

성능함수법을 이용한 신뢰성기반 위상 최적설계

Reliability-Based Topology Optimization Using Performance Measure Approach

안 성 호* 조 선 호†
Ahn, Seung-Ho Cho, Seonho

요 지

본 논문에서는 선형 구조물에 대해 성능함수법을 이용하여 신뢰성기반 위상 최적설계 기법을 개발하였다. 구조물을 라 이즈너-민들린(Reissner-Mindlin) 판 요소로 분할하였으며, 각 요소의 재료 물성치를 설계변수로 사용하였다. 설계변수와 임의변수의 효율적인 설계민감도를 구하기 위하여 연속체 역학에 기초한 해석기법 중 보조변수법(Adjoint variable method)을 사용하였다. 또한 확률론적 제약조건을 평가하기 위해서 성능함수법(Performance measure approach)을 사용하였으며 변위 제약조건을 두어 위상 최적설계 문제를 구성하였다. 이 때 재료 물성치와 하중을 불확실 변수로 고려하였으며 수치적 예제를 통하여 본 논문에서 제안한 최적설계 방법론을 기존의 결정론적 방법, 안전계수법(Safety factor approach), 최악조건법(Worst case approach) 등과 비교하여 그 타당성을 검증하였다.

핵심용어 : 위상 최적설계, 설계 민감도해석, 보조 변수법, 성능함수법, 신뢰성기반 최적설계

Abstract

In this paper, a reliability-based design optimization is developed for the topology design of linear structures using a performance measure approach. Spatial domain is discretized using three dimensional Reissner-Mindlin plate elements and design variable is taken as the material property of each element. A continuum based adjoint variable method is employed for the efficient computation of sensitivity with respect to the design and random variables. The performance measure approach of RBDO is employed to evaluate the probabilistic constraints. The topology optimization problem is formulated to have probabilistic displacement constraints. The uncertainties such as material property and external loads are considered. Numerical examples show that the developed topology optimization method could effectively yield a reliable design, comparing with the other methods such as deterministic, safety factor, and worst case approaches.

Keywords : topology design optimization, design sensitivity analysis(DSA), adjoint variable method(AVM), performance measure approach(PMA), reliability-based design optimization(RBDO)

1. 서 론

공학 문제의 최적설계에 있어서 지금까지는 결정론적인 방법이 주로 사용되어 왔으나, 실제 공학 문제에서는 어느 정도의 불확실성이 포함되기 마련이다. 최근 이러한 설계 정보의 불확실성을 고려하여 제품을 설계하려는 강건설계(Robust design)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. Taguchi에 의해 제안된 강건설계는 본래 불확실성의 원인을 제거하는 대신 그 영향을 최소화하여 제품의 품질을 향상시키고자 하는 것이

다. 이를 최적설계에 적용하기 시작하면서 목적함수에 대한 강건성 뿐만 아니라 설계 가능영역(Design feasibility)에 대한 강건성도 함께 고려하기 시작하였다. Du/Chen(2000)은 목적함수의 강건성보다 설계 가능영역에 대한 강건성을 유지하는 것이 더 중요하다고 주장하였다. 본 연구에서는 이를 반영하여 설계 가능영역에 대한 강건성을 고려하였으며, 성능함수법을 사용하여 3차원 Reissner-Mindlin 판 요소로 이산화된 구조물에 대하여 신뢰성기반 위상 최적설계를 수행하였다.

† 책임저자, 정회원 · 서울대학교 조선해양공학과 및 RIMSE 교수
Tel: 02-880-7322 ; Fax: 02-888-9298
E-mail: secho@snu.ac.kr

* 서울대학교 조선해양공학과 석박사통합과정

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 4월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

2. 위상 최적설계의 정식화

2.1 결정론적 위상 최적설계

결정론적 위상 최적설계는 다음과 같이 정식화된다.

$$\text{minimize } V \equiv \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (1)$$

$$\text{subject to } z_i \leq z_{a_i}, \quad i=1, \dots, NC \quad (2)$$

여기서, V, ρ, z_i, z_{a_i} 는 각각 구조물의 부피(Volume), 재료밀도(Bulk material density), 변위(Displacement), 허용 변위값이며 NC 는 제약 조건식의 개수이다. 위상 최적설계에서는 구조적 영역은 $N.E$ 개의 유한요소로 이산화되고, 재료밀도는 각각의 요소 내부에서 일정하다고 가정한다. 설계변수인 재료밀도는 SIMP(Solid Isotropic Microstructure with Penalization) 기법을 사용하여 다음과 같이 재료상수와 연계된다.

$$E_i = \rho_i^p E_0, \quad i=1, 2, \dots, N.E \quad (3)$$

$$0 < \rho_{\min} < \rho_i \leq 1 \quad (4)$$

$$\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n]^T. \quad (5)$$

여기서, p 는 벌칙 매개변수(Penalty parameter)이고, E_0 는 사용된 재료의 영률(Young's modulus), ρ_{\min} 은 위상 최적설계 과정에서 수치적 특이성(Numerical singularity)을 회피하기 위한 설계변수의 하한값이다.

2.2 안전계수법(Safety Factor Approach)

안전계수법은 변수의 불확실성이 구조물의 성능에 끼치는 영향을 정량적으로 평가하지 않기 때문에 안전계수의 선택에 따라 그 결과가 많이 달라질 수 있다. 잘못된 안전계수의 선택은 변동인자의 불확실성에 대하여 너무 보수적이거나 위험한 설계를 초래할 수 있다. 따라서 변동인자의 불확실성이 구조물의 성능에 미치는 영향을 정량적으로 고려하는 것이 필요하다. 안전계수법에서 위상 최적설계의 변위 제약조건은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\hat{g}_i = z_i - \frac{z_{a_i}}{SF} \leq 0, \quad i=1, \dots, NC \quad (6)$$

SF는 안전계수로서 직관적으로 결정되는 값이며, z_{a_i} 는 허용 변위값이다. \hat{g}_i 는 i 번째 제약조건식으로써 음의 값으로 항상 유지되어야 한다.

2.3 최악조건법(Worst case approach)

최악조건법은 계산 비용이나 구현의 용이성 측면에서 비교적 우수하며, 또한 설계자의 입장에서는 변수의 변동폭만을 결정하면 되기 때문에 사용이 편리하다. 그러나 변수의 변동에 의한 최악의 영향을 추정하므로 확률론적 방법보다 보수적인 경향을 띠게 되고, 테일러 급수의 일차항까지만 사용하므로, 변수의 변동폭이 큰 경우 오차가 커질 수 있는 단점이 있다. 최악 조건법에서 위상 최적설계의 변위 제약조건은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\hat{g}_i = z_i - z_{a_i} + \sum_j \left| \frac{\partial g_i}{\partial X_j} \Delta X_j \right| \leq 0, \quad i=1, \dots, NC \quad (7)$$

X_j 는 임의 변수 벡터의 j 번째 성분이고, ΔX_j 는 이의 최대 변분값이다.

3. 신뢰성기반 위상 최적설계

3.1 확률적 성능 함수의 통계적 표현

실제적인 공학 문제에서 불확실성을 표현하기 위하여 임의 변수(Random variable)를 도입한다.

$$\mathbf{X} = [X_i]^T, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

X_i 는 n 차원의 변수이며, 누적밀도함수(CDF) $F_{X_i}(x_i)$ 또는 확률밀도함수(PDF) $f_{X_i}(x_i)$ 에 의해 다음으로 표현된다.

$$F_{X_i}(x_i) = P(X_i \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (9)$$

임의변수 X_i 의 확률 분포는 평균값 μ_i 와 분산 $\sigma^2(X_i)$ 으로써 다음과 같이 주어진다.

$$\mu(X_i) = \int_{-\infty}^{x_i} x_i dF_{X_i}(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} x_i f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (10)$$

$$\sigma^2(X_i) = \int_{-\infty}^{x_i} (x_i - \mu_i)^2 dF_{X_i}(x_i)$$

$$= \int_{-\infty}^{x_i} (x_i - \mu_i)^2 f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (11)$$

신뢰성 기반 위상 최적설계는 다음으로 정식화할 수 있다.

$$\text{minimize } \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (12)$$

$$\text{subject to } P[G_i(\rho, \mathbf{X}) \leq 0] \leq P_{a_i} \quad (i = 1, 2, \dots, NC) \quad (13)$$

$P[G_i(\rho, \mathbf{X}) \leq 0]$ 는 제약 조건식을 위반할 확률이며, P_{a_i} 는 제약 조건식의 허용 위반확률이다. 또한 G_i 는 한계상태식(Limit state equation)으로 신뢰성 해석에서 안전한 설계에 대하여 양의 값을 갖도록 정해진다. 따라서 $G_i(\rho, \mathbf{X})$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$G_i(\rho, \mathbf{X}) = -g_i(\rho, \mathbf{X}) = z_{a_i} - z_i(\rho, \mathbf{X}) \quad (14)$$

제약 조건을 위반할 확률은 다음과 같이 정의된다.

$$F_{G_i}(g) = P(G_i(\mathbf{X}) < g) = \int_{G_i(\mathbf{X}) \leq g} \dots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \quad (15)$$

여기서, g 는 목표 성능함수 값이며 특히, 성능함수의 제약 조건 위반 확률은 g 값을 0으로 취함으로써 얻어진다.

$$P_f = P(G(\mathbf{X}) \leq 0) = F_G(0) \quad (16)$$

이와 같은 제약조건의 위반 확률을 구하기 위해서는 수치적으로 풀기 어려운 다차원 적분을 수행해야 하는데, 이를 직접적으로 수행하기 어렵기 때문에 일반적으로 신뢰성 해석법(Reliability Analysis)을 사용하여 이를 해결한다.

3.2 신뢰성기반 최적설계의 일반적인 정의

신뢰성 해석법에서는 임의변수가 포함되어 있는 공간(X-space)을 표준 정규화된 공간(U-space)로 변환을 수행하게 되는데, 이 때 다음과 같은 변환식이 사용된다.

$$F_{\mathbf{X}}(X_j) = \phi(U_j) \quad (17)$$

$F_{\mathbf{X}}(X_j)$ 는 X_j 의 누적밀도함수(CDF)이며, ϕ 는 표준 정규화된 누적밀도함수이다. 누적밀도함수를 사용하여 제약조건

위반확률을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(G_i(\mathbf{X}) \leq 0) = F_{G_i}(0) \leq \phi(-\beta_{t_i}) \quad (18)$$

β_{t_i} 는 목표 신뢰도지수로서 허용 위반확률 이하가 되도록 값을 설정해 준다. 식 (18)과 같은 제약조건 위반 확률식을 역변환을 통해 두 가지 형태로 각각 표현할 수 있다.

$$\beta_S = (-\phi^{-1}(F_{G_i}(0))) \geq \beta_{t_i} \quad (19)$$

$$G_P = F_{G_i}^{-1}(\phi(-\beta_{t_i})) \geq 0 \quad (20)$$

식 (19)와 같이 신뢰도지수를 도입하여 제약조건식을 표현하는 방법을 신뢰도 지수법이라 하며, 식 (20)과 같이 성능함수를 도입하여 제약조건식을 표현하는 방법을 성능함수법이라 한다.

3.3 신뢰도지수법(RIA)

신뢰도지수법을 사용하여 신뢰성 기반 위상 최적설계 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{minimize } \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (21)$$

$$\text{subject to } \beta_i(\rho) \geq \beta_{t_i} \quad (22)$$

신뢰도지수 $\beta_i(\rho)$ 는 한계상태식 $G_i(\rho, \mathbf{X})=0$ 을 만족시키는 값 중 원점과 최소 거리를 갖는 값으로 정의되며, 이를 MPP(Most probable point)라 한다. β_{t_i} 는 제약조건 위반 확률의 허용치에 대응하는 신뢰도지수로서 목표 신뢰도지수라 한다. 신뢰도지수 값은 표준 정규화된 공간에서의 원점과 MPP 사이의 거리라 할 수 있으며, MPP 탐색은 다음의 등호 제약조건을 갖는 최적화 문제로 볼 수 있다.

$$\text{minimize } \| \mathbf{U} \| \quad (23)$$

$$\text{subject to } G_i(\rho, \mathbf{U}) = 0 \quad (24)$$

MPP 탐색은 특히 비선형 문제에서 엄격한 제한조건이 있을 경우 비용적인 문제가 발생할 수 있다.

3.4 성능함수법(PMA)

성능함수법을 사용하여 신뢰성 기반 위상 최적설계 문제를

정식화하면 다음과 같다.

$$\text{minimize } \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (25)$$

$$\text{subject to } G_{\beta_i}(\rho) \geq 0 \quad (26)$$

$G_{\beta_i}(\rho)$ 는 확률론적 성능함수로 목표 신뢰도지수 β_i 를 만족하는 확률변수들에 대한 성능함수의 값 중에서 최소의 값으로 정의한다. 이 때 최소의 값을 갖게 하는 점을 MPTP (Minimum performance target point)라 하며, 성능함수 값은 MPTP에서의 한계상태식의 값이라 할 수 있다. MPTP 탐색은 다음의 등호 제약조건을 갖는 최적화 문제로 볼 수 있다.

$$\text{minimize } G_i(\rho, \mathbf{U}) \quad (27)$$

$$\text{subject to } \|\mathbf{U}\| = \beta_i \quad (28)$$

성능함수법의 정식화는 신뢰도지수법의 정식화와 비교하여 역의 과정이며 엄격한 제한조건이 있는 비선형 문제 등에서 상대적으로 비용적인 측면의 이점이 있다.

4. 설계민감도 해석

4.1 신뢰도지수의 민감도

신뢰도지수법에서는 확률론적 제약조건이 신뢰도지수로 표현되므로 설계변수 ρ_i 에 대한 민감도의 계산이 필요하다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta(\rho)}{\partial \rho_i} &= \left. \frac{\partial (\mathbf{U}^t \mathbf{U})^{1/2}}{\partial \rho_i} \right|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}_{\alpha}^*} \\ &= \frac{\partial (\mathbf{U}^t \mathbf{U})^{1/2}}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \rho_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}_{\alpha}^*} \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{U}^t \mathbf{U})^{-1/2} (2\mathbf{U}^t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \rho_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}_{\alpha}^*} \\ &= \frac{\mathbf{U}^t}{\beta(\rho)} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \rho_i} \bigg|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}_{\alpha}^*} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서, \mathbf{u}_{α}^* 는 한계상태식을 만족시키는 값 중 원점과의 최소 거리로써 정의된 MPP이다.

4.2 확률론적 성능함수의 민감도

확률론적 성능함수는 MPTP에서의 성능함수로 정의되며

로 설계민감도는 다음과 같이 간단한 형태로 표현된다.

$$\frac{\partial G_i(\rho)}{\partial \rho_i} = \left. \frac{\partial G(\rho, \mathbf{U})}{\partial \rho_i} \right|_{\mathbf{U}=\mathbf{u}_{\beta}^*} \quad (30)$$

\mathbf{u}_{β}^* 는 목표 신뢰도지수 β_i 를 만족하는 확률변수 중에 최소의 성능함수의 값을 갖게 하는 MPTP이다.

4.3 변위 성능함수의 민감도

신뢰성 기반 위상 최적설계에서는 변위에 대한 제약조건을 포함하고 있다. 최악조건법에서 변위 제약조건을 변동량과 확률론적 방법에서 신뢰도지수 및 확률론적 성능함수의 민감도를 계산하기 위해서는 변위 성능함수의 형상변수에 대한 민감도가 필요하다. 설계영역의 임의의 점 $\hat{\mathbf{x}}$ 에서의 i 방향 변위 z_i 를 적분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\psi \equiv z_i(\hat{\mathbf{x}}) = \int_{\Omega} \delta(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) z_i(\mathbf{x}) d\Omega \quad (31)$$

여기서, $\delta(\mathbf{x})$ 는 디랙델타(Dirac delta)함수이다. 설계변수 ρ_m 과 불확실 변수 E_0 및 F_i 에 대한 변위 성능함수의 민감도는 최적 설계에서 가장 효율적이라고 알려진 AVM(Choi, 2005)으로 구하였으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \rho_m} = - \frac{\partial}{\partial \rho_m} [a_u(\tilde{\mathbf{z}}, \lambda)] = - \int_{\Omega} \frac{\partial c_{ijkl}}{\partial \rho_m} \epsilon_{ij}(\mathbf{z}) \epsilon_{kl}(\lambda) d\Omega \quad (32)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial E_0} = - \frac{\partial}{\partial E_0} [a_u(\tilde{\mathbf{z}}, \lambda)] = - \frac{z_i(\hat{\mathbf{x}})}{E_0} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial F_i(\hat{\mathbf{x}}_j)} = \frac{\partial}{\partial F_i(\hat{\mathbf{x}}_j)} [l_u(\lambda)] = \lambda_i(\hat{\mathbf{x}}_j) \quad (34)$$

5. 수치 예제

5.1 외팔보 설계

외팔보 설계문제에서 설계영역, 경계 및 하중조건이 그림 1에 나타나 있다. 설계영역의 크기는 가로 16, 세로 10, 두께 0.05이고 640(32×20)개의 9절점 평면응력 요소로 분할되었다. 재료상수는 $E_0 = 2 \times 10^8$ 이고 $\nu = 0.3$ 이며, 하중 $F = 300,000\text{N}$ 으로 주어져 있다. 변위 제약조건은 하중에 가해지는 지점의 변위가 허용치 2보다 작도록 결정하였다. 이 문제에 대해서 기존의 결정론적 방법과 안전계수법, 최악

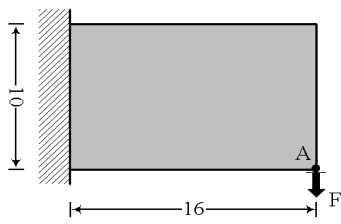


그림 1 설계영역(외팔보 설계)

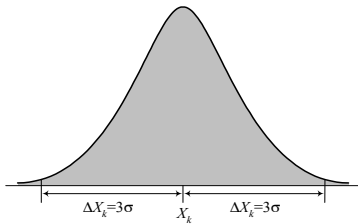


그림 2 최악조건법의 변분값과 편차의 관계

조건법, 확률론적 방법을 사용하여 위상 최적설계를 수행하였다. 안전계수법에서는 안전계수를 1.5로 두었으며 최악조건법에서는 E_0 와 F 모두 정규분포를 따른다고 가정하였다. 최악조건법에서의 변동량과 확률분포 표준편차의 관계는 그림 2에서 알 수 있듯이 $\Delta X_k = 3\sigma_k$ 로 가정하였다. 목표 신뢰도지수는 3이라 두었는데, 이는 구속조건을 위반할 확률이 0.135%이하임을 의미한다.

그림 3에는 기존의 결정론적 방법(a), 안전계수법(b), 최악조건법(c), 확률론적 방법(d) 중 성능함수법으로 위상최적화를 수행한 결과들을 보여주고 있는데, 검게 표현된 부분이 재료를 분포시켜야 할 영역이다. 전체적으로 위상의 차이는 크지 않으나 결정론적 방법에 비하여 다른 방법의 경우 불확실성을 고려하였기에 더욱 많은 재료 분포를 보이고 있음을 알 수 있다. 표 1은 각각의 기법들에 대하여 최적점에서의 목적함수, 제약조건, 확률론적 관점에서 제약조건의 신뢰도지수와 이에

대응하는 제약조건 위반확률들을 보여주고 있다. 외팔보 설계 예제의 경우, 성능함수법을 사용하면 결정론적 방법이 제시하는 설계안보다 약 11%의 재료를 더 사용하지만, 제약조건을 위반할 확률은 50%에서 0.135%로 49.685%를 줄일 수 있었다. 안전계수법이 제시하는 해는 성능함수법이 제시하는 설계안보다 약 12%의 재료를 더 사용하고 제약 조건을 위반할 확률은 0.135%에서 0.0016%로 0.1344%를 줄일 수 있었다. 이 결과를 보면 보수적인 안전 계수의 사용으로 인해 제약 조건을 위반할 확률을 조금 더 줄이기 위해 지나치게 많은 재료를 분포시키는 결과를 초래하였음을 알 수 있다.

5.2 뒤틀림 판의 설계

이 예제에 사용되는 판의 한쪽 면은 고정되어 있고, 다른 반대쪽 면은 뒤틀림 하중을 받고 있다. 설계영역, 경계 및 하중 조건은 그림 4에 나타나 있다. 설계영역은 가로 10, 세로 10, 두께 0.05이고, 400개의 9절점 Reissner-Mindlin 판 요소로 분할되었다. 재료상수는 $E_0 = 2 \times 10^8$, $\nu = 0.3$, 외부 하중은 $F_1 = F_2 = 1.5$ 으로 두었다. 변위 제약조건은 하중이 가해지는 지점의 변위가 허용치 0.045보다 작도록 결정하였다. 불확실 변수는 외력 F_1 와 F_2 로 정하였다. 안전계수법에서 안전계수는 1.5로 두었으며 최악조건법에서 사용되는 불

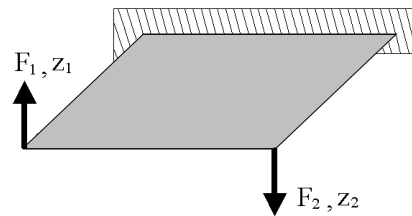
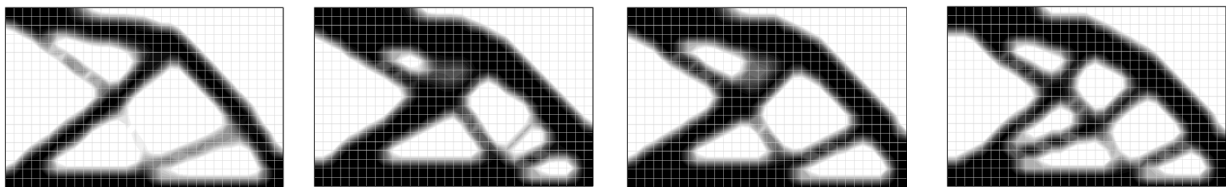


그림 4 설계영역(뒤틀림 판)



(a) Deterministic (b) Safety factor (c) Worst case (d) Probabilistic(PMA)

그림 3 외팔보의 신뢰성 기반 위상 최적설계 결과

표 1 외팔보의 신뢰성 기반 위상 최적설계 결과

	Objective Material volume(%)	Constraint	Reliability analysis results	
			Reliability Index	Probability(%)
Deterministic approach	37.63	5.092E-5	-2.951E-4	50.0
Safety factor approach(SF=1.5)	54.79	4.668E-4	4.157	0.00161
Worst case approach($\Delta X=20\%$)	50.57	1.379E-3	3.481	0.025
Probabilistic approach(PMA)	48.66	-5.476E-5	3.000	0.135

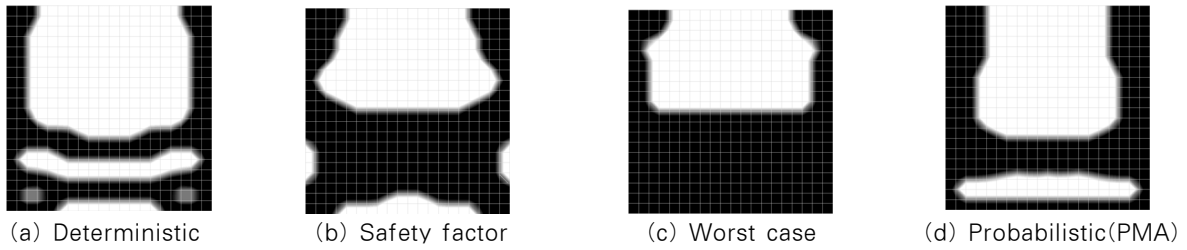


그림 5 뒤틀림판의 신뢰성 기반 위상 최적설계 결과

표 2 뒤틀림판의 신뢰성 기반 위상 최적설계 결과

	Objective Material volume(%)	Constraints		Reliability index	
		g_1	g_2	β_{g_1}	β_{g_2}
Deterministic approach	19.26	-6.49E-6	-6.49E-6	4.31E-5	4.31E-5
Safety factor approach(SF=1.5)	28.16	1.21E-4	1.21E-4	2.94	2.94
Worst case approach($\Delta F_1 = \Delta F_2 = 10\%$)	31.01	2.02E-1	2.02E-1	2.61	2.61
Probabilistic approach(PMA)	24.01	2.024E-4	2.024E-4	2.99	2.99

확실 변수의 변동성은 $\Delta F_1 = \Delta F_2 = 10\%$ 로 두었다. 성능함수법에서는 표준편차가 $\Delta F_i/3$ 인 표준 정규분포를 따른다고 가정하였으며 목표 신뢰도지수는 3이다. 그림 5에는 기존의 결정론적 방법과 안전계수법, 최악조건법, 확률론적 방법 중 성능함수법으로 위상 최적화를 수행한 결과들을 보여주고 있다.

이 예제에서는 F_1 과 F_2 에 같은 크기의 힘이 가해지면서 뒤틀림 하중이 발생하고 있다. 그러나 신뢰성 기반의 위상 최적설계에서는 하중의 변동을 고려하여 비대칭적인 힘이 발생하게 되고 이에 따른 굽힘 모멘트가 발생할 수 있다. 결정론적인 방법과 안전계수법에서는 같은 크기의 힘이 가해진다고 생각하기 때문에 이러한 굽힘 모멘트가 고려되지 않은 반면 신뢰성 기반 위상 최적설계에서는 이러한 굽힘 모멘트를 고려한 설계안이 제시되어 경계 주변에 상대적으로 더욱 많은 재료가 분포되어 있음을 확인할 수 있다. 표 2는 각각의 기법들에 대하여 최적점에서의 목적함수, 제약조건, 확률론적 관점에서 제약조건의 신뢰도지수를 보여주고 있다. 결정론적 방법의 경우 가장 적은 재료를 사용하긴 하나 신뢰도 지수가 0에 가까운 값이므로 신뢰도 측면에서 좋지 못하다. 최악조건법의 경우 가장 많은 재료를 사용하고 있음에도 불구하고 신뢰도지수는 2.61로 오히려 좋지 않은 값을 주고 있다. 안전계수법의 경우 성능함수법과 비교하였을 때 비슷한 신뢰도 지수 값을 주고 있으나 재료는 오히려 약 17%를 더 사용하고 있어 비효율적이라고 할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 3차원 Reissner-Mindlin 판 구조물에 대해 신뢰성기반 위상 최적설계 기법을 개발하였다. 설계의 불확실

성을 고려하기 위해 신뢰성 해석 기법 중의 하나인 성능함수법을 사용하였다. 또한 효율적인 설계민감도의 계산을 위하여 AVM 방법을 사용하였으며 이를 PMA 방법과 결합하여 선형 구조물에 대해 신뢰성있는 설계안을 도출하는 최적설계 기법을 개발하였다. 수치 예제를 통해 성능함수법을 이용한 위상 최적설계 결과가 안전계수법, 최악조건법과 같은 다른 방법에 비하여 불확실성을 정확하게 고려할 수 있으며 효율적인 설계 결과를 도출함을 확인하였다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R32-2008-000-10161-0).

참 고 문 헌

- Bae, K., Wang, S. (2002) Reliability-Based Topology Optimization, *Proceedings of 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, AIAA, pp.2002~5542.
- Cho, S., Jung, H.S. (2003) Design Sensitivity Analysis and Topology Optimization of Displacement-Loaded Nonlinear Structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192, pp.2539~2553.
- Choi, K.K., Kim, N.H. (2005) Structural Sensitivity Analysis and Optimization, *Springer*, New York, pp.446.

- Haug, E.J., Choi, K.K., Komkov, V.** (1986) Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, *Academic Press*, New York.
- Jung, H.S., Cho, S.** (2004) Reliability-Based Topology Optimization of Geometrically Nonlinear Structures with Loadign and Material Uncertainties, *Finite Elements in Analysis and Design*, 43, pp.311~331.
- Lee, J.O., Yang, Y.S., Ruy, W.S.** (2002) A Comparative Study on Reliability-Index and Target-Performance-based Probabilistic Structural Design Optimization, *Computers and Structures*, 80, pp.257~269.
- Maute, K., Frangopol, D.M.** (2003) Reliability-based Design of MEMS Mechanisms by Topology Optimization, *Computers and Structures*, 81, pp.813~824.
- Tu, J., Choi, K.K.** (1997) A Performance Measure Approach in Reliability-Based Structural Optimization, *Technical Report*, R97-02, The University of Iowa.

- 논문접수일 2009년 8월 13일
- 논문심사일 2009년 9월 16일
- 게재확정일 2009년 10월 14일