

다물체 모델링을 통한 Hip Joint 위치에 따른 인체 Leg부의 고유진동특성 분석

Modal Analysis of Human Leg with Respect to Hip Joint Position by Using Multibody Modeling

남궁 홍* · 유 흥 희†

Hong Namgoong and Hong Hee Yoo

(2010년 6월 8일 접수 ; 2010년 7월 26일 심사완료)

Key Words : Multi-body Modeling(다물체 모델링), Natural Frequency(고유진동수), Musculoskeletal System(근골격계)

ABSTRACT

The goal of this study is to analysis natural frequency for different static postures of human leg. To perform this research human leg is modeled by multi-body modeling for the musculoskeletal system. This leg model has biarticular muscles which acting on two joints and the muscles represents some of the major muscles, such as hamstring, of the upper and lower limbs. To obtain each static equilibrium position energy method is employed and to analysis natural frequency linearization method for constrained mechanical system is employed. Static equilibrium position depends on some parameter or condition such as hamstring stiffness or external force. Making a change these parameter the aim of this research can be performed.

1. 서 론

현대 문명의 발달이 근본적으로 인간을 위한 것이기 때문에 문명의 발달을 주도했던 과학기술과 학문 역시 인간과 관련된 것이 많으며 인체의 움직임에 관심을 갖는 학문 분야도 매우 다양하다. 또한 현 시대는 생활수준의 향상, 건강에 대한 관심고조, 인간중심의 고품질 제품의 요구 등으로 생체역학의 연구분야는 점차 넓어지고 세분화 되어가고 있다. 생체역학적 연구에는 과거로부터 현재까지 동물의

사체를 이용한 연구, 전기적 신호를 이용한 연구, 여러 가지 영상을 이용한 연구 그리고 유한요소모델을 이용한 연구까지 연구 목적에 따라 다양한 방법들이 사용되고 있다. 그러나 이러한 방법으로는 인체 하지부의 정적 평형상태에서의 모달해석에는 다소 무리가 있거나 적합하지 않다. 한편, Seirge와 Arkivar⁽¹⁾는 인체 Leg부를 수학적으로 모델링 하여 정적 평형위치에 따른 근육의 힘과 무릎 등에 생기는 반력을 계산하여 실험결과와 비교하였다. 실제 인체의 Leg부는 많은 근육들로 이루어져 있으며 이에 대하여 Dul 등⁽²⁾은 무릎의 굽힘에 사용되는 근육을 몇 개의 주요한 근육으로 묶어 근육과 joint에 생기는 힘을 해석하였다. 이에 이 연구에서는 인체 Leg부를 양관절 근육 모델(biarticular muscle model)⁽³⁾로 모델링 하여 다물체 모델링 방법으로 모델의 변수변화에 따른 정적 평형위치의 변화와

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02)2220-0446, Fax : (02)2293-5070

* 정회원, 한양대학교 대학원 기계공학과

이 논문의 일부는 2010년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되어 우수논문으로 추천되었음.

이에 따른 고유진동수의 변화를 관찰하였다. 또한 정적 평형위치 해석 시 다물체 모델링에서는 평형 방정식의 초기값에 따라 시스템의 불안정한 위치 또는 안정한 위치를 해석할 수 있는데 이러한 이유로 에너지 방법(energy method)⁽⁴⁾을 사용하여 정적 평형 위치를 해석 하였다.

한편 다물체 시스템에서의 운동방정식은 각각 상대좌표, 속도, 가속도에 대해 비선형성을 가진다. Sohoni⁽⁵⁾는 비선형 방정식으로부터 선형화 된 동역학 모델을 만들 수 있는 연구 방법을 제안하였으나 라그랑지 승수 부분은 여전히 선형화 된 운동방정식에 남아있었으며 속도와 가속도 구속 조건은 그 방정식에 고려되지 않았다. Bae⁽⁶⁾는 상대 좌표를 이용하여 순차적 공식을 소개하였으며 운동방정식은 속도변환법을 사용하여 간단한 행렬형태로 유도되었다. 또한 구속방정식의 자코비안의 영공간을 이용하여 라그랑지 승수 부분을 제거 하여 그 결과로 얻은 상미분 방정식의 변분과 위치, 속도, 가속도 구속조건을 변분을 통하여 독립좌표와 그 속도, 가속도만의 함수로 선형화된 방정식을 표현하였다⁽⁷⁾. 이는 이 연구의 고유진동 해석에 사용되었다. 한편 Kang 등⁽⁹⁾은 상대절점 좌표를 이용하여 비선형 유한요소 해석법을 제안하였다.

2. 운동방정식

일반적으로 절대좌표계에 대한 구속 다물체계의 운동방정식은 다음과 같은 확장 라그랑지 운동방정식으로 표현된다.

$$M\ddot{x} + \Phi_x^T \lambda = Q \quad (1)$$

$$\Phi(q) = 0 \quad (2)$$

위 식에서 M 은 시스템의 관성행렬(system inertia matrix), Q 는 일반력(generalized force), Φ_x 는 절대좌표에 대한 구속방정식의 자코비안 행렬(Jacobian matrix), 그리고 λ 는 라그랑지 승수(Lagrange multipliers)이다. 이 논문에서는 일반좌표 q_i 를 물체 i 와 물체 i 의 기준물체(reference body) 사이의 조인트 형태에 따라 정의되는 상대좌표로 사용하였다. 일반적으로 시스템의 절대속도 \dot{x} 는 시스템의 일반속도 \dot{q} 와 다음과 같은 속도변환

관계식을 가진다.

$$\dot{x} = B\dot{q} \quad (3)$$

또한 위 식을 시간 미분하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} = B\ddot{q} + \dot{B}\dot{q} \quad (4)$$

식 (4)를 운동방정식 (1)에 대입하고 식의 좌·우변에 B^T 를 곱하면 운동방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$F = M^* \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda - Q^* = 0 \quad (5)$$

여기서 M^* 와 Q^* 는 각각 다음과 같다.

$$M^* = B^T M B \quad (6)$$

$$Q^* = B^T (Q - M\dot{B}\dot{q}) \quad (7)$$

순차공식이 식 (6)과 식 (7)을 계산하는데 사용되었다⁽⁶⁾.

3. 평형해석

시스템이 작용력에 의하여 일정한 상태를 유지하면 정적 평형상태라고 부르며 이러한 정적 평형 상태에서는 $\dot{q} = \ddot{q} = 0$ 이다. 이를 운동방정식 (1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Phi_q^T \lambda = Q \quad (8)$$

위의 식은 해석 시 초기값에 따라 안정한 상태와 불안정한 상태의 값을 도출한다. 이 연구에서는 이러한 불편을 감안하여 보존계에 적용되는 최소위치 에너지 방법(the principle of minimum total potential energy)⁽⁴⁾을 이용하여 정적 평형 해석을 하였다.

정적 평형위치 q_e 는 보존 시스템의 총 위치에너지 V 가 최소가 되는 상태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V(q_e) < V(q) \quad (9)$$

여기서 $q \neq q_e$ 이며 식 (2)를 만족하는 q_e 에 근접하

는 좌표이며 시스템 위치에너지의 총 합은 다음과 같다.

$$V = V_F + V_f + V_t \quad (10)$$

여기서 차례로 V_F 는 절대 좌표계에 대한 시스템의 P 점에 작용하는 정적 하중 F 에 의한 위치에너지, V_f 는 translational spring-damper-actuator force의 위치에너지 그리고 V_t 는 torsional spring-damper-actuator force의 위치에너지이다. 그리고 총 위치에너지의 구배는 다음과 같이 일반 작용력의 음의 값으로 표현된다.

$$V_q^T = -Q \quad (11)$$

한편 상대좌표계 q 는 종속좌표 q_b 와 독립좌표 q_1 로 나뉘지며 구속방정식 즉, 식(2)의 전미분 형태는 다음과 같다.

$$d\Phi = \Phi_b dq_b + \Phi_1 dq_1 = 0 \quad (12)$$

식(12)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$dq_b = -\Phi_b^{-1} \Phi_1 dq_1 \quad (13)$$

$$dq_b = H dq_1 \quad (14)$$

여기서 $H = -\Phi_b^{-1} \Phi_1$ 이다.

같은 방법으로 총 위치에너지를 나타낸 식(10)의 전미분 형태는 다음과 같다.

$$dV = V_b dq_b + V_1 dq_1 \quad (15)$$

식(14)와 식(15)의 관계를 이용하면 다음과 같다.

$$\frac{dV}{dq_1} = V_b H + V_1 \quad (16)$$

또한 식(9)역시 종속좌표 q_b 와 독립좌표 q_1 를 고려하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$V_b^T = -Q_b \quad (17)$$

$$V_1^T = -Q_1$$

식(16)과 식(17)의 관계로부터 다음과 같은 식으

로 다시 표현 할 수 있다. 결과적으로 독립좌표에 대한 정적 평형 위치를 구하고 상대좌표에 대한 독립좌표와 상대좌표의 관계를 이용하여 안정한 정적 평형위치를 구할 수 있다.

$$\frac{dV^T}{dq_1} = H^T Q_b - Q_1 \quad (18)$$

4. 선형화

Φ_q 의 영공간(null space)을 이용하여 식(5)는 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$F^* = N^{-1} M \ddot{q} - N^{-1} Q = 0 \quad (19)$$

식(19)의 변분과 행렬형태는 각각 다음과 같다.

$$\delta F^* = \delta F_q^* + \delta F_{\dot{q}}^* + \delta F_{\ddot{q}}^* = 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} F_q^* & F_{\dot{q}}^* & F_{\ddot{q}}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta q \\ \delta \dot{q} \\ \delta \ddot{q} \end{Bmatrix} = 0 \quad (21)$$

한편 위치, 속도, 가속도 구속조건에 대한 변분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_q \delta q &= 0 \\ \dot{\Phi}_q \delta q + \Phi_q \delta \dot{q} &= 0 \\ \ddot{\Phi}_q \delta q + 2\dot{\Phi}_q \delta \dot{q} + \Phi_q \delta \ddot{q} &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 식(22)에 독립좌표, 속도, 가속도의 변분관계를 같이 추가하여 $[\delta q_1, \delta \dot{q}_1, \delta \ddot{q}_1]^T$ 에 대하여 풀면 다음과 같이 선형방정식으로 표현할 수 있다.

$$\delta F_q^* \Big|_q = \hat{M} \delta \ddot{q}_1 + \hat{C} \delta \dot{q}_1 + \hat{K} \delta q_1 = 0 \quad (23)$$

5. Leg 모델링과 해석

인간의 Leg부를 Fig. 1과 같이 4개의 바디를 갖는 양관절 근육모델(biarticular muscle model)⁽³⁾로 나타내었다. 모델은 1번 바디부터 순서대로 종아리(shank), 허벅지(thigh), 몸체(trunk), 슬개골(patella)이며

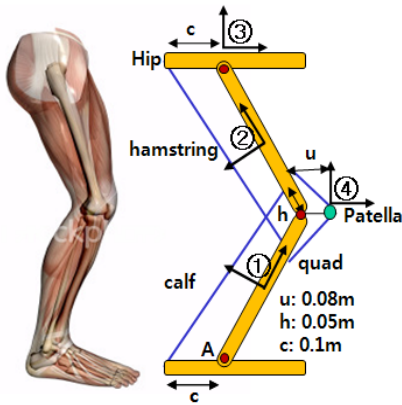


Fig. 1 Biarticular muscle model

슬개골은 질량이 없는 것으로 간주하였다. 각 바디는 spring-damper-actuator 역할의 calf, hamstring, 그리고 quad로 연결되어있으며 각각 바디마다 연결된 위치 u, h, c는 골과 연결된 근의 위치를 나타낸다. 또한 모델은 trunk부분이 상하 운동하는 1자유도 모델이며 spring-damper-actuator에 의하여 정적 평형위치로 움직인다. 이러한 정적 평형위치는 Table 1에 나타난 변수의 변화에 따라 각각 다른 값을 가지며 그때의 자세와 위치에 따라 고유진동수는 다르다.

해석은 다음과 같이 4가지로 나누어 실행하였다. 먼저 hamstring의 강성을 500~6000 N/m까지 그 사이를 1000등분 하여 강성의 변화에 따른 hip joint의 정적 평형위치와 이에 따라 변화되는 고유진동수를 관찰하였다. 차례로 quad의 강성을 0~9000 N/m까지, hip joint에 수직 아래방향으로 적용되는 외력을 0~50 N까지 마지막으로 몸체(trunk) 즉, body3의 질량을 2~10 kg까지 1000등분하여 hip joint의 정적 평형위치와 이에 따른 고유진동수를 관찰하였으며 변화되는 변수 이외의 물성치는 Table 1에 나타내었다.

6. 해석 결과

Fig. 2는 hamstring의 강성의 변화에 따른 hip joint의 정적 평형위치와 고유진동수의 결과 그래프이다. 고유진동수는 hamstring의 강성이 1000 N/m 근방에서부터 선형으로 증가하는 반면 정적 평형위치는 강성이 2000 N/m 근방까지 비선형적으로

급격히 증가한 후 3000 N/m 이후에 선형적으로 아주 완만하게 증가한다. 이러한 평형위치와 고유진동수의 관계는 Fig. 3에서 좀더 명확하게 확인할 수 있다. Fig. 3은 정적 평형위치에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프인데 정적 평형위치가 0.65 m 근방에서부터 점차 높아질수록 고유진동수는 급격하게 비선형적으로 증가함을 볼 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5는 quad의 변화에 따른 고유진동수와 hip joint의 평형위치 그래프와 각각의 평형 위치에 따른 고유진동수의 그래프이다. 정적 평형위치는 거의 선형적으로 감소하며 고유진동수는 quad강성이 약 1500 N/m일 때와 7500 N/m일 때 각각 변곡점을 가지며 이것은 평형 위치와 고유진동수의 관계 그래프인 Fig. 5에서도 확인할 수 있다. 같은 맥락으로 Fig. 6과 Fig. 7은 외력에 따른 각각의 변화 그래프이다. 외력의 변화에서는 고유진동수와 평형위치의 그래프가 비슷한 경향으로 감소하며 이러한 관계는 Fig. 7에서 평형위치에 따른 고유진동수의 그래프가 거의 선형으로 나타나는 것으로 확인할 수 있다. 마지막으로 trunk의 질량에 따른 각각의 변화 그래프는 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. Fig. 8에서 고유진동수의 그래프 곡선이 변하는 지점 즉, 횡축인 trunk의 질량이 8 kg근방까지는 고유진동수의 그래프와 평형위치의 그래프는 각각 아래로 볼록한 곡선과 위로 볼록한 곡선이며 이 관계는 Fig. 9에서 횡축인 hip joint의 평형위치가 약 0.65 m일 때 이후 고유진동수 그래프가 비선형적으로 급격히 증가하는 것으로 확인할 수 있다. 또한 Fig. 8에서 trunk 질량이 8 kg일 때 이후엔 두 그래프의 감소 경향이 비슷한 것은 Fig. 9의 횡축인 hip joint의 평형 위치가 0.65 m일 때 까지 고유진동수가 선형으로 증가하는 것으로 확인할 수 있다.

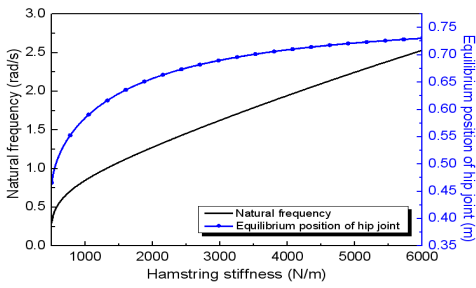


Fig. 2 Natural frequency and equilibrium position versus hamstring stiffness

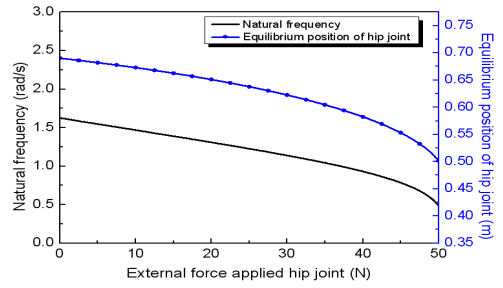


Fig. 6 Natural frequency and equilibrium position versus external force applied hip joint

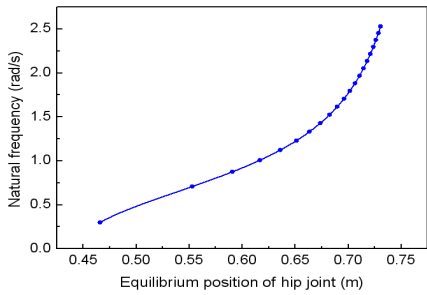


Fig. 3 Natural frequency versus equilibrium position during hamstring stiffness variation

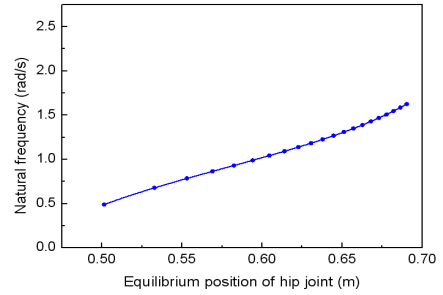


Fig. 7 Natural frequency versus equilibrium position during external force variation

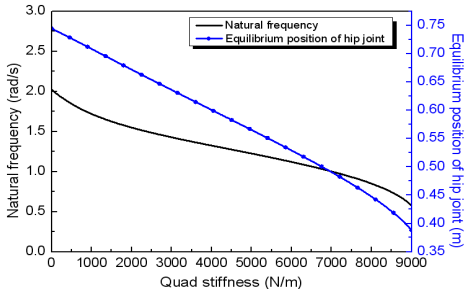


Fig. 4 Natural frequency and equilibrium position versus quad stiffness

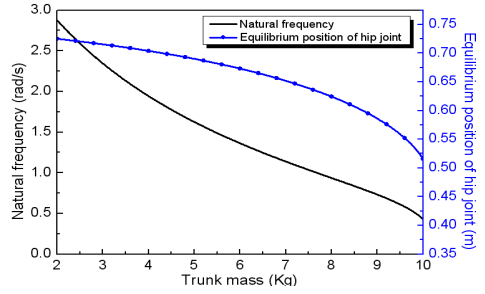


Fig. 8 Natural frequency and equilibrium position versus trunk mass

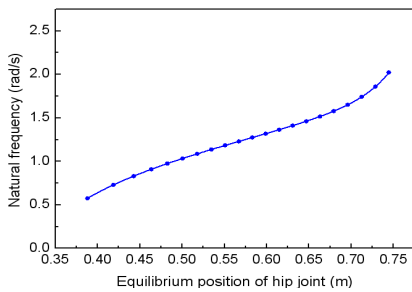


Fig. 5 Natural frequency versus equilibrium position during quad stiffness variation

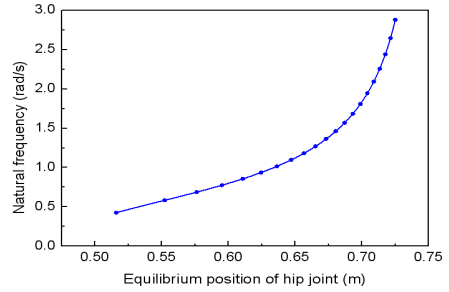


Fig. 9 Natural frequency versus equilibrium Position during trunk mass variation

결과적으로 변수의 변화에 따른 natural frequency와 hip joint의 평형위치의 그래프가 비슷한 경향을 띠면 평형위치에 따른 natural frequency의 그래프는 선형으로 나타나며 각각 그래프의 곡선 경향이 다르면 비선형으로 나타난다. 이때 비선형 경향은 hamstring의 강성과 trunk의 질량이 변할 때 크게 나타남을 확인할 수 있다.

7. 결 론

이 연구에서는 인체의 Leg부를 정적 평형위치를 갖는 다물체 시스템으로 모델링 정적 평형 위치에 따른 고유진동수 해석을 수행 하였다. 정적 평형 위치는 평형조건으로부터 구하여 선형화를 하였고 선형화 된 방정식을 이용하여 목적을 달성하였다. 이러한 해석적 모델을 이용하면 한가지 변수의 변화에 따른 다른 고유진동수, 조인트 반력 등과 같은 응답의 변화를 쉽게 관찰, 분석 할 수 있으며 이러한 편리는 민감도 해석 등에 유용하게 사용 될 수 있다. 나아가 이러한 민감도와 신뢰 할 수 있는 Leg부의 물성치 표본을 이용하면 그에 대하여 응답의 분산 분석에도 유용하게 이용할 수 있다.

후 기

이 논문은 2010년 국방과학연구소 생존성 기술 특화연구센터의 사업으로 지원받아 연구되었음.

이 논문은 2010년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

(1) Seireg, A. and ARkivar, R. J. 1973, "A

Mathematical Model for Evaluation of Forces in Lower Extremities of the Musculoskeletal System," Journal of Biomechanics, Vol. 6, No. 3, pp. 313~322.

(2) Dul, J. Townsend, M., Shiavi, R. and Johnson, 1984, "Muscular System —I. On Criteria for Load Sharing between Synergistic Muscles," Journal of Biomechanics, Vol. 17, No. 9, pp. 663~673.

(3) Aydin Tözeren, 2000, "Human Body Dynamics: Classical Mechanics and Human Movement," ISBN 0-387-98801-7, Springer, New York.

(4) Langhaar, H. L., 1962, "Energy Methods in Applied Mechanics," Wiley, New York.

(5) Sohoni, V. N. and Whitesel, J., 1986, "Automatic Linearization of Constrained Dynamical Models," ASME, Journal of Mechanism, Transmission and Automation in Design, Vol. 108, pp. 300~304.

(6) Bae, D. S., Han, J. M. and Yoo, H. H., 1999, "A Generalized Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics," Mech. Struct. & Mach., Vol. 27, No. 3, pp. 293~315.

(7) Bae, D. S., Yang, S. H. and Seo, J. S., 2003, "A Linearization Method for Constrained Mechanical system," Transactions of the KSME, Vol. 27, No. 8, pp. 1303~1308.

(8) Bae, D. S. and Haug, E. J., 1987, "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics : PartI. Open Loop Systems," Mech. Struct. & Mach., Vol. 15, No. 3, pp. 359~382.

(9) Kang, K. R., Cho, H. J. and Bae, D. S., 2005, "A Relative for Final Element Nonlinear Structural Analysis," Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 788~791.