 포화 특성을 가지고 있어 상용화된 제품으로는 제작 구현이 어려운 L 성분을 C 성분으로 대체하는 간략화한 Chua's 회로 제작 기법을 PSpice로 해석하고, 그 결과를 확인한다.

## ABSTRACT

Generally, there are Chua's Circuit, Lorenz Circuit and Duffing circuit in the chaos circuit. Among these chaos circuits, Chua's circuit is well known to make the electronic parts easily. Chua's circuit is the constitute of the linear elements. These are constitute of Resistor component(R), inductor component(L), capacitor(C), and nonlinear element which is constitute of nonlinear resistor. However, L element have a difficult problem to implement real hardware by using commercial parts. Due to this, it has a saturation characteristic. In this paper, we analyzed the simplified Chua's circuit which is replace L to C by PSPICE program. Because L element has a difficult problem to make a real hardware, L has a saturation characteristic and we also confirm this analysis as the result.

## 키워드

Chaos, Chua's Circuit, simplified Chua's circuit, Nonlinear Dynamics

## I. 서 론

Chua 회로는 매우 단순한 자율 3차계 시스템으로 가역(reciprocal)이며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3 segment piecewise-linear resistor)과 4개의 선형

소자 ( $R, L, C_1, C_2$ )로 구성되는 발진회로로 확률적 공진(stochastic resonance), 신호 증폭, 1/f 잡음 현상, 카오스 간헐성(intermittency), 주기 배증(periodic doubling), 주기 가산(periodic Adding), autowave, 나선형파(spiral wave), 자기유사성(self-similarity), 보편성

\* 김포대학 IT학부 멀티미디어과(ywson@kimpo.ac.kr)

\*\* 전남대학교전기전자통신컴퓨터공학부(ycbae@chonnam.ac.kr)

이 논문은 2009년 한국전자통신학회춘계종합학술대회에 일부 발표한 논문임.

접수일자 : 2009. 9. 1

심사완료일자 : 2010. 1. 10

(university) 등의 현상이 관찰되고 있어 카오스 및 그 응용 연구에 중요한 역할을 하고 있다

Chua 회로는 Matsumoto가 카오스 현상을 나타내는 로렌츠(lorenz) 방정식<sup>[1]</sup>을 전자 회로로 구현하고자 하는 연구<sup>[2]</sup>로 부터 시작되었다. Matsumoto<sup>[3]</sup>는 Chua 회로에서 기이한 어트랙터(strange attractor)가 있음을 컴퓨터 시뮬레이션으로 증명하고 이를 더블 스크롤(double Scroll)이라 칭하였다. 더블 스크롤은 로렌츠 방정식의 카오스 어트랙터(chaos attractor)와 유사한 어트랙터로 비선형 저항을 3구간 직선 소자를 이용하여 구성하였으나 컴퓨터 시뮬레이션의 결과 특정 초기 조건에 따라 카오스 어트랙터를 구성하지 못하고 발산하는 경우와 3구분 선형 소자를 실제 회로로 구현 할 수 없다는 문제점이 있었다.

Chua 회로는 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 수학적 증명에 중점을 두는 연구와 실제 소자를 이용하여 하드웨어를 구현하는 연구<sup>[4,5,6]</sup>, Chua 회로를 응용하는 연구<sup>[7]</sup>로 나누어 활발하게 연구되고 있다. 이론적 연구에서는<sup>[8-10]</sup> Chua 회로의 주기 배증 현상 및 나사(screw)형 어트랙터, 실린코프(shilnikov)형 어트랙터, 뢰슬러(rössler)형 어트랙터, 더블 스크롤(double scroll), 고유값 패턴(eigenvalue pattern), 고유공간 패턴(eigenspace pattern), Linearly equivalent, Linearly conjugate 등에 관하여 증명하였다.

Chua 회로를 하드웨어로 구현하고자 하는 연구도 활발하게 진행되었다. Chua 회로의 하드웨어 구현은 비선형 저항을 구성하기 위해 다이오드<sup>[5]</sup>, 연산 증폭기<sup>[4]</sup>, 트랜지스터<sup>[6]</sup>, 연산 전달 컨덕턴스 증폭기(operational transconductance amplifier)<sup>[11]</sup> 등의 여러 종류의 소자를 사용한 연구가 있었다.

본 연구에서는 Chua 회로의 선형 요소인 R, L, C 성분의 요소 중에서 포화 특성을 가지고 있어 상용화된 제품으로는 제작 구현이 어려운 L 성분을 C 성분으로 대체하는 간략화한 Chua's 회로 제작 기법을 제안하고, PSpice로 구현한 결과를 소개한다.

## II. Chua's 회로

저항, 캐패시터, 인덕터로 구성된 자율회로(autonomous circuit)가 카오스 현상을 나타내기 위해

서는 적어도 하나의 비선형소자와 하나의 국소적 능동(locally active) 저항과 3개의 에너지 저장 소자를 가져야한다.<sup>[3]</sup> Chua 회로는 이 조건을 만족하는 가장 간단한 전자회로이다.

Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성(reciprocal)의 성질을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3 segment piecewise-linear resistor) 과 4개의 선형소자인 ( $R, L, C_1, C_2$ )로 구성되는 발진회로이다.

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로<sup>[1]</sup>를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

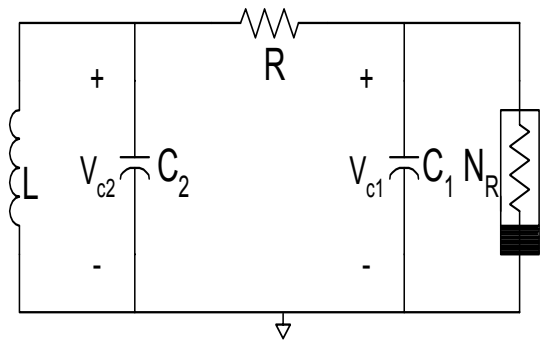


그림 1. Chua 회로  
Fig. 1 Chua's circuit

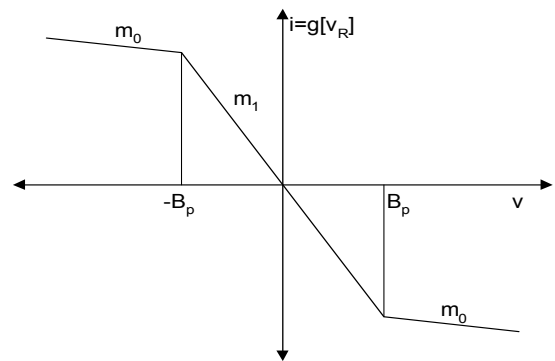


그림 2. 비선형 저항 특성  
Fig. 2 Nonlinear resistor characteristic

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - N_R(v_R) \\
 C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\
 L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

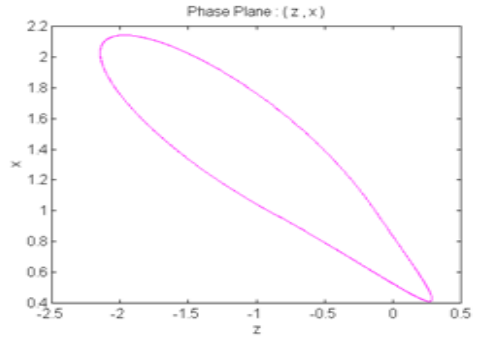
여기서  $v_{c_1}, v_{c_2}$ 는 각각 캐패시터  $C_1, C_2$ 의 양단 전압,  $i_L$ 은 인덕터  $L$ 에 흐르는 전류,  $G=1/R$ ,  $N_R(\cdot)$ 는 비선형 저항으로써 식 (2)와 같이 표현되는 3구분 선형함수(3 segment piecewise-linear function)이며 그림 2에 나타내었다.

$$N_R(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_R + B_p| - |v_R - B_p|] \tag{2}$$

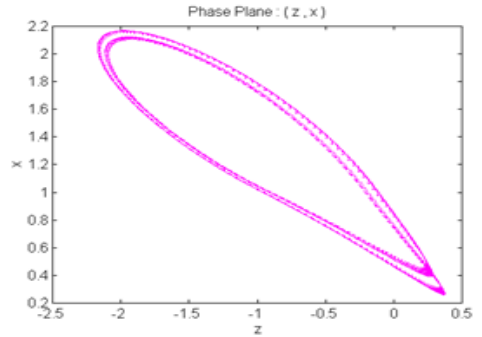
여기서  $m_0$ 는 외부 영역의 기울기,  $m_1$ 은 내부 영역의 기울기,  $\pm B_p$ 는 break-point이다.

Chua 회로에서 비선형 저항을 구분 선형 저항으로 사용하는 이유는 구분 선형 저항의 각 구분이 선형성을 가지기 때문에 트랜지스터, 다이오드, 연산 증폭기 등과 같은 소자로 구현하기 쉬우며 선형적으로 해석이 가능하기 때문이다. 만일 비선형 저항을 3차계 다항식으로 구성한다면 하드웨어 구현이 어렵거나 불가능하며 비선형성을 가지기 때문에 고유 값 등을 구할 수 없는 등 해석이 어려운 점이 있다.

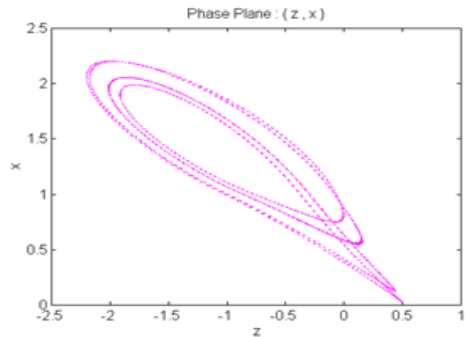
식(1)과 식(2)에 의해 얻어진 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 얻어진 주기 운동과 카오스 어트랙터를 그림 3에 나타내었다. 그림 3에 나타난 Chua's 회로에서의 주기 운동과 카오스 어트랙터는 각 파라미터 값에 의해 결정된다.



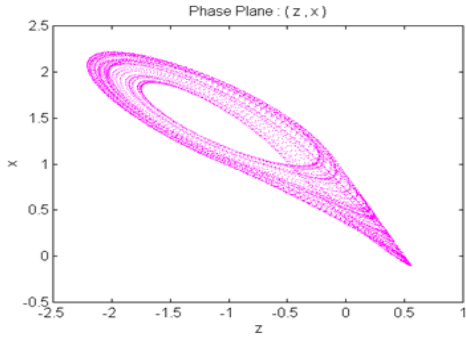
(a) 1주기  
(a) 1 periodic



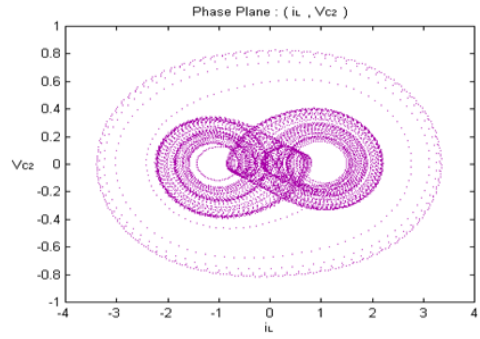
(b) 2주기  
(b) 2 periodic



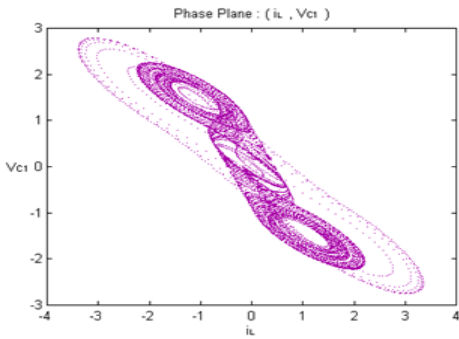
(c) 4 주기  
(c) 4 periodic



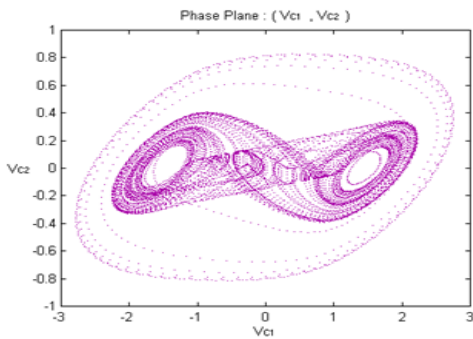
(d) 뢰슬러 어트랙터  
(d) Rossler attractor



(g) 카오스 어트랙터와 리미트 사이클  
(g) Chaos attractor and limit cycle



(e) 카오스 어트랙터와 리미트 사이클  
(e) Chaos attractor and limit cycle



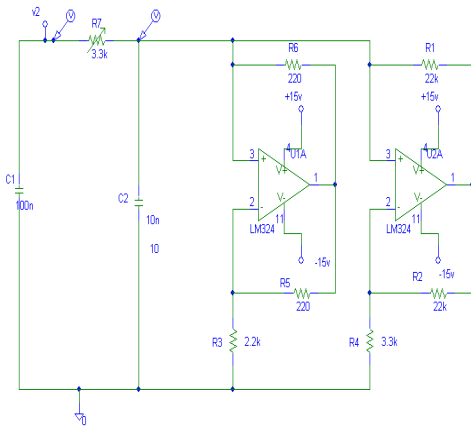
(f) 카오스 어트랙터와 리미트 사이클  
(f) Chaos attractor and limit cycle

그림 3. Chua 회로의 주기 운동과 카오스 운동  
Fig. 3 Periodic motion and chaos motion of Chua's circuit

### III. L 성분이 없는 간략화한 Chua's 회로

카오스 회로인 Chua 회로에서를 제작하기 위해서는 인덕터 L에 대한 정확한 지식이 필요하다. 특히 인덕터 L은 시중에서 구하는 부품의 경우 그 부품이 가지고 있는 포화특성으로 인하여 이론과 같이 잘 동작하지 못하는 경우가 발생한다. 이에 본 연구에서는 인덕터 L이 가지는 문제점을 손쉽게 해결하기 위하여 인덕터 L 대신에 OP Amp를 이용한 등가 회로를 이용하여 인덕터 L 회로를 대치한 새로운 Chua 회로를 PSpice를 이용하여 제작하였다.

Chua 회로에서 L이 없는 새로운 Chua's 회로를 만들기 위하여 Pspice에 의한 Chua's 회로를 그림 4과 같이 제안하였다. 그림 4의 (a)는 L 회로가 빠진 전체 회로도이며 L 대신에 OP 앰프가 들어간 영역을 그림(b)에 나타내었다.



(a) Pspice 회로  
(a) Pspice circuit

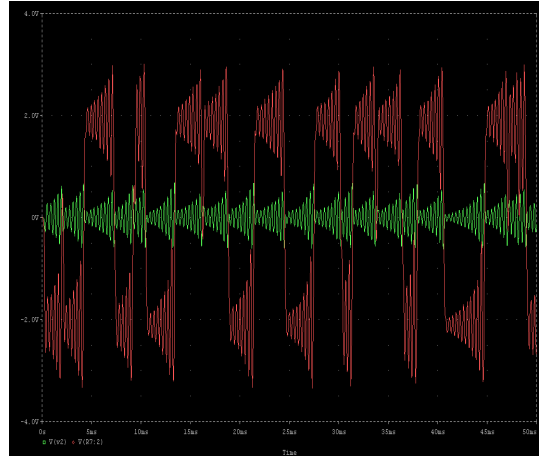
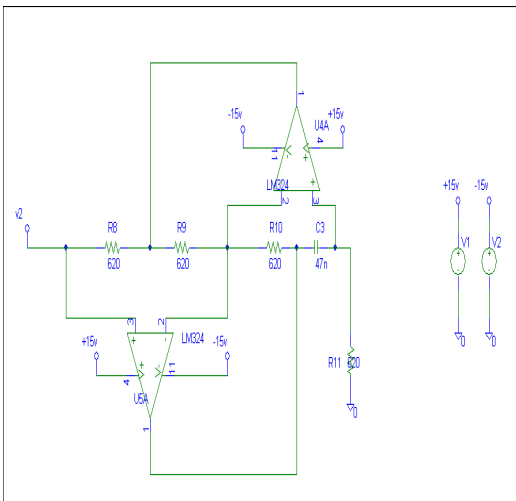


그림 5. 시계열 데이터  
Fig. 5 Time series data



(b) Pspice 회로  
(b) Pspice circuit

그림 4. 제안한 간략화 Chua 회로  
Fig. 4 Proposed simplified Chua's circuit

그림 4를 이용하여 얻어진 시계열 데이터와 카오스 어트랙터를 그림 5와 그림 6에 각각 나타내었다. 그림 5와 그림 6을 통하여 제안한 방법으로부터 카오스 시계열 데이터와 어트랙터를 얻었음을 확인하였다.

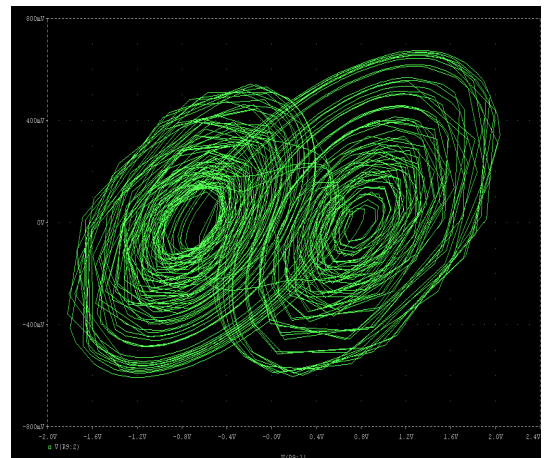


그림 6. 카오스 어트랙터  
Fig. 6 Chaos attractor

## V. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 PSpice를 이용하여 Chua 회로의 L 성분을 C 성분으로 대체한 간략화한 Chua 회로 기법을 제시하고 시계열과 카오스 어트랙터를 이용하여 그 결과를 나타내었다. 제시한 결과로부터 간략화하기 전의 Chua's 회로와 동일한 결과를 얻었음을 확인할 수 있

있으며 앞으로 하드웨어 구현이 그 과제로 남는다.

**감사의 글**

“이 논문은 2009학년도 김포대학의 연구비 지원에 의하여 연구되었음”

**참고 문헌**

[1] E. N. Lorenz, "Deterministic periodic flow " J. Atmos. Sci. vol. 20, pp.130-141, 1963.

[2] L. O. Chua, "The genesis of Chua's circuit, Archiv fur Elektronik und Ubertragungstechnik, vol. 46, pp. 250-257, 1992.

[3] T. Matsumoto, "A chaotic attractor from Chua's circuit" IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-31, no. 12, pp. 1055-1058, 1984.

[4] G. O. Zhong and F. Ayrom, "Experimental confirmation of chaos from Chua's circuit", Int. J. Circuit Theory and Applications, vol. 13, no. 1, pp. 93-98, 1985.

[5] M. P. Kennedy, "Robust OP Amp Realization of Chua's circuit", Frequenz, vol. 46, no. 3-4, pp. 66-80, 1982.

[6] T. Matsumoto, L. O. Chua and K. Tokumasu, "Double Scroll via a two-transistor circuit", IEEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS-33. no. 8, pp. 828-835, 1986.

[7] L. O. Chua "Chua's circuit 10 Years Later", Int. J. Circuit Theory and Application, vol. 22, no. pp. 279-305, 1994.

[8] T. Matsumoto, L. O. Chua and M. Komuro, "The Double Scroll" IEEE. Trans. Circuit and Systems. vol. CAS-32, no. 8, pp. 798-818, 1985.

[9] L. O. Chua, M. Komuro and T. Matsumoto, "The Double Scroll Family", EEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS-33, no. 11. pp 1073-1118, 1986.

[10] T. Matsumoto, L. O. Chua, M. Komuro, "The Double Scroll Bifurcation", Int. J. Circuit Theory and Application vol. 14, pp 117-146, 1986.

[11] T. Matsumoto, L. O. Chua, and K. Ayaki, "Reality of chaos in the double scroll circuit: A computer assisted proof", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-35, no. 7, pp. 909-925, 1988.

[12] R. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics" Nature. vol. 261. pp. 459-467, 1976.

[13] 배영철, "PSpice 구현에 의한 간략화 Chua's 회로", 한국전자통신학회 2009춘계종합학술대회, pp. 43-46, 2009.

**저자 소개**



**손영우(YoungWoo Shon)**

1981년 2월 광운대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1983년 2월 광운대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

2000년 2월 광운대학교 대학원 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)

1991-1998년 : KISTI 전자전기실 책임연구원

1998년 3월 - 현재 김포대학 멀티미디어과 부교수

※ 관심분야 : 카오스 공학, 멀티미디어응용, 영상처리



**배영철(Youngchul Bae)**

1984년 2월 : 광운대학교 전기공학과(공학사)

1986년 2월 : 광운대학교대학원 전기공학과(공학석사)

1997년 2월 : 광운대학교대학원 전기공학과(공학박사)

1986년 ~ 1991년 : 한국전력공사

1991년 ~ 1997년 : 산업기술정보원 책임연구원

1997년 ~ 2006년 : 여수대학교 전자통신전기공학부 부교수

2006년 ~ 현재 : 전남대학교 전기전자통신컴퓨터공학부 교수

※ 관심분야 : Chaos Control and Chaos Robot, Robot control etc.