

기억-탐험 방법을 이용한 단일-질의 확률 로드맵 계획 알고리즘

(Single-Query Probabilistic Roadmap Planning Algorithm using Remembering Exploration Method)

김 정 태 [†] 김 대 진 ^{**}
(Jungtae Kim) (Daijin Kim)

요 약 고차원의 구성 공간 상에서 빠르게 동작하는 경로 계획을 위하여, 본 논문에서는 단일-질의 알고리즘의 일종인 새로운 경로 계획 알고리즘을 제안한다. 단일-질의 알고리즘의 동작과 탐험 알고리즘의 유사성에 주목하여 탐험 알고리즘의 하나인 기억-탐험(Remembering Exploration) 방법을 응용하여, 로드맵의 한 노드를 선택하여 그 주위의 자유 공간상에 있는 노드들을 새로 로드맵에 추가하는 방법으로 로드맵을 키워나가는 것이 본 논문이 제안하는 알고리즘이다. 성능 평가를 위하여 2차원 공간상에서의 경로 계획 문제와 3차원 공간상의 움직임 계획 문제를 제안하는 알고리즘과 다른 잘 알려진 알고리즘을 이용하여 성능 비교 실험을 하였으며, 경로의 발견 유무와 발견하기까지의 시간 비교를 한 결과 제안하는 알고리즘의 성능 우위를 확인할 수 있었다.

키워드 : 경로 계획, 기억-탐험 알고리즘, 단일-질의 확률 로드맵

· 본 연구는 (포항공과대학교 고품질 로봇 비전연구센터를 통한) 지식경제부/한국산업기술진흥원 융복합형 로봇 전문인력 양성 사업의 지원과, 한국과학기술재단을 통해 교육과학기술부의 WCU 사업(WCU, World Class University)으로부터 지원받아 수행되었습니다(과제 번호: R33-10103).

· 이 논문은 2009 한국컴퓨터종합학술대회에서 '기억-탐험 알고리즘을 이용한 새로운 단일-질의 확률 로드맵 계획 알고리즘'의 제목으로 발표된 논문을 확장한 것입니다.

[†] 학생회원 : POSTECH 컴퓨터공학과
postman@postech.ac.kr

^{**} 정 회원 : POSTECH 컴퓨터공학과 교수
dkim@postech.ac.kr

논문접수 : 2009년 12월 21일

심사완료 : 2010년 2월 2일

Copyright©2010 한국정보과학회: 개인 목적이나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지: 컴퓨팅의 실제 및 레터 제16권 제4호(2010.4)

Abstract In this paper we propose a new single-query path planning algorithm for working well in high-dimensional configuration space. With the notice of the similarity between single-query algorithms with exploration algorithms, we propose a new path planning algorithm, which applies the Remembering Exploration method, which is one of exploration algorithms, to a path-planning problem by selecting a node from a roadmap, finding out the neighbor nodes from the node, and then inserting the neighbor nodes into the roadmap, recursively. For the performance comparison, we had experiments in 2D and 3D environments and compared the time to find out the path. In the results our algorithm shows the superior performance than other path planning algorithms.

Key words : Path Planning, Remembering Exploration Algorithm, Single-Query Probabilistic Roadmap

1. 서론

경로 계획(Path Planning)은 초창기 모바일 로봇의 시작과 더불어 수십 년 동안 연구되어 온 연구 분야이다[1,2]. 경로 계획의 목적은 로봇의 여러 센서 및 사전에 인지한 환경 정보를 바탕으로 특정 출발지에서 목적지까지 로봇이 장애물과의 충돌 없이 안전하게 도달하는 것이다. 초창기의 경로 계획은 시스템의 제한 때문에 단순한 알고리즘을 바탕으로 센서에 들어오는 정보에 반응하여 경로를 정하는 방법이 많이 연구되었다. 대표적인 예로 실제 벌레의 움직임 특징을 분석하여 만들어진 벌레 알고리즘들이 있다[3,4]. 뒤를 이어 전체 지도의 정보를 이용하는 지능화되고 계획적인 방법들이 함께 등장하였다[5-8].

구성 공간(Configuration Space) 개념이 등장하면서 현실 공간에서의 경로 계획을 구성 공간으로 전환하여 보다 쉽게 경로 계획을 할 수 있게 되었다[9]. 더불어 그 동안 별개의 문제로 여겨왔던 경로 계획과 움직임 계획(Motion Planning)을 다차원의 구성 공간 상에서 출발지와 목적지를 잇는 경로를 찾는 동일한 문제로 보게 되었다. 기존의 경로 계획과 움직임 계획을 구성 공간 상의 문제로 변환시킴으로써 다차원의 구성 공간 상에서 완전한 경로를 찾는 것이 가능하지만, 더불어 차원이 높아질수록 Curse-of-Dimension 문제가 중요한 화두가 되었다[10].

이 문제를 해결할 방법으로 등장한 것이 확률론적 경로 계획 알고리즘이다. 다차원의 전체 영역을 다 다루기 보다 임의로 특정 위치의 정보들만을 뽑아서 전체 영역의 대략적인 구조를 파악하고, 그에 따라 적절한 경로 계획을 세우는 방법이다. 대표적인 방법으로 확률-로드

맵 계획 알고리즘(Probabilistic Roadmap, PRM)[11,12], 확장-공간 나무 알고리즘(Expansive-Spaces Tree, EST)[13], 그리고 빠른-탐험 임의 나무 알고리즘(Rapidly-exploration Random Tree, RRT)[14,15] 등이 있다. 확률론적 경로 계획은 크게 단일-질의 계획(Single-Query Planning)과 복수-질의 계획(Multiple-Query Planning)으로 구분된다[11]. 단일-질의 알고리즘은 특정 위치에서 시작하여 로드맵을 확장해 가면서 목적지를 찾아가는 방법으로 목적지를 찾으면 알고리즘이 종료된다. 반면 복수-질의 알고리즘은 전체 영역을 포괄하는 로드맵을 먼저 구성한 다음, 시작점에서 가장 가까운 로드맵 상의 노드를 연결하고, 목적지에서도 가장 가까운 로드맵 상의 노드를 연결하여 출발지에서 목적지까지의 경로를 구하게 된다. 출발지와 목적지가 변할 경우, 단일-질의 알고리즘은 다시 로드맵을 만들어야 하지만, 복수-질의 알고리즘은 기존의 로드맵을 그대로 사용 가능하다. 하지만 전체 영역을 포괄하는 로드맵을 구성하는 시간 때문에 특정 경로를 찾는 데에는 단일-질의가 복수-질의 보다 효과적이다. PRM은 대표적인 복수-질의의 알고리즘이며, EST와 RRT는 단일-질의의 알고리즘에 속한다.

본 연구가 제안하는 알고리즘은 확률론적 경로 계획 알고리즘의 일환으로 단일-질의의 알고리즘 형식을 취한다. 단일-질의의 알고리즘은 초기위치에서 시작하여 점차 영역을 확대해 간다는 점에서 탐험(Exploration) 알고리즘과 유사한 성질을 가진다. 물론 탐색 알고리즘의 목적은 전체 영역을 다 찾아보는 것이며, 단일-질의의 알고리즘은 특정 목적지를 찾는 점에는 차이가 있다. 본 연구에서는 두 연구 내용의 유사성을 이용하여 탐험 알고리즘을 이용한 새로운 경로 계획 알고리즘을 소개하고자 한다.

2. 기억 탐험 기반 확률-로드맵 알고리즘 (Remembering Exploration based PRM)

본 연구에서 제안하는 알고리즘은 단일-질의의 계획의 일종이기 때문에 시작점을 중심으로 도착점을 찾을 때까지 영역을 확대해 나간다. 어떤 방법에 의해 로드맵을 확대하느냐에 따라 단일-질의의 계획은 다양한 알고리즘으로 구분된다. 본 연구에서 사용하고자 하는 확대 방법은 기억 탐험(Remembering Exploration, RE) 알고리즘[16,17]이다. 기억 탐험 알고리즘을 간략히 설명하면 다음과 같다(그림 1).

선택된 노드를 기점으로 주위에 장애물과 충돌하지 않고 기존의 다른 노드들과 일정 거리 이상 떨어져 있는 새로운 노드들을 생성하여 로드맵에 추가한다. 빨간 점으로 표시된 노드는 해당 노드를 기점으로 새로운 노드를 생성할 수 있는 노드이며, 검은 점은 이미 주위에

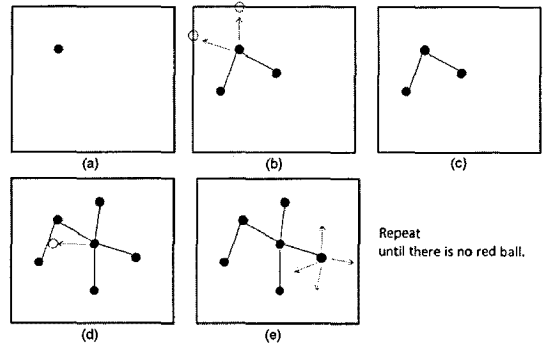


그림 1 RE 알고리즘에 의한 그래프 확장. 빨간 점과 까만 점 모두 로드맵의 노드이며, 이 가운데 빨간 점만이 새로운 노드 생성을 위해 기억됨

새로운 노드를 생성했음을 나타낸다. 따라서 새로 추가된 노드는 빨간 점으로 표시되며, 새로운 노드를 생성한 노드는 검은 점으로 바뀌게 된다. 한 번 새로운 노드들이 추가되면, 다시 모든 빨간 점으로 표시된 노드들 가운데 임의로 하나를 선택하여 위 동작을 반복하게 된다. 모든 빨간 점들이 다 검은 점으로 바뀔 때 알고리즘이 종료된다.

본 연구에서 제안하는 기억 탐험 기반 확률-로드맵 경로 계획의 대략적인 알고리즘은 다음과 같다(알고리즘 1).

Algorithm 1 Remembering Exploration PRM

INPUT A initial position p_s and a final position p_g .

OUTPUT The roadmap \mathcal{G} .

```

1:  $\mathcal{V} = \{p_s\}, U = \{p_s\}$ 
2: while  $|U| > 0$  do
3:    $u = \text{ExtractFrom}(U)$ 
4:    $N = \text{GetSamplesAround}(u)$ 
5:    $U = U \cup N$ 
6:    $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup \{\overline{un} | n \in N\}$ 
7:    $\mathcal{V} = \mathcal{V} \cup N$ 
8:   if Connectable( $N, p_g$ ) then
9:      $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup \{\overline{p_g n} | \text{connectable}(n, p_g), n \in N\}$ 
10:    break
11:  end if
12: end while
13: return  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ .
```

시작점에서 출발하는 로드맵은 RE 알고리즘을 이용하여 확장하고 목적지에 도달하면 알고리즘을 종료한다. 단일-질의의 알고리즘의 경우 대부분은 시작점과 도착점 양끝 단에서 로드맵을 동시에 생성하여 중간 지점에서 두 개의 로드맵을 합치는 방법으로 전체 알고리즘의 성능을 높이는 방법을 많이 이용한다[13,15,18,19]. 따라서, 본 논문이 제안하는 REPRM 알고리즘에도 양방향(Bi-direction) 기법을 적용해 보았다(알고리즘 2).

```

Algorithm 2 Remembering Exploration PRM-Connect
INPUT A initial position  $p_s$  and a final position  $p_g$ .
OUTPUT The roadmap  $\mathcal{G}$ .

1:  $\mathcal{V}_s = \{p_s\}, \mathcal{V}_g = \{p_g\}, U = \{p_s, p_g \text{ with } p_s.part =$ 
    $START, p_g.part = GOAL\}$ 
2: while  $|U| > 0$  do
3:    $u = \text{ExtractFrom}(U)$ 
4:    $N = \text{GetSamplesAround}(u)$ 
5:    $U = U \cup \{n \in N \text{ with } n.part = u.part\}$ 
6:    $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup \{\overline{uv} | n \in N\}$ 
7:   if  $u.part = START$  then
8:      $\mathcal{V}_s = \mathcal{V}_s \cup N$ 
9:     if  $\text{Connectable}(N, \mathcal{V}_g)$  then
10:       $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup \{\overline{nv} | \text{connectable}(n, v), n \in N, v \in \mathcal{V}_g\}$ 
11:      break
12:     end if
13:   else if  $u.part = GOAL$  then
14:      $\mathcal{V}_g = \mathcal{V}_g \cup N$ 
15:     if  $\text{Connectable}(N, \mathcal{V}_s)$  then
16:       $\mathcal{E} = \mathcal{E} \cup \{\overline{nv} | \text{connectable}(n, v), n \in N, v \in \mathcal{V}_s\}$ 
17:      break
18:     end if
19:   end if
20: end while
21: return  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ .
    
```

REPRM과 달리 REPRM-Connect는 시작점에서 발생하는 로드맵인지, 도착점에서 발생하는 로드맵인지를 구분한다. 한쪽의 확장 과정에 새로 추가된 노드가 반대쪽 로드맵에 속한 노드와 연결 가능하면 경로를 찾는 것으로 하고 알고리즘을 종료한다.

3. 실험 및 결과 분석

새로 제안한 알고리즘의 성능 평가를 위하여 2차원 및 3차원 공간상에 장애물을 두고, 주어진 출발지에서 목적지까지의 경로를 찾도록 하였다. 다음의 실험들은 인텔(R) 코어(TM)2 Quad CPU 2.66 GHz에 8.00GB RAM을 장착한 컴퓨터에서 이루어졌다.

3.1 2차원 공간상의 실험

2차원 공간상의 실험은 1024×1024 픽셀 크기의 3가지 이미지에 각각 다른 형태의 검은색 장애물을 놓고 실험을 하였다(그림 2). 목적 경로는 좌측하단의 빨간 원에서 우측상단의 빨간 사각형 위치까지를 장애물과의 아무런 부딪침 없이 따라 이동할 수 있는 길을 의미한다.

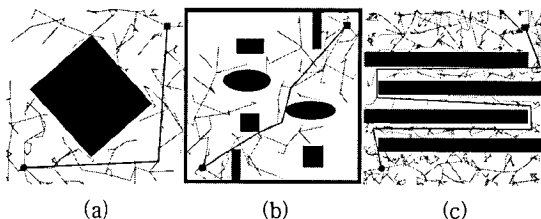


그림 2 2차원 공간상의 지도와 RPRM-Conn을 적용한 실험 결과

표 1 2차원 공간상의 경로 계획 알고리즘의 시간(s) 비교 (괄호 안은 최대 node의 개수, X는 실패)

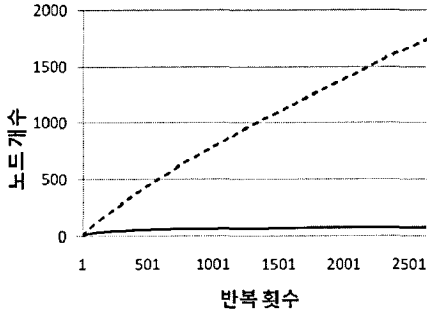
	지도 (a)	지도 (b)	지도 (c)
FCD	34.50	31.14	13.42
ACD	1.37	1.54	2.18
PRM	1.81(200)	1.64(300)	40.75(1000)
EST	0.07	0.02	X(1000)
RRT	0.02	0.07	18.76
REPRM	0.14	0.26	8.52
REPRM-Connect	0.47	0.37	8.20

다른 경로 계획 알고리즘과의 성능 비교를 위하여, 고정-셀-분할 알고리즘(Fixed Cell Decomposition, FCD), 가변-셀-분할 알고리즘(Adaptive Cell Decomposition, ACD)[1,2], PRM, EST, RRT, 그리고 이 논문에서 제안한 REPRM 알고리즘, REPRM-Conn 알고리즘을 비교해 보았다(표 1).

실험 결과 결정론적인 방법(Deterministic Approach) 들(FCD, ACD)이 확률론적인 방법들에 비해 많은 시간이 소모되었다. 이는 전체 지도의 구조를 파악하고 로드맵을 만드는 과정에서 불필요한 영역들에 대한 처리 때문에 시간이 많이 걸리기 때문이다. 확률론적인 방법들의 경우 지도에 넓은 영역이 많고 통로가 넓은 경우 빠른 시간 내에 경로를 찾는 것을 볼 수 있다(지도 (a),(b)). 하지만, 경로가 좁고 긴 터널 형태의 경우 시간이 상대적으로 많이 걸리는 취약점을 보였다(지도 (c)). 이는 지도의 구조상 많은 노드를 필요로 하는데, 확률론적인 모델의 경우 노드의 개수가 늘어날수록 기존 노드들과의 거리 비교를 위한 계산량이 계속 커지기 때문에, 지도 (c)와 같은 많은 노드가 필요한 경우에는 계산 시간이 많이 걸렸다. 반면 우리가 제안하는 알고리즘의 경우 확률론적인 방법을 사용하지만 기존의 노드들을 모두 사용하는 것이 아니라, 그 가운데 새로운 노드 검색을 위해 필요로 하는 일부 노드만을 이용하여 거리 비교를 하기 때문에 노드 수가 많아도 새로운 노드를 추가하기 위한 시간이 증가하지 않는 것을 볼 수 있다.

표 2에서 보는 바와 같이, 로드맵에 차지하는 영역이 커질 수록 전체 노드의 개수는 꾸준히 늘어난다. 하지만 실제 새로운 노드를 생성할 수 있는 노드의 수는 거의 변함없이 매우 낮은 수를 가진다. 때문에 알고리즘을 동작하는 동안 사용하는 노드의 수는 매우 적다. 실제 사용하는 노드들 가운데서도, 어떤 방법에 의해 노드를 선택하느냐에 따라 성능의 차이가 발생할 수 있지만, 본 논문에서와 같이 임의의 노드를 선택하는 것이라면 선택에 필요한 계산 시간도 $O(1)$ 이 된다. 이는 기본적으로 많은 양의 노드를 필요로 하는 경로 찾기 문제의 경우 본 논문에 제안하는 REPRM 알고리즘이 타 알고리

표 2 그림 2(c)에서 RPRM 동작 중, 전체 노드 수(점선)와 실제 유지하는 노드 수(실선)



즘에 비해 빠르게 경로를 찾게 해 주는 이유가 된다.

3.2 3차원 공간상의 실험

3차원 공간상의 실험은 Parasol Lab.[20]의 공개 데이터 가운데 나열된 벽 통과 문제와 S-자형 미로 통과 문제에 대해 진행하였다(그림 3, 4). 장애물과의 충돌 체크를 위하여 공개된 PQP[21] 라이브러리를 사용하였다.

다른 경로 계획 알고리즘과의 성능 비교를 위하여, 고차원 공간상의 확률기반 알고리즘인, PRM, EST, RRT, 그리고 이 논문에서 제안한 REPRM 알고리즘, REPRM-Connect 알고리즘을 비교해 보았다(표 3).

첫 번째 실험인 나열된 벽 통과 문제의 경우, 5개의 비교 경로 계획 알고리즘 가운데 4개가 경로를 찾았다. 실험 공간이 넓고 여러 벽을 통과해야 하기 때문에 필요로 하는 노드의 개수가 많다. 따라서 앞서의 2차원 실험

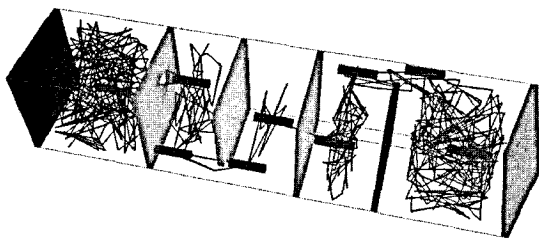


그림 3 나열된 벽 통과 문제와 REPRM-Connect를 적용한 실험 결과

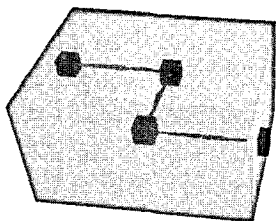


그림 4 S자형 미로 통과 문제와 REPRM-Connect를 적용한 실험 결과

표 3 3차원 공간상의 경로 계획 알고리즘의 시간(s) 비교 (괄호 안은 최대 node의 개수, X는 실패)

	나열된 벽 통과	S-자형 미로 통과
PRM	1054.56(300)	X(1000)
EST	X(1000)	X(1000)
RRT	543.32	13.00
REPRM	110.05	21.52
REPRM-Connect	96.99	9.64

분석에서 설명되어 듯이, 노드의 개수가 많을수록 가장 가까운 노드를 찾는 데 걸리는 시간이 증가하기 때문에, 가장 가까운 노드를 따로 찾을 필요가 없는 REPRM-Connect 알고리즘이 가장 좋은 성능을 보였다.

두 번째 실험인 S-자형 미로 통과 문제의 경우, 경로 길이는 짧지만 대부분의 공간이 장애물로 덮여 있다. 이는 확률적으로 전체 공간에서 임의의 한 위치를 선택할 경우 대부분의 새로 추가되는 노드들이 장애물 속에 포함되어 다시 새로운 노드를 찾아야 하는 경우가 많아진다. 각 지점에 대한 충돌 검사 자체에 걸리는 시간이 포함되기 때문에 PRM 알고리즘의 경우 많이 시간이 소요됨을 예상할 수 있고, 그 결과를 실험으로 알 수 있다. 이 실험에서도 우리가 제안한 REPRM-Connect 알고리즘이 가장 빠른 시간 내에 경로를 찾았다.

4. 결론

본 논문에서는 단일-질의 확률론적 계획 알고리즘 군에 속하는 새로운 경로 계획 알고리즘인 기억-확률-로드맵 알고리즘(Remembering Exploration based PRM, RRPRM)을 소개하였다. REPRM 알고리즘은 전체 노드 가운데 다른 이웃 노드를 생성하지 않는 노드 가운데서 하나를 선택하여 주위의 새로운 노드를 찾아 추가를 하는 방법이다. 이 알고리즘은 기존의 확률론적 계획 알고리즘들이 가지는 특징인 고차원의 공간상에 효율적으로 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 또한 기존의 확률론적 계획 알고리즘의 문제점인 노드 수가 증가할수록 새로운 노드를 추가하는 속도가 느려지는 단점을 극복한 알고리즘이다. 2차원 공간과 3차원 공간상의 실험을 통하여 본 논문이 제시하는 알고리즘이 기존의 알고리즘에 대해 더 좋은 성능을 보여줌을 확인할 수 있다.

참고 문헌

[1] J.-C. Latombe, Robot Motion Planning. Kluwer Academic, Boston, 1991.
 [2] S. M. LaValle, Planning Algorithms. Cambridge University Press, 2006.
 [3] V. J. Lumelsky and A. A. Stepanov, "Path-planning strategies for a point mobile automaton

- moving amidst unknown obstacles of arbitrary shape," pp.363-390, 1990.
- [4] I. Kamon and E. Rivlin, "Sensory based motion planning with global proofs," in *Intelligent Robots and Systems 95. 'Human Robot Interaction and Cooperative Robots,' Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on*, vol.2, pp.435-440, Aug 1995.
- [5] J. Borenstein and Y. Koren, "The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol.7, no.3, pp.278-288, Jun 1991.
- [6] O. Khatib, "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots," *The International Journal of Robotics Research*, vol.5, pp.90-98, 1986.
- [7] R. V. Benson, *Euclidean Geometry and Convexity*. New York: McGraw-Hill, 1966.
- [8] J. A. Storer and J. H. Reif, "Shortest paths in the plane with polygonal obstacles," *J. ACM*, vol.41, no.5, pp.982-1012, 1994.
- [9] T. Lozano-Pérez, "Spatial planning: A configuration space approach."
- [10] J. H. Reif, "Complexity of the mover's problem and generalizations," in *Foundations of Computer Science, 1979., 20th Annual Symposium on*, Oct. pp.421-427, 1979.
- [11] L. E. Kavraki, P. Svestka, J.-C. Latombe, and M. H. Overmars, "Probabilistic roadmaps for path planning in high dimensional configuration spaces," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol.12, no.4, pp.566-580, 1996.
- [12] L. Kavraki and J.-C. Latombe, "Randomized preprocessing of configuration space for path planning: articulated robots," in *Intelligent Robots and Systems '94. 'Advanced Robotic Systems and the Real World', IROS '94. Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on*, vol.3, pp.1764-1771, Sep 1994.
- [13] D. Hsu, J.-C. Latombe, and R. Motwani, "Path planning in expansive configuration spaces," in *Proceeding of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol.3, pp.2719-2726, Apr 1997.
- [14] S. M. LaValle and J. J. Kuffner, "Rapidly-Exploring Random Trees: Progress and Prospects," in *Proc. Int. Workshop Alg. Found. Robot. (WAFR)*, pp.SA45-SA59, 2000.
- [15] J. J. Kuffner, S. M. LaValle, "RRT-Connect: An Efficient Approach to Single-Query Path Planning," in *Proc. Int. Workshop Alg. Found. Robot. (WAFR)*, pp.SA45-SA59, 2000.
- [16] Jungtae Kim, Daijin Kim, "Exploration in 2D simulation," In *Proc. of the KIISE Korea Computer Congress 2008*, vol.25, no.2(C), pp.198-202, Oct. 2008. (in Korean)
- [17] Jungtae Kim, Daijin Kim, "Remembering Exploration," In *Proceeding of The 5th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligent (URAI)*, vol.5, pp.714-718, Nov. 2008.
- [18] Y.K.Hwang and N.Ahuja, "A Potential Field Approach to Path Planning," *IEEE Trans. Robot. & Autom.*, 8(1):23-32, Feb. 1992.
- [19] G. Sanchez and J.-C. Latombe, "A single-query bi-directional probabilistic roadmap planner with lazy collision checking," in *Int. Symp. On Rob. Research*, 2001.
- [20] Parasol Lab, Texas A&M University, <http://parasol-www.cs.tamu.edu/dsmft/benchmarks/mp/>
- [21] E. Larsen, S. Gottschalk, M. C. Lin, D. Manocha, "Fast proximity queries with swept sphere volumes," *Technical Report TR99-018, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, North Carolina*, 1999.