

유체 충격 하중 예측을 위한 MPS법의 개량

황성철,¹ 이병혁,¹ 박종천^{*2}

IMPROVEMENT OF MPS METHOD IN SIMULATING VIOLENT FREE-SURFACE MOTION AND PREDICTING IMPACT-LOADS

S.C. Hwang,¹ B.H. Lee¹ and J.C. Park^{*2}

The violent free-surface motions and the corresponding impact loads are numerically simulated by using the Moving Particle Semi-implicit (MPS) method, which was originally proposed by Koshizuka and Oka (1996) for incompressible flows. In the original MPS method, there were several shortcomings including non-optimal source term, gradient and collision models, and search of free-surface particles, which led to less-accurate fluid motions and non-physical pressure fluctuations. In the present study, how those defects can be remedied is illustrated by step-by-step improvements in respective processes of the revised MPS method. The improvement of each step is explained and numerically demonstrated. The numerical results are also compared with the experimental results of Martin and Moyce (1952) for dam-breaking problem. The current numerical results for violent free-surface motions and impact pressures are in good agreement with their experimental data.

Key Words : 비선형 자유표면 운동(Nonlinear Free-surface Motions), 유체충격하중(Fluid Impact Loads), 전산유체역학(CFD), 이동입자 반음해법(Moving Particle Semi-implicit(MPS) Method), 압력진동완화(Reduced Pressure Fluctuation), 댐붕괴(Dam Breaking), 나비에-스톡스 방정식(Navier-Stokes Equation).

1. 서 론

최근 에너지의 중요성이 커짐에 따라 해양 자원 개발에 유럽, 미국, 캐나다, 호주, 중국 등 각국의 정부들이 막대한 자본과 기술력을 투입하고 있다. 해양 에너지 자원의 개발에 사용되는 FPSO(Floating production storage and offloading), FSRU(Floating storage regasification unit)와 같은 다양한 형태의 선박을 비롯한 다양한 형태의 해양 구조물은 슬로싱(Sloshing), 슬래밍(Slamming), 갑판침수(Green water) 등의 문제가 발생하게 된다. 이러한 문제들은 비선형성이 강한 자유표면 유동과 유체의 충격하중을 포함하게 된다. 전자의 비선형성 자유표면

의 경우 수치적 접근이 까다롭고 복잡하여 수치 시뮬레이션 분야 중 가장 다루기 어려운 난제 중의 하나이며, 후자의 유체에 의한 충격하중의 경우 이로 인해 해양 구조물들의 구조적 측면과 안정성에 큰 영향을 미치게 된다. 그러므로 자유표면 유동해석과 유체에 의한 충격 하중 예측 기술은 해양구조물 설계에 있어 매우 중요한 기술이라 할 수 있다.

비선형성 자유표면 문제들을 다루기 위하여 다양한 방법들이 제안되어 왔다. 기존에 주로 사용되는 방법으로, 격자계 기반의 오일러(Eulerian) 접근법에 의한 상경계면(Interface) 포착(capturing) 방법이 있다(SOLA-VOF법[1], Level-set법[2], MDF법[3] 등). 하지만 격자계 기반의 방법들의 경우 자유표면 근처에서 격자의 정도 높은 조밀성이 요구되며, 대류항에 의한 수치적 확산에 의해 질량보존이 완벽하게 만족되지 않는다. 한편, 무격자 기반의 라그랑지(Lagrangian) 접근법인 이동 입자법은 격자 생성이 불필요하며, 지배 방정식인 나비에-스톡스 방정식(Navier-Stokes equation)의 대류항이 입자의 이동으로 직접 계산되기 때문에 격자법에서 심각하게 발생하는 수치확산, 계산의 불안정성 및 질량보존의 문제들에 보다 유

접수일: 2009년 12월 24일, 심사완료일: 2010년 3월 11일,

게재확정일: 2010년 3월 19일,

1 정회원, 부산대학교 대학원 조선해양공학과

2 정회원, 부산대학교 조선해양공학과

* Corresponding author, E-mail: jcpark@pusan.ac.kr

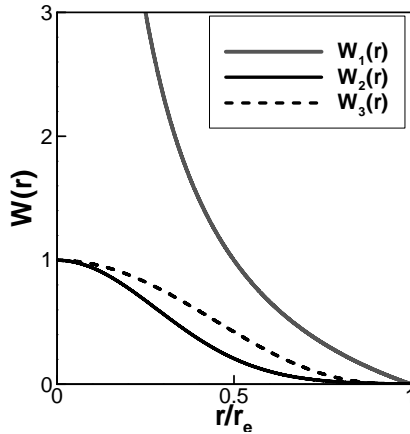


Fig. 1 Kernel function employed in the present study

용하다. 이러한 입자법의 예로는 크게 Koshizuka and Oka.[4]가 제안한 MPS(Moving Particle Semi-implicit)법과 Monagan[5]이 제안한 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)법을 들 수 있다. MPS법에서는, 미분연산을 위해 커널함수 기반의 차분 알고리즘을 사용하지만, SPH법에서는 커널함수가 직접 미분된 형태의 방정식을 사용하고 있으며, 격심한 자유표면 운동과 함께 최근에는 유체-고체 연성 해석에의 응용이 활발히 진행되고 있다.

하지만, 상술한 입자법은 시간 및 공간에 걸쳐 극심하게 비물리적인 압력진동에 의해 유동장이 불안정해지는 문제점들이 지적되고 있다. 이러한 압력의 진동은 유체운동 뿐 아니라 유체-구조연성 해석 중 구조해석 측면에 부자연스러운 거동을 줄 우려가 있으므로, 타당한 수치해석을 위해서는 압력진동에 관한 안정화가 시급한 실정이다. 특히, MPS법의 압력진동 억제에 관하여 다양한 선행연구가 진행되어 왔다. Suesoshi and Naito[6]는 압력 진동을 억제하기 위해 각 입자별 보조 계산점을 이용한 ALE(Arbitrary Lagrangian and Eulerian)법을 적용하였다. 이 방법은 1 시간스텝에서 입자점과 보조 계산점에서의 계산을 별도로 수행하여, 결과적으로 더 많은 계산시간은 소요되었지만 압력진동을 상당부분 안정화시킬 수 있었다. Hibi and Yabushita[7]는 두 단계에 걸쳐 압력계산을 하였다. 첫 번째는 기존의 MPS법에 의해 압력을 계산한 뒤 계산된 압력으로 가속도를 산출하여 입자를 이동한다. 두 번째는 후술하는 압력의 포아송(Poisson) 방정식의 생성항(source term)을 입자속도에 대한 무발산(divergence free) 조건을 적용하여 별도의 압력계산을 하지만, 두 번째 단계의 압력은 타 계산에 반영되지 않으며 결과출력에만 관여하게 된다. 따라서 두 번의 압력계산으로 인해 계산시간에 과부하가 걸릴 뿐 아니라 첫 번째 계산과 두 번째 계산결과에 차이가 발생하게 되어 결국 물리적으로 모순을 주게 된다. Kondo and

Koshizuka[8]는 생성항을 3개의 성분으로 분해하고, 각 성분에 가중계수를 부여하여 부자연스러운 수치 진동을 억제하도록 하였다. 그러나 이 경우 적용 문제에 따라 가중계수에 대한 최적화가 필요하다. 한편, Ataie-Ashtiani and Farhadi[9]는 보다 정도 높은 자유표면의 탐색을 위하여 다양한 커널 함수를 비교하여 최적한 커널 함수를 제안하였다. 하지만 최적의 커널 함수를 선정할 때 자유표면 입자 탐색에 관한 정확도만이 고려되었으며 압력의 안정성 부분은 전혀 검토되지 않았다.

본 연구에서는 기존의 MPS법에서 나타나는 압력의 불안정한 진동을 억제하기 위하여, 커널 함수 및 입자간 충돌모델에서의 충돌계수들에 관한 최적조건을 산출하였다. 또한, 압력에 관한 포아송 방정식의 생성항(source term)과 구배모델, 그리고 자유표면 입자의 탐색방법을 개량하였다. 개량된 방법을 정수압 문제 및 Martin and Moyce[10]의 댐 붕괴 문제에 적용하여 실험 및 해석해와 비교하였으며, 기존의 MPS법과도 비교하였다.

2. 지배방정식

비압축성 점성 유동에 관한 지배방정식은 연속방정식과 나비에-스톡스 방정식이다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 밀도, t 는 시간, \vec{u} 는 속도벡터, ∇ 는 구배 연산자, P 는 압력, ν 는 동점성계수, \vec{F} 는 외력을 각각 나타낸다.

나비에-스톡스 방정식 (2)의 좌변은 이류항을 포함한 라그랑지의 전미분(total derivative) 형태이고, 이는 입자의 직접적인 이동에 의해 계산된다. 한편, 우변은 압력 구배항, 점성항 그리고 외력항으로 구성되어 있다. 비압축성 점성 유동을 시뮬레이션 하기 위해서는 지배방정식의 편미분 연산자인 구배, 확산 및 비압축성에 대응하는 입자간 상호작용 모델이 필요하며, 본 연구에서는 Koshizuka and Oka.[4]에 의해 제안된 모델을 도입하기로 한다. 각각의 모델들에 대한 상세한 검증은 이병혁 등[11]에 소개되어 있다.

3. 입자간 상호작용 모델

MPS법에서는 입자 상호작용 모델을 통해서 연속체의 이산적인 계산을 수행한다. 즉, 지배방정식의 편미분 연산자에 대

응하는 입자간 상호 작용 모델을 만들고, 지배방정식의 각각의 항과 등가인 입자 상호 작용 모델로 치환한다.

3.1 커널 함수(Kernel Function)

입자법에서 유체는 이산화 된 입자의 속도성분, 질량, 압력과 같은 물리량으로 표현된다. 따라서 이산화 된 입자들 사이의 연속적인 유체의 흐름특성을 만족시키기 위하여 커널 함수라는 연속적인 함수가 도입된다. MPS법에서 입자간 상호작용은 연속적인 커널 함수에 기초하여 이루어진다. 많은 선행 연구에서 다양한 커널 함수가 제안되었지만, 본 연구에서는 식 (3)에 나타난 세 종류의 함수를 상호비교하기로 한다. Fig. 1에는 커널 함수의 형상을 각각 비교하였다.

$$w_1(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases} \quad (3a)$$

$$w_2(r) = \begin{cases} e^{-6.3 \frac{r^2}{r_e^2}} & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases} \quad (3b)$$

$$w_3(r) = \begin{cases} \left(1 - \frac{r}{r_e}\right)^3 \left(1 + \frac{r}{r_e}\right)^3 & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases} \quad (3c)$$

단, r 은 두 입자 간 거리이고, r_e 는 입자 상호작용 범위를 나타내는 커널 크기(Kernel size)이다. 커널 함수는 중심 입자에서 주변 입자까지 거리에 따라 주변 입자에 대하여 물리량의 가중치를 주는 것이다. 단, 임계거리는 초기 입자 배치 상태에서 평균 입자간 거리에 임의의 값을 곱해 얻는다. 커널 함수는 격자법에서의 수치 도식(scheme)과 동일한 역할을 한다.

3.2 구배 모델(Gradient model)

입자 i 의 구배 모델은 입자 i 와 그 주변 입자 j 사이에서 구배 벡터를 $(\phi_j - \phi_i) \frac{(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}$ 으로 계산하고 이것을 커널 함수로 평균 한 것이다. 단, 구배 모델에서 동일한 입자에 대한 구배 벡터는 고려하지 않는다.

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j - \hat{\phi}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (4)$$

여기서 $\hat{\phi}_i$ 는 중심입자 i 의 주변 입자들의 물리 값 중 가장 작은 물리 값이고, d 는 계산 공간의 차원이고, n^0 는 초기 입

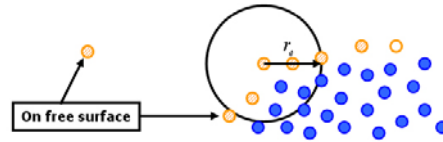


Fig. 2 Free-surface model of MPS method

자 배치 상태에서의 입자수밀도(Particle number density)이다. 입자 i 의 입자수밀도는 식 (5)과 같이 정의한다.

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (5)$$

3.3 확산 모델(Diffusion model)

수학 연산자인 라플라시안(Laplacian, ∇^2)은 물리적으로 확산을 의미하며, 중심 입자가 갖는 물리량의 일부를 주변 입자로 커널 함수의 분포에 따라 분배해 주는 역할을 한다.

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle = \frac{2d}{\lambda n_i} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)] \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \cong \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv} \quad (7)$$

여기서 d 는 계산 공간의 차원, λ 는 해석해와 동일한 분산을 유지하기 위해 사용하는 계수이다.

3.4 비압축성 모델

만약 입자의 질량이 모두 동일하다면, 유체의 밀도는 입자수밀도에 비례하므로 연속방정식 (1)은 입자수밀도가 일정하다는 조건과 동일하다.

MPS법에서는 비압축성 유동의 계산 알고리즘으로서 SMAC법과 유사한 알고리즘을 사용한다. 매 시간스텝은 양과 음의 2단계로 나눈다. 먼저, 시각 n 에 있어서 입자의 위치, 속도, 압력을 각각 \vec{r}_i^n , \vec{u}_i^n , P_i^n 라 하면, 제 1단계에서는 점성항과 외력항의 계산을 통하여 입자의 중간속도인 \vec{u}_i^* 를 계산하고, 이를 이용하여 입자의 중간위치 \vec{r}_i^* 를 계산한다. 즉,

$$\vec{r}_i^* = \vec{r}_i^n + \Delta t \vec{u}_i^* \quad (8)$$

식 (8)에서의 입자의 이동은 격자법에 있어서 이류항의 계산

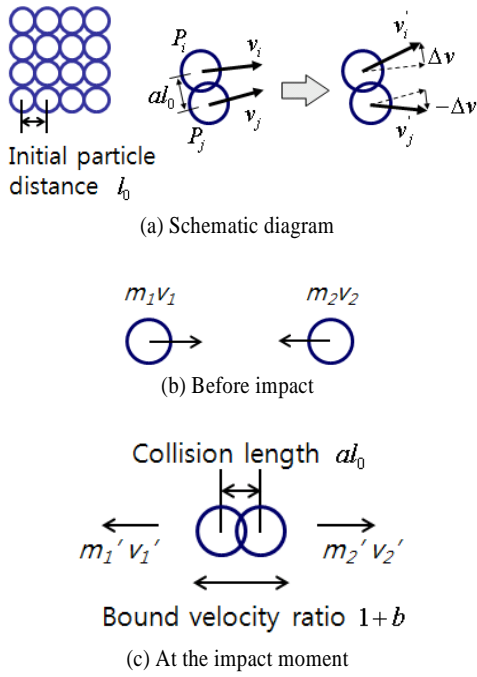


Fig. 3 Diagram of collision model

에 해당된다. 이 때, 계산된 입자의 중간 위치를 이용하여 입자수밀도 n_i^* 를 계산할 수 있다.

제2단계에서는 먼저 압력의 포아송방정식을 계산한다.

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (9)$$

위 식의 우변은 제 1단계의 입자수밀도 n_i^* 와 초기 입자수밀도 n^0 와의 차를 나타낸다. 좌변은 확산 모델인 식 (6)에 의해 연립 1차방정식으로 이산화 할 수 있으며, 적절한 반복해법에 의해 구해진다. 구한 압력을 식 (10)에 대입하여 속도의 수정치 \vec{u}_i' 를 계산한다. 단, 우변의 압력 구배는 구배모델인 식 (4)를 사용한다.

$$\vec{u}_i' = -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla P^{n+1} \rangle_i \quad (10)$$

최종적으로, 시각 $n+1$ 에서 입자의 속도와 위치는 각각 다음 두 식에 의해 새롭게 얻어진다.

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^* + \vec{u}_i' \quad (11)$$

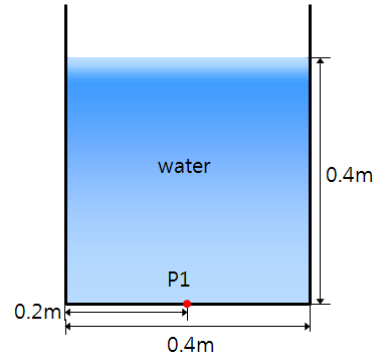


Fig. 4 Schematic description of set up for a hydraulic pressure test simulation

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^* + \Delta t \vec{u}_i' \quad (12)$$

본 방법과 일반적인 차분법에 있어서의 SMAC법과의 차이는 이류항이 입자의 이동에 의해 직접 계산된다는 것과 압력의 포아송 방정식에 있어서 우변의 생성항이 속도의 발산이 아닌 입자수밀도로 표시되는 것이다.

3.5 자유표면 경계조건

자유표면 경계조건으로 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건이 있다. 본 연구에서 동역학적 경계조건은 자유표면 입자의 압력을 대기압과 동일한 값으로 고정하고, 운동학적 경계조건은 자유표면 입자를 직접 이동함으로써 만족시킨다. 두 경계조건을 만족시키기 위해서는 자유표면 입자의 탐색이 선행되어야 한다. 자유표면 입자의 탐색은 식 (13)을 따른다.

$$n_i^* < \beta n^0 \quad (13)$$

여기에서 β 는 상수이며 1.0 미만으로 한다. 즉, Fig. 2에 보이는 바와 같이 자유표면 입자는 근방의 유체입자들에 비해 상대적으로 입자수가 적어져 입자수밀도가 낮아지기 때문이다. 이 조건은 자유표면의 형상을 고려할 필요 없이 모든 입자에 대해 동일하게 정의할 수 있으므로 유체 내부에 기체가 생기거나 유체가 분열·합체되는 경우에도 사용할 수 있다.

3.6 충돌 모델

유체 내부에서는 입자들이 서로 가까워지면 국소적으로 압력에 의한 반발력이 발생하여 충돌모델 없이도 계산이 가능하지만, 자유표면 상의 입자는 전술한 자유표면 경계조건에 의해 압력이 대기압으로 고정되어 입자간 거리가 가까워져도 압력에 의한 반발력이 발생하지 않게 된다. 또한, 입자

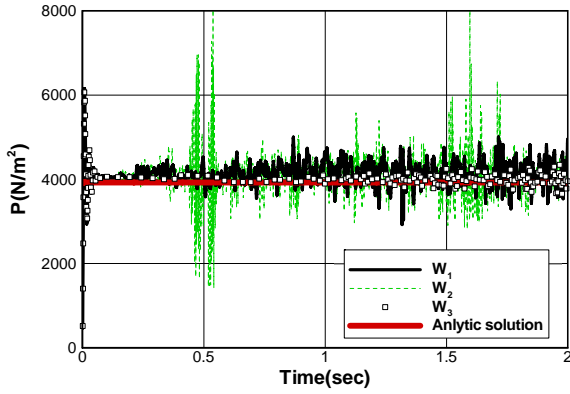


Fig. 5 Pressure time history of P1 of 2D tank

수 밀도가 높아지며 자유표면 입자의 판정 조건인 식 (13)에 의해서 자유표면 입자에서 제외된다. 그로 인해 근접한 입자들에 의해 순간적으로 압력이 높아져 압력의 공간적 안정성을 저하시키게 된다. 벽 근처에서도 유사한 문제가 발생할 수 있다. 따라서 입자법 시뮬레이션에는 인접한 입자간 거리가 매우 가까워 질 때 충돌로 인식하고 서로 반발력을 발생시키기 위하여 입자간 상호작용에 충돌 모델 도입이 필요하다.

Fig. 3은 충돌모델의 도식을 나타낸다. 일반적으로 입자는 초기에 일정 간격(l_0)으로 정규 배치된다. 충돌모델에서는 입자간 거리가 al_0 이하가 되면 입자간 충돌모델이 적용된다. 단, a 는 임의의 계수이다. 충돌모델이 적용되면 운동량 보존의 법칙으로부터 반발계수 b 를 고려하여 충돌 이후 속도를 재계산할 수 있다. 참고로 기존의 MPS법에서 사용되는 충돌 거리비율 a 와 반발계수 b 는 각각 0.5와 0.2이다.

4. 최적의 커널 함수 및 충돌모델 계수 선정

4.1 시뮬레이션 조건

앞서 설명한 입자 상호작용 모델을 이용하여, Fig. 4에 보이는 바와 같이, 수조의 폭과 수심은 각각 0.4 [m]인 2차원 사각 수조내의 정수압 문제에 적용하였다. 사용한 총 입자 개수는 약 1700개이며 이 중 유체 입자는 1600개이다. 중력가속도와 밀도는 각각 $9.81 [m/s^2]$ 과 $1000 [kg/m^3]$ 으로 설정하였다. 시간 간격은 가변이며 총 계산시간은 $t=2.0$ 초이다. 비교를 위하여 수조 바닥의 중심 P1 지점에서 압력을 측정하였다.

4.2 커널 함수에 따른 비교

입자간 상호작용 모델은 커널 함수에 기초한다. 커널 함수에 따른 시뮬레이션 결과의 의존도를 비교하기 위하여 식 (3)과 같은 세 종류의 커널 함수를 이용하였다. 식 (3a)는

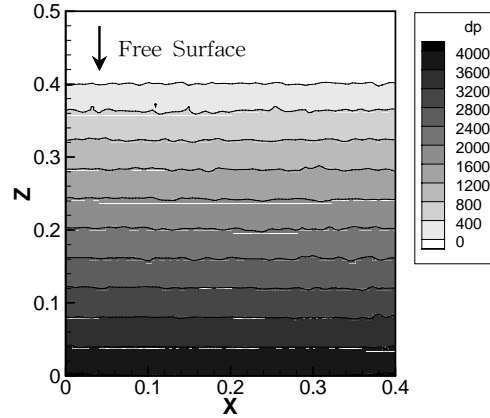


Fig. 6 Pressure contour in 2D tank at t=2sec

Koshizuka and Oka[4]가 제안한 커널 함수로 MPS법에서 가장 많이 사용되는 형태이다. 식 (3b)는 Gingold and monaghan[12]가 제안한 식으로 정규분포 곡선을 적용한 식이다. 식 (3c)는 정성준 등[13]이 제안한 함수이다. Fig. 5에는 P1 지점에서 커널 함수에 따른 압력의 시간변화를 나타낸다. 식 (3c)의 경우, 나머지 두 경우에 비해 시간에 따른 압력변동이 상대적으로 크게 줄어들었음을 알 수 있다.

Fig. 6은 식 (3c)의 커널 함수를 사용한 $t=2.0$ 초에서의 공간에 따른 압력 분포를 보인다. 본 문제와 같이 유체의 동적 거동을 포함하지 않는 경우 압력의 공간적 분포는 커널 함수에 따라 큰 차이를 보이지 않았다.

4.3 충돌 계수에 따른 비교

본 절에서는, 입자간 충돌 모델에 사용되는 계수인 충돌거리 a 와 반발계수 b 에 관하여 수치실험을 통해 최적의 값을 도출하기로 한다. Fig. 7과 8은 시간에 따른 수조 내 P1 지점에서 평균압력(\bar{P})과 해석해($P_{analytic}$)와의 상대오차율(Relative error rate, RER)과 이들의 표준편차(σ)에 대한 상대 표준편차율(Relative standard deviation rate, RSDR)을 각각 나타낸다. 이들에 대한 정의는 식 (14)와 (15)에 각각 나타낸다. 단, 해석에 사용한 데이터는 시간 $t=0.5\sim 2.0$ 초의 값들이다. 상대오차율은 시뮬레이션 결과의 정확성, 그리고 상대표준편차율은 압력의 진동 정도를 각각 물리적으로 의미한다.

$$RER : \frac{\bar{P} - P_{analytic}}{P_{analytic}} \tag{14}$$

$$RSDR : \frac{\sigma_i}{\sigma_{max}} \tag{15}$$

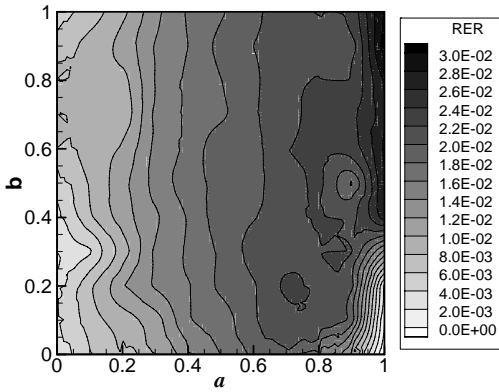


Fig. 7 Contour map of RER with collision parameters, a and b

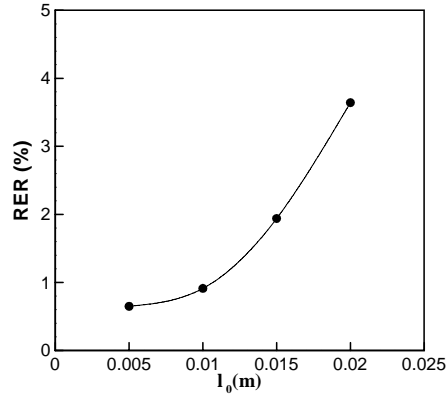


Fig. 9 RER with initial distance of particles

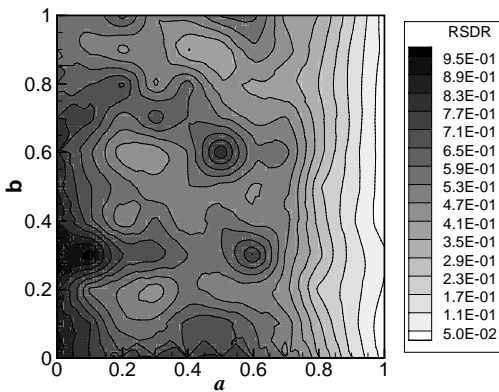


Fig. 8 Contour map of RSDR with collision parameters, a and b

Fig. 7에서 상대오차율의 전체적인 경향은 a 가 0에 가까워 지거나 1에 가까운 일부 영역에서 상대적으로 좋은 결과를 보인다. 하지만, a 가 0에 가까워진다는 것은 입자가 서로 중첩된다는 것을 의미하므로 유체의 비압축성 거동을 설명하기에는 불충분하다. 한편, a 가 1.0에 가까운 범위 내에서는 b 가 0.0~0.2인 영역에서 오차율이 1.0%이하로 급격히 낮아짐을 알 수 있다. Fig. 8의 상대표준편차율 분포에서는 a 가 증가함에 따라 상대표준편차율이 감소하는 경향을 보인다. 특히, a 가 1.0에 가까워짐에 따라 압력의 진동 정도가 상대적으로 낮아진다는 것을 알 수 있다.

이상으로부터, 상대오차율과 상대표준편차율을 최소화할 수 있는 a , b 의 구간이 존재하며, 이를 적절히 선정함에 따라 유동장을 안정화시킬 수 있음을 알 수 있다.

4.4 초기 입자간 거리 l_0 에 따른 비교

초기 입자간 거리가 시뮬레이션의 결과에 미치는 영향을 분석하기 위하여 l_0 를 0.005[m], 0.01[m], 0.015[m], 0.02[m]인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 초기 입자간 거

리가 작아질수록 입자 개수는 증가한다. Fig. 9는 l_0 에 따른 P1 지점에서 압력의 상대오차율을 나타낸다. 결과적으로 l_0 가 작아짐에 따라 상대오차율이 줄어들며, 수렴하는 경향을 보이고 있다.

5. 압력 안정화를 위한 MPS법의 개량과 댐 붕괴 시뮬레이션

입자법에서는 유체의 동적 거동이 입자의 이동으로 표현되며 입자 이동이 원인이 되어 유동장의 불안정성을 유발하게 된다. 특히 자유표면을 갖는 비압축성 유체에 관한 유동 시뮬레이션의 경우, 비압축성과 자유표면의 두 가지 조건을 충족시켜야 한다. 따라서 본 장에서는 이러한 문제에 대해 기존의 MPS법의 비압축성 조건과 자유표면 입자를 탐색하기 위한 알고리즘의 문제점을 개선하여 유동장 특히 압력장의 안정화를 꾀하기로 한다.

5.1 생성항의 개량

기존의 입자법에서는 압력에 대한 포아송 방정식 우변의 생성항은 식 (9)와 같이 초기 입자수밀도 n^0 와 식 (8)에 의한 양적단계 이동 후의 입자수밀도 n^* 와의 차로 구성되어 있다. 이것은 동일한 입자법인 SPH법과의 가장 큰 차이점 중의 하나이며, 항상 초기의 n^0 값을 기준으로 이용함으로써 비압축성 조건이 만족되며 생성항에 오차가 축적되지 않는다는 장점을 가지고 있다. 하지만 이것은 시간 및 공간적으로 압력의 격심한 진동을 발생을 유발하고, 특히 시간 간격 Δt 가 작은 경우 유동장이 부자연스럽게 발달된다. 한편, 격자법에서는 포아송 방정식의 생성항에는 무발산 조건을 이용한다. 이 경우 압력장이 연속적으로 부드럽게 표현되는 반면, 계산의 오차가 매 시간 스텝마다 축적되게 된다. 따라서 본 연구

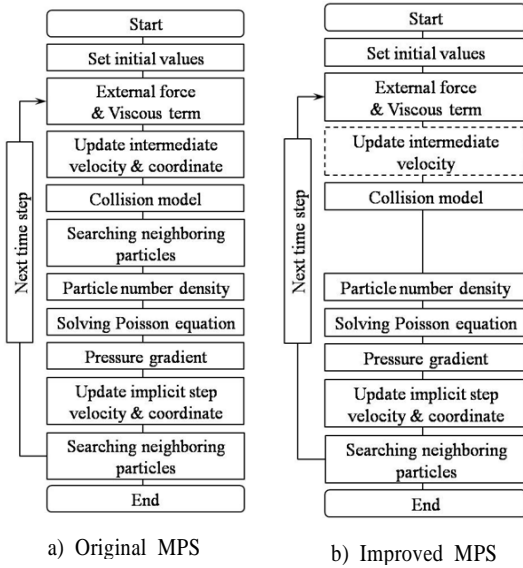


Fig. 10 Comparison of algorithm between original MPS and Improved MPS

에서는 포아송 방정식의 생성항에 진출한 두 가지의 장점을 사용하는 Tanaka and Masunaga[14]가 제안한 식 (16)을 사용하였다.

$$\nabla^2 P = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot v^* + \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n^0 - n^k}{n^0} \quad (16)$$

위 식에서 γ 의 값이 1.0인 경우 생성항이 너무 크게 작용하기 때문에 발산한다. 따라서 γ 의 값은 비압축성 조건을 만족하는 범위에서 가능한 한 작은 값을 사용하는 것이 바람직하다. 본 연구에서는 $\gamma=0.01$ 을 사용하였다.

포아송의 압력 방정식을 식 (16)으로 수정할 경우, Fig. 10에 나타낸 바와 같이 기존의 MPS법에 비하여 전체 알고리즘의 양적 단계 계산 시 입자를 이동시키지 않아도 되므로 주변 입자의 재탐색과 입자수밀도의 재계산이 필요하지 않다.

5.2 자유표면 판정법의 개량

기존의 MPS법에서는 식 (13)을 이용하여 자유표면 입자를 탐색한다. 이 때 유체 내부에서 입자수밀도의 공간적 분포가 순간적으로 불균일해져 식 (13)의 판정 조건을 만족시키지 못하는 경우가 종종 발생하게 된다. 즉, 유체 내부에서 다수의 입자가 자유 표면 입자로 탐색되는 경향이 나타난다. 이 경우 자유표면 입자로 탐색된 유체 내부 입자들의 압력 값이 동역

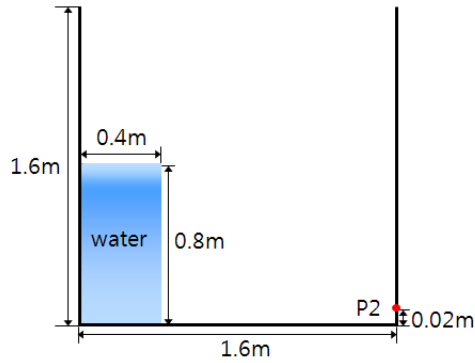


Fig. 11 Schematic description of set up for dam-broken simulation

학적 조건에 의해 강제적으로 대기압으로 치환된다. 이것은 주변 입자들과의 압력차를 발생시켜 공간적 압력 진동을 유발한다. 이에 Tanaka and Masunaga[14]은 기존의 자유표면 탐색 방법이 자유표면 입자들의 입자수밀도가 상대적으로 작은 특성을 이용한 반면 식 (17)과 같이 입자수밀도 대신 자유표면 입자의 주변 입자 개수를 이용하여 자유표면 입자를 탐색하도록 하였다.

$$N_i < \beta' N^0 \quad (17)$$

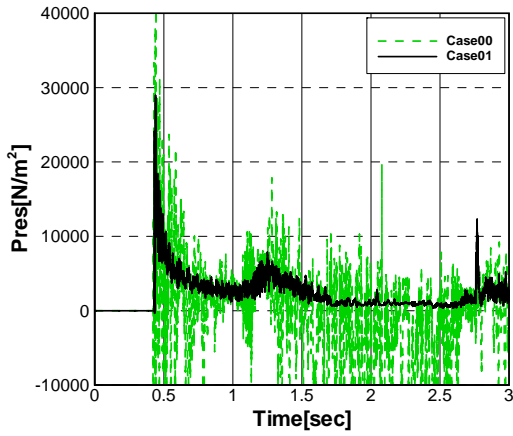
여기에서 N^0 는 임계거리 내의 최대 주변 입자수이며, β' 은 1.0이하의 상수이다.

하지만 식 (17)만으로는 자유표면 입자간 간격이 좁은 경우, 주변 입자 탐색 범위가 좁은 경우 그리고 적은 수의 입자를 사용하여 시뮬레이션 하는 경우에는 자유표면 입자 탐색의 정확도가 떨어진다는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 자유표면 입자 판정에 기존의 입자수밀도를 이용한 식 (13)과 입자 개수를 이용한 식 (17)을 동시에 만족시켜 두 방법의 단점을 상호보완 하였다.

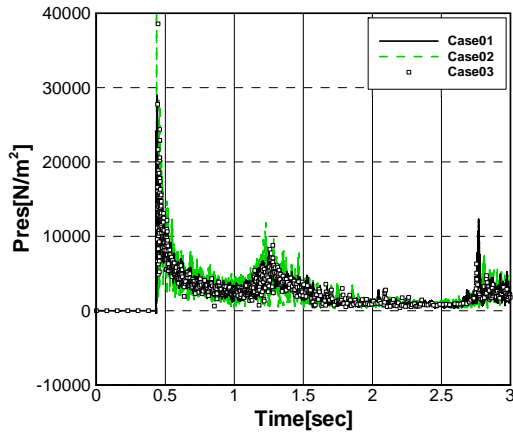
5.3 구배모델 수정

기존의 압력 구배 식 (4)는 운동량의 보존이 성립하지 않고 기준 값으로 사용하는 $\hat{\phi}_i$ 가 압력 진동을 유발하게 된다. 이에, Toyoda et al.[15]는 식 (4)에 주변 입자와의 작용 반작용 원리에 의한 $2\phi_i$ 를 더하여 다음과 같은 식 (18)의 형태를 제안했으며, 본 연구에서는 이를 채용하기로 한다.

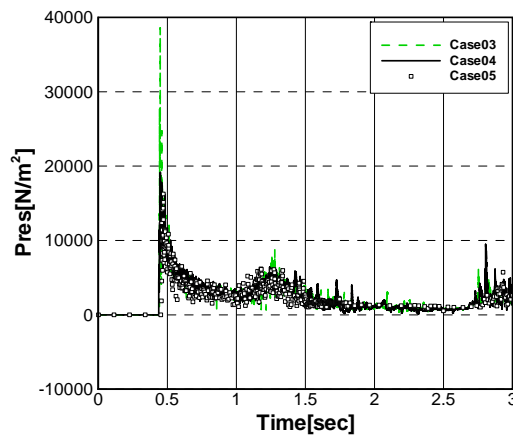
$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_j + \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (18)$$



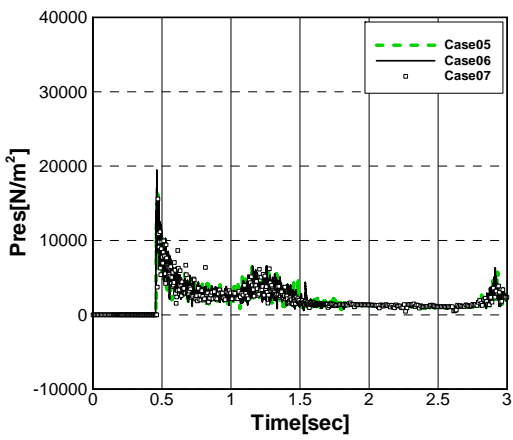
(a) Case00 and Case01



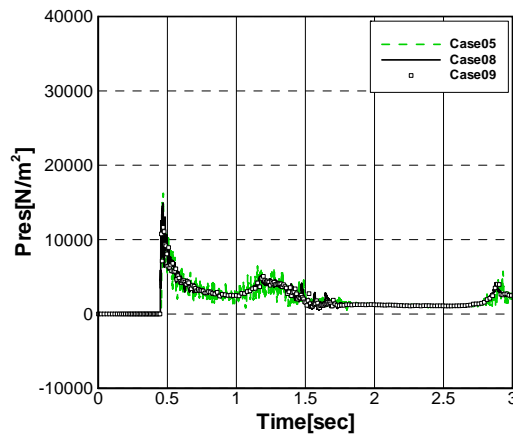
(b) Case01, Case02 Case03



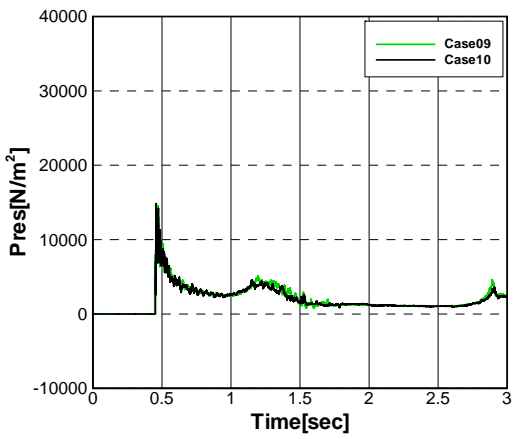
(c) Case03, Case04 and Case05



(d) Case05, Case06 and Case07



(e) Case05, Case08, Case09



(f) Case09 and Case10

Fig. 12 Time history of pressure measured at P2 with various improvement from original MPS

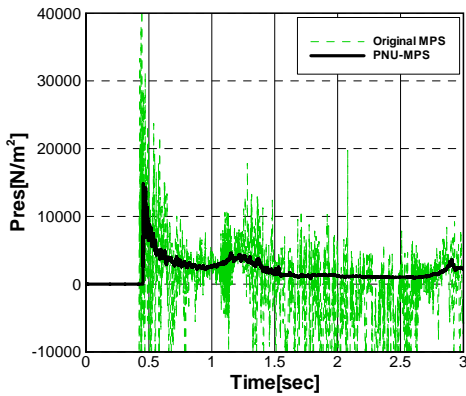


Fig. 13 Time history of pressure measured at P2 with original MPS and PNU-MPS

5.4 댐 붕괴 시뮬레이션 조건

전술한 개량된 MPS법을 이용하여 Fig. 11과 같이 초기 형상을 갖는 2차원의 수조 내의 댐 붕괴 문제에 적용하였다. 물기둥의 폭과 높이는 각각 0.4[m]과 0.8[m]이다. 물기둥은 수조의 왼쪽에 위치한다. 점성의 영향은 고려하였고 표면장력의 영향은 무시하였다. 비교를 위하여 수조의 바닥으로부터 0.02[m] 떨어진 오른쪽 측벽의 P2 지점에서 압력을 측정하였다. Table 1에는 앞서 서술된 개선 방법을 이용하여 다양한 계산 조건을 요약하였다. 여기서 계산 조건 Case00의 경우 기존의 MPS법이며 Case10은 본 연구에서 제안한 모든 방법을 적용한 결과로 이후 PNU-MPS법이라 명하기로 한다.

5.5 다양한 계산 조건에 따른 압력 안정성 비교

Fig. 12는 Table 1의 계산 조건을 바탕으로 시뮬레이션을 수행한 결과이며, Fig. 11의 P2 지점에서 시간에 따른 압력변화를 나타낸다. Fig. 12(a)는 기존의 MPS법과 5장에서 설명한 생성항의 개량에 따른 변화된 알고리즘을 적용한 시뮬레이션을 비교한 결과이다. 생성항의 개량에 따라 압력 진동이 크게 감소하였으며, 이는 압력 진동의 원인 중 하나가 압력에 관한 포아송 방정식의 생성항에 있었음을 확인 할 수 있다. Fig. 12(b)는 커널 함수에 따른 시뮬레이션을 비교한 것이다. 정수압에서 나타난 경향과 동일한 경향을 보인다. 식 (3b)가 압력 안정성이 가장 떨어지고, 식 (3c)가 압력의 안정성이 가장 뛰어난 것을 알 수 있다. Fig. 12(c)와 Fig. 12(d)는 충돌 계수에 따른 비교 결과를 나타낸다. Fig. 12(c)는 충돌 계수 b 를 0.2로 고정한 채, 충돌 계수 a 를 0.5, 0.8, 1.0를 변화시킨 결과이다. 충돌 계수 a 가 커짐에 따라 충돌 시 압력의 극치(Peak)값이 다소 작아지지만 압력이 다소 안정됨을 알 수 있다. Fig. 12(d)는 충돌 계수 a 를 1.0으로 고정하고 충돌 계수 b 를 0.0, 0.2, 0.4를 변화시킨 결과이다. 충돌 계수 b 가 커짐에 따라서

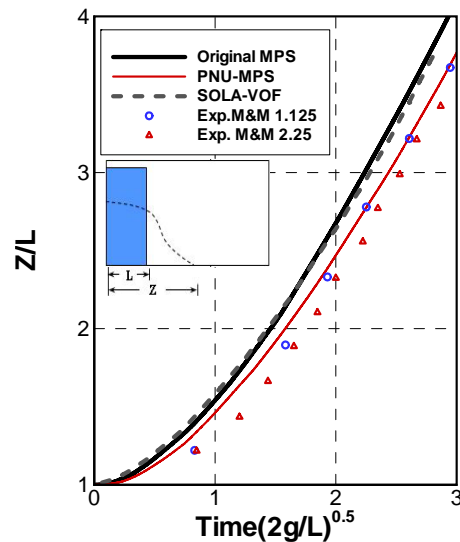


Fig. 14 Comparison with experiments and other simulated results for dam-broken problem

전체적으로 큰 차이는 없어 보이지만 $b=0.4$ 인 Case07의 경우 압력진동이 다소 크게 나타난다. 이는 전술한 정수압 시뮬레이션 결과와도 경향이 일치함을 알 수 있다. Fig. 12(e)는 자유표면 입자의 탐색방법에 따른 비교결과이다. 기존의 탐색방법에 비해 본 연구에서 제안한 탐색 방법은 시간에 따라 압력진동을 안정시키는 것으로 나타났다. 마지막으로 압력 구배 모델을 수정한 경우의 비교결과를 Fig. 12(f)에 나타낸다. 기존 압력 구배모델에 사용된 식 (4)에 사용한 $\hat{\phi}_i$ 은 운동량 보존법칙을 만족함에 있어서 작용 반작용 법칙을 성립시키지 않지만 새롭게 제안된 식 (18)은 운동량 보존과 작용 반작용 법칙을 모두 만족하게 된다. 시뮬레이션의 결과, 시간에 따른

Table 1 Condition of parameter and equations used in simulation

Case	Source Term (Eq.)	Collision parameter (a, b)	Kernel function (Eq.)	FS search (Eq.)	Gradient model (Eq.)
00	(4)	(0.5,0.2)	(3a)	(13)	(4)
01	(16)	(0.5,0.2)	(3a)	(13)	(4)
02	(16)	(0.5,0.2)	(3b)	(13)	(4)
03	(16)	(0.5,0.2)	(3c)	(13)	(4)
04	(16)	(0.8,0.2)	(3c)	(13)	(4)
05	(16)	(1.0,0.2)	(3c)	(13)	(4)
06	(16)	(1.0,0.0)	(3c)	(13)	(4)
07	(16)	(1.0,0.4)	(3c)	(13)	(4)
08	(16)	(1.0,0.2)	(3c)	(17)	(4)
09	(16)	(1.0,0.2)	(3c)	(13)&(17)	(4)
10	(16)	(1.0,0.2)	(3c)	(13)&(17)	(18)

압력 진동의 경향은 큰 차이를 보이지 않지만 새롭게 제안된 구배모델의 경우, 유체가 벽면에 재충돌하는 두 번째와 세 번째의 압력 극치 값 부근의 압력 진동이 다소 안정됨을 알 수 있다.

Fig. 13는 최종적으로 기존의 MPS법과 PNU-MPS법을 비교 결과이다. 기존 MPS법에 비해서 PNU-MPS법의 경우 압력의 진동이 크게 개선되었음을 확인 할 수 있다.

Fig. 14은 붕괴되는 물기둥 첨단(leading edge)의 시간에 따른 위치변화를 보여준다. Fig. 14에서 기호(symbol)들은 Martin and Moyce[10]의 실험 결과를 나타내며, SOLA-VOF[1]의 결과와 기존 MPS법과 개량된 MPS법에 의한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 개량된 MPS법의 경우 첨단부분이 수조 바닥에서 수평방향으로의 진행속도가 기존의 MPS법에 비해 지연됨이 관찰되었으며, 실험에 보다 근접한 결과를 보여준다.

6. 결론 및 고찰

일반적으로 입자법을 이용한 수치 시뮬레이션에서 압력의 시간 및 공간적 진동에 따른 불안정성이 공통적으로 지적되고 있다.

본 연구에서는 입자를 이용한 유체 시뮬레이션 기법 중 MPS법을 이용하여 기존의 MPS법이 내포하는 공간 및 시간적 압력 진동을 안정화시키기 위하여 다양한 개량을 수행하였다. 먼저, 입자가 이동하지 않는 정수압 문제에서 커널 함수와 입자충돌 모델의 충돌계수들에 대한 수치실험을 수행하여 최적의 커널 함수와 충돌계수를 도출하였다. 또한, 유체 입자의 동적 거동을 포함하는 댐 붕괴 문제에 대해 포아송 방정식의 생성항, 자유표면 탐색법 및 구배모델을 개량하였다. 개량된 방법을 이용하여 정수압 문제와 댐 붕괴 시뮬레이션을 수행하였으며, 각각의 경우에 대해 해석해와 실험결과와 비교하였다. 결과적으로 유동장의 압력장이 크게 안정화되었으며 정확도도 향상되었음을 알 수 있었다.

향후 보다 다양한 공학적 문제에 적용하여 그 타당성을 검증할 예정이다.

참고문헌

[1] 1981, Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol.39, pp.201-225.
 [2] 1994, Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., "A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow," *Journal of Computational physics*, Vol.114, pp.272-280.

[3] 1995, Miyata, H. and Park, J.C., "Ch.5 Wave breaking simulation," *Potential flow of fluids*, ed. M. Rahman, Computational Mechanics Publications, UK., pp.149-176.
 [4] 1996, Koshizuka, S. and Oka, T., "Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid," *Nuclear science and engineering*, Vol.123, pp.421-434.
 [5] 1988, Monaghan, J.J., "An Introduction to SPH," *Computer physics communications*, Vol.48, pp.89-99.
 [6] 2003, Sueyoshi, M. and Naito, S., "Numerical study of violent free surface problems with particle method for marine Engineering," *Proransactions of the Japan society for computational engineering and science*, Vol.2008, 20080025.
 [7] 2004, Hibi, S. and Yabushita, K., "A study on reduction of unusual pressure fluctuation of MPS method," *The Kansai Society of Naval Architects*, Vol.241, pp.125-131.
 [8] 2008, Kondo, M. and Koshizuka, S., "Suppressing the Numerical Oscillations in Moving Particle Semi-implicit method," *Transactions of JSCEs*, Vol.2008, 20080015.
 [9] 2006, Ataie-Ashtiani, B. and Farhadi, L., "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows," *Fluid dynamics research*, Vol.28, p.241-256.
 [10] 1952, Martin, H. and Moyce, W.J., "an experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane," *Philosophical transactions of the Royal society of London. Sefies A, Mathematical and physical sciences*, Vol.244, pp.312-324.
 [11] 2007, 이병혁, 박종천, 류민철, 김용수, 김영훈, "비압축성 유동 해석을 위한 입자법 수치시뮬레이션 기술 개발," *한국해양공학회지*, 제21권 제4호, pp.8-14.
 [12] 1977, Gingold, T.A. and Monagan, J.J., "Smoothed particle hydrodynamics : Theory and application to non-spherical stars," *Monthly notices of the Royal astronomical society*, Vol.181, pp.375-389.
 [13] 2008, 정성준, 박종천, 이병혁, 류민철, 김용수, "입자법에 의한 파랑중 2차원 부유체 운동 시뮬레이션," *한국해양공학회지*, 제22권 제2호, pp.20-27.
 [14] 2008, Tanaka, M. and Masunaga, T., "Stabilization smoothing of pressure on MPS method by quasI-compressibility," *Transactions of JSCEs*, Vol.2008, 20080026.
 [15] 2005, Toyota, E., Akimoto, H. and Kubo, S., "A particle method with variable spatial resolution for incompressible flows," *19th Japan society of fluid mechanics*, A9-2.