

# $p$ -수렴 부분층별모델에 의한 일변균열판의 패치재료 및 기하형상에 따른 응력확대계수

## Stress Intensity Factor of Single Edge Cracked Plates Considering Materials and Geometry of Patch by $p$ -Convergent Partial Layerwise Model

안 현 지\*      안 재 석\*\*      우 광 성†  
Ahn, Hyeon-Ji      Ahn, Jaeseok      Woo, Kwang-Sung

### 요 지

이 연구에서는 접착패치보강의 서로 다른 형태 즉, 패치와 접착제의 재료, 크기, 두께 뿐만 아니라 일변보강 또는 양면보강에 따른 일변균열판의 응력감소에 대한 연구가 수행되었다. 수치해석 도구로는  $p$ -수렴 부분층별 모델이 사용되었다. 이 모델의 면내 변위는 구간별 연속인 선형변화로 가정하였고, 두께방향으로의 면외 변위는 일정한 상수로 가정하여 적용하였다. 변위장의 정의는 적분형 르장드르 다항식을 적용하였고, 수치적분은 별도의 외삽법 없이 각 층별의 절점에서 발생하는 적분값을 바로 얻을 수 있는 가우스-로바토 적분법을 사용 하였다. 또, 에너지 방출률법을 사용하여 응력확대계수를 산출 하였다. 수치예제를 통해 제안된 모델의 정확도는 물론이고 접착패치 보강형태에 따라 변화되는 무차원 응력확대계수와 처짐의 향으로 응력감소 효과를 분석하였다.

**핵심용어** :  $p$ -수렴 부분층별 모델, 에너지방출률법, 응력확대계수, 일변균열판

### Abstract

This study investigated that the stress reduction of single edge cracked plates with patch repairs according to different type of patching such as material, size and thickness of patch and adhesive as well as single sided or double sided patches. As a numerical tool, the  $p$ -convergent partial layerwise model has been employed. The proposed model is formulated by assuming piecewise linear variation of in-plane displacement and a constant value of out-of-plane displacements across thickness. The integrals of Legendre polynomials are chosen to define displacement fields and Gauss-Lobatto numerical integration is implemented in order to directly obtain maximum values occurred at the nodal points of each layer without other extrapolation techniques. Also, total strain energy release rate method is adopted to obtain stress intensity factors. Numerical examples are presented not only to demonstrate the stress reduction effect in terms of non-dimensional stress intensity factor and deflection with respect to different type of patch repairs, but also the accuracy of proposed model.

**Keywords** :  $p$ -convergent partial layerwise model; total strain energy release rate method; SIF; single edge cracked plates

## 1. 서 론

균열은 구조물에서 붕괴사고를 초래하는 가장 큰 원인을 제공한다. 또한 균열은 자동차, 항공기 등의 운송수단을 파괴 사고로 이어지게 하는 주범이기도 하다. 일생생활 속에서의

이러한 결함들을 보강하는 것은 국가적인 차원에서의 경제적인 측면과 인명적인 측면으로 매우 중요한 연구이다. 이러한 보강법으로는 볼트체결 보강공법(bolted repair method)과 섬유재료에 의한 접착보강공법(bonded patch method)으로 크게 두 가지가 있다. 볼트체결 보강공법은 새로운 원공

† 책임저자, 정회원 · 영남대학교 건설시스템공학과 교수  
Tel: 053-810-2593 ; Fax: 053-810-4622  
E-mail: kswoo@yu.ac.kr

\* 영남대학교 토목공학과 석사과정

\*\* 영남대학교 공업기술연구소 연구원

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 8월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

(hole)을 생성시킴으로써 그 자체가 재료에 손상을 주며, 또 다른 새로운 균열을 발생시킬 수 있는 여지를 제공하게 된다. 그러므로 보수로 인해 발생하는 무게증가를 최소한으로 줄이고, 하중을 분산시킴으로써 더욱 효율적인 접착공법을 많이 사용한다. 접착제를 사용한 보강법은 균열을 가지고 있는 금속의 구조물의 내구력과 손상된 부분의 내성을 효율적이고 경제적으로 향상시킬 수 있다(Baker 등, 1999; Callinan 등, 1997; Schubbe 등, 1999; Jones 등, 1999). 연구자들은 균열선단에서의 응력확대계수를 줄임으로써, 균열의 진전을 막고자 한다. 서대철 등(2002)은 복합재 패치 접착 수리된 알루미늄 판의 피로균열 진전거동 및 균열에 관한 연구를 하였으며, 이우용 등(2004)은 일면패치 보강 평판의 균열선단 진전거동을 선형파괴역학(LEFM)의 기본 이론을 바탕으로 한 순차적유한요소해석(successive FEM) 기법을 소개하였다. Bouiadjra 등(2007)과 Fekirini 등(2008)은 접착제의 높은 전단강도는 접착패치로 보강된 균열선단의 응력확대계수를 감소시키는 결과를 정량적으로 분석하였다. Madani 등(2008)은 일면패치보강과 양면패치보강에 관한 응력확대계수와 균열열림변위(crack opening displacement)를 두께방향으로의 휨효과가 있는 경우와 없는 경우로 구분하여 해석하였다. Bezzerrouki 등(2008)은 2개 종류의 접착제를 사용한 일면패치와 1개 종류의 접착제를 사용한 양면패치에 관한 응력확대계수 비교를 연구하였다. 이와 같이 패치보강기법에 있어서, 보강재를 양면에 대칭 적용하는 양면패치보강(double-side patch)하는 것이 가장 효율적이라고 알려져 있지만, 실제 적용 시에 손상된 부재의 한 쪽 면만 접근 가능한 경우에는 일면패치보강(single-side patch)이 이루어질 수밖에 없다. 하지만, 이와 같은 비대칭 패치보강의 경우 부재의 중립축이 이동하게 되어, 보강 전의 모재가 휨부재가 아닌 경우에도 이러한 패치보강에 의하여 면외 휨효과(out-of-plane bending effect)가 발생되어, 대칭 패치보강의 경우와 비교할 때 보강효율이 매우 저하된다고 보고되고 있다(Ting 등, 1999; Umamaheswar 등, 1999). 이러한 휨거동으로 인해 두께 방향으로 면내응력분포(in-plane stress)가 일정하지 않게 되고, 이러한 현상은 결국에는 두께방향으로 일정하지 않은 응력확대계수를 유발하게 되어 부재의 거동이 상당히 복잡해질 수밖에 없다.

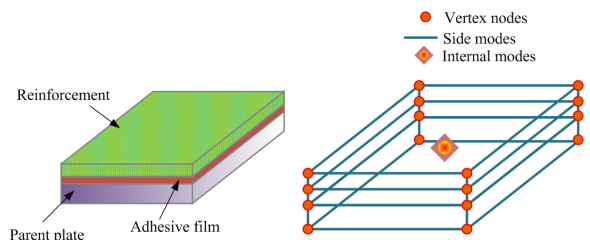
이 연구에서는 일반균열(single-edged crack)을 갖는 접착패치로 보강된 알루미늄판을 해석하고자 한다. 일면패치의 경우 면외 휨효과를 고려하여 두께방향으로의 처짐 및 응력확대계수 변화를 접착제와 패치의 두께, 재료 및 기하형상에 따라 분석하였다. 아울러, 양면패치보강과 일면패치보강의 보강효과에 대한 분석도 수행되었다. 이를 위해 안재석, 우광성

(2009)이 제안한 부분-선형 층별 모델에 기초한 저매개변수 요소를 이용하여 일면패치 보강된 알루미늄 평판 문제에 적용하였다. 제안된 p-수렴 부분층별 모델은 패치 보강된 알루미늄 평판의 모델링을 단순화시킬 뿐만 아니라, 해의 정확성이 보장되면서, 일반적인 3차원 고체 요소와 비교하여, 계산량이 훨씬 감소하는 장점을 가지고 있다. 변위 함수는 적분형 르장드르 형상함수가 사용되고 계층적 성질을 갖는다. 응력확대계수 산정을 위해 변형에너지 방출률법(SERR; strain energy release rate method)사용되었으며, 수치적분은 가우스-로바토(Gauss-Lobatto) 적분이 채택되어 가우스적분점이 아니라 실제 절점에서 응력값이 산정되도록 하였다.

## 2. 적층 시스템을 위한 부분층별 요소

그림 1(a)은 알루미늄 평판의 패치 보강된 부분의 실제 형상을 나타내고 있으며, 그림 1(b)은 p-수렴 부분층별 요소를 사용한 유한요소 모델을 나타내고 있다. 현재 고려되는 부분층별 요소는 면내 변위장에 대해서는 일반적인 3차원 고체요소와 같이 손상모재, 접착제, 그리고, 패치재료에 대하여 개별적으로 각각 적용이 되고, 면외 변위장에 대해서는 등가 단층이론(Reddy, 2004)이 적용이 된다. 이와 같은 모델의 장점은 유한 요소 모델링 시에는 일반적인 3차원 고체요소와 같이 모델링이 가능하면서도, 3차원 고체 요소에 비하여 자유도를 좀 더 효율적으로 사용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 또한 면내 변위에 대해서 두께 방향으로의 1차원 형상함수 차수는 평면에서의 2차원 형상함수의 차수와 독립적인 관계를 가지며, 본 연구에서는 계산의 효율성을 위해서 두께 방향에 대한 면내 거동은 선형으로 가정을 한다. 이와 같은 패치 보강된 적층 시스템의 임의의  $i$ 층에서의 변위장은 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} u^i(x,y,z) \\ v^i(x,y,z) \\ w^i(x,y,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_k^{iB} S_k L_1 + u_k^{iT} S_k L_2 \\ v_k^{iB} S_k L_1 + v_k^{iT} S_k L_2 \\ w_k^i S_k \end{Bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$



(a) 실제형상 (b) 유한요소 모델  
그림 1 패치 보강된 알루미늄 적층 시스템을 위한 p-수렴 부분층별 모델

여기서, 아래첨자  $k$ 는 아인슈타인의 합의 규약이 적용되고,  $x, y, z$ 는 전체좌표계의 위치를 나타내며, 위첨자  $B$ 와  $T$ 는 임의의  $i$ 층에서의 아랫면과 윗면을 나타낸다.  $L$ 과  $S$ 는 1차원과 2차원에 대한 각각의 형상 함수를 의미한다. 1차원 형상함수는 꼭지점 모드와 주변 모드로 구성되어 있다. 자연좌표계내의 독립변수  $\xi$ 에 대한 꼭지점 모드에 대한 식은 다음과 같다.

$$L_1(\xi) = \frac{1-\xi}{2}; \quad L_2(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \quad (2)$$

주변 모드는 형상함수 차수( $p$ )에 따라 주변 모드의 개수가 결정되며, 임의의 차수  $p$ 에서의 독립변수  $\xi$ 에 대한 주변 모드의 정의는 식 (3)과 같다.

$$L_{p+1}(\xi) = \sqrt{\frac{2p-1}{2}} \int_{-1}^{\xi} \frac{1}{2^{p-1}(p-1)!} \frac{d^{p-1}}{dr^{p-1}} (r^2-1)^{p-1} dr$$

$$p = 2, 3, 4, \dots \quad (3)$$

2차원 형상함수는 1차원 형상함수로부터 전개된다. 2차원 형상함수는 꼭지점 모드, 주변 모드, 및 내부 모드로 구성이 되며, 하나의 요소 내의 주변 모드 및 내부 모드의 총 개수는 형상함수의 차수에 따라 결정이 된다. 사변형 요소의 4개의 꼭지점 모드는 선형 Lagrange 함수와 동일하며,  $p \geq 2$ 인 경우, 4개의 주변 모드에 대한 임의의 최고차항  $p$ 에 대해서는 식 (4)와 같다.

$$S_j^1(\xi, \eta) = L_1(\eta)L_{j+1}(\xi)$$

$$S_j^2(\xi, \eta) = L_2(\xi)L_{j+1}(\eta)$$

$$S_j^3(\xi, \eta) = L_2(\eta)L_{j+1}(\xi)$$

$$S_j^4(\xi, \eta) = L_1(\xi)L_{j+1}(\eta)$$

$$2 \leq j \leq p(4)$$

또한, 최고차항의 차수  $p$ 가 4차 이상인 경우에는 내부 모드가 발생되며, 내부모드  $S_I$ 에 관한 사항은 식 (5)와 같다.

$$\alpha + \beta = p + 2 \quad \alpha, \beta = 3, 4, 5, \dots$$

$$S_I = L_\alpha(\xi)L_\beta(\eta) \quad (5)$$

식 (1)에서 보이는 바와 같이 면외변위(처짐)에 대해서는 등가단층이론이 적용되어지기 때문에 평면응력(plane stress) 가정이 적용되어지며, 직교이방성을 고려하여 3개의 독립적인

주평면 (1,2,3)에서의 변형률에 대한 전체좌표계( $x, y, z$ )에서의 임의의 재료  $l$ 에서의 응력-변형률 관계는 식 (6)과 같다.

$$[\sigma]_{x,y,z} = [X]^T [D]^l [X] [\epsilon]_{1,2,3} \quad (6)$$

여기서, 응력장  $[\sigma]$  및 변형률장  $[\epsilon]$ 은 다음 식 (7)과 같다.

$$[\sigma]_{x,y,z} = \langle \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz} \rangle^T$$

$$[\epsilon]_{1,2,3} = \langle \epsilon_{11} \quad \epsilon_{22} \quad \gamma_{12} \quad \gamma_{13} \quad \gamma_{23} \rangle^T = [B] \langle \delta \rangle^T \quad (7)$$

$[B]$ 는 변형률 행렬을 나타내,  $\langle \delta \rangle$ 은 모드 변수를 나타낸다. 식 (6)에서 강성행렬  $[D]^l$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$[D]^l = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$a_{11} = \frac{E_1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}; \quad a_{22} = \frac{E_2}{1-\mu_{12}\mu_{21}}; \quad a_{12} = \frac{E_2\mu_{12}}{1-\mu_{12}\mu_{21}};$$

$$a_{33} = G_{12}; \quad a_{44} = G_{13}; \quad a_{55} = G_{23} \quad (9)$$

식 (6)에서  $X$ 는 전체좌표계에 평면( $x, y$ )에 대한 재료의 주평면(1,2)의 회전  $\theta$ 에 대한 좌표변환행렬을 나타내며, 식 (10)과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

두께방향으로  $n$ 개의 재료가 존재하는 경우, 변형률 에너지는 다음 식 (11)과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{V^i} \{\epsilon^i\}^T X^T [D] X \{\epsilon^i\} dV \quad (11)$$

여기서,  $\{\epsilon^i\}$ 는 2차원 평면응력 변형률 벡터로서 식 (1)에서 정의 내려진 가정으로부터, 식 (12)와 같이 쓸 수 있다.

$$\{\epsilon^i\} = [B] \{u_k^i, v_k^i, w_k^i\} \quad (12)$$

식 (11)과 (12)로 부터  $i$ 번째 층의 강성행렬은 식 (13)

과 같다.

$$K^i = \int_V B^T X^T \bar{D} X B dV \quad (13)$$

### 3. 수치해석 예제

인장력 ( $\sigma=58.33\text{MPa}$ )을 받는 패치로 보강된 일변균열을 가지는 알루미늄판( $H_p=100\text{mm}$ ,  $W_p=40\text{mm}$ ,  $t_p=1.5\text{mm}$ )이 그림 2에 나타나 있다. 여기서,  $a$ 는 균열 길이를 나타내며, 알루미늄 부재의 탄성계수  $E$ 는  $70\text{GPa}$ , 포아슨 비  $\nu$ 는  $0.32$ 이다. 패치형상은 정사각형으로 고정하였다. 표 1과 표 2는 복합재료 패치 및 접착제의 크기와 재료 물성치를 나타내고 있다. 대칭성을 고려하여 유한요소해석은 1/2모델을 적용하였으며, 그림 3과 같이 3차원 적층모델을 하였다. 균열 이외의 이질적인 재료의 계면에서는 변위의 연속성을 가지도록 하였다. 또한 모재의 균열을 가지는 부분에서 두께 방향에 관해서 모재를 포함한 접착제 부분까지는 불연속인 조건을 부여하였다. 패치부분과 접착제 부분은 각각 4개의 요소를 사용하였으며, 알루미늄 평판인 모재부분은 16개의 요소를 사용하여, 총 24개의 요소를 사용하였다.

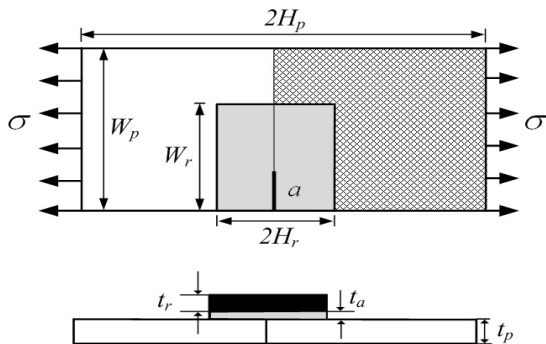


그림 2 일면패치 보강된 알루미늄 평판의 기하형상

표 1 패치 및 접착제의 제원 (단위: mm)

Materials	$W_r$	$H_r$	두께
Adhesive film	26	13	0.2
Glass-epoxy	26	13	1.4

표 2 패치 및 접착제의 재료 물성치 (단위: GPa)

Materials	$E_1$	$E_2, E_3$	$\nu_{12}, \nu_{13}$	$\nu_{23}$	$G_{12}, G_{13}$	$G_{23}$
Glass-epoxy	38.6	8.27	0.168	0.035	4.14	3.14
Boron-epoxy	208.1	25.44	0.168	0.035	7.24	4.94
Adhesive film	2.2	-	0.320	-	-	-

응력확대계수를 구하기 위해서 앞에서 언급한 바와 같이 변형에너지 방출률법(SERR)을 이용하여 응력확대계수를 산정하였다. 그림 3과 같은 일면패치 보강판의 경우 인장력을 받더라도 면외회효과에 의해 처짐이 발생됨과 동시에 두께방향으로의 응력확대계수는 달라진다(안재석 등, 2009; 우광성 등, 2009). 그러나 표 3에서는 층별로 응력확대계수를 산정하지 않고 모든 요소를 고려한 총변형에너지 방출률로부터 계산한 평균 응력확대계수( $K_{avg}$ )를  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 나눈 무차원 응력확대계수를 갖고 참고문헌(Umamaheswarar 등, 1999)에서 산정된 값과 비교하였다. 참고문헌은 h-세분화 기법에 기초한 3차원 8절점 고체요소로의 결과로부터 동일한 변형에너지 방출률법을 이용한 평균 응력확대계수를 나타내고 있다. 한편, 제안된 p-수렴 부분층별모델은 p-차수증가에 따른 수렴성 조사 결과 p=5로 고정하여 유한요소해석을 수행하였다. 기존의 3차원 고체요소에 비해 자유도수를 크게 줄일 수

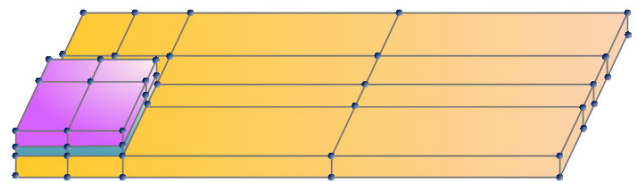


그림 3 1/2로 모델링된 p-수렴 부분층별 유한요소망

표 3 균열길이  $a=15\text{mm}$  일 때의 자유도 및 응력확대계수 비교

해석모델	자유도	무차원 응력확대계수
참고문헌 (3차원 고체요소)	40,176	0.8537
제안모델 (p-수렴 부분층별요소)	p=3	608
	p=4	938
	p=5	1,364
	p=6	1,886

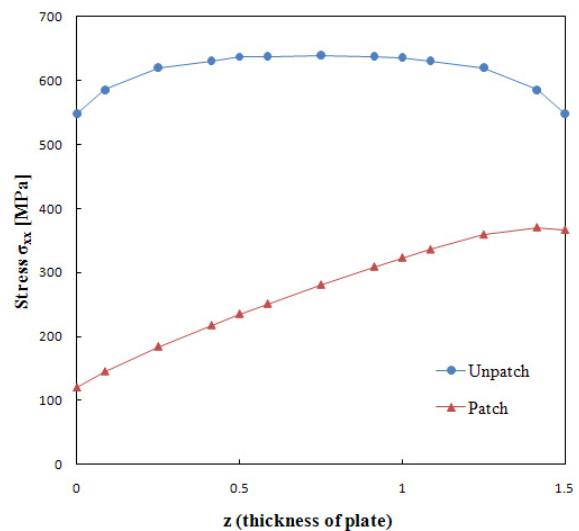


그림 4 일면패치보강 전·후 두께방향으로의 인장응력  $\sigma_{xx}$  분포

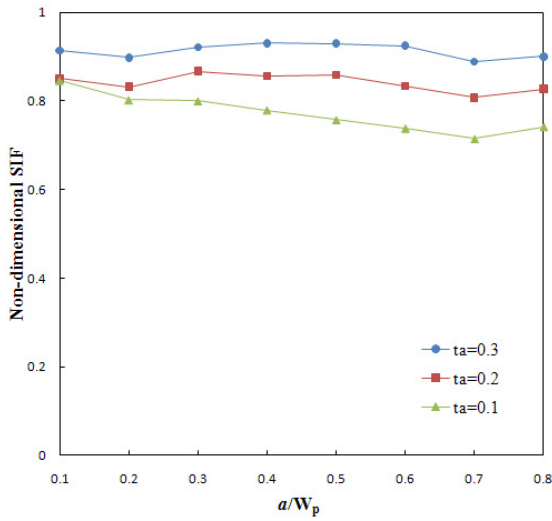


그림 5 접착제두께 변화에 따른 응력확대계수

있었던 가장 큰 이유는 참고문헌의 경우 안정된 해를 얻기 위해 요소의 변장비(aspect ratio)를 1:7이하로 제한한 반면, 제안모델의 경우 변장비는 최대 1:90까지 사용하였기 때문이다. 이로부터 제안모델의 요소의 강건성 또는 통용성(robustness)을 입증할 수 있었다(Woo, 1993; 우광성 등, 2009).

그림 4는 일면패치로 보강하기전과 보강후의 두께방향(z-방향; 단위 mm)으로 균열선단에서의 인장응력  $\sigma_{xx}$ 를 나타낸 것이다. 접착제와 평판모재의 계면(z=0)은 패치의 효과가 가장 강하게 작용하여 응력값이 가장 작게 나타나게 되고, 평판모재의 아랫면(z=1.5)으로 갈수록 패치의 영향이 작게 미치므로 응력값은 커지는 양상을 나타낸다. 한편, 평판의 중간면(z=0.75)에서 인장응력  $\sigma_{xx}$ 는 패치보강이 없을 경우에 비하여, 패치보강 후 약 56%의 응력감소 효과가 있는 것으로 나타났다. 그림 4를 통하여 일면패치 보강된 평판의 두께방향 거동은, 한쪽 방향에만 보강된 패치의 영향으로 인하여 두께방향에 따라 서로 다른 거동을 한다는 것을 잘 보여주고 있다.

그림 5는 접착제 두께별로 균열진전에 대한 무차원 응력 확대계수의 변화를 나타내고 있다. 이 때 패치는 표 1과 2에 나타낸 Glass-epoxy가 사용되었으며, 패치크기는 표 1과 같이 고정하였다. 단지 접착제 두께의 영향을 살펴보기 위하여 접착제두께를 다음과 같이  $t_a=0.1\text{mm}$ ,  $t_a=0.2\text{mm}$ ,  $t_a=0.3\text{mm}$  세 가지 경우에 관하여 해석하여 보았다. 여기서, 평균 응력확대계수( $K_{avg}$ )를  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 나눈 무차원 응력 확대계수가 사용되었다. 그림 5에서 보이는 바와 같이 접착제의 두께가 두꺼워 질수록 응력확대계수 값이 크게 나타나고 있으며, 같은 접착제 두께에 관해서는 균열의 크기에 크

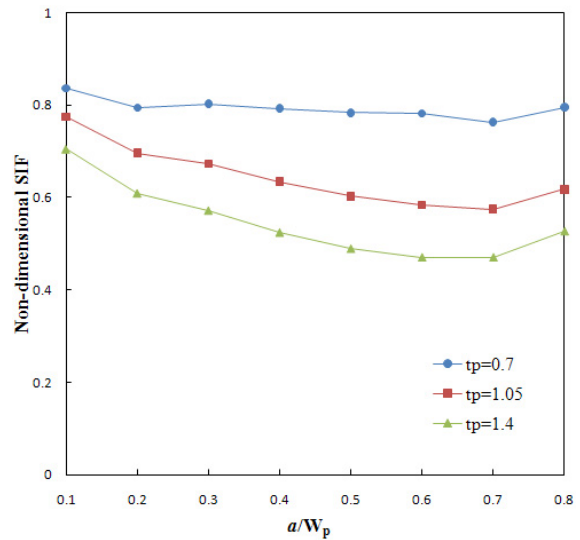


그림 6 패치두께 변화에 따른 응력확대계수

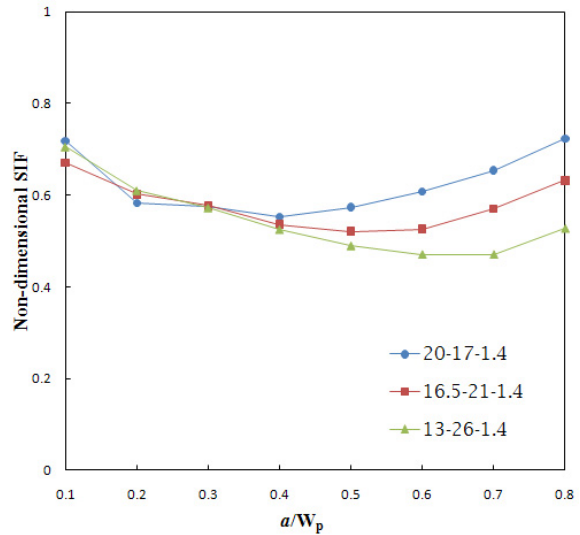


그림 7 패치크기 변화에 따른 응력확대계수

게 영향을 받지 않고 있음을 확인할 수 있다. 접착제 두께의 변화에 대해서 접착제가 두꺼워질수록 패치부분의 중립축이동 현상이 크게 유발하게 되어, 평판에는 더욱 큰 휨 현상이 발생되게 된다. 따라서 외부하중에 의한 면내력 뿐만 아니라 추가적인 휨이 균열선단에 작용하게 되어 응력확대계수 값에 영향을 미치고 있음을 확인할 수 있다.

그림 6은 접착제의 두께는 0.2mm로 고정시키고, 단지 패치 두께만을  $t_p=0.7\text{mm}$ ,  $t_p=1.05\text{mm}$ ,  $t_p=1.4\text{mm}$ 로 0.35mm씩 증가시킴에 따른 응력확대계수의 변화를 나타내었다. 앞서 언급한 접착제 두께와 달리 패치의 두께가 두꺼워질수록 패치의 보강효과는 강해지기 때문에 평판은 더욱 안정된 상태를 이루게 된다. 즉 접착제의 두께가 두꺼워짐에 따라 중립축의 이동현상이 발생하는 것과 같이, 패치의 경우에는 그와 같은 현상

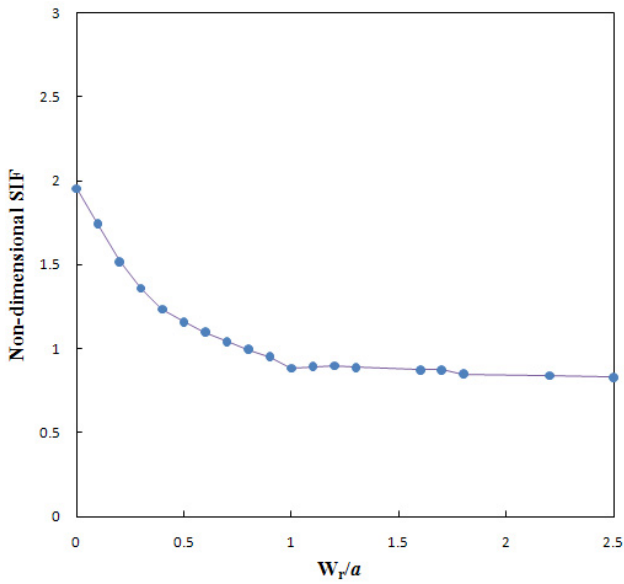


그림 8 균열길이 15mm 일 때 패치크기 증가에 따른 응력확대계수

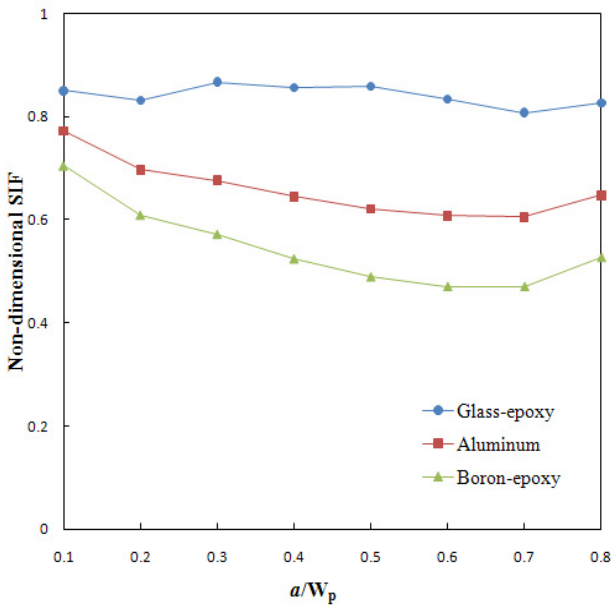


그림 9 패치 재료의 종류에 따른 응력확대계수

으로 인해 면의 휨의 발생이 더 커질 수 있지만, 휨 발생으로 인한 응력확대계수 값의 증가보다 보강효과에 의한 응력확대계수 값의 감소가 더 커지기 때문에 그림 6과 같이 패치의 두께가 두꺼워 질수록 응력확대계수 값은 작아지게 된다. 추가적으로 그림 5와 그림 6에서 균열의 길이와 패치길이와 같게 되는 시점인  $a/W_p = 0.65$  (또는  $a/W_r = 1.0$ )를 넘게 되면 응력확대계수 값이 조금 상승하고 있음을 보여주고 있다.

그림 7은 크기가 서로 다른 3가지 패치를 갖고 패치크기를 변화시켰을 때 균열진전에 따른 응력확대계수의 변화를 분석한 것이다. 즉,  $H_r = 20\text{mm}$ ,  $W_r = 17\text{mm}$ ,  $t_p = 1.4\text{mm}$

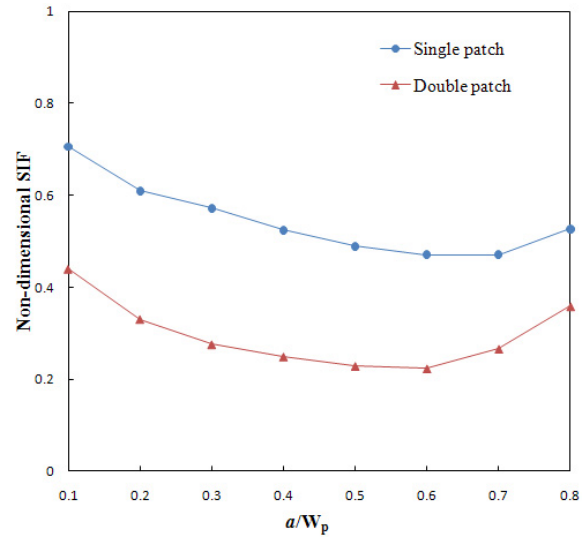


그림 10 일면패치와 양면패치의 경우 균열진전에 따른 응력확대계수

인 패치,  $H_r = 16.5\text{mm}$ ,  $W_r = 21\text{mm}$ ,  $t_p = 1.4\text{mm}$ 인 패치와  $H_r = 13\text{mm}$ ,  $W_r = 26\text{mm}$ ,  $t_p = 1.4\text{mm}$ 인 패치로 3가지 형태의 패치크기로 가정하였다. 균열길이가 짧은 경우에는 패치의 크기에 대한 영향이 거의 없음을 나타내고 있으나, 반면에 균열길이가 커질수록 패치의 크기에 영향을 받고 있음을 확인할 수 있다. 그래서 균열 길이가  $a/W_p = 0.4$  이상인 경우에는 균열진행 방향에 대하여 수직방향으로 길이를 길게 고려하는 것 보다, 균열진행 방향으로 길이를 좀 더 길게 고려하는 것이 더욱 효과적이라는 것을 보여주고 있다.

그림 8은 균열길이  $a = 15\text{mm}$ 로 고정하고 균열 진행방향으로의 패치폭  $W_r$ 을 증가시키기에 따른 영향을 알아보기 위한 그래프이다. 패치가 없는 경우( $W_r/a = 0.0$ )에는 무차원 응력확대계수 값이 약 2.0 근처에 있으며, 패치의 크기를 점점 늘림으로써, 응력확대계수 값이 감소됨을 알 수 있다. 따라서 패치의 길이가 균열 길이와 거의 비슷한 곳( $W_r/a = 1.0$ )에서 부터는 패치폭을 증가시키도 응력확대계수 값이 더 이상 감소되지 않고 일정함을 보이고 있다.

그림 9에는 패치재료에 따른 응력확대계수 값의 영향을 보이고 있다. 각각의 탄성계수  $E$ 는 Boron-epoxy의 경우 208.1 GPa, Aluminum은 70GPa, Glass-epoxy가 38.6GPa로서 탄성계수가 가장 높은 패치재료인 Boron-epoxy에서 패치 보강효과가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

그림 10에서는 일면패치(single-sided patch)와 양면패치(double-sided patch)의 거동을 비교하여 보았다. 양면패치는 일면패치 경우의 패치두께를 1/2씩 나누어, 양쪽 면으로 접착하였다. 그림 10의 전체적인 거동을 보았을 때, 양면패치가 일면패치보다 더욱 효과적인 패치방법 이라는 것을

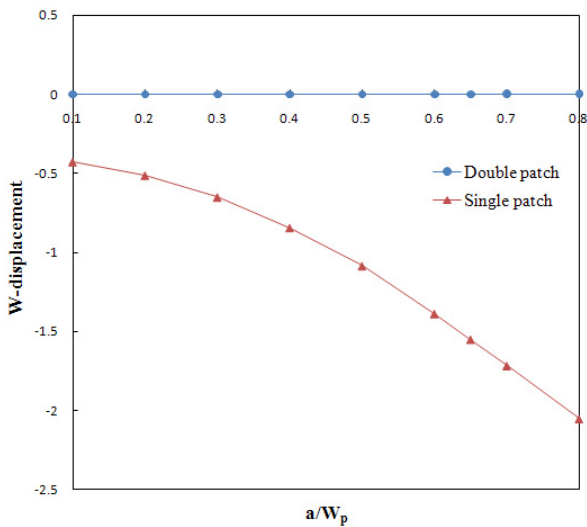


그림 11 일면패치와 양면패치의 처짐비교

알 수 있다.  $a/W_p=0.4$  일 경우, 양면패치는 일면패치 해석 값에 비하여 최대 52.5%의 응력확대계수를 더 감소시키는 효과를 나타내었다. 균열길이  $a$ 가 패치폭  $W_r$ 와 같게 되는 시점인  $a/W_p=0.65$ (또는  $a/W_r=1.0$ )보다 균열이 더 진전한 경우, 알루미늄의 응력확대계수 값이 증가하는 경향을 보이고 있다. 그림 11은 알루미늄 평판모재 하단부에서의 최대 처짐이 균열진전에 따라 도시되었다. 양면패치의 경우는 평판의 중립면을 중심으로 상하 대칭이므로 면내거동만이 발생되는 이유로 처짐은 발생되지 않는다. 반면에, 비대칭 패치보강인 일면패치의 경우 부재의 중립축이 이동하게 되어, 보강전의 모재가 휨 부재가 아닌 경우에도 이러한 패치보강에 의하여 면외 휨효과(out-of-plane bending effect)가 발생되어, 대칭 패치보강의 경우와 비교할 때 보강효율이 매우 저하됨을 알 수 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 일변균열(single-edged crack)을 갖는 접착패치 보강판 해석을 위해 고전적 층별 분리이론(layerwise theory)에 기초를 둔  $p$ -수렴 부분층별 모델이 제안되었다. 기존의 3차원 고체요소를 사용한 것보다 동일한 수준의 정확도를 얻기 위해 훨씬 적은 수의 요소 및 자유도가 사용됨을 알 수 있었으며 또한, 해석결과를 통해 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 일면패치의 경우 두께방향으로 면외 휨효과가 입증되었으며, 두께방향으로의 응력확대계수도 참고문헌값과 비교하여 해의 정확도와 모델링의 유효성을 확인하였다. 즉, 일변균열을 지닌 알루미늄 평판에 패치 보강 후, 일면패치의

효과로 균열선단에서 두께방향으로의 인장응력  $\sigma_{xx}$  값이 다르게 분포하는 것을 보였다.

둘째, 패치 보강효과에 대한 요인으로 접착제의 두께, 패치두께, 패치길이, 패치종류에 대한 다양한 거동에 대해서도 알아보았다. 접착제의 두께는 얇을수록, 패치두께는 두꺼울수록 그 효과는 크게 나타났다. 또한 균열진행 방향에 대하여 수직방향으로 길이를 길게 고려하는 것 보다, 균열진행 방향으로 길이를 좀 더 길게 고려하는 것이 패치 효과가 더욱 효율적이라는 사실을 알 수 있었다. 패치의 강성도가 높을수록 패치효과는 크게 작용하였다.

셋째, 양면패치와 일면패치의 비교에서  $a/W_p=0.4$ 일 경우, 일면패치에 비해 양면패치는 응력확대계수 값을 최대 52.5%를 더 줄여주는 효과를 보였다. 그러므로 같은 두께의 패치로 효율적인 패치효과를 기대한다면, 양면패치를 사용하는 것이 경제적이면서 효과적인 방법이라 하겠다. 또한 대칭형상인 양면패치와 비대칭형상인 일면패치의 최대처짐 비교를 통해 볼 때, 양면패치의 경우 처짐이 발생되지 않는 반면, 일면패치의 경우 면외 휨효과로 인한 처짐현상을 한눈에 알아 볼 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구(No.2009-0066753)이므로, 귀 재단에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

서대철 (2002) 복합재 패치 접착 수리된 알루미늄 판의 피로 균열 진전거동 및 균열감시, 한국과학기술원 박사학위논문, pp.1~144.

안재석, 우광성 (2009) 직교이방성 적층구조 해석을 위한 부분-선형 층별이론에 기초한 저매개변수요소, 한국전산구조공학회 논문집, 22(2), pp.189~196.

우광성 (1992) 적분형 르장드르 함수에 의한 계층요소의 통용성, 대한토목학회 논문집, 12(1), pp.43~50.

우광성, 양승호, 안재석, 신영식 (2009)  $p$ -수렴 완전층별모델에 의한 일면패치로 보강된 원공 적층판의 휨효과, 한국전산구조공학회 논문집, 22(5), pp.464~474.

이우용, 이정주 (2004) 복합재 패치 보강 평판의 균열선단 진전거동 해석, 한국복합재료학회, 17(4), pp.67~73.

Baker, A. (1999) Bonded Composite Repair of Fatigue-Cracked Primary Aircraft Structure, *Composite Structures*, 47, pp.431~443.

- Bezzerrouki, M., Bouiadjra, B.B., Ouinas, D.** (2008) SIF for Cracks Repaired with Single Composite Patch Having Two Adhesive Bands and Double Symmetric one in Aircraft Structures, *Computational Materials Science*, 44(2), pp.542~546.
- Bouiadjra, B.B., Fekirini, H., Serier, B., Benguediab, M.** (2007) Numerical Analysis of the Beneficial Effect of the Double Symmetric Patch Repair Compared to Single One in Aircraft Structures, *Computational Materials Science*, 38(4), pp.824~829.
- Callinan, R.J., Galea, S.C., Sanderson, S.** (1997) Finite Element Analysis of Bonded Repairs to Edge Cracks in Panels Subjected to Acoustic Excitation, *Composite Structures*, 38, pp.649~660.
- Fekirini, H., Bouiadjra, B.B., Belhouari, M., Boutabout, B., Serier, B.** (2008) Numerical Analysis of the Performances of Bonded Composite Repair with Two Adhesive Bands in Aircraft Structures, *Composite Structures*, 82(1), pp.84~89.
- Jones, R., Chiu, W.K.** (1999) Composite Repairs to Cracks in Thick Metallic Components, *Composite Structures*, 44(1), pp.17~29.
- Madani, K., Touzain, S., Feaugas, X., Benguediab, M., Ratwani, M.** (2008) Numerical Analysis for the Determination of the Stress Intensity Factors and Crack Opening Displacements in Plates Repaired with Single and Double Composite Patches, *Computational Materials Science*, 42(3), pp.385~393.
- Reddy, J.N.** (2003) *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis*, CRC Press, p.856.
- Schubbe, J.J., Mall, S.** (1999) Modeling of Cracked Thick Metallic Structure with Bonded Composite Patch Repair using Three-Layer Technique, *Composite Structures*, 45(3), pp.185~193.
- Ting, T., Jones, R., Chiu, W.K., Marshall, I.H., Greer, J.M.** (1999) Composite Repairs to rib Stiffened Panels, *Composite Structures*, 47, pp.737~743.
- Umamaheswar, T.V.R.S., Singh, R.** (1999) Modelling of a Patch Repair to a Thin Cracked Sheet, *Engineering Fracture Mechanics*, 62, pp.267~289.
- Woo, K.S.** (1993) A Robustness of Hierarchic Element Formulated by Integrals of Legendre Polynomial, *Computers & Structures*, 49(3), pp.421~426.
- 논문접수일 2009년12월 3일
  - 논문심사일 2009년12월 9일
  - 게재확정일 2010년 1월11일