

단자유도 건물에 설치된 마찰감쇠기의 등가점성감쇠비

Equivalent Viscous Damping Ratio of a Friction Damper Installed in a SDOF Building

성 지 영* 민 경 원†
Seong, Ji-Young Min, Kyung-Won

요 지

건물에 설치된 마찰감쇠기는 외력의 크기에 따라 정지와 운동의 상태를 반복하여 외부 입력에너지를 소산시키기 때문에 외력과 응답관계가 비선형이다. 마찰감쇠기가 설치된 단자유도 건물은 마찰감쇠기 외에 점성감쇠가 동시에 존재하므로 해석적인 정해를 구하기가 어렵다. 본 연구에서는 첫째, 점성과 마찰감쇠가 있는 단자유도계 건물의 자유진동 정해를 통하여 변위응답과 가속도 응답특성을 분석하였다. 둘째, 자유진동의 경우 응답이 멈출 때까지 소산에너지식을 이용하여 등가점성감쇠비를 구하였다. 셋째, 조화가진 일 때는 수치해석을 통하여 마찰력비 F_f 에 따른 응답 특성을 알아보았다. 넷째, 조화가진인 경우 에너지 균형식을 바탕으로 등가점성감쇠비를 유도하였다. 등가점성감쇠비는 변위응답비의 영향을 받으므로 응답을 알아야만 구할 수 있다. 건물 응답의 진동수 특성은 협소영역(narrow band)이므로 고유진동수에 의해 지배된다고 가정하여 등가점성감쇠비를 구하였다. 마지막으로, 유도한 자유진동과 조화가진의 등가점성감쇠비를 이용한 등가선형운동방정식의 해를 비선형 수치해석 한 결과와 비교하여 검증하였다.

핵심용어 : 마찰감쇠기, 마찰 및 점성 감쇠, 에너지소산, 등가점성감쇠비, 정지와 운동, 비선형 특성

Abstract

A friction damper installed at a building shows nonlinear behavior since its stick and slip states are occurred repeatedly depending on the amplitude of external loadings to dissipate input energy. Friction damping is existed for the building with a friction damper. In additionally viscous one is inherently included. Therefore, the building installed in such combined damping is quite involved to find the analytical solution. In this study, first, displacement and acceleration characteristics are identified based on the exact solution for a single-degree-freedom building with a friction damper having both friction and viscous damping. Second, in free vibration, the equivalent viscous damping ratio is obtained by the energy dissipation. Third, numerical analysis is carried out to find response configuration with various friction force ratios. Fourth, corresponding equivalent viscous damping ratio is derived with the finding that the response reaches into steady-state for both friction and viscous damped structure. It is deduced using balance of input external energy and output dissipation energy for steady-state response. Finally, the equivalent viscous damping ratios of free or harmonic vibration are verified through nonlinear analysis.

Keywords : friction damper, combined friction and viscous damping, energy dissipation, equivalent viscous damping, stick and slip, nonlinear behavior

1. 서 론

동적하중을 받는 건물의 특성은 하중에 의한 입력에너지와 건물이 받는 출력에너지와의 관계를 분석하여 알 수 있다. 출력에너지는 건물의 운동에너지, 변형에너지와 소산에너지

로 구분된다. 각각은 건물의 질량, 강성, 그리고 점성과 관련된다. 운동에너지와 변형에너지는 서로 교환이 가능하나 변형이 커져서 비탄성(inelastic) 영역으로 갔을 때에는 변형에너지의 일부가 운동에너지로 교환이 되지 않고 소산이 되어 건물의 영구변형을 유발한다. 다른 소산에너지로는 건물

† 책임저자, 정회원 · 단국대학교 건축공학과 교수
Tel: 031-8005-3734 ; Fax: 031-8005-3755
E-mail: kwmin@dankook.ac.kr

* 단국대학교 건축공학과 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 8월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

이 지니고 있는 점성으로 인한 것이 있다. 건물의 비탄성변형에 의한 소산에너지는 변형에 의한 것이어서 외부 입력에너지를 건물의 대 변형으로 흡수한 형태가 되기 때문에 바람직하지 못하다. 점성에 의한 소산에너지를 크게 하여 입력에너지를 흡수하여야 하나 그 양이 작기 때문에 부가적인 감쇠기 등이 필요하다.

마찰감쇠기는 점성감쇠와는 다른 동적특성을 가지고 있다. 마찰력보다 작은 외력이 가해지면 움직이지 않는 정지(stick) 상태로 있으며, 외력이 최대정지마찰력 이상이 되면 갑자기 미끄러지는 운동(slip)상태가 되어 외부 입력에너지를 소산시키는 효율적인 감쇠기이다. 정희산 등(2009)은 마찰감쇠기를 인방보에 설치된 전단벽의 제진효과에 대하여 비선형 시간이력 해석을 통해 마찰감쇠기의 에너지 소산량 등의 측면에서 우수한 제진성능을 검증하였다.

마찰감쇠기가 설치된 건물의 자유진동 및 조화가진에서의 응답의 정해(exact solution)는 Hartog(1931)에 의하여 구해졌다. 그러나 점성감쇠가 동시에 있을 때에는 정해를 구하는 작업이 매우 어렵다. 기존의 대부분 연구에서는 마찰감쇠만 있을 때의 건물의 자유진동에 관한 해석적인 분석과 조화가진일 때의 전달함수를 유도하였다(Feeny 등, 1996). Liang(2005)은 점성감쇠와 마찰력을 식별하는 연구를 수행하였다. 점성감쇠는 건물에 항상 내재 되어있기 때문에 본 연구에서는 마찰 및 점성감쇠를 동시에 고려할 때 응답을 예측하기 쉽도록 등가점성감쇠비를 유도하였다.

본 연구에서는 첫째, 마찰감쇠기가 설치된 단자유도 건물에서 자유진동일때 마찰감쇠기에 해당되는 등가점성감쇠비를 유도하였다. 둘째, 조화가진일때는 안정상태에서 입력에너지가 모두 마찰감쇠와 점성감쇠로 소산되는 입력과 출력에너지의 균형 관계를 이용하여 해석적인 식을 유도하고 등가점성감쇠비를 구하여 응답해석을 편리하게 하였다. 마지막으로 수치비선형해석을 수행하여 유도된 등가점성감쇠비를 검증하였다.

2. 자유진동의 등가점성감쇠비

그림 1과 같이 마찰감쇠기를 설치하기 위하여 가새가 부가적으로 설치되므로 가새의 강성 k_b 가 고려되어야 한다. 마찰감쇠기의 소산에너지를 높이기 위해서는 가새의 강성이 클수록 좋고 실제 기둥 강성에 비해 가새의 강성이 크기 때문에 가새의 강성을 무한대로 가정한 모델로 수치해석을 수행하였다.

여기서, m, c_s, k, f_d 는 각각 건물의 질량, 건물의 점성감쇠계수, 건물의 강성, 마찰감쇠기의 마찰력을 나타낸다. 마찰력

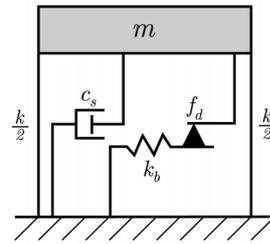


그림 1 가새와 직렬로 연결된 마찰감쇠기

보다 큰 힘이 작용하도록 건물에 초기변위를 가하면 강성에 의한 복원력에 의해서 움직임이 발생한다. 마찰감쇠와 점성감쇠의 영향으로 변위응답이 시간이 지남에 따라 감소하지만 점성과 마찰감쇠가 동시에 작용하기 때문에 응답을 예측하기 힘들다.

이 절에서는 첫째, 자유진동일 때의 수치해석을 통해 마찰감쇠기가 설치된 단자유도 건물의 응답을 분석하였다. 둘째, 마찰감쇠기의 소산에너지를 등가의 점성감쇠 소산에너지로 치환하여 등가점성감쇠비를 구하였다.

2.1 변위응답 특성

마찰감쇠와 점성감쇠의 특성은 각각 마찰력 f_d 와 점성감쇠계수 c_s 로 규정된다. 마찰감쇠기가 설치된 건물에 초기 변위를 주었을 때 자유진동을 한다. 이 때 운동방정식인 미분방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{u} + c_s\dot{u} + ku + f_d \text{sgn}(\dot{u}) = 0 \quad (1)$$

여기서, $f_d \text{sgn}(\dot{u})$ 는 외력의 역할을 하며 속도의 부호에 따라 작용방향이 달라진다. sgn 은 괄호안의 부호에 따라 +1과 -1의 값을 가지는 함수이다.

자유진동일때 건물의 응답은 마찰력이 작용하는 각각의 방향에 대해서 방정식의 해를 유도하여 구할 수 있다. 건물의 운동방향에 따라 마찰력의 방향이 바뀌므로 운동방향의 부호가 변화하는 변위의 피크에 따른 해를 구하면 아래와 같이 반주기(half cycle)에 따른 해를 얻을 수 있다(Feeny 등, 1996).

$$0 \leq t \leq \pi/\omega_D \text{ 일 때,} \\ u(t) = (u_0 - u_k)e^{-\alpha t} [\cos(\omega_D t_1) + \frac{\alpha}{\omega_D} \sin(\omega_D t_1)] + u_k \quad (2)$$

여기서, $u_0, u_k, \xi_s, \omega_n$ 은 각각 초기변위, 정적변위인 f_d/k , 건물의 점성감쇠비, 건물의 고유진동수이다. α 는 $\xi_s \omega_n$ 이고

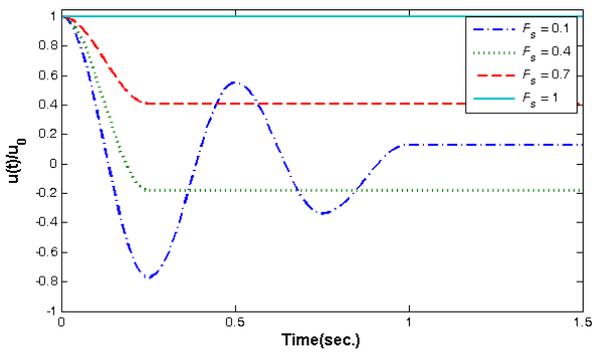


그림 2 F_s 변화에 따른 변위응답비

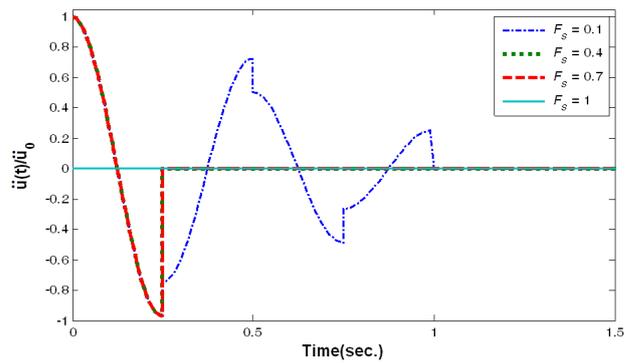


그림 3 F_s 변화에 따른 가속도응답비

ω_D 는 $\omega_n \sqrt{1-\xi_s^2}$ 로 감쇠고유진동수이다. t_1 은 $t-t_0$ 이고 t_0 은 초기시간이다. 변위피크가 식 (2)와 반대방향에서 생기는 다음 반주기 동안의 식을 유도하면 다음과 같다.

$\pi/\omega_D \leq t \leq 2\pi/\omega_D$ 일 때,

$$u(t) = (u_1 + u_k)e^{-\alpha t_2} [\cos(\omega_D t_2) + \frac{\alpha}{\omega_D} \sin(\omega_D t_2)] - u_k \quad (3)$$

여기서, u_1 은 t 가 π/ω_D 일 때를 식 (2)에 대입하여 얻은 변위이고 t_2 는 $t - (\pi/\omega_D)$ 이다.

그림 2는 건물의 점성감쇠비가 0.03일 때, 변위 $u(t)$ 를 초기변위인 u_0 로 나눈 변위비를 마찰력비 $F_s = f_d/ku_0$ 의 변화에 따라 나타내었다. F_s 값이 클수록 마찰력 f_d 가 증가하므로 변위응답을 더 많이 줄여주고 안정상태 도달시간(settling time)도 짧아지는 것을 알 수 있다.

F_s 가 커져서 $F_s = 0.7$ 일 때는 진동(oscillation)하지 않고 직접 안정상태로 도달하는 것을 알 수 있다. 마찰력보다 작은 복원력이 감쇠기에 작용하게 되면 정지상태가 되어 더 이상 운동이 발생하지 않는다. 질량의 최종정지 위치는 원래의 평형위치를 벗어나 있으며 마찰력과 스프링 힘이 서로 갈아영구변형 상태를 나타낸다.

그림 2에서 영구변형이 $F_s = 0.4, 0.7$ 일 때는 반주기만에 생기며 $F_s = 0.1$ 일 때는 2주기에 생기는 것을 알 수 있다. $F_s = 1$ 일 때는 처음부터 마찰력과 복원력이 갈아서 움직이지 않는다는 것을 알 수 있다. 영구변형 상태에서는 다시 작은 외력을 가하면 일반적으로 평형상태를 회복한다(Chopra, 2001). $F_s = 0.4, 0.7$ 일 때와 같이 정지하는 주기가 같을 때에는 F_s 가 클수록 영구변형도 크게 나타난다.

2.2 가속도응답 특성

건물은 사람이 거주 또는 생활을 하는 곳이므로 안전성과

함께 사용성도 고려되어야 한다. 가속도응답이 사용성 평가의 지표가 될 수 있다. 가속도 응답에 대한 식은 식 (2)를 이용하여 유도할 수 있다(Liang, 2005).

$0 \leq t \leq \pi/\omega_D$ 일 때,

$$\ddot{u}(t) = \beta(u_0 - u_k)e^{-\alpha t_1} [\alpha \sin(\omega_D t_1) - \omega_D \cos(\omega_D t_1)] \quad (4)$$

여기서, β 는 $\omega_n/\sqrt{1-\xi_s^2}$ 이고 식 (4)와 마찬가지로 마찰력의 작용방향이 바뀌게 되는 다음 반주기 동안의 가속도 응답은 다음과 같이 나타난다.

$\pi/\omega_D \leq t \leq 2\pi/\omega_D$ 일 때,

$$\ddot{u}(t) = \beta(u_1 + u_k)e^{-\alpha t_2} [\alpha \sin(\omega_D t_2) - \omega_D \cos(\omega_D t_2)] \quad (5)$$

그림 3은 건물의 점성감쇠비가 0.03일 때, 가속도 응답비를 F_s 의 변화에 따라 살펴보았다. 실제의 가속도 응답은 변위응답의 역위상으로 나타나지만 그림 3은 가속도응답을 F_s 의 변화에 따라 각각의 초기가속도로 나누어 무차원화 하였기 때문에 같은 위상을 보이고 있다.

그림 2와는 달리 그림 3의 가속도 응답은 매 반주기마다 피크에서 응답이 급격히 점프(jump)하는 현상이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 마찰감쇠기의 운동방향이 바뀌는 순간 정지하는 것에 의한 현상이다. 마찰력의 증가로 인한 F_s 의 값이 커질수록 점프현상이 심해진다. $F_s = 0.4, 0.7$ 일 때의 변위응답비는 다르지만 무차원화하는 과정에서 각각의 초기가속도를 이용하였으므로 가속도응답비는 같은 양상을 띠게 된다. $F_s = 1$ 일 때는 처음부터 정지 상태에 있기 때문에 가속도비가 0이다.

2.3 에너지 소산

마찰감쇠기는 정지와 운동을 반복하면서 외부의 입력에너

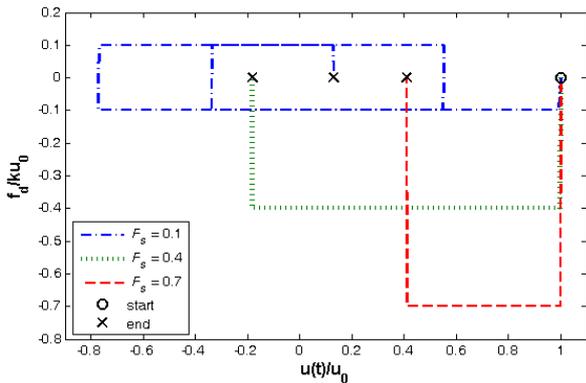


그림 4 F_s 변화에 따른 마찰력비 F_s -변위응답비 이력곡선

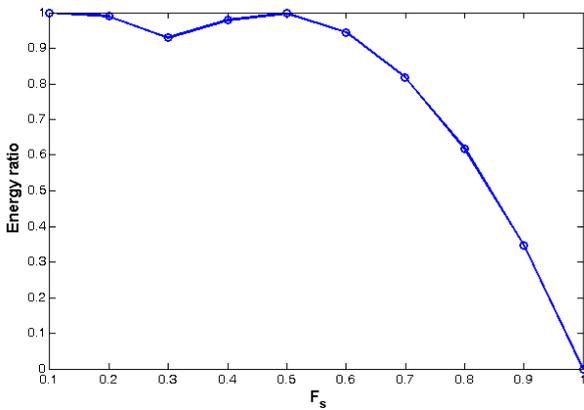


그림 5 F_s 의 변화에 따른 소산에너지

지를 소산시킨다. 자유진동에서는 외력이 존재하지 않아 한번 정지하게 되면 더 이상 운동하지 않으므로 마찰감쇠기가 초기변위에 의해 운동을 시작한 후 정지할 때까지의 에너지 소산을 알아보고자 한다.

그림 4는 건물이 정지할 때까지의 마찰력비-변위응답비 이력곡선이다. 여기서 각 이력곡선의 면적은 소산에너지량을 의미한다. 자유진동에서는 초기변위에 의해 진동하므로 변위 응답에 대한 초기응답 비인 변위응답비가 1에서 시작한다. 최종위치는 그림 2에서 살펴본 것과 같이 원래 건물의 위치를 벗어나 복원력이 마찰력보다 작아지는 지점에서 정지한다. 그렇기 때문에 그림 4에서 F_s 의 변화에 따라 최종 정지 위치가 다르게 된다.

그림 5는 F_s 의 변화에 따라 달라지는 소산에너지를 나타내고 있다. 여기서 소산에너지로 나타나는 y 축은 입력에너지 $E_I = ku_0^2/2$ 로 나누어 무차원화하였다.

건물이 정지하였을 때는 초기입력에너지를 모두 소산시킨 것이므로 소산에너지비는 1이 되어야 하지만 마찰감쇠기의 정지특성에 의해 영구변형이 생기므로 1보다 작은 값을 갖게 된다. $F_s = 0.3$ 에서 에너지비가 주위의 값보다 낮게 나타나

는 것은 영구변형이 크기 때문이다. 건물이 정지할 때까지 마찰감쇠기가 움직이는 주기의 횟수가 같다면 F_s 값이 클수록 영구변형은 크게 나타난다. $F_s = 0.6$ 이후 에너지비가 감소하는 것 역시 마찰감쇠기의 용량이 커져서 정지특성이 강하게 나타나므로 영구변형이 값이 커졌기 때문이다. 즉 소산에너지가 작은 것이다.

2.4 등가점성감쇠비

자유진동에서의 입력에너지 E_I 는 초기변위 u_0 에 의한 변형에너지인 $\frac{1}{2}ku_0^2$ 와 같다. 마찰감쇠기가 정지할 때까지의 소산에너지 $E_{D,fric}$ 는 입력에너지 E_I 와 영구변형이 가지는 잔류 변형에너지 $\frac{1}{2}ku_{n_i}^2$ 의 차이와 같다. u_{n_i} 은 영구변위이다. 점성감쇠가 없는 경우 마찰감쇠기의 소산에너지 $E_{D,fric}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{D,fric} = \frac{1}{2}k(u_0^2 - u_{n_i}^2) \tag{6}$$

여기서, 영구변위 u_{n_i} 은 다음의 식으로 표현된다.

$$u_{n_i} = (-1)^{n_i}u_0 + (-1)^{n_i-1}2n_iu_k \tag{7}$$

마찰감쇠기가 정지할 때까지의 반주기 횟수 n_i 은 반주기마다 변화하는 변위응답 u_n 이 갖게 되는 복원력 $u_n k$ 가 마찰력보다 작아져서 영구변형이 생기며 정지하게 될 때의 반주기 횟수 n 값을 의미한다. 마찰감쇠기의 작용방향이 변화하는 구간이 아닌 곳에서는 속도가 작용하므로 운동하지만 각 반주기마다 속도가 0이 되므로 복원력이 마찰력보다 작아진 n_i 번째 반주기에서는 정지하게 되는 것이다. 마찰감쇠기가 정지하게 될 때의 식은 다음과 같다.

$$u_{n_i} k \leq f_d \tag{8a}$$

$$\left[(-1)^{n_i}u_0 + (-1)^{n_i-1}2n_iu_k \right] k \leq f_d \tag{8b}$$

n_i 은 짝수 또는 홀수를 갖게 되므로 식 (8b)는 n_i 이 짝수일 때와 홀수일 때로 각각 유도 할 수 있다.

$$n_i \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} + 1 \right) \quad [n_i: 2n-1] \tag{9a}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} - 1 \right) \leq n_i \quad [n_i: 2n] \tag{9b}$$

여기서, n 은 자연수이다. 식 (9a)와 (9b)를 통해 n_l 을 구하는 공식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} - 1 \right) \leq n_l < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_s} + 1 \right) \quad (10)$$

반주기 횟수는 정수이므로 식 (10)의 범위를 만족하는 정수 값을 마찰감쇠비가 정지하는 n_l 값으로 정할 수 있다. 식 (9a)와 식 (9b)를 동시에 만족하는 정수 n_l 값이 2개 이상 나온다면 더 작은 값에 의해 마찰감쇠비의 운동이 먼저 정지하게 되므로 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

반주기마다 변화하는 건물의 특성을 고려해서 자유진동의 등가점성감쇠비를 구할 수 있다. 마찰력에 관계된 등가점성계수 또는 등가점성감쇠비를 각각 c, ξ 라 하고 점성감쇠의 소산에너지를 마찰감쇠비가 멈출 때까지의 시간동안 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{D,vis} = \int_0^{\frac{n_l \pi}{\omega_n}} c \dot{u}^2 dt = E_I (1 + \xi^2) (1 - e^{-2\xi n_l \pi}) \quad (11)$$

여기서, ξ 는 1보다 작은 값이므로 ξ^2 을 작은 값이라 가정하고 식 (11)를 근사화하면 다음과 같이 등가점성소산에너지를 구할 수 있다.

$$E_{D,vis} = E_I (1 - e^{-2\xi n_l \pi}) \quad (12)$$

마찰감쇠기의 소산에너지 식 (6)과 점성감쇠의 소산에너지 식(12)을 같다고 하면 등가점성감쇠비 $\xi_{d,free}$ 를 구할 수 있다.

$$\xi_{d,free} = - \frac{\ln \left| \frac{u_{n_l}}{u_0} \right|}{n_l \pi} \quad (13)$$

위 식을 보면 영구 변위 u_{n_l} 과 초기변위 u_0 비의 로그함수를 반주기 횟수로 나눈 것은 점성감쇠만 존재할 때의 자유진동의 점성감쇠비식과 유사한 것을 알 수 있다.

3. 조화가진의 등가점성감쇠비

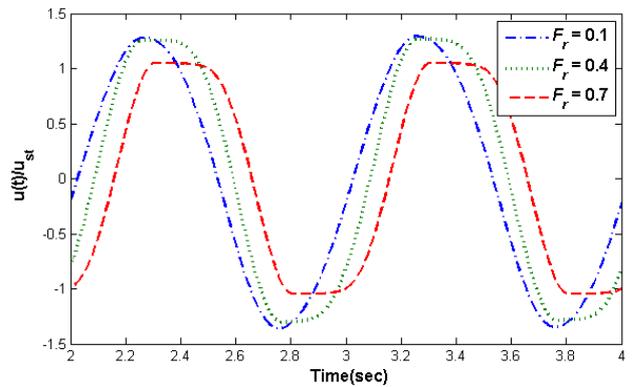
본 절에서는 마찰감쇠기가 설치된 건물에 조화가진이 가해질 때 응답특성을 알아보기로 한다. 또한 마찰감쇠기의 설계를 쉽고 편리하게 하기 위하여 조화가진이 가해질 때의 마찰

감쇠기가 설치된 건물의 에너지 소산 특성에 의해 등가점성감쇠비를 유도하였다.

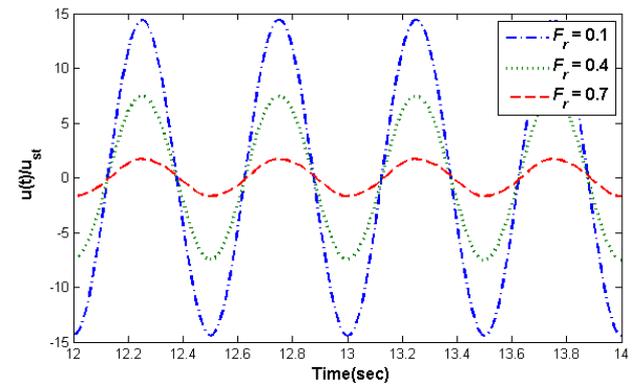
3.1 변위응답 특성

가진진동수 ω 와 진폭 F_0 인 조화가진일 때 마찰과 점성감쇠를 동시에 가지고 있는 다음과 같은 비선형 미분방정식의 정해를 구하기는 어렵다(Rao, 1995).

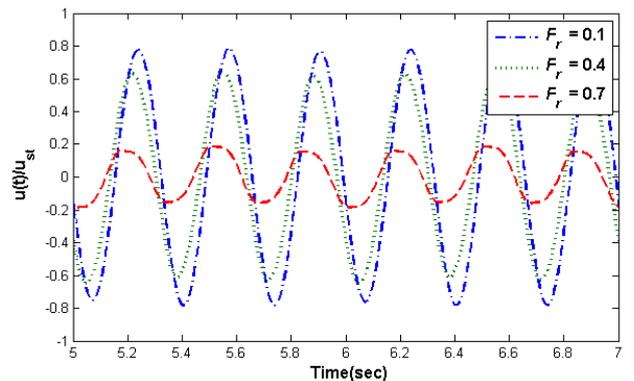
$$m\ddot{u} + c_s \dot{u} + ku + f_d \operatorname{sgn}(\dot{u}) = F_0 \sin(\omega t) \quad (14)$$



(a) 진동수비 $\omega_r = 0.5$ 인 경우



(b) 진동수비 $\omega_r = 1$ (공진)인 경우



(c) 진동수비 $\omega_r = 1.5$ 인 경우

그림 6 F_r 의 변화에 따른 변위응답비

본 절에서는 우선 정해 대신 수치해석을 통하여 마찰력 f_d 와 조화가진 크기인 F_0 의 비인 마찰력비 $F_r = f_d/F_0$ 에 따른 변위와 가속도 특성을 파악하였다.

그림 6은 건물의 점성감쇠비가 0.03일때 진동수비인 ω/ω_n 의 변화에 따른 변위응답을 정적변위인 $u_{st} = F_0/k$ 로 무차원화한 변위응답비를 시간영역으로 나타내었다. 모두 안정상태 도달 후의 변위응답비를 표현하였다. F_r 의 크기가 $\pi/4$ 보다 작을 경우에는 변위가 조화운동을 한다는 기존의 연구와 동일한 결과를 나타내었다(Chopra, 2001).

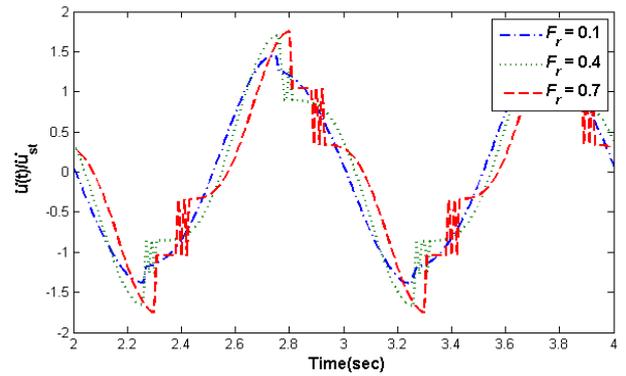
그림 6(a)와 (c)는 안정상태 도달 시간이 짧으나 그림 6(b)와 같이 공진일 경우에는 상대적으로 길다. 이는 입력에너지가 소산에너지보다 초기의 상당시간동안 크다는 것을 의미한다. 그림 6(a)에서 F_r 이 커질수록 변위응답이 증가나 감소되지 않고 고정되어 있는 정지구간이 많이 나타나는 것을 알 수 있다. F_r 이 작아져서 $F_r=0.1$ 일 때는 한 주기에서 정지현상이 점차 적어져 조화응답의 형태로 진동하는 것을 알 수 있다. 그림 6(b)는 공진일 경우로 변위응답비가 그림 6(a)와 (c)에 비하여 15배정도 크다. 정지현상은 거의 나타나지 않고 응답이 계속 증폭되었기 때문이다. 안정상태에 도달한 후에는 변위응답비가 일정해진 것을 알 수 있다. 그림 6(c)는 외력의 진동수에 영향을 받아 고유주기가 짧아지는 것을 알 수 있다.

3.2 가속도응답 특성

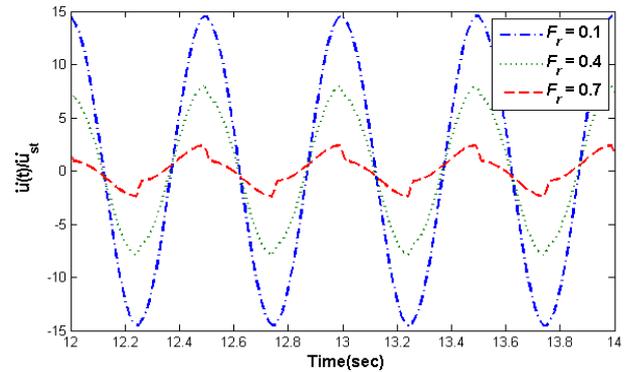
건물의 점성감쇠비가 0.03일때 진동수비 변화에 따른 가속도응답을 F_0/m 로 나누어 무차원화하여 그림 7에 나타내었다. 그림 7을 보면 속도가 0이 될 때마다 가속도 응답이 불연속적으로 점프하는 현상을 찾아 볼 수 있다. 자유진동에서와 마찬가지로 마찰감쇠기의 운동방향이 바뀔 때마다 현상이 나타나고 있다. 마찰감쇠기의 고유한 특성이라 할 수 있다. 그림 7(a)와 (c)에서는 정지 상태에서 떨림(chattering)이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 그림 6(a), (c)의 변위 정지구간에서 나타나는 것으로 변위는 정지되나 외력은 계속 작용하므로 매우 불안정하여 심하게 떨려 가속도 변화가 크게 나타난다. 그림 7(c)에서는 F_r 이 증가할수록 가속도응답의 점프하는 현상이 심화된다. 그림 6(c)를 보면 F_r 이 증가할수록 조화응답하지 않고 정지하는 구간이 생겨나기 때문이다.

3.3 에너지 소산

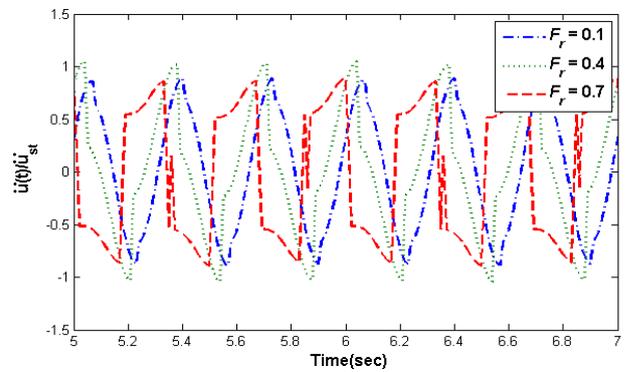
마찰감쇠기가 정지와 운동상태를 반복하며 소산시키는 에너지를 파악하기 위해서 F_r 과 변위응답비에 따른 이력곡선을



(a) 진동수비 $\omega_r = 0.5$ 인 경우



(b) 진동수비 $\omega_r = 1$ (공진)인 경우



(c) 진동수비 $\omega_r = 1.5$ 인 경우

그림 7 F_r 의 변화에 따른 가속도응답비

살펴보면 다음과 같다.

그림 8은 공진일 때 동일한 크기의 조화입력인 경우, F_r 이 변화할 때 F_r 과 변위응답비의 초기운동부터의 이력곡선을 나타낸다. 이 때 이력곡선의 면적은 소산에너지에 관계한다. 3.1절에서 알아본 변위응답비의 특성에 따라 공진일 경우, 입력에너지를 소산시켜야 변위응답이 증폭되지 않고 안정상태에 이르게 된다. 그림 8에서 초기변위응답비가 점차적으로 증가하며 소산에너지가 커지는 것을 알 수 있다. F_r 이 증가할수록 변위응답비는 작아지는데 F_r 의 증가량에 비례하여 감소하지 않는다. 마찰감쇠기의 비선형성에 의한 특성이다.

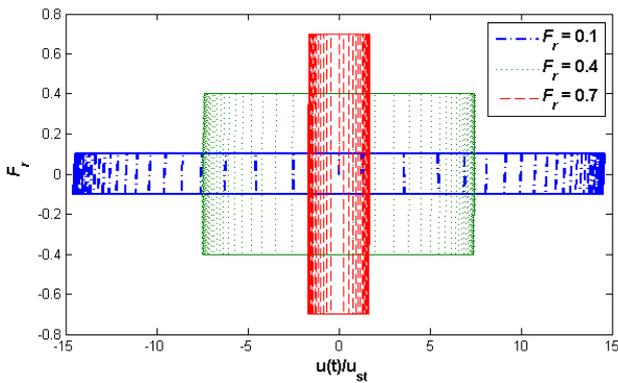


그림 8 F_r 의 변화에 따른 마찰력비 F_r -변위응답비 이력곡선 ($\omega_p = 1$ (공진)인 경우)

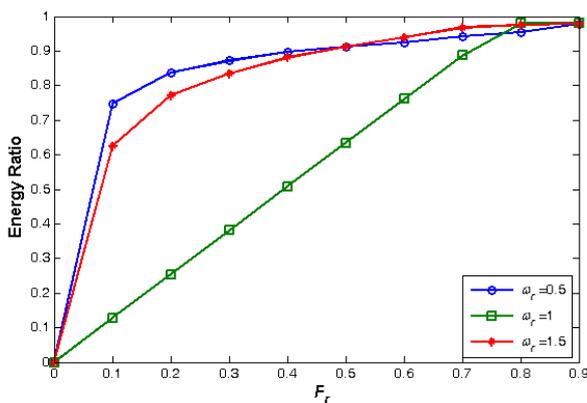


그림 9 F_r 의 변화에 따른 한 주기 동안의 마찰감쇠기의 소산에너지비

그림 9는 건물의 점성감쇠비가 0.03일 때, 안정상태에서 F_r 의 변화에 따른 한 주기 동안의 마찰감쇠기의 소산에너지를 한 주기 동안의 입력에너지로 나눠 무차원화한 소산에너지비를 나타낸다.

마찰감쇠기가 설치된 건물의 소산에너지는 마찰감쇠기의 소산에너지와 점성감쇠에 의한 소산에너지의 합으로 나타난다. 안정상태일 때 한 주기 동안의 입력에너지는 모두 소산되므로 소산에너지비는 1이 되어야한다. 그림 9는 마찰감쇠기의 소산에너지비만 나타내고 있어 소산에너지비가 1이 되지 않는다. 1과의 차이는 점성감쇠에 의한 소산에너지임을 알 수 있다. 공진의 경우는 F_r 이 작을수록 점성감쇠에 의한 소산에너지가 크게 작용하는 것을 알 수 있다. 공진일 때 마찰감쇠만으로는 안정상태에 도달할 수 없으므로 안정상태의 소산에너지에서 점성감쇠가 차지하는 비율이 다른 진동수비에 비하여 상대적으로 큰 것이다.

F_r 의 증가만큼 에너지소산이 일정한 비율로 증가하지 않는 것은 마찰력이 커짐에 따라 변위응답이 줄어드는데 마찰력의 증가량과 변위응답의 감소량이 일정하지 않은 비선형 특성에 의해 발생한다.

3.4 등가점성감쇠비

마찰감쇠기가 조화하중을 받을때 한 주기 동안 소산되는 에너지가 점성감쇠에 의한 소산에너지와 같다고 가정하여 등가점성감쇠를 쉽게 구할 수 있다. 마찰력 f_d 을 등가점성감쇠계수 c_d 로 나타내면 다음과 같다(Chopra, 2001).

$$c_d = 4f_d / \pi \omega u_p \tag{15}$$

등가점성감쇠계수 c_d 는 마찰력 f_d 에 비례하고 최대변위 응답 u_p 와 가진진동수 ω 에 반비례한다. 식 (15)에 의해 식 (14)를 등가선형 운동방정식으로 변화하고 한 주기 동안 적분하여 구할 수 있다. 운동에너지와 변형에너지는 한 주기 동안의 에너지 변화가 없어 모두 0이다. 안정상태에서 한 주기 동안의 입력에너지는 모두 점성감쇠와 마찰감쇠에 의해 소산되어 안정상태일때의 외력가진은 운동이나 변형에너지로 작용하지 않고 모두 소산되어 응답을 안정상태로 만드는 것이다.

한 주기 동안의 소산에너지와 입력에너지가 동일하다는 에너지균형식을 이용하면 다음과 같이 F_r 과 등가점성감쇠비 ξ_d 의 관계식이 유도된다(민경원 등, 2010).

$$\xi_d = \frac{2}{\pi} \frac{1}{u_p / u_{st}} F_r \tag{16}$$

여기서, u_p 는 외력가진에 의한 최대변위응답으로 동적변위이다. ξ_d 은 변위응답비 u_p / u_{st} 에 반비례하고 F_r 에 비례한다. 변위응답비는 공진일때의 응답이 가장 크게 나타나며 협소영역(narrow band)을 나타내므로 공진일때의 변위응답비 u_p / u_{st} 를 고려하여 등가점성감쇠비를 구한다. 공진일때의 변위응답비는 다음과 같이 표현된다(민경원 등, 2010).

$$\frac{u_p}{u_{st}} = \frac{1 - \frac{4}{\pi} F_r}{2\xi_s} \tag{17}$$

등가점성감쇠비 ξ_d 에 대한 식 (16)의 변위응답비에 식 (17)를 대입하여 응답에 따라 변화하는 등가점성감쇠비를 공진일때의 응답으로 고정하면 변위응답비의 영향을 받지 않는 근사화 된 등가점성감쇠비가 다음과 같이 유도된다.

$$\xi_{d,sin} = \frac{F_r}{\left(\frac{\pi}{4} - F_r\right)} \xi_s \tag{18}$$

식 (18)을 보면 등가점성감쇠비를 구하기 위해서는 F_r 이 $\pi/4$ 보다 작은 범위에서 유효하다는 것을 확인할 수 있다.

4. 등가점성감쇠비 검증

본 절에서는 2.4절과 3.4절에서 구한 등가점성감쇠비를 이용한 등가의 운동방정식 응답이 비선형 해석을 통해 얻은 응답과 근사하는 지를 검증하고자 한다. 등가점성감쇠비를 검증하기 위하여 마찰력 대신에 등가점성감쇠비를 대입하여 등가비선형해석을 수행하였다. 해석에 사용된 건물은 무게 50,000N, 고유진동수 2Hz, 점성감쇠비 3%이다.

자유진동의 경우, 초기변위 u_0 를 가해 시간이력에 따른 변위응답비의 변화를 수치해석을 통하여 비교하였다.

그림 12는 F_s 의 변화에 따른 변위응답비를 시간이력으로 나타낸 그래프이다. 마찰감쇠기는 마찰력보다 작아지는 복원력이 가해지면 정지하지만 등가점성감쇠비를 적용한 건물은 계속적으로 진동하게 된다. $F_s=0.7$ 인 경우, 정지위치에서 가지는 위치에너지는 변위응답비가 양수일 때와 음수일 때가 같으므로 서로 반대에 위치하는 현상이 나타나게 되었다. 최종정지 위치에 있어서도 비선형해석과 최대 40%의 차이가 발생한다. F_s 가 0.5이상이 되면 마찰감쇠기의 마찰력이 증가하게 되어 원점에 도달하지 않고 건물이 멈추게 된다. 유도된 등가점성감쇠비는 마찰감쇠기가 멈출 때까지의 소산에너지가 같다는 가정 하에 적용되었다. F_s 가 0.5이상이 되면 유효한 등가점성감쇠비를 얻을 수 없다. 점성감쇠만 있을 경우에는 건물에 변위를 가했을때 초기 위치에 도달하지 않고 정지하는 경우가 없기 때문이다. 하지만 감쇠기를 설치함으로써 추가될 수 있는 감쇠비는 한계가 있다. 일반적인 경우에 추가될 수 있는 감쇠비는 경제성과 효율측면을 고려하여 30%정도로 제한된다. 식 (13)에 의해서 $F_s=0.4$ 일때의 등가점성감쇠비가 51.23%이다. 일반적인 마찰감쇠기는 이 범위 안에 포함되므로 $F_s < 0.5$ 일 때 유효한 등가점성감쇠비를 유도할 수 있다.

조화가진의 경우, 비선형해석을 통해 고유진동수비 ω_r 의 변화에 따른 최대변위를 구하였다. 또한 마찰감쇠기를 등가점성감쇠비로 치환하여 수치해석으로 최대변위를 구하였다. F_r 의 변화에 따른 등가점성감쇠비는 식 (18)을 이용하여 구할 수 있다. 등가점성감쇠비는 F_r 이 0.1, 0.4, 0.7로 변화할 때 각각 0.44%, 3.11%, 24.59%로 변화한다. F_r 의 변화율과 등가점성감쇠비의 변화율이 일정하지 않은 비선형 특성을 지니고 있음을 알 수 있다.

그림 13은 고유진동수비 ω_r 의 변화에 따른 최대변위응답

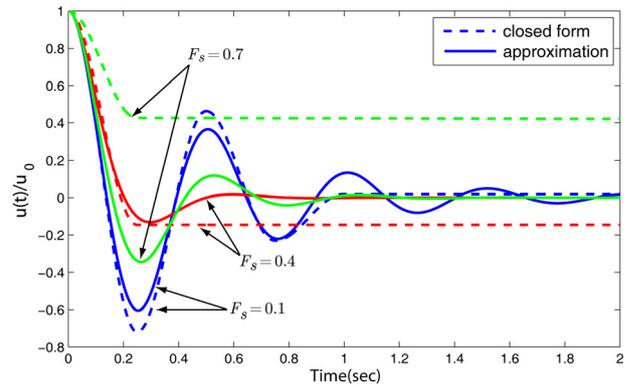


그림 12 F_s 의 변화에 따른 변위응답비 비교

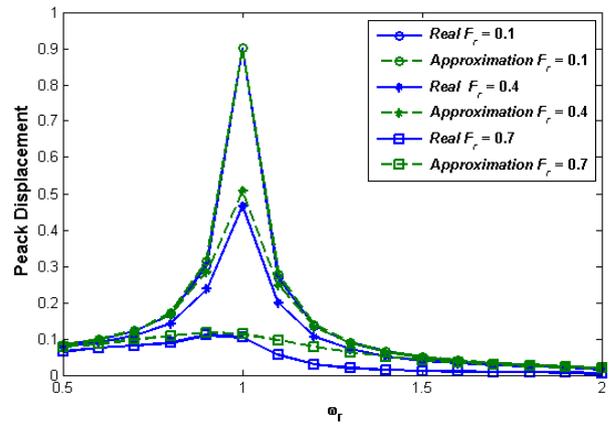


그림 13 고유진동수비 ω_r 변화에 따른 최대변위응답 비교

을 비선형해석의 결과와 비교하여 나타낸 것이다. F_r 이 작을 때는 등가점성감쇠비로 치환하여도 거의 차이가 없음을 알 수 있다. F_r 가 커질수록 등가점성감쇠비에 의한 결과가 크게 나타나나 오차율은 최대 4.8%로 미약하다.

5. 지진해석을 통한 검증

마찰감쇠기는 지진하중에 대하여 변위응답을 효율적으로 줄여주는 감쇠기이다. 제진성능에 대한 효율성은 정희산 등 (2009)에 의해 검증되었다. 본 절에서는 앞서 유도된 등가점성감쇠비가 실제 지진하중을 받았을때의 수치해석을 수행하였다. 마찰감쇠기의 비선형성을 고려한 비선형 해석 결과와 등가점성감쇠비를 사용하였을때의 응답을 비교하여 등가점성감쇠비 유도의 타당성을 입증하였다. 해석에 사용된 건물은 4절과 동일한 파라미터를 갖고 수행하였다.

그림 14는 실제 지진하중인 엘센트로(EI centro) 지진하중에 대하여 $F_r=0.4$ 일 때의 건물의 변위응답을 시간영역으로 나타낸 그림이다. 마찰감쇠기를 설치한 경우의 최대변위 응답이 2.3cm이고, 등가감쇠비를 사용한 경우가 2.44cm이

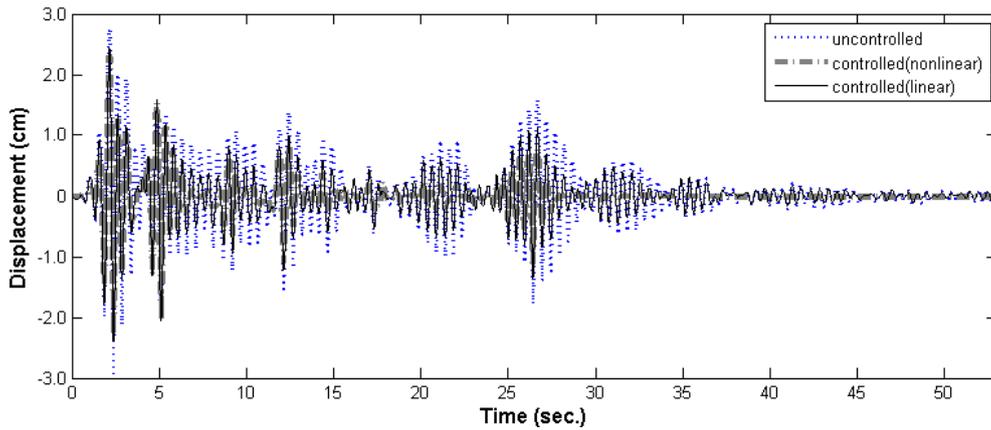


그림 14 El centro 지진하중에 대한 수치해석의 변위응답결과($F_r = 0.4$ 인 경우)

다. 최대변위응답에 있어서 5.56%의 차이가 있다. 잔류변형 응답은 마찰감쇠기를 설치한 경우가 -0.2cm 이고, 등가감쇠비를 사용한 경우가 -0.5cm 로 오차율은 1.5% 정도이다. 같은 방법으로 F_r 이 0.2, 0.6인 경우에 대해서도 해석하면 각각의 최대변위 응답의 오차율은 4.35%, 4.56%로 나타난다. 지진하중에 대해서도 유도된 등가감쇠비를 이용하여 간단하게 설계할 수 있음을 알았다.

6. 결 론

본 연구에서는 마찰감쇠기가 설치된 건물의 비선형운동방정식을 파악하기 쉽도록 자유진동과 조화가진일 때의 등가점성감쇠비를 제시하였다. 우선 마찰감쇠기의 정지와 운동상태를 반복하는 특성에 따라 자유진동일 때와 조화가진일 때의 변위응답과 가속도응답 특성을 살펴보았다. 수치해석을 통해서 각각의 가진 별로 F_s 와 F_r 이 소산에너지의 중요한 변수가 되는 것을 알았다. 또한 F_r 의 변화율과 소산에너지의 변화량이 비례하지 않는 비선형특성이 있다는 것을 알았다.

에너지의 입·출력 및 소산에너지의 관계를 통해 자유진동과 조화가진에서의 각각의 등가점성감쇠비를 구하였다. 제시한 등가점성감쇠비를 검증하기 위해 비선형해석을 통하여 마찰력이 작용한 결과와 등가점성감쇠비를 사용한 결과를 비교하였다. 지진하중에 대한 검증은 통해서도 유효한 범위 안에 있음을 검증하였다.

마찰감쇠기가 $F_r < \pi/4$ 일 때의 범위에 제한되는 단점이 있지만 $\pi/4 < F_r$ 일 때는 감쇠기의 정지상태가 증가해서 외부 에너지를 충분히 소산시킬 수 없다(민경원 등, 2010). 본 연구에서 제시된 등가점성감쇠비를 이용하면 건물의 응답을 예측하고 감쇠기를 설계하는데 있어서 간편하고 쉬운 절차를 제시하는데 일조할 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 주관으로 수행된 과제(No. 2009-0076304)의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 박지훈, 강경수 (2006) 마찰감쇠기-가새 시스템의 확률분포 기반 등가선형화에 관한 실험적 연구, 한국소음진동공학회 논문집, 16(4), pp.394~403.
- 민경원, 성지영 (2010) 단자유도 건물의 지진응답제어를 위한 마찰감쇠기 설계, 한국소음진동공학회 논문집, 20(1), pp.22~28.
- 정희산, 민경원 (2009) 인방보에 마찰형 감쇠기가 설치된 전단벽의 제진효과, 한국전산구조공학회 논문집, 22(1), pp.105~115.
- Liang, J.W. (2005) Identifying Coulomb and Viscous Damping From Free-Vibration Acceleration Decrements, *Journal of Sound and Vibration*, 282, pp.1208~1220.
- Den Hartog, J.P. (1931) Forced Vibrations with Combined Coulomb and Viscous Friction, *Trans. ASME*, 53, pp.107~115.
- Park, J.H., Min, K.W., Chung, L., Lee, S.K., Kim, H.S., Moon, B.W. (2007) Equivalent Linearization of a Friction Damper-Brace System Based on the Probability Distribution of the Extremal Displacement, *Engineering Structures*, 29, pp.1226~1237.
- Feeny, B.F., Liang, J.W. (1996) A decrement Method for the Simultaneous Estimation of Coulomb and

- Viscous Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 195(1), pp.149~154.
- Crandall, S.H., Mark, W.D.** (1973) Random Vibration, Academic Press INC., New York, p.161.
- Chopra, A.K.** (2001) Dynamics of Structures, Prentice-Hall, U.S.A., p.844.
- Rao, S.S.** (1995) Mechanical Vibrations, Addison-Wesley, U.S.A., p.912.
- Westermo, B., Udvardia, F.** (1983) Periodic Response of a Sliding Oscillator System to Harmonic Excitation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 11, pp.135~146.
- Hundal, M.S.** (1979) Response of a Base Excited System with Coulomb Viscous Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 64, pp.371~378.
- Shaw, S.W.** (1986) On the Dynamic Response of a System with Dry Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 108, pp.305~325.
- Lavan, O., Levy, R.** (2006) Optimal Design of Supplemental Viscous Dampers for Linear Framed Structures, *Earthquake Engineering and Structural*, 35(3), pp.337~356.
- Wu, Z., Liu, H., Liu, L., Yuan, D.** (2007) Identification of Nonlinear Viscous Damping and Coulomb Friction from the Free Response Data, *Journal of Sound and Vibration*, 304, pp.407~414.
- 논문접수일 2009년12월19일
 - 논문심사일
1차 2010년 1월 4일
2차 2010년 2월 4일
 - 게재확정일 2010년 2월11일