

식, 방정식, 항등식이라는 용어의 의미에 관한 연구

김진환*·박교식**

본 연구에서는 우리나라 중학교 1학년 수학 교과서에서 많이 사용하는 용어인 식, 방정식, 항등식의 의미에 관해 논의한다. 이를 위해 식, 방정식, 항등식과 그 각각에 해당하는 영어 용어 expression, equation, identity의 의미를 우리나라 교과서와 미국 교과서에서 찾을 수 있는 용례에 기초하여 분석한다. 특히 우리나라와 미국 교과서에서 방정식(equation)과 항등식(identity) 사이에 어떤 관계가 있는지 알아본다. 우리나라 교과서에서는 이 용어들의 정의에서 다소 명확하지 않은 부분이 있다. 또한, 이 용어들의 정의와 그들에 해당하는 영어 용어의 정의 사이에 차이가 있다. 이러한 불명확성과 차이는 방정식, 항등식의 교수·학습에 혼란을 가져올 수 있다. 이러한 혼란을 방지하기 위해서 교육과정 차원에서 이들 용어의 개념을 점검할 필요가 있으며, 교사용 지도서 등을 통해 교사들이 식, 방정식, 항등식과 이들에 해당하는 영어 용어의 정의 특성과 그 구분 방법을 충분히 습득할 수 있게 하여야 한다.

1. 서론

수학 용어의 이해는 수학자들이 수학적 상황을 처리하는 과정에서뿐만 아니라 수학 교수·학습의 과정에서도 매우 중요하다. 이러한 이유에서 수학 교수·학습에는 개념을 표현하는 수학 용어를 이해하고 숙달하는 부분이 항상 포함되어 있다.¹⁾ 어떤 수학적 개념을 개발하고 발전시키기 위해서는 그 개념을 정확히 표현하는 용어를 잘 아는 것이 매우 중요하다. 수학 용어는 새로운 개념에 대한 접근 방법을 제시할 뿐만 아니라 새로운 수학 용어를 산출하기도 한다(Monroe & Panchyshyn, 1996). 수학 교과서의 경우에는 다른 교과와 비교해 볼 때, 수학 용어가

매우 함축적이고 추상적이어서 학생들의 이해가 더 쉽지 않다(Shell, 1982). 수학 용어 자체뿐만 아니라 그것의 정의도 매우 건조하기 때문에 그 이해가 더 어렵다고 할 수 있다. 그래서 수학 교수·학습에서 수학 용어의 이해에 더 초점을 맞출 필요가 있다. 이런 이유에서 우리나라 중학교 1학년 수학 교과서 중에는 ‘문자와 식’ 관련 단원에서는 도입하는 용어의 뜻을 재확인하는 코너를 두어 학생들의 용어 이해력을 높이려 시도하는 것을 찾아 볼 수 있다(윤성식 외, 2009b; 김홍중 외, 2009).

본 연구에서는 학교수학에서 자주 사용하는 수학 용어인 식(式), 방정식(方程式), 항등식(恒等式)의 의미에 관해 논의한다. 학교수학에서 사용하는 수학 용어와 어휘에 관한 국내외 연

* 영남대학교 (kimjh@ynu.ac.kr) 제1저자.

** 경인교육대학교 (pkspark@ginue.ac.kr) 교신저자.

1) 수학 용어는 수학에서 사용하는 특수한 단어들에 의미를 부여한다. 수학에서는 그것을 수학적 개념과 수학적 처리 방법 등을 표현하기 위해 사용한다. ‘수학 용어’ 대신에 ‘수학적 어휘’라고 할 수도 있지만, 그 둘이 완전히 같은 것은 아니다. 수학적 어휘는 수학 용어를 비롯하여 수학에서 사용하는 모든 단어를 의미할 수 있다. 심지어 수학에서 사용하는 기호도 포함할 수 있다. 여기서는 수학 용어에 한정한다.

구(Monroe & Panchyshyn, 1996; Monroe & Orme, 2002; 김연식, 박교식, 1994; 박경미, 임재훈, 1998; 박교식, 1995, 2001, 2003; 한대회, 1998; 박경미, 2004; 박교식, 임재훈, 2005)의 목적은 대개 수학의 교수·학습을 원활히 하기 위해 수학 용어나 어휘가 중요하다는 것을 강조하고, 그에 대한 지식을 풍부히 하는 것이다. 이러한 연구에서는 수학 용어의 의미를 충실히 탐색하여 용어와 그 정의 사이의 괴리를 매우려 노력한다. 수학 용어의 정의는 철학적 의미의 정의라기보다는 수학기계의 사회적 합의에 따른 정의로 편이성과 언어의 특성을 어느 정도 반영한다. 학교수학의 경우는 수학기계뿐만 아니라 수학교육계의 합의에 따르기도 한다. 수학적 의사소통을 위한 언어로서의 수학 용어는 엄밀성과 논리성을 바탕으로 그 의미가 부여되어야 한다. 그러나 수학적 개념은 같지만, 그것을 표현하는 국가의 언어가 같지 않기 때문에 이 합의가 항상 국제적인 것은 아니다. 이 연구에서 주목하고 있는 수학 용어 식, 방정식, 항등식의 경우가 바로 그렇다.

학교수학에서 가장 흔히 사용하는 용어가 식 및 방정식, 항등식 등과 같이 '식'을 포함한 용어일 것이다. 보편화된 용어로 흔히 사용하면 서로 명확히 정의하지 않는 대표적 용어가 바로 '식'이다. 수학 교수·학습의 과정에서 식을 오랫동안 취급해 온 경험적 토대위에서 식의 정의에 대한 암묵적 합의는 어느 정도 이루어진 것으로 볼 수 있지만, 실제로는 우리나라의 어떤 교과서에서도 식을 구체적으로 정의하고 있지 않다. 우리나라의 경우 학교수학에서 식 및 '~식'이라는 용어를 상당히 많이 사용하고 있다. 예를 들어 초등학교 수학 <1-1> 교과서(교육과학기술부, 2009a)의 경우, "덧셈식을 쓰고, 읽어보시오.(p.58)", "뺄셈식을 쓰고, 읽어보시오.(p.63)", "사자의 수를 나타내는 식을 만들

어 봅시다.(p.68)"에서 볼 수 있듯이 덧셈식, 뺄셈식, 식이라는 용어를 사용하고 있다. 그러나 수학 <1-1> 교과서에서 이 세 용어를 정의하고 있는 것은 아니다. 학생들은 교과서의 용례로부터 그것이 무엇을 의미하는지 알아야 한다. 실제로 식을 전혀 정의하지 않은 채, 그것을 초·중·고등학교의 모든 교과서에서 광범위하게 사용한다. '식'을 독립적으로 사용할 뿐만 아니라 '~식'의 형태로 예를 들어 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식, 비례식, 방정식, 항등식, 다항식, 연립일차방정식, 점화식, 미분방정식 등과 같이 수많은 용어의 일부로 사용하고 있다.

본 연구에서는 2006년 개정 교육과정에 따른 중학교 1학년 교과서의 '문자와 식' 관련 단원을 중심으로 용어 식, 방정식, 항등식의 의미를 살펴보기 위해 먼저 식 및 식 관련 용어를 수학적 전문성의 정도(Monroe, Panchyshyn, 1996)에 따라 분류한다. 이러한 분류는 식 및 그 관련 용어가 일상의 경험으로부터 얼마나 멀리 떨어져 있는지를 말하기 위한 것이다. 그 다음으로 국어 용어 식과 영어 용어 expression의 의미를 각각 우리나라와 미국의 교과서에서 찾을 수 있는 용례를 중심으로 비교·분석한다. 이어 국어 용어 방정식, 항등식과 그 각각에 해당하는 영어 용어 equation, identity의 의미도 각각 우리나라와 미국의 교과서에서 찾을 수 있는 용례를 중심으로 비교·분석한다. 이러한 비교·분석은 용어 식, 방정식, 항등식에 관한 교수학적 지식을 확장해 줄 것이다.

II. 식 관련 용어의 분류

초등학교 수학 <1-1>교과서에서는 덧셈식, 뺄셈식, 식이라는 용어를, <2-1>교과서에서는 곱셈

식이라는 용어를 정의 없이 도입한다. 학생들은 이 용어의 의미를 용례와 문제를 통해 경험적으로 구성하고 숙지하게 된다.²⁾ <1-1>교과서에서 주어진 상황을 식으로 나타내는 문제를 취급한 이후로, 그런 문제뿐만 아니라 ‘식 세우기’ 전략을 통한 문제해결 방법을 모든 학년의 교과서에서 취급하고 있다. 초등학교 수학에서는 □를 사용한 식을 취급하고 있는데, 이것은 문자를 포함하는 식(이하, 간단히 문자식 또는 대수식)과 방정식의 기본 개념을 익히는 기초가 된다. 즉, □를 사용한 식은 산술에서 대수로의 가교 역할을 한다(김남희, 1999). 2006년 개정 교육과정(교육과학기술부, 2007)에 의하면, 초등학교 6학년에서도 문자를 도입한다. 그러나 문자의 도입과 문자를 사용한 식 세우기를 본격적으로 취급하는 시기는 중학교 1학년의 ‘문자와 식’ 관련 단원에서부터이다. 이러한 이유에서 여기서는 중학교 1학년 교과서에 나타나는 식 관련 용어에 초점을

맞추기로 한다. 식과 관련된 주요 수학 용어로 대입, 식의 값, 항, 상수항, 계수, 다항식, 단항식, 차수, 일차식, 동류항, 등식, 좌변, 우변, 양변, 방정식, 미지수, 해(근), 항등식, 이항, 일차 방정식 등을 들 수 있다. 이들의 정의와 각 용어에 해당하는 영어 용어를 정리하면 <표 II-1>과 같다. 이 영어 용어는 대한수학회(수학용어집(인터넷판)에서 제시하고 있는 것이다.

Monroe와 Panchyshyn(1996)은 교사가 학생들의 수학적 개념을 발전시키는데 도움이 되게 가르칠 수 있도록, 수학적 어휘를 전문적 어휘, 준전문적 어휘, 일반적 어휘, 기호적 어휘의 네 종류로 분류하고 있다. 전문적(technical) 어휘는 우리가 흔히 수학 용어라고 하는 것을 의미한다. 전문적 어휘는 수학적 개념을 담고 있는 단어로, 단 하나의 의미를 가지고 있으며 수학에 한정되어 사용된다. 전문적 어휘를 일상적인 언어로 표현하는 것이 완전히 불가능한

<표 II-1> ‘문자와 식’ 관련 단원에서 도입하는 식과 그 관련 용어

용어	정의	정의에서 파생되는 용어	영어로 표현한 용어
식	정의 없음, 초등학교 수학에서부터 사용	항, 상수항	expression
문자식(대수식)	문자를 포함한 식		cf. variable(algebraic) expression
식의 값	대입하여 계산한 결과	대입	cf. evaluating
다항식	하나 또는 몇 개의 항의 합으로 이루어진 식	항, 차수	polynomial
단항식	하나의 항으로만 이루어진 다항식		monomial
일차식	차수가 1인 다항식		linear expression
간단히 하라	정의 없음, 초등학교 수학에서부터 사용	동류항	simplify
등식	등호(=)를 사용하여 수량사이의 관계를 나타낸 식, 초등부터 사용	좌변과 우변, 양변	equality
방정식	미지수 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식	미지수, 해, 근, 방정식 풀기, 이항	equation
항등식	미지수 x 에 어떠한 수를 대입하여도 항상 참이 되는 등식		identity
일차방정식	방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 동류항끼리 정리했을 때 ‘(x 에 관한 일차식)=0’의 꼴로 변형되는 방정식		linear equation

2) 초등학교 교과서에서는 ‘덧셈식’, ‘뺄셈식’, ‘곱셈식’을 정의 없이 도입하지만, ‘나눗셈식’은 3-1 교과서(교육과학기술부, 2010, p.49)에서 정의하고 있다.

것은 아니지만 결코 간단하지는 않다. 준전문적(subtechnical) 어휘는 두 가지 이상의 의미를 가지고 있는 용어로, 내용 영역이 변하면 그 의미도 변한다. 준전문적 어휘는 내용 영역과 일상적 경험에서 그 의미가 달라질 수도 있다. 일부 준전문적인 어휘는 수학적 맥락 내에서 다중의 의미를 가지기 때문에 개념적 문제를 야기한다. 원래는 전문적 어휘이었지만, 세월이 지나는 동안에 준전문적 어휘가 되는 수도 있다. 수학적 개념을 나타내기 위해 만들어진 용어가 나중에 일상적으로 사용하게 되는 경우가 그렇다. 일반적(general) 어휘는 학생들이 일상의 언어에서, 그리고 통상의 독서 경험에서 사용하거나 부딪치게 되는 단어들이다. 일반적 어휘는 수학적 실재물에 관련되는 어휘와 구별될 수 있다. 수학적 기호를 어휘로 볼 때, 그것이 바로 기호적(symbolic) 어휘이다. 기호적 어휘는 수학의 실재적 어휘로 고려되어지며 자체의 특수한 문제를 야기한다. 가장 보편적인 수학 기호인 숫자는 수를 나타내는 기호적 어휘로서 고도로 추상화된 것이다. 특히 주어진 숫자는 여러 가지 다른 의미를 전달하는 데 사용될 수 있다. 문자를 포함할 때 곱셈 기호의 생략 및 나눗셈 기호의 생략은 의미 있는 활동으로 중학교 1학년에서 다루어진다. 특히 수와 문자, 문자 사이의 곱셈에서는 곱셈 기호를 자주 생략한다. '생략' 그 자체도 하나의 어휘로서 '기호적 어휘'로 볼 수 있다. 다만 계산기를 사용할 때는 문자 사이의 곱셈에서 곱셈 기호를 생략하면, 그 전체를 하나의 문자로 인식하므로 생략할 때 유의해야 한다.

한편, 박교식과 임재훈(2005)은 어떤 용어가 수학적 실재물을 나타낼 때 그것을 수학 용어로 보며 그것을 두 가지로 분류하였다. 순수한 수학적 실재물만을 나타내는 것을 순수 용어라 하고, 일상적 실재물을 나타내면서 수학적 실

재물을 나타내는 것으로 일상 기반 용어라 하였다. 박교식과 임재훈(2005)의 분류는 Monroe와 Panchyshyn(1996)의 어휘 분류와 다소 다르다. 전자의 입장에서 보면, 일상어에서 차용한 것은 수학 이외의 분야에서 사용되는 용례를 가지므로 준전문적 어휘이다. 후자의 관점에서는 오직 수학 분야에서만 두 가지 이상의 서로 다른 의미로 사용되어도 준전문적 어휘에 속하지만, 전자의 관점에서는 순수 용어에 해당한다. 전문적 어휘이었지만, 나중에 준전문적 어휘가 된 것도 전자의 관점에서는 순수 용어에 해당한다. 전자의 후자와 분류는 각각 장단점을 가지고 있지만, 의미가 오직 한 가지인가 아니면 두 가지 이상인가 하는 것만을 염두에 둔다는 점에서 후자의 분류가 좀 더 현실적이라 할 수 있다.

Monroe와 Panchyshyn(1996)의 분류 방식에 따르면, <표 II-1>의 용어 중에서 상수항, 등식, 식의 값, 다항식, 단항식, 일차식, 동류항, 방정식, 항등식, 일차방정식 등은 전문적 어휘라 할 수 있다. 이에 비해 식, 계수, 대입, 항, 이항, 미지수, 해, 근은 준전문적 어휘이다. 실제로 국어사전에서 이들이 수학 이외의 분야에서 사용되는 용례를 쉽게 찾을 수 있다. 차수는 수학에서 단항식의 차수와 다항식의 차수의 두 가지를 나타낸다는 점에서 준전문적 어휘이다. 또, 국어사전에서 '간단'과 '계산'이 수학 이외의 분야에서 사용되는 용례를 찾을 수 있다는 점에서 '간단히 하여라(또는 간단히 나타내어라)', '계산하여라'도 준전문적 어휘로 볼 수 있다.

수학 용어를 택하는 것뿐만 아니라 그것을 어떻게 정의하느냐 하는 것도 또한 중요하다. 용어가 담고 있는 수학적 개념의 이해는 결국 그 용어의 정의를 구성하는 단어들이 개인적으로 환기시켜 주는 이미지에 의존하기 때문이

다. 수학 용어를 정의하는 방법으로는 내포적 방법, 외연적 방법, 동의적 방법을 들 수 있다 (Ginther, 1964; 조영미, 2002, 재인용). 그러나 정의하지 않는 용어도 있다. 유클리드 《원론》에서의 점, 선, 면이라는 용어에서 볼 수 있는 것처럼 용어를 정의함으로써 논리적 결합이 발생하는 경우에는 용어를 정의하지 않는 것도 한 방법이다. 또, 순환적 논리 때문에 불가피하게 용어를 정의하지 않는 경우도 있다. 이와 같은 무정의 방법도 정의 도입의 한 방법으로 보아야 할 것이다. 본 연구에서는 학교수학에서 용어를 정의하는 방법으로 Ginther의 제시한 내포적 방법, 외연적 방법, 동의적 방법과 구체적이고 명확한 정의를 하지 않고 사용하는 무정의 방법의 네 유형으로 구분하기로 한다. 그러나 어떤 수학 용어가 이 네 유형의 어느 하나에 속한다고 단정적으로 말하기 어려운 경우도 있다. 이것은 수학적 맥락과 상황이 있어야 용어의 의미가 분명해 질 때가 많기 때문이다. 그래서 용어를 도입하고 정의할 때 수학적 실재물인지의 여부는 수학적 맥락에서 보아야 함을 간과해서는 안 된다. <표 II-1>의 용어 대부분은 한 가지 또는 두 가지 정도의 예시를 전제로 한 외연적 방법으로 정의되고 있다. 항, 상수항, 계수, 대입, 식의 값, 다항식, 단항식, 차수, 일차식, 동류항, 방정식, 항등식, 미지수, 해, 근, 이항 등이 그렇다.

III. 식과 expression의 의미 분석

1. 우리나라 교과서에서 사용하는 식의 의미

학교수학에서 가장 자주 접하는 수학 용어 중의 하나가 식이다. 국어사전에서는 식이 일

상적으로는 ‘일정한 전례, 표준 또는 규정’, ‘의식’, ‘일정한 방식이나 투’를 의미하며, 수학에서는 ‘숫자, 문자, 기호를 써서 이들 사이의 수학적 관계를 나타낸 것’을 의미한다고 풀이하고 있다. 수학 용어 식은 일상어에서 차용한 것이다. 식은 일상생활에서 뿐만 아니라 여러 학문에서 사용되는 용어로 다양한 수식어를 동반한다. 결혼식, 세례식, 화학식, 실험식, 곱셈식, 대수식, 방정식, 유리식 등과 같이 수식어가 붙음으로써 그 사용 환경이 정해진다. 식은 일상적 실재물과 수학적 실재물을 모두 나타내는 용어이지만, 학교수학에서 사용하는 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식, 비례식, 단항식, 다항식, 방정식, 항등식, 행렬식 등은 수학적 실재물만을 나타내는 순수 수학용어이다(박교식, 임재훈, 2005). 또한 Monroe와 Panchyshyn(1996)의 분류 방식에 따르면, 학교수학에서 다루는 ‘~식’은 전문적 어휘이고, 기호를 사용하여 나타내는 그 표현은 기호적 용어로 볼 수 있다.

우리나라 초등학교 수학 교과서와 중학교 수학 1 교과서에서 식을 어떤 의미로 사용하고 있는지 살펴보기로 하자.³⁾ 먼저 초등학교의 경우, 예를 들어 초등학교 <2-1> 교과서(교육과학기술부, 2009b, p.63)에서 “다람쥐가 도토리를 72개 가지고 있었습니다. 어제 25개를 먹고 오늘 36개를 더 주었습니다. 지금 다람쥐가 가지고 있는 도토리는 몇 개입니까?”라는 문제를 해결하기 위해 먼저 이 문제에 알맞은 식을 쓸 것을 요구하고 있다. 이 문제에 알맞은 식으로 초등학교 <2-1> 교사용 지도서(교육과학기술부, 2009c, p.185)에서 제시하고 있는 것은 $72-25+36$ 또는 $72-25+36=83$ 의 두 가지이다. 이 두 식에 문자 또는 그것의 대응품인 □ 등이 등장하지 않는다는 점에서, 이 두 식은 ‘산술식’이다. 이 두 식의 차이는 등호의 유무이다. 후자는 하나의 완전한

3) 초등학교 1~3학년 및 중학교 1학년 교과서는 2006년 개정 교육과정에 따른 것이고, 그 이외 학년의 교과서는 제7차 교육과정에 따른 것이다.

수학적 문장이 되는 반면, 전자는 그렇지 못하다는 점에서 단지 수학적 구절이다. 특히 후자는 등호의 좌변을 계산한 결과가 우변이 된다는 점에서 ‘산술적 항등식’이지만, 전자는 수 사이의 연산을 나타내고, 그 연산을 실행하면 하나의 값을 얻는다는 점에서 ‘수치식’이라고 할 수 있다.⁴⁾ 한편, 이 지도서에서 주어진 문제에 알맞은 식으로 $72-25+36=$ 을 제시하지 않고 있다는 것에 주목할 필요가 있다.

이렇게 보면 우리나라 초등학교 수학에서는 식을 수학적 구절 또는 수학적 문장으로 간주하고 있음을 알 수 있다. 전자 이외에 후자도 알맞은 식으로 인정하는 것은 산술연산이 주어지면 즉각적으로 계산하는 학생들의 습성을 반영한 것이라 할 수 있다. 문자를 포함하는 식에서는 이와 양상이 다소 다르다. 2006 개정 교육과정(교육인적자원부, 2007)에 따르면 초등학교 6학년에서부터 문자를 포함한 식이 도입되지만, 그것을 본격적으로 취급하는 것은 중학교 1학년에서부터이다. 중학교 수학 1 교과서의 ‘문자와 식’ 관련 단원에서도 식을 구체적으로 정의하고 있지 않지만, 여기서의 식은 대개 문자를 포함하는 대수식을 의미한다. 이것을 분명하게 하기 위하여 거의 대부분의 중학교 1학년 교과서에서는 문자식이라는 표현을

사용하는 대신 ‘문자를 사용한 식’이라는 표현을 사용한다(강신덕 외, 2009; 금종혜 외, 2009; 김부윤 외, 2009; 김홍중 외, 2009; 박규홍 외, 2009; 박영훈 외, 2009; 박윤범 외, 2009; 박종률 외, 2009; 송근화 외, 2009; 신향균 외, 2009; 우정호 외, 2009; 유병훈 외, 2009; 유희찬 외, 2009; 윤성식 외, 2009; 윤재한 외, 2009; 이강섭 외, 2009; 이대현 외, 2009; 이영하 외, 2009; 이준열 외, 2009; 장건수 외, 2009; 정광식 외, 2009; 정상권 외, 2009; 정순영 외, 2009; 정창현 외, 2009; 최용준 외, 2009; 황선욱 외, 2009). 이때의 식은 구절 형태이다.⁵⁾ 구절 형태의 산술식 즉, 수치식에서는 수 사이의 연산을 실행하면 하나의 값을 얻기 때문에, 등호를 사용하여 산술적 항등식으로 바꾸는 것이 가능하지만, 구절 형태의 대수식은 그렇게 할 수 없는 경우가 있다. 대수식은 그 자체가 연산의 결과일 수 있다. 예를 들어 “전체가 368쪽인 책을 하루에 n 쪽씩 t 일 동안 읽었다면, 앞으로 읽어야 할 책의 쪽수를 식으로 나타내어라.”(윤성식 외, 2009, p.90)라는 문제의 답인 $368-nt$ 의 경우, 더 이상의 연산을 수행할 수 없으므로 구절 그 자체로 두어야 한다.

- 4) 이 논문에서는 수식(數式)이라는 용어를 사용하지 않는다. 국어사전에서는 수식을 ‘수 또는 양을 나타내는 숫자나 문자를 계산 기호로 연결한 식’이라고 설명하고 있다. 한편, 문자식(文字式)은 ‘문자를 포함한 식’이라고 설명하고 있다. 그러나 수식, 문자식은 교육부편수자료나 대한수학회 수학용어집에 등재되어 있지 않다. 산술식, 산술적 항등식도 국어사전, 교육부편수자료, 대한수학회 수학용어집 어디에도 등재되어 있지 않다. 수치식(數值式, numerical expression)은 대한수학회 수학용어집에 ‘수치적 표현’으로 되어 있다. 이 논문에서는 문자를 포함하지 않고 수와 연산 기호를 포함한 것을 산술식이라 하고, 산술식에서 등호가 없는 것은 수치식, 두 수치식이 등호로 연결된 것으로 양변의 계산 결과가 같을 때 산술적 항등식이라 하고 있다. 산술식에 해당하는 영어 용어로 arithmetic expression을 사용할 수 있으나, 구절의 의미가 강하여 수치식으로 볼 수 있기 때문에 다소 차이가 있을 수 있다. 산술적 항등식에 해당하는 영어 용어는 arithmetic identity(Herscovics and Kieran, 1999)라 할 수 있다.
- 5) 국어사전에서는 대수식(代數式)을 ‘유한개의 문자와 숫자, 거듭제곱근의 덧셈·뺄셈·곱셈·나눗셈으로 이루어진 식’이라고 설명하고 있다. 대수식은 교육부편수자료에는 등재되어 있지 않지만, 대한수학회 수학용어집에는 등재되어 있다. 본 논문에서 대수식은 문자를 포함한 식으로 문자에 특별한 수를 주면 수치식이 되는 것으로 본다. 대수식에 해당하는 영어 용어는 algebraic expression이다. algebraic expression 또는 variable expression은 국어 용어 대수식과 상응하므로, algebraic expression 또는 variable expression의 번역어로 ‘대수식’을 택할 수 있다. 또, variable은 ‘변수’로 번역되지만, 맥락을 고려하지 않고 그것이 ‘문자’라는 점만 고려하면 variable의 번역어로 ‘문자’를 택할 수 있다.

2. 미국 교과서에서 사용하는 expression(식)의 의미

대한수학회와 수학회용어집(인터넷판)에서는 식에 해당하는 영어 용어로 expression을 제시하고 있다.⁶⁾ 이 expression을 미국 교과서에서 어떻게 사용되고 있는지 살펴보자. 미국 교과서에서도 'expression' 및 '~ expression'을 사용하고 있다. 본 연구에서 참조한 미국 교과서(Bennett 외, 2005; Bellman 외, 2007)⁷⁾에서는 algebraic expression과 numerical expression을 사용하고 있으며, 이런 것을 포괄하여 expression을 사용하고 있는 것을 볼 수 있다. 예를 들어 Bennett 외(2005, p.92)에서는 "An algebraic expression consists of one or more variables. It usually contains constants and operations."와 같이 algebraic expression을 하나 이상의 variable을 가지고 있고, 수 및 연산을 포함하는 것이라 정의하고 있다. 또 다른 교과서인 Bellman 외(2007, p.4)에서는 "The expression $6.50h$ is an algebraic expression. An algebraic expression is a mathematical phrase that can include numbers, variables, and operation symbols."와 같이 algebraic expression을 수, variable, 연산 기호를 포함할 수 있는 mathematical phrase(이하, '수학적 구절'로 번역)라 하고 있으며 이것을 variable expression이라고도 하고 있다.

한편, Bennett 외(2005, p.70)에서는 "A numerical expression is made up of numbers and operations."와 같이 numerical expression을 정의하고 있다. Bellman 외(2007, p.10)에서는, 비록 구체적인 정의를 하고 있지는 않지만, $25 - 8 - 2 + 3^2$ 등과 같이 문자를 포함하지 않고 수와 연산 기호로만 구성된 것에 대해 numerical expression이

라는 용어를 사용하고 있다. 또, Bennett 외(2005)와 Bellman 외(2007)에서는 $-5^2(-3^2)$ 과 같은 numerical expression이나 $6.50h$ 과 같은 algebraic expression을 포괄적으로 간단히 expression이라 하고 있다. 이렇게 보면 expression은 수학적 구절이다. 그것은 단 하나의 수일 수도 있고 혹은 variable일 수도 있다(The Math Forum/인터넷자료).

Dressler와 Keenan(1989)은 하나의 수일 수도 있고, 또는 수와 연산 기호로 구성되어 하나의 수를 나타내는 것을 numerical expression이라 하고, 하나 이상의 variable을 가지고 있는 expression 또는 수학적 구절을 algebraic expression이라고도 하지만 'open expression', 'open phrase'라고도 하고 있다.⁸⁾ 이때 variable이 나타내는 수의 범위를 variable의 domain 또는 replacement set라 하고 있다. 이제 replacement set를 '대체집합'으로 번역하고 domain을 '정의역'으로 번역하기로 한다. algebraic expression에 포함된 variable의 범위는 문맥적으로 정해지는 경우가 많으며 특별한 언급이 없다면 수 전체의 집합으로 보고 있다. 구절로서의 expression 자체로는 참이나 거짓을 말할 수 없으며, variable에 구체적 수를 부여하면 수치적 값을 가질 수 있다. 우리나라 중학교 수학 1 교과서의 '문자와 식' 관련 단원에서 볼 수 있는 표현인 '문자를 사용한 식'은 미국 교과서에서 볼 수 있는 variable expression 또는 algebraic expression과 상응한다.

IV. 방정식 및 항등식의 의미 분석

1. 우리나라 교과서에서의 방정식 및 항등식의 의미

6) 여기서는 '식'과 expression을 대비하기 때문에, expression과 그 관련 용어를 번역하지 않은 채 그대로 사용한다.

7) 이들은 청심국제중학교에서 교과서로 사용하고 있다.

8) open expression, open phrase는 각각 '열린 식', '열린 구절'로 번역할 수 있을 것이다.

2006 개정 교육과정(교육인적자원부, 2007)에 의하면, 방정식이라는 용어는 초등학교 6학년에서, 항등식이라는 용어는 중학교 1학년에서 처음으로 도입한다. 중학교 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008b, p.67)에서는 “문자의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 방정식, 문자의 값에 상관없이 항상 성립하는 등식을 그 문자에 관한 항등식이라 함을 알게 한다.”라 하고 있다. 이러한 해설에 따르면, 중학교 교육과정은 항등식은 방정식이 아니라는 입장을 취한다는 것을 알 수 있다. 이에 따라 중학교 1학년 교과서에서는 예시적 방법을 통해 문자가 들어 있는 등식의 일종으로 방정식과 항등식을 외연적으로 정의하고 있다. 예를 들어 김원경 외(2008, p.110-111)는 방정식과 항등식을 다음과 같이 정의하고 있다.

등식 $2x+1=3$ 은 $x=1$ 일 때 참이 되고, $x \neq 1$ 일 때 거짓이 된다. 이와 같이 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 x 에 대한 방정식이라고 한다. 이때 문자 x 를 그 방정식의 미지수, 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값을 그 방정식의 해 또는 근이라고 한다. 또 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다. ... 등식 $x+2x=3$ 는 x 에 어떠한 값을 대입하여도 항상 참이 된다. 이와 같이 모든 x 의 값에 대하여 항상 참이 되는 등식을 항등식이라고 한다.

다른 교과서에서 방정식과 항등식을 정의하는 내용과 형식도 거의 이와 유사하다(강신덕 외, 2009; 금중해 외, 2009; 김부윤 외, 2009; 김홍중 외, 2009; 박규홍 외, 2009; 박영훈 외, 2009; 박윤범 외, 2009; 박종률 외, 2009; 송근화 외, 2009; 신항균 외, 2009; 우정호 외, 2009; 유병훈 외, 2009; 유희찬 외, 2009; 윤성식 외, 2009; 윤재한 외, 2009; 이강섭 외, 2009; 이대현 외, 2009; 이영하 외, 2009; 이준열 외, 2009;

장건수 외, 2009; 정광식 외, 2009; 정상권 외, 2009; 정순영 외, 2009; 정창현 외, 2009; 최용준 외, 2009; 황선욱 외, 2009). 이러한 정의 후에, 방정식과 항등식이라는 용어를 정의대로 이해하고 있는지 알아보기 위한 문제를 제시하고 있다. 예를 들어 한 익힘책에 제시된 다음 문제(정창현 외, 2009, p.108)를 보자. 이 문제는 (1) $3x-2=2(x-1)$ (2) $x+3=2x+3-x$ (3) $2x-1=1$ (4) $4x-6=2(2x-3)$ 의 네 등식을 방정식과 항등식으로 구별하는 것이다. 이 익힘책에서 제시하는 정답(p.297)에 의하면, 방정식은 (1)과 (3)이고 항등식은 (2)와 (4)이다. 교육과정 해설서에서 요구하고 있듯이, 이러한 답은 항등식이 방정식이 아니라는 입장을 표방하는 것이다.

이러한 입장과는 달리 항등식을 방정식으로 보는 견해가 전혀 없는 것은 아니다. 우정호 외의 수학1 교사용 지도서(2009c, p.212)에서는 교사를 대상으로 지도상의 유의 사항의 하나로 “항등식은 해가 모든 수인 방정식이지만 엄밀하게 구분하여 지도하지 않는다.”라 하고 있다. 그러나 학생들에게는 그와 같은 내용을 지도할 수는 없다. 실제로 우정호 외의 수학 1 익힘책(2009b, p.92)에서는

(1) $x+1=4-x$ (2) $x+2x+2=3x+2$ (3) $6x+2=7$ (4) $2(3x-1)=6(x-1)+4$ 의 네 등식을 주고 항등식을 모두 찾는 문제의 정답(p.298)으로 ‘방정식은 (1)과 (3), 항등식은 (2)와 (4)’를 제시하고 있다. 즉, 학생을 대상으로 할 때는 교육과정에서 요구하는 대로 항등식은 방정식이 아니라는 입장을 취하고 있다.

제7차 교육과정 해설서(교육인적자원부, 1999)에서는 항등식의 의미를 명확히 제시하지 않았다. 그러나 제7차 교육과정에 따른 거의 대부분의 교과서에서도 항등식은 방정식이 아니라는 입장을 취하고 있지만, 항등식은 방정식이라는 입장을 취하고 있는 교과서(황석근, 이재돈, 2002a,

pp.110-111)도 있다. 이 교과서에서는 방정식과 항등식을 각각 다음과 같이 정의하고 있다.

$x+7=20$ 과 같이 문자가 들어 있는 등식을 방정식이라 하고 ... 방정식 $2x=x+x$ 는 x 에 어떠한 수를 대입하여도 항상 참이 된다. 이와 같이 미지수의 값에 관계없이 항상 참이 되는 방정식을 항등식이라고 한다.

이와 같이 교과서에서 항등식은 방정식이라는 입장을 취하는 것은 아주 특이하다고 할 수 있다. 그러나 비록 이 교과서의 정의에서는 항등식을 방정식의 일부로 보고 있지만, 곧이어 다음과 같이 항등식을 찾는 문제(p.111)에서는 이 정의를 적용하지 않고 있다. 이 문제는

(1) $3x+2=4x-1$ (2) $x+2=2x+1$ (3) $3(x+2)=3x+6$
 (4) $2x=2(x-3)-x$ 의 네 보기 중에서 항등식을 찾는 것이다. 이 교과서의 교사용 지도서(황석근, 이재돈, 2002b, 165)에서는 이 문제의 정답으로 “방정식은 (1), (2), (4)이고 항등식은 (3)이다.”를 제시하고 있다. 제7차 교육과정에 따른 수학 <10-가> 교사용 지도서 중에도 항등식을 방정식으로 보지 않도록 유의시키고 있는 것이 있다. 예를 들어 이러한 입장을 다음의 설명(최봉대 외, 2002b, p.113)에서 볼 수 있다.

등식 $ax+b=0$ 은 항등식인가? 또는 방정식인가?
 대부분의 학생들은 ‘방정식’이라고 대답한다. 그러나 이것은 옳은 대답은 아니다. 왜냐하면 계수 a, b 가 미지의 수로 되어 있어서 a, b 가 어떤 값을 갖느냐에 따라 항등식이 될 수도 있고, 방정식이 될 수도 있다. 다시 말하면, 등식 $ax+b=0$ 은 $a \neq 0$ 일 때는 $x = -\frac{b}{a}$ 인 값에 대해서만 성립하므로 방정식이지만, $a=0, b=0$ 일 때에는 $0 \cdot x + 0 = 0$ 이 되어 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 항등식이 된다.

항등식이 방정식이 아니라는 관점에서는 방정식의 경우에는 문자의 값에 따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 한다는 조건을 참이 되게 하는 수(해가 되는 수)와 거짓이 되게 하는 수(해가 되지 않는 수)가 반드시 있어야 한다. 이러한 관점에서 두 등식 $x+3=x+4, x^2+1=0$ 이 각각 방정식인지 살펴보자. 전자의 경우에는 문자 x 에 어떠한 값을 대입하여도 거짓이 되므로 방정식도 아니고 항등식도 아니다. 따라서 문자를 포함한 등식은 방정식, 항등식, 해가 없는 등식의 세 유형으로 나누어진다. 후자의 경우에는, 중학교 1학년 수학에서는 유리수까지만 다루고 있지만, 실수의 집합에서 생각하더라도 어떠한 실수값에 대해서도 참이 되지 않는다. 따라서 중학교 수학1 교과서에서 다루는 수(실제로는 유리수)의 범위에서는 방정식도 아니고 항등식도 아니다. 고등학교 수학의 수준인 복소수의 집합에서 본다면, 이 등식은 방정식이고 이때의 해는 복소수 $\sqrt{-1}$ 과 $-\sqrt{-1}$ 이다. 다음으로 등식 $3x-1=3|x|-1$ 의 경우를 보자. 이 등식은 자연수의 집합에서 보면 항등식이지만, 정수의 집합에서 보면 방정식이다. 즉, 어떤 등식이 항등식인지 아니면 방정식인지는 그 등식에 포함된 문자가 취하는 값의 영역이 무엇인가에 종속된다. 대개의 경우 그 맥락에서 문자가 취하는 값의 범위가 정해지지만, 그렇지 않다면 수 전체의 집합으로 본다.

2. 미국 교과서에서의 equation(방정식) 및 identity(항등식)의 의미

방정식과 항등식에 대응하는 영어 용어 equation과 identity가 미국의 교과서에서 어떻게 정의되는지 살펴보자.⁹⁾ 예를 들어 Bennett 외

9) 여기서는 ‘방정식’과 equation, ‘항등식’과 identity를 대비하기 때문에, equation, identity와 그 관련 용어를 번역하지 않은 채 그대로 사용한다.

(2005, p.104)에서는 “An equation is a mathematical statement that two expressions are equal in value.”와 같이 equation은 두 개의 식이 equal(동등하다)라는 mathematical statement(수학적 진술문)라 하고 있다. 또한 Bellman 외(2007 p.5)에서는 equation을 다음과 같이 등호를 사용한 수학적 문장으로 정의하고 있다.

An equation is a mathematical sentence that uses an equal sign. If an equation is true, then two expressions on either side of the equal sign represent the same value.

이 두 미국 교과서에서는 등호를 포함한 수학적 문장 혹은 두 개의 대수식이 동등하다는 것을 진술하는 문장을 equation이라 하고 있다. 대수적 궁금증을 해결하려는 의도로 만들어진 인터넷사이트(The Math Forum)와 그것을 근간으로 하는 The Math Forum(2004)에서도 expression은 수학적인 구절이고 equation은 두 개의 수량이 equal인 수학적 문장임을, 그리고 등호(equals sign, =)를 포함하는 수학기호적인 문장임을 강조하고 있다.

이에 따른다면 equation은 우리나라 교과서의 ‘등식’에 해당하는 것으로, 우리나라 교과서의 ‘방정식’과는 다소 다른 것이다. 미국의 교과서는 산술적 의미에서의 equation과 대수적 의미에서의 equation을 통합적으로 사용하나 equation은 variable을 포함하지 않는 경우와 variable을 포함하는 경우로 나눌 수 있다. Herscovics and Kieran(1999)은 전자를 arithmetic equation, 후자를 algebraic equation이라 하고 있다.

한편, 다음과 같이 Bellman 외(2007 p.5)에서는 하나 이상의 variable을 포함하는 방정식을 open sentence(이하, ‘열린 문장’으로 번역)의 개념

으로 보고 있다.

An equation that contains one or more variables is an open sentence. In everyday language, the word “is” suggests an equal sign in the associated equation.

Dressler와 Keenan(1989)과 Foster 외(1986)에서도 이와 마찬가지로 열린 문장의 개념을 도입하고 있는 것을 볼 수 있다. $x+6=8$, $2n>3$ 과 수를 대신하는 variable을 포함하고 있는 문장인 열린 문장에서 이 variable에 어떤 수를 주느냐에 따라 참 혹은 거짓이 될 수 있다. 특히 열린 구절에서와 같이 열린 문장에서 variable이 취할 수 있는 수의 범위를 정할 수 있고, 이 범위를 그 variable에 대한 대체집합 또는 정의역이라 한다. 열린 문장을 참으로 만드는 모든 해의 집합은 정의역의 부분집합이며 공집합이 될 수 있다. 엄밀하게는 열린 문장은 대체집합을 동반하며, 대체집합으로부터 어떤 수를 택하느냐에 따라 참 또는 거짓이 될 수 있다. 이 열린 문장을 참으로 만드는 정의역의 원소들의 집합을 그 열린 문장의 solution set(이하, ‘해집합’으로 번역) 혹은 truth set(이하, ‘참의 집합’으로 번역)이라고 하고 있다.¹⁰⁾

지금부터 열린 문장은 variable을 포함한 방정식으로 한정한다. 문자를 포함한 equation의 해집합은 대체집합에 따라 정해지며, 그 대체집합은 통상 문맥에 따라 정해진다. 대체 집합을 구체적으로 명시하지 않은 경우는 대체집합을 수 전체의 집합으로 한다. variable을 가진 방정식의 해집합은 대체집합이 되는 경우, 공집합이 되는 경우, 대체집합의 진부분집합으로 공집합이 되지 않는 경우의 세 가지로 나눌 수 있다. Dressler와 Keenan(1989)은 해집합이 대체

10) 열린 문장 그 자체는 참과 거짓을 말할 수 없는 문장이다.

집합의 진부분집합인 경우를 conditional equation이라 하고 있다. 이 용어는 우리나라의 중학교 교과서에서 제시하고 있는 방정식과 유사하게 보이지만, 해집합이 공집합이 될 수 있다는 점에서 차이가 있다. 미국 교과서에서의 conditional equation의 경우 해가 없어도 되지만, 우리나라 중학교 교과서에서 다루는 방정식은 해를 가져야 한다.

이제 미국 교과서에서 항등식에 해당하는 identity의 개념을 어떻게 다루고 있는지 살펴보자. 예를 들어 arithmetic equation $5+2=7$ 과 $(7-3)+2=2+4$ 는 모두 참인 문장이지만, equation $6-3=4$ 는 거짓인 문장이다. Herscovics and Kieran (1999)은 참인 arithmetic equation을 arithmetic identity이라 하고 있다. 그들은 이를 토대로 algebraic equation의 개념을 도입하는 것이 매우 효과적임을 강조하고 있다. 예를 들어 $5+2=7$ 에서 2를 문자 x 로 대신한다면 $5+x=7$ 는 해집합이 {2}인 equation이고, $(7-3)+2=2+4$ 에서 2를 문자 x 로 대신한다면 $(7-3)+x=x+4$ 의 해집합은 수 전체의 집합으로 2뿐만 아니라 어떠한 수를 대입하더라도 참인 문장이 되는 equation이다. 미국 교과서에서는 후자처럼 variable을 포함한 equation에서 그 variable에 대체집합의 어떠한 수를 대신하더라도 참인 문장이 될 때 이 equation을 identity라 하고 있다. 다음과 같이 Bellman 외(2007, p.136)에서 볼 수 있듯이, 포함된 문자의 정의역의 어떤 값을 대입하더라도 그 equation이 참이 될 때 그 equation을 identity라 하고, 이에 상반되게 어떠한 값을 주더라도 equation이 거짓이 될 때 그것을 equation with no solution이라 한다.

An equation has no solution if no value of the variable makes the equation true. The equation $2x=2x+1$ has no solution. An equation that is true for every value of the variable is an identity. The

equation $2x=2x$ is an identity.

Bellman 외(2007, p.136)에서는 이처럼 해집합에서 대조적인 두 가지의 방정식의 예를 제시하고 있고 그 풀이 과정을 담고 있다.

[4. EXAMPLE] Identities and Equations with No Solutions

a. Solve $10-8a=2(5-4a)$

$$10-8a=10-8a$$

$$10-8a+8a=10-8a+8a$$

$$10=10 \text{ Always true!}$$

This equation is true for every value of a , so the equation is an identity.

b. Solve $6m-5=7m+7-m$

$$6m-5=7m+7-m$$

$$6m-5=6m+7$$

$$6m-5-6m=6m+7-6m$$

$$-5=7 \text{ Not true.}$$

This equation has no solution.

미국 교과서에서는 identity를 equation의 특별한 경우로 분명하게 정의하고 있다는 것을 눈여겨 볼 필요가 있다. 미국 교과서에서 identity를 취급하고 있는 방식과 우리나라 중학교 교과서에서 항등식을 취급하고 있는 방식 사이에는 엄연한 차이가 있다. 위의 예시 문제 b처럼 해가 없는 것도 equation임을 분명히 하고 있다. 이것은 우리나라의 중학교 수학 교과서에서 볼 수 있는 방정식의 정의와 다르다. 문제 b에 주어진 것이 등식임은 분명하지만 방정식도 아니고 항등식도 아니다. 따라서 등식을 항등식과 방정식만으로 분류하는 것과는 크게 다르다. Dressler와 Keenan(1989)과 Foster 외(1986)에서도 identity를 특수한 방정식으로 정의하고 있고, The Math Forum(인터넷, 1994)도 identity를 특수한 방정식으로 정의하고 있다. 여기서 equation의 경우 대체집합이 동반됨에 유의한다면, identity인지의 여부는 대체집합이 무엇인가에

달려 있음을 상기해야 한다.

V. 결론

우리나라 수학 교과서에서 취급하는 수학 용어와 그 정의를 결정하는 요인은 의외로 많다. 수학과 수학교육계의 견해뿐만 아니라, 용어가 사용되는 사회문화적 맥락, 국어환경, 교육과정의 요구, 저자의 안목, 영어 용어 번역의 문제 등도 그 결정 요인이 될 수 있다. 특히 영어 용어 번역의 문제도 작은 요인이 아니다. 영어로 된 수학 용어를 국어로 번역하는 과정에서, 미묘한 차이가 생길 수 있다. 우리나라 수학 교과서에서 많이 사용하는 용어인 식, 방정식, 항등식의 경우에도 그런 미묘한 차이가 있다. 본 연구에서는 그 미묘한 차이에 주목하여, 먼저 국어 용어 식과 영어 용어 expression의 의미를 두 나라의 교과서에서 찾을 수 있는 정의와 용례를 중심으로 비교·분석하였다. 그리고 국어 용어 방정식, 항등식과 그 각각에 해당하는 영어 용어 equation, identity의 의미를 두 나라의 교과서에서 찾을 수 있는 정의와 용례를 중심으로 비교·분석하였다.

우리나라 수학 교과서에서는 '식'을 정의하지 않은 채, 그 의미를 일상에 바탕을 두어, 그리고 교과서의 문제를 통해 학생들이 경험적으로, 그리고 암묵적으로 받아들여 이해하게 하고 있다. 그러나 우리나라 교과서에서는 다항식, 방정식, 항등식, 분수식, 유리식 등과 같이 '~식'은 정의하고 있다. 우리나라 교과서에서 다루는 식은 수학적 구절에 한정되지 않으며, 수학적 문장까지 포괄적으로 나타낸다. 그래서 식은 단독으로는 보통 대수식이나 수치식을 말하지만, 문맥에 따

라 방정식일 수도, 항등식일 수도, 유리식일 수도, 함수를 나타내는 관계식일 수도, 그리고 공식일 수도 있다.¹¹⁾ 이에 비해 미국의 수학 교과서에서는 expression이 phase(구절)의 의미를 가지는 용어라는 것을 강조한다. 또, expression을 산술적 관점과 대수적 관점에서 각각 numerical expression(즉, 수치식)과 algebraic expression(즉, 대수식, 문자식)으로 구분하고 있다. algebraic expression은 미지수, 괄호, 수, 연산 기호 등으로 표현된 것으로 보고 있다. 우리나라 중학교 수학 1 교과서의 '문자와 식' 단원에서 '문자를 사용한 식'은 구절로 제한된 협의적 의미를 가지며, variable expression 또는 algebraic expression으로 번역될 수 있다. 그래서 우리나라 교과서에서는 식의 의미를 수학적 문맥을 우선적으로 고려하여 해석해야 한다.

우리나라 교과서나 미국 교과서에서 공통적으로 볼 수 있는 방정식의 정의 방법은 몇 가지 사례로 바탕으로 정의를 내리는 외연적 방법이고 형식적 방법이다. 미국 교과서에서는 대체집합(정의역)을 정하고, 이 집합에서 어떤 수를 택하는가에 따라 참 혹은 거짓이 될 수 있는 '열린 문장'의 개념을 바탕으로 문자를 가진 방정식을 도입하기도 하였다. 이에 비해 우리나라 교과서에서의 방정식의 경우, 열린 문장이란 어휘를 사용하지는 않지만, 그것을 정의하는 맥락은 미국 교과서에서의 맥락과 비슷하다. 또한 변수가 나타내는 정의역의 집합은 실수 집합이거나 특별한 집합으로 수학적 문맥에 포함될 수 있다.

우리나라의 교과서와 미국 교과서 사이의 차이는 항등식은 방정식인가의 문제에서도 나타난다. 우리나라의 거의 모든 수학 1 교과서에서는 문자를 포함한 등식이면서 문자의 값에

11) 방정식(equation), 공식(formula)처럼 '~식'의 형태를 가져도 그들에 해당하는 영어 용어에는 expression이 포함되어 있지 않다.

따라서 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 방정식이라고 정의하고 있고, 이 정의는 방정식을 참이 되게 하는 수와 거짓이 되게 하는 수가 반드시 있어야 함을 함의한다. 항등식은 문자에 어떠한 값을 주더라도 참이 되는 등식이다. 즉, 항등식은 방정식이 아니다. 이러한 사실은 여러 수학 1 익힘책에서 다루는 문제에서 볼 수 있다. 또한 우리나라 교과서에서는 마치 등식에 방정식과 항등식의 두 유형이 있는 것처럼 진술하지만, 실제로는 문자를 포함한 등식은 방정식, 항등식, 해를 가지지 않는 등식의 세 종류로 구분될 수 있으므로, 혼란의 여지가 있다. 우리나라 교과서에서 도입하고 있는 방정식에 대한 정의는 매우 협의적이다. 미국 교과서에서는 equation을 수학적 문장으로 보며, 특히 등호(=)를 술어로 하는 문장으로 두 수량 또는 두 식이 같다는 것을 나타낸다. 이 정의는 우리나라 교과서에서 볼 수 있는 등식의 정의와 더 가깝다. 미국 교과서에서 equation은 산술적 의미와 대수적인 의미로 나누어 볼 수 있다. 적어도 하나 이상의 variable을 가지는 대수적 의미의 equation은 열린 문장이다. 대수적 의미의 equation은 풀릴 수 있는(solved) 반면에, algebraic expression은 단지 값이 계산되거나(evaluated), 단순화될(simplified) 수 있고, 재정렬될(rearranged) 수 있다(The Math Forum, 2004).

미국 교과서에서 identity는 문자에 어떠한 값을 주더라도 참이 되는 equation으로 보았다. 이러한 견해는 우리나라의 대다수 중학교 수학1 교과서에서 항등식을 방정식으로 보지 않는 견해와는 다르다. 따라서 방정식이 곧, equation, 항등식이 곧 identity라는 번역은 맞지 않는다. 이 차이는 매우 보편화된 용어인 방정식, 항등식의 교수·학습에 혼란을 가져올 수 있다. 이러한 혼란을 방지하기 위해서는 교육과정 차원에서 방정식과 항등식의 정의와 용례를 미국

교과서에서 사용하는 정의와 용례와 대비하여 논의하는 것이 필요하다. 그렇지 않다면 적어도 교육과정 해설서에서 방정식과 equation, 항등식과 identity의 서로 다른 정의가 공존하고 있음을 충분히 주지할 필요가 있다.

참고문헌

- 교육과학기술부(2007). **수학과 교육과정**.
- 교육과학기술부(2008a). **초등학교 교육과정 해설서**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육과학기술부(2008b). **중학교 교육과정 해설서**. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육과학기술부(2009a). **수학 1-1**. 서울: (주)두산.
- 교육과학기술부(2009b). **수학 2-1**. 서울: (주)두산.
- 교육과학기술부(2009c). **수학 2-1 교사 용지도서**. 서울: (주)두산.
- 교육과학기술부(2010). **수학 3-1**. 서울: 두산동아(주).
- 교육인적자원부(2005). **수학 4-가**. 서울: (주)천재교육.
- 김남희(1999). 학교수학의 변수 개념 학습과 관련된 몇 가지 지도 문제에 관하여. **학교수학 1(1)**, 19-37.
- 김연식·박교식(1994). 우리나라의 학교수학 용어의 재검토. **대한수학교육학회논문집**, 4(2), 1-10.
- 박경미(2004). 한국, 중국, 일본의 학교수학 용어 비교 연구. **수학교육**, 43(4), 337-347.
- 박경미·임재훈(1998). 학교수학 기하용어의 의미론적 탐색: 기하 용어의 역사적 변천 및 국제 비교를 중심으로. **대한수학교육학회논문집**, 8(2), 565-586.

- 박교식(1995). 우리나라의 학교수학 용어에 대한 의미론적 탐색. **대한수학교육학회논문집**, 5(1), 231-242.
- 박교식(2001). 제7차 초등학교 수학과 교육과정에 제시된 수학용어에 대한 연구. **학교수학**, 3(2), 233-248.
- 박교식(2003). 고등학교 수학용어에 대한 의미론적 탐색: 한자 용어를 중심으로. **수학교육연구**, 13(3), 227-246.
- 박교식·임재훈(2005). 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 연구. **수학교육학연구**, 15(2), 197-213.
- 이종희·김선희(2003). 등호 개념의 분석 및 학생들의 등호 이해 조사. **수학교육연구**, 13(3), 287-307.
- 조영미(2002). 수학교과서에서 사용한 정의의 특성 분석과 수준 탐색: 기하영역을 중심으로. **학교수학**, 4(1), 15-27.
- 한대희(1998). 미분법 단원에서 용어의 문제. **대한수학교육학회논문집**, 8(2), 495-507.
- Herscovics, N. and Kieran C. (1999). Constructing Meaning for the Concept of Equation. In B. Moses(Ed.s), *Algebraic Thinking, Grade K-12* (pp.181-188), Reston, Virginia: NCTM.
- Monroe, E. E. and M. P. Orme (2002). Developing Mathematical Vocabulary, *Preventing School Failure*, 46(3), 139-142.
- Monroe, E. E. and R. Panchyshyn (1996). Vocabulary Considerations for Teaching Mathematics, *Childhood Education*, 72(2), 80-83.
- Schell, V.J. (1982). Learning parters: Reading and Mathematics. *Reading Teacher*, 35, 544-548.
- The Math Forum(2004). *Dr. Math Gets You Ready for Algebra*, John Wiley & Sons.
- <2006년 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 1 교과서, 익힘책, 교사용 지도서>
- 강신태·함남우·홍인숙·김영우·이재순·전민정·라미영(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)교학사.
- 김종해·김창일·한길준·한철형·신송임(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)에듀왕.
- 김부윤·송영부·김춘실·이순주·김이언·권숙귀·이슬선·김정희·정재훈·이미경·류춘희·이지성·강선영·안은주·주신영(2009). **중학교 수학 1**. 서울: 교과서다음(주).
- 김원경·조민식·김영주·김윤희·방환선·윤기원·이춘신(2009). **중학교 수학 1**. 서울: 비유와 상징.
- 김홍중·계승혁·오지은·원애경(2009a). **중학교 수학 1**. 서울: 성지출판(주).
- 김홍중·계승혁·오지은·원애경(2009b). **중학교 수학 1 익힘책**. 서울: 성지출판(주).
- 박규홍·최병철·안숙영·김준식·유미영(2009). **중학교 수학 1**. 대구: (주)동화사.
- 박영훈·여태경·김선화·심선아·이태립·김수미(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)천재문화.
- 박윤범·남상미·최소희·홍유미(2009). **중학교 수학 1**. 파주: 웅진싱크빅.
- 박종률·유종광·이창주·홍분남·김덕진·박우량(2009). **중학교 수학 1**. 서울: 도서출판 디딤돌.
- 송근화·정윤석·유기종·우종욱·이흥기·이용경(2009). **중학교 수학 1**. 서울: 새롭교육..
- 신항균·이광연·윤혜영·이지현(2009). **중학교 수학 1**. 서울: (주)지학사.
- 우정호·박교식·박경미·이경화·김남희·임재훈·박인·지은정·신보미·최인선(2009a). **중학교 수학 1**. 서울: (주)두산.
- 우정호·박교식·박경미·이경화·김남희·임

재훈·박인·지은정·신보미·최인선(2009b). **중학교 수학 1. 익힘책**. 서울: (주)두산.

우정호·박교식·박경미·이경화·김남희·임재훈·박인·지은정·신보미·최인선(2009c). **중학교 수학 1. 교사용 지도서. 익힘책**. 서울: (주)두산.

유병훈·이동원·이용완·김영호·이순호·박은옥·이종인·배수경·김형미·정주연(2009). **중학교 수학 1. 파주: 법문사.**

유희찬·류성림·한혜정·강순모·계수연·김명수·천태선·김민정(2009a). **중학교 수학 1. 서울: 대한교과서(주).**

유희찬·류성림·한혜정·강순모·계수연·김명수·천태선·김민정(2009b). **중학교 수학 1 익힘책**. 서울: 대한교과서(주).

윤성식·조난숙·김화영·조준모·장홍월·김해경(2009a). **중학교 수학 1. 서울: (주)더텍스트.**

윤성식·조난숙·김화영·조준모·장홍월·김해경(2009b). **중학교 수학 1 익힘책**. 서울: (주)더텍스트.

윤재한·박진석·정낙영·이영철·이성재·윤장노·최춘호·장인선(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)더 텍스트.**

이강섭·왕규채·송교식·이강희·안인숙(2009). **중학교 수학 1. 서울: 도서출판 지학사.**

이대현·김성국·김종남·박남미·육상국·임창우·박두일·신동선(2009). **중학교 수학 1. 서울: 두레교육(주).**

이영하·홍정희·한동승·오정현·김기연·원유미(2009). **중학교 수학 1. 파주: (주)교문사.**

이준열·최부림·김동재·송영준·윤상호·황선미·임유원(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)천재교육.**

장건수·고성화·김관중·김의석·안희정·이상운·임중삼·장지경·정경숙·최승규(2009). **중학교 수학 1. 파주: 지구문화사.**

정광식·김정현·오종래·임윤영(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)대교.**

정상권·이재학·박혜숙·홍진곤·서혜숙·박부성·강은주(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)금성출판사.**

정순영·권혁천·강운중·이환철·신지영·설정수(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주) 두산.**

정창현·김창동·이상은·이치형·민정범(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)대교.**

최용준·한대회·박진교·김강은·신태양·배명주(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)천재문화.**

황선옥·강병개·김수영·박정아(2009). **중학교 수학 1. 서울: (주)좋은책 신사고.**

<제7차 교육과정에 따른 교과서, 교사용지도서>
 황석근, 이재돈(2002a). **수학 7-가**. 서울: 한서출판사.

황석근, 이재돈(2002b). **수학 7-가 교사용 지도서**. 서울: 한서출판사.

최봉대·강옥기·황석근·이재돈·김영옥·전무근·홍진철(2002a). **수학 10-가**. 서울: 중앙진흥교육연구소.

최봉대·강옥기·황석근·이재돈·김영옥·전무근·홍진철(2002b). **수학 10-가 교사용 지도서**. 서울: 중앙진흥교육연구소.

<미국 교과서>
 Dressler, I., & Keenan, E. P. (1989). *Integrated Mathematics Course I*, Amsco School Publications, New York.

Foster, A. G., Rath, J. N., & Winters, L. J. (1986). *Merrill Algebra One*, Columbus: Merrill.

Bellman A. E., Bragg, S. C., Charles, R. I.,

- Hall, B., Handlin, W. G., & Kennedy, D. (2007). *Prentice Hall Mathematics Algebra I*, Pearson Prentice Hall.
- Bennet, J. M., Chard, D. J., Jackson, A., Milgram, J., Scheer, J. K., & Waits, B. K. (2005). *Holt Middle School Mathematics Course 2*, Holt, Rinehart and Winston.
- <인터넷 자료>
대한수학회 <http://www.kms.or.kr/home/kor/>
국어사전 <http://krdic.naver.com/>
The Math Forum@Drexel ASK DR. MATH
<http://mathforum.org/dr.math/>

A Review on Meaning of Expression, Equation and Identity

Kim, Jin Hwan (Yeungnam Univ.)

Park, Kyo Sik (Gyeongin Nat'l Univ. of Edu.)

In this article the conceptual meaning of expression, equation and identity used in Korean mathematics textbooks and American mathematics textbooks is compared and discussed. For this purpose definitions and examples in several mathematics textbooks which are used in Korean elementary school, the 1st grade of middle school and American

middle school are investigated. It is founded out that at first there are some parts that give rise to misunderstanding and then there are differences between the Korean terminologies and their corresponding English counterparts. The definitions of expression, equation and identity are advised to examine in the view of middle mathematics curriculum .

* key words : expression(식), equation(방정식), conditional equation(조건부 방정식), identity(항등식), authentic identity(산술적 항등식), algebraic equation(대수적 방정식).

논문접수 : 2010. 2. 17

논문수정 : 2010. 3. 8

심사완료 : 2010. 3. 16