

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.38.7.684

순간 및 연속 추력을 이용한 지구-달 최적 전이궤도 설계에 관한 연구

노태수*, 전경언**

A Study on Optimal Earth-Moon Transfer Orbit Design Using Mixed Impulsive and Continuous Thrust

Tae Soo No* and Gyeong Eon Jeon**

ABSTRACT

Based on the planar restricted three body problem formulation, optimized trajectories for the Earth-Moon transfer are obtained. Mixed impulsive and continuous thrust are assumed to be used, respectively, during the Earth departure and Earth-Moon transfer/Moon capture phases. The continuous, dynamic trajectory optimization problem is reformulated in the form of discrete optimization problem by using the method of direct transcription and collocation, and then is solved using the nonlinear programming software. Representative results show that the shape of optimized trajectory near the Earth departure and the Moon capture phases is dependent upon the relative weight between the impulsive and the continuous thrust.

초 록

본 논문에서는 지구-달 전이를 위한 최적 궤도 설계에 관한 연구를 수행하였다. 지구와 달의 인력을 동시에 고려한 평면상 제한 3체 궤도 운동 모델을 바탕으로 지구 출발시에는 순간 추력을, 지구-달 전이 과정 및 달 임무궤도 투입시에는 연속 추력을 사용하는 혼합형 궤도전이 방법을 제시하였다. 최적화 풀이 방법으로서 Direct Transcription 및 Collocation을 이용한 비선형 프로그래밍 기법을 적용하였으며, 지구 출발 및 달 임무궤도 투입 궤적의 형상은 순간 추력의 연속 추력에 대한 상대 가중치 및 비행시간에 의하여 매우 달라질 수 있음을 파악하였다.

Key Words : Earth-Moon Transfer Orbit(지구-달 전이궤도), Impulsive Thrust(순간 추력), Continuous Thrust(연속 추력), Restricted Three Body Problem(제한 3체 문제), Optimization(최적화)

1. 서 론

인류 최초로 달 탐사는 1958년 10월 12일에

† 2010년 4월 12일 접수 ~ 2010년 6월 20일 심사완료

* 정희원, 전북대학교 항공우주공학과

교신저자, E-mail : rotthee@chonbuk.ac.kr

전북 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14

** 정희원, 전북대학교 항공우주공학과 대학원

발사된 미국의 Pioneer 1호에 의해 시작되었으나 실질적 달 탐사의 시작은 이듬해 1959년 1월 2일 구소련이 발사한 Luna 1호부터 시작되었다고 말할 수 있다. 당시 미국과 구소련은 자국의 우월성과 국력과시를 위해 경쟁적으로 달 탐사에 뛰어들었다. 하지만, 제 2의 우주경쟁시대라고 불리는 최근의 달 탐사는 자원개발과 첨단 기술 개발 과정에서 얻을 수 있는 기술적, 경제적 이점 등

을 목적으로 개발이 진행되고 있다. 또한, 과거 미국과 구소련에 의해 주도되었던 달 탐사는 유럽, 중국, 일본, 인도 등의 합류로 달 탐사에 대한 국제적인 관심이 더욱 고조되고 있다.

각국의 대표적인 달 탐사 위성을 살펴보면 미국의 경량화된 소형 Clementine 탐사선과 크기는 작고, 단순하지만 고 신뢰성을 갖고 회전안정화 제어방식을 이용하는 Lunar Prospector 탐사선이 있다. 유럽은 추력기의 첨단 기술이라 할 수 있는 저추력(Low Thrust) 엔진을 탑재한 SMART-1 탐사선을 성공적으로 발사, 운영하였고, 일본은 1990년대 첫 달 탐사 위성인 Hiten을 발사하였으나 실패를 하였다. 그러나 이때의 경험을 통해 얻은 달 탐사 임무 운영 능력을 바탕으로 SELENE 탐사선을 성공적으로 운영한 바 있다. 중국은 2007년 10월에 Chang'E-1 달 탐사선을 성공적으로 발사하였고 인도 역시 2008년 10월 22일에 Chandrayaan-1호 발사에 성공하였다. 그리고 러시아도 2012년에 발사를 목표로 개발 중인 Luna-Glob 탐사선이 있다. 우리나라 또한 2020년 달 탐사를 목표로 한국형 우주 발사체(KSLV-II) 개발에 매진하고 있는 실정이다[1,2].

달 탐사에 있어서, 지구-달 전이(Earth-Moon Transfer)에 필요한 추력 시스템 및 전이 궤도(Transfer Orbit)의 설계가 먼저 이루어진다. 이를 위하여 달 탐사 위성은 먼저 지구-달 전이 궤도에 투입(Translunar Orbit Injection)되고, 중간순항 비행중 궤도 조정을 위한 기동(Trajectory Correction Maneuver)을 수행하며, 그리고 달 도착 후 최종 임무 궤도에 투입하기 위한 달 궤도 투입 기동(Lunar Orbit Injection)이 순차적으로 진행된다[3]. 물론 이러한 일련의 기동 가능성은 우주 발사체 로켓과 위성 탑재 로켓의 종류(예를 들어 고체 vs. 액체 로켓)에 의하여 결정된다.

지구-달 전이궤도 설계에 있어서, 가장 기본은 궤도 운동 모델의 선정이다. 지구-달 전이궤도를 운행하는 위성(또는 탐사선)의 경우에는 지구 및 달의 인력의 상대적 크기가 위성의 위치에 따라 결정되므로 각각의 인력권(Sphere of Influence)을 고려하여, 지구 부근에서는 지구 중심 2체 궤도 운동을, 달 부근에서는 달 중심 2체 궤도 운동을 이용하고, 그 경계점에서 위성의 위치 및 속도를 Matching하는 소위 Patched Conic 방법을 사용한다. 이는 잘 알려진 Kepler 2체 궤도 운동 법칙을 이용하기 위한 근사적 방법으로 전이궤도 설계의 초기 단계에 사용된다[4,5].

최근 대부분의 궤도 설계는 초기 단계에서부터 지구 및 달의 인력을 동시에 고려하는 3체 궤도 운동 모델을(Three Body Problem)이용한다. 그러나 2체 궤도 운동과는 달리 달의 해가 존재하지 않으므로, 주로 수치적인 방법과 결합하여 사용되며 본 논문에서도 이를 적용하고자 한다.

앞서 언급한 궤도 모델링 외에 필수적으로 고려해야 하는 사항은 발사체(로켓)의 특성이다. 일반적으로 고체 로켓은 연소 추력의 크기나 연소 시간을 제어할 수 없는 반면에 액체 로켓은 가능한 것으로 알려져 있다. 이러한 고체 및 액체 로켓의 조합으로 가장 손쉽게 가능한 기동은 순간 추력 기동이다. 로켓의 반복적인 재점화 가능성을 고려하여 소위 Multiple Impulsive Maneuver를 이용한 전이 궤도 설계가 가장 보편적이다[6]. 최근에는 추력의 크기는 작지만 장기간 연속하여 작동하는 전기 및 이온 추력기의 개발되었고 소위 저추력 지구-달 전이궤도 설계도 활발한 연구가 이루어지고 있다. 그러나 장기간 연속하여 작동하는 저추력 추력기를 사용하는 경우, 전이궤도의 형태는 나선형 모양으로 전이에 필요한 비행시간이 수십에서 수백 일이 소요되는 단점이 있다[7,8].

지구-달 전이를 위한 발사체 및 연료 소모의 입장에서, 가장 효율적인 궤도 전이는 지구 및 달의 인력을 이용한 소위 자연 궤도(Natural orbits)를 이용하는 것이다. 3체 궤도 운동을 기반으로 자연 궤도를 찾기 위한 노력이 최근까지 활발하게 진행되고 있으며, 이러한 궤도를 Low Energy Orbit이라 한다[8]. 즉, 위성의 초기 조건(위치 및 속도)을 적절하게 설정하면 추가적인 연료의 소모없이 지구와 달을 연결하는 자연 궤도를 찾을 수 있다. 그러나 3체 궤도 운동의 달의 해는 존재하지 않기 때문에 Weak Boundary Stability(WBS)나 Invariant manifold 이론을 이용하여 수치적으로 궤도를 찾기 위한 연구도 성숙단계에 있다[9,10]. 실제 일본의 Hiten 위성의 경우, 탑재 로켓의 추력 제한을 고려하여 태양-지구 그리고 지구-달 WBS를 이용한 전이를 수행한 바 있다[11,12].

본 논문에서는 지구-달의 인력을 동시에 고려한 3체 궤도 운동을 기반으로, 순간 추력 및 연속 추력을 혼합하여 사용하는 경우 지구 출발, 지구-달 전이, 달 임무궤도 투입 궤적의 설계 방법 및 결과를 제시하고자 한다. 기존의 국내 연구의 경우, 대부분 등/저추력 또는 순간 추력만

을 고려하고 있지만[13,14], 순간 추력 및 연속 추력을 혼합한 전이 궤도 설계가 현재 우리나라에서 개발이 진행되고 있는 우주 발사체, 위성 탑재 로켓(고체 Kick Motor 및 전기 이온 추력기)을 고려할 경우에, 가장 현실적인 대안이라 판단되었다. 본 연구의 결과는, 발사체의 소형화에 기여하고, 수 십에서 수 백일이 소요되는 연속 추력에 의한 지구-달 천이 기간을 획기적으로 단축하는 데 적용할 수 있을 것이다.

II. 3체 궤도 운동 모델링

지구-달 전이궤도의 설계 문제는 지구 및 달의 인력을 동시에 고려해야 하는 3체 궤도 운동으로 이해되어야 하지만 본 논문에서는 달 궤도 평면에서의 운동만 고려한다. 그림 1을 참조하여 지구와 달로 구성된 2체 시스템은 (Binary System) 은 공동의 질량 중심점 (Barycenter)을 중심으로 일정한 각속도 ω 로 회전한다고 가정한다. Barycenter를 중심으로 하는 관성좌표계($X-Y$)에서 위성의 궤도운동 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{r}}_{XY} = -Gm_E \frac{\mathbf{r}_e}{r_e^3} - Gm_M \frac{\mathbf{r}_m}{r_m^3} \quad (1)$$

여기서 G 는 만유인력 상수, m_E 및 m_M 은 각각 지구 및 달의 질량이고, \mathbf{r}_e 와 \mathbf{r}_m 은 지구 및 달에 대한 위성의 상대위치 벡터이다.

Barycenter를 중심으로한 회전 좌표계 ($x-y$)를 도입하면 위 식(1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{xy} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}_{xy}) + 2\omega \times \dot{\mathbf{r}}_{xy} \\ = -Gm_E \frac{\mathbf{r}_e}{r_e^3} - Gm_M \frac{\mathbf{r}_m}{r_m^3} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 ω 는 다음과 같이 정의되는 회전 좌표계의 각속도로서 상수라 가정하였다.

$$\omega = \sqrt{\frac{G(m_E+m_M)}{r_{me}^3}} \quad (3)$$

위 식에서 r_{me} 는 지구와 달 사이의 거리이다. 식(2)를 성분별로 다시 정리하면

$$\ddot{x} = \omega^2 x + 2\omega \dot{y} - \frac{Gm_E}{r_e^3}(x+x_e) - \frac{Gm_M}{r_m^3}(x-x_m) \quad (4)$$

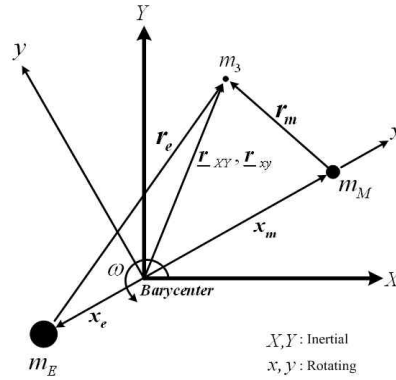


그림 1. Three Body Problem

$$\ddot{y} = \omega^2 y - 2\omega \dot{x} - \frac{Gm_E}{r_e^3}y - \frac{Gm_M}{r_m^3}y \quad (5)$$

이다. 여기서 (x,y) 는 Barycenter 중심 회전 좌표계에서 위성의 위치 성분이고, x_e 와 x_m 은 지구 및 달의 위치 좌표, 그리고 r_e 와 r_m 은 각각 지구-위성, 달-위성간의 거리이다.

식(4), (5)를 무차원 변수를 이용하여 다시 정리하기 위하여, $m_E+m_M=1$, $r_{me}=1$, $G=1$ 로 정의하고, 위성의 위치를 나타내는 무차원 변수 $\xi(=x/r_{me})$ 와 $\zeta(=y/r_{me})$ 를 이용하여 식(4), (5)를 다시 쓰면

$$\ddot{\xi} = \xi + 2\dot{\zeta} - \frac{(1-\mu)}{\gamma_E^3}(\xi+\mu) - \frac{\mu}{\gamma_M^3}(\xi-1+\mu) + u_\xi \quad (6)$$

$$\ddot{\zeta} = \zeta - 2\dot{\xi} - \frac{(1-\mu)}{\gamma_E^3}\zeta - \frac{\mu}{\gamma_M^3}\zeta + u_\zeta \quad (7)$$

여기서

$$\mu = m_M/(m_E+m_M): \text{질량 비}$$

$$\gamma_E = \sqrt{(\xi+\mu)^2 + \zeta^2}: \text{지구-위성 거리}$$

$$\gamma_M = \sqrt{(\xi-1+\mu)^2 + \zeta^2}: \text{달-위성 거리}$$

이며, (u_ξ, u_ζ) 는 위성에 장착된 추력기에 의한 가속도 성분을 나타낸다. 식(6), (7)과 같이 무차원화된 궤도 운동방정식에 있어서, 거리 단위 (DU: Distance Unit)는 지구-달 사이의 거리인 $3.844 \times 10^5 \text{ km}$, 질량 단위 (MU: Mass Unit)는 지구 질량 ($5.9736 \times 10^{24} \text{ kg}$) 및 달의 질량 ($7.349 \times 10^{22} \text{ kg}$)의 합, 그리고 시간 단위 (TU: Time Unit)은 달의 공전 주기를 2π 로 나눈 값이다.

식(6), (7)은 지구 및 달을 Primary로 하는 Binary System에서 제 3체 (여기서는 위성)의 궤도 운동을 나타내는 Circular Restricted Three Body Problem이라 정의된다. Kepler 2체 궤도 운동과는 달리 식(6), (7)에 대한 일반적인 해석적인 해는 존재하지 않는 것으로 증명되었으며, 단지 그림 1에 보인 바와 같이 Barycenter 회전 좌표계에서 Primary를 연결하는 직선상에서 그리고 Primary와 정삼각형을 이루는 위치에서 소위 Lagrangian (또는 Libration) Point라는 5개의 평형점이 존재함이 밝혀진 바 있다. Circular Restricted Three Body Problem에 대한 보다 상세한 내용은 참고문헌 [15,16] 등에서 용이하게 파악할 수 있다.

III. 최적화 기반의 전이궤도 설계

3.1 최적화 문제 정의

지구-달 최적 전이궤도 설계 문제는 궁극적으로 동적 최적화 문제 (Dynamic Optimization Problem)로 정식화가 가능하다. 동적 최적화 문제는 다음과 같은 미분 방정식 및 대수 방정식으로 표현되는 구속 조건을 만족하는 설계 변수 (\mathbf{x}, \mathbf{u}) 중에서

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{8}$$

$$h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0, i = 1, 2, 3 \dots m \tag{9}$$

$$h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0, i = 1 + m, \dots, n + m \tag{10}$$

설계 목표 함수 (가격 함수 또는 성능 지표)

$$J = \phi(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{11}$$

를 최대화 또는 최소화는 (\mathbf{x}, \mathbf{u}) 를 찾는 문제이다. 본 논문의 최적 전이궤도 문제와 연계할 경우, 설계 변수 (\mathbf{x}, \mathbf{u}) 는 $(\xi, \zeta, \dot{\xi}, \dot{\zeta}, u_\xi, u_\zeta)$ 에 해당하고, 식(8)은 식(6), (7)과 같은 궤도 운동 모델링을 의미하며, 식(9), (10)에 대응하는 구속조건으로는

$$g(\xi_o, \zeta_o, \dot{\xi}_o, \dot{\zeta}_o) \leq 0: \text{지구 출발 구속 조건}$$

$$f(\xi_f, \zeta_f, \dot{\xi}_f, \dot{\zeta}_f) \leq 0: \text{달 도착 구속 조건}$$

와 같이 설계 목적에 따라 여러 경우가 있다. 마지막으로 설계 목표 함수는

$$J = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Delta V_i^2 + \frac{1}{2} \int_{t_o}^{t_f} (u_\xi^2 + u_\zeta^2) dt \tag{12}$$

와 같이 정의할 수 있다. 식(12)에서 ΔV_i 는 발사체 또는 위성에 장착된 로켓 추력에 의한 순간 속도 증분을 나타내며, (u_ξ, u_ζ) 는 연속 추력 발생이 가능한 추력기에 의한 가속도를 의미한다. 식(12)와 같은 성능지수의 최소화는 가급적 최소한의 연료를 사용하는 지구-달 궤도 전이궤도 설계를 의미한다. 발사체나 탑재 로켓의 성능 제약에 따라

$$|\Delta V_i| \leq V_{\max} \tag{13}$$

$$|u_\xi|, |u_\zeta| \leq u_{\max} \tag{14}$$

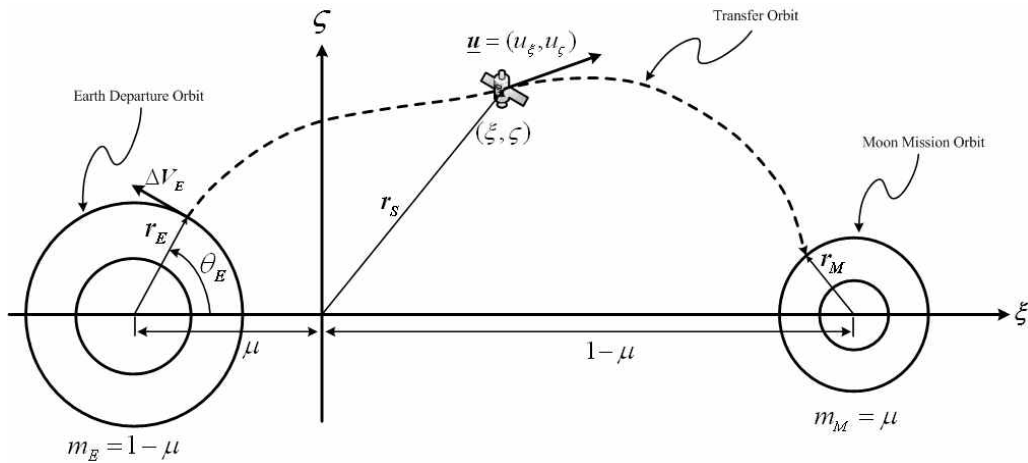


그림 2. Earth-Moon Transfer Geometry

와 같이 추가적인 제약 조건이 부가될 수 있다. 또한 지구-달 전이에 필요한 총 비행시간 t_f 도 중요한 설계 변수이다.

본 논문에서는 그림 2에 보인 바와 같이 반경이 r_E 인 지구 원형 주차궤도에서 반경이 r_M 인 원형인 달 임무궤도로의 전이궤도를 설계의 대상으로 하였다. 먼저 지구 주차궤도에서 출발시 발사체나 자체 추력을 이용하여 궤도 접선 방향으로 ΔV_E 만큼의 속도 증가가 이루어진다면 지구 출발시 위성의 위치 및 속도 벡터는

$$\xi_0 = r_E \cos(\theta_E) - \mu \tag{15}$$

$$\zeta_0 = r_E \sin(\theta_E) \tag{16}$$

$$\dot{\xi}_0 = -(V_E + \Delta V_E) \sin(\theta_E) + \zeta_0 \tag{17}$$

$$\dot{\zeta}_0 = (V_E + \Delta V_E) \cos(\theta_E) - \xi_0 \tag{18}$$

와 같이 표현된다. 여기서

$$V_E = \sqrt{\frac{1-\mu}{r_E}} : \text{주차궤도 속도} \tag{19}$$

이고, θ_E 는 출발시 달에 대한 Phase 각도이다.

반경이 r_M 인 달 임무궤도 투입시의 궤도 조건은

$$\sqrt{(\xi_f - 1 + \mu)^2 + \zeta_f^2} = r_M \tag{20}$$

$$\sqrt{(\dot{\xi}_f - \zeta_f)^2 + (\dot{\zeta}_f + \xi_f)^2} = V_M \tag{21}$$

$$(\xi_f - 1 + \mu) \cdot (\dot{\xi}_f - \zeta_f) + \zeta_f \cdot (\dot{\zeta}_f + \xi_f) = 0 \tag{22}$$

과 같이 3가지 조건을 갖는다. 즉, 달 임무궤도에 대응하는 반경과 속도가 요구되고, 원형궤도라는 추가적인 요구에 의하여 달에 대한 상대위치 및 상대속도 벡터는 서로 수직관계를 가져야 한다. 달 임무궤도에서의 속도 V_M 은

$$V_M = \sqrt{\frac{\mu}{r_M}} \tag{23}$$

으로 계산된다(참고로 모든 수식은 Barycenter 중심 회전 좌표에 대하여 무차원 변수를 이용하고 있음).

실제 달 임무궤도에 투입하는 방법은 위성이 달 임무궤도에 접근하면서 자연스럽게 임무궤도의 접선 방향으로 유도하는 방법과, 임무궤도에 대하여 임의의 방향으로 접근하는 위성을 추가적인 속도 증분 기동을 통하여 강제로 임무궤도에

투입하는 방법이 있다. 전자는 연속 추력이 가능한 액체 로켓을 이용하는 경우이며, 후자는 고체 로켓을 이용하는 경우이다.

3.2 순간 및 연속 추력 혼합 방식에 의한 최적 전이궤도 설계

Hohmann Transfer는 동일한 중심체에 대한 2체 궤도 (Two-Body Orbit)간의 전이에 있어서 그림 3에 보인 바와 같이 출발 및 도착 궤도에 모두 접하는 위치에서 출발 및 도착을 위한 2회의 속도 증분 (순간 추력)을 이용한 궤도 전이를 의미한다.

특히 동일한 평면내 원형 궤도간의 전이에서 에너지가 가장 최소로 요구되는 전이 방법이다. 그러나 Hohmann Transfer는 지구 중심의 “달 궤도”에 투입되는 경우이며, 실제 “달 중심 임무궤도 (Mission Orbit)”에 투입되기 위해서는 그림 3에 보인 바와 같이, 지구-달 전이궤도와 달 중심 임무궤도와 교차점에서 순간 추력 기동이 필요하다. 뿐만 아니라 달에 근접할수록 지구 중심 궤도를 가정한 속도 증분 계산은 무의미하다.

본 논문에서 최근 국내 연구 개발 동향에 근거하여 KSLV-2 발사체 및 전기 이온 추력기의 사용한다는 가정하에 순간 및 연속 추력 혼합 방식에 의한 최적 지구-달 전이궤도 설계를 수행하였다. 지구 출발시에는 Hohmann 기동과 같은 순간 추력을 이용하고, 실제 지구-달 전이 과정과달 임무궤도 투입시에는 연속 추력을 사용할 수 있다고 가정하였다. 따라서 성능 함수는

$$J = \alpha \Delta V_E^2 + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (u_\xi^2 + u_\zeta^2) dt \tag{24}$$

이고, 구속 조건은 식(15)-(23)을 적용하였다.

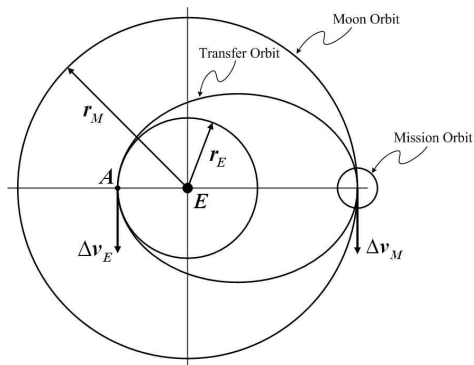


그림 3. Hohmann Transfer

최적화 문제의 풀이에 있어서 최적화 조건 (Optimality condition)에 근거한 간접법 (Indirect Search)을 사용하지 않고 최적화 문제를 Nonlinear Programming Problem으로 변환하는 "Direct Transcription and Collocation" 기법에 근거한 직접법을 적용하였다[17,18]. 이 방법에서는 모든 설계 변수, 성능 지수, 구속식을 이산화 하고, 최적화 Solver로서 상용 또는 공지된 S/W, 즉 Matlab (fmincon, KINITRO)과 SNOPT 이용 하였다. 그림 4를 참조하여 연속한 설계 변수 (\mathbf{x}, \mathbf{u})를 시간 t 에 따른 N 개 Node에서 이산 변수로 간주한다. 즉,

$$t: t_0, t_1, t_2, \dots, t_N \quad (25)$$

$$\mathbf{x}(t): \mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N \quad (26)$$

$$\mathbf{u}(t): \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N \quad (27)$$

와 같이 설계 변수를 정의한다. 새로운 설계 변수를 고려한 성능함수는

$$J = \alpha \Delta V_E^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N (u_{\xi,i}^2 + u_{\zeta,i}^2) \quad (28)$$

이고, 또한 식(8)과 같은 미분방정식 형태의 구속 식은

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \delta \mathbf{x}_{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (29)$$

로 근사화할 수 있다. 이 식에서 $\delta \mathbf{x}_{k+1}$ 은 다양한 Explicit 또는 Implicit 적분 방식을 적용하여 구 하며 일반적으로

$$\delta \mathbf{x}_{k+1} = f(t_1, t_2, \dots, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots) \quad (30)$$

의 관계를 가지므로 식(29)는 궁극적으로 모든 설계 변수를 서로 연관시키는 구속식이며 이를 Defect라 표현한다[17,18].

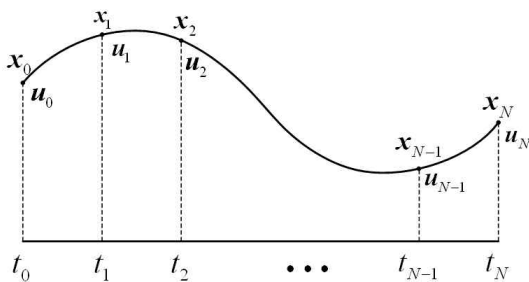


그림 4. 연속 변수의 이산화 과정

본 논문의 문제와 연계하여 주어진 비행시간 $t_f - t_o$ 을 N 개의 Node로 간주하면

$$\begin{aligned} \Delta V_E, \theta_E: & \text{지구 출발 속도 증분 및 Phase 각도,} \\ (\xi_i, \zeta_i, \dot{\xi}_i, \dot{\zeta}_i), & i = 1, 2, \dots, N: \text{위치 및 속도,} \\ (u_{\xi,i}, u_{\zeta,i}), & i = 1, 2, \dots, N: \text{연속 추력 성분} \end{aligned}$$

총 $6N+2$ 개의 설계 변수를 결정해야 하며, 3체 궤도 운동방정식인 식(6), (7)에 근거하여 모두 $4N$ 개의 구속식을 정의할 수 있다. 요약하면, 동적 최적화 문제를 (Dynamic Optimization Problem) 다변수 비선형 최적화 문제로 (Multi-variable Nonlinear Programming Problem) 변형하여 해를 구하였다.

3.3 최적 지구-달 전이궤도 설계 예

표 1 및 그림 5-8에 지구-달 최적 전이궤도 설계의 대표적 결과를 정리하였다. Case 1과 Case 2는 순간 및 연속 추력에 대한 상대적 의존도, 즉, 식(28)에서 설계 인자 α 의 효과의 결과를 비교하였고, Case 2와 Case 3은 비행시간 t_f 에 따른 설계 결과를 비교하기 위하여 설정하였다. 3 가지 Case에 있어서 지구 출발, 지구-달 전이, 달 도착 궤적이 상호 유사하므로 결과 그림은 Case 3의 경우만을 제시하였다. 일반적으로 2체 궤도 모델과 연속 추력에 근거한 지구 탈출 및 달 도착 궤도는 나선형 궤적을 나타낸다. 본 연구에서도 비록 3체 궤도 운동 모델을 이용하고 있으나 지구 출발 및 달 도착 부근에서 궤도 운동은 고전적인 2체 궤도 모델에 가까워지기 때문에 기존 결과와 유사하다. 나선형 궤적 구간이 길어짐에 따라 Collocation 방법은 더 많은 Node 설정이 필요하지만 본 연구에서 사용한 S/W (KINITRO)는 최대 50개의 Node만 허용하는 한계가 있기에, 지구 탈출 궤도 및 달 도착 궤도는 각각 정지궤도 및 고고도 달 원형궤도 (반경 3,000km)로 설정하였다. 본 연구에서 순간 및 연속 추력을 혼합 사용하는 주목적이 연료 사용을 최소화함과 동시에 지구-달 이동 시간을 가급적 줄이는 데 있으므로 수심에서 수백일이 소요되는 경우는 고려하지 않고 각각 5일 및 10일 2가지 경우에 대하여 설계를 수행하였다.

제시된 그림에서 파악할 수 있듯이, 지구 출발 및 달 도착시 나선형 궤적을 보이고 있다. 이 같은 나선형 궤적 결과는 2체 궤도 모델에 근거한 설계 결과와 유사하지만 본 연구에서는 정확한 3체 궤도 운동 모델에 근거한 설계 결과임에 의미

가 있다. 먼저 그림 5는 Barycenter 중심의 회전 좌표계에서 나타낸 전체 궤적 (지구 출발, 지구-달 천이, 달 도착)을 도시하고 있으며, 그림 6과 7은 각각 지구 출발 및 달 도착 궤적을 상세하게 보이기 위하여 확대한 모습이다. 또한 그림 5에서 "*" 표시는 지구-달로 구성된 Binary System의 Lagrange Point중에서 L1 지점을 의미한다. 이 지점은 행성간의 인력이 동일한 지점으로 비록 설계 과정에서 전혀 고려하지 않았지만 위성이 L1 지점 부근을 자연스럽게 통과함으로써 소위 Low Energy Orbit Transfer와 유사한 궤적설계가 이루어졌다.

표 1에 제시된 Case 1과 Case 2에 제시된 수치적 결과를 통해, 순간 및 연속 추력의 상대적 가중치에 따라, 순간 추력 부분에 의존할 경우 (즉, α 값이 상대적으로 작을 경우) 지구 출발시 나선형 궤적 부분이 짧고 (그림 6 참조), 달 도착 시 나선형으로 진입하는 구간이 더 상대적으로 더 길다(그림 7 참조). 연속 추력에 의존하는 경우 (즉, α 값이 상대적으로 클 경우), 반대 현상으로 지구 출발시 나선형 구간이 길고, 달 도착시에는 상대적으로 짧다. Case 2와 Case 3은 비행시간 t_f 의 영향을 파악하기 위한 설계로서, 비행시간이 길어짐에 따라 순간 및 연속 추력이 감소함을 보이고 있다.

표 1. 지구-달 최적 전이궤도 설계 결과

	α	t_f	ΔV_E	$\theta_E(\text{deg})$	$\sum \sqrt{u_i^2} dt$
Case 1	100	5	0.881721	226.8	1.105629
Case 2	1000	5	0.102871	334.9	2.596444
Case 3	1000	10	0.042100	281.5	2.214079

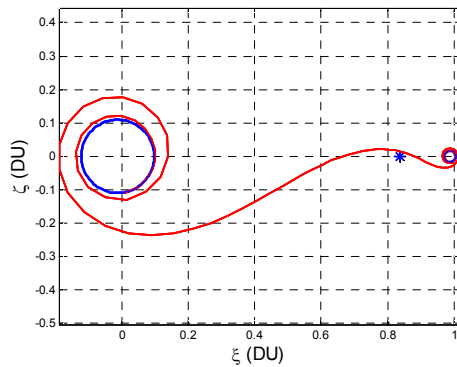


그림 5. 지구-달 전체 전이궤도 궤적

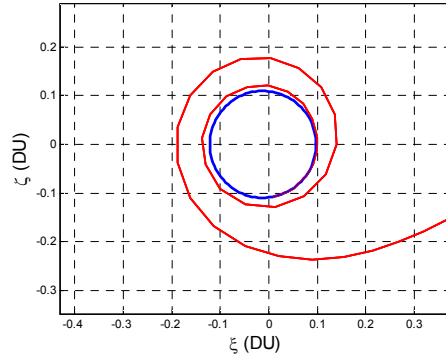


그림 6. 지구 탈출 궤적

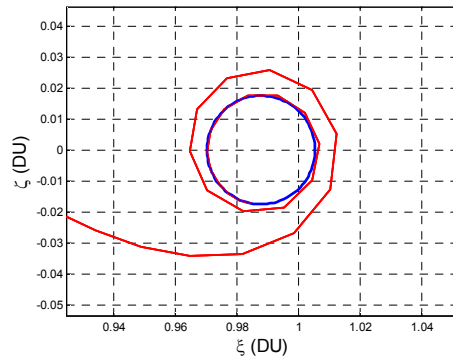


그림 7. 달 도착 궤적

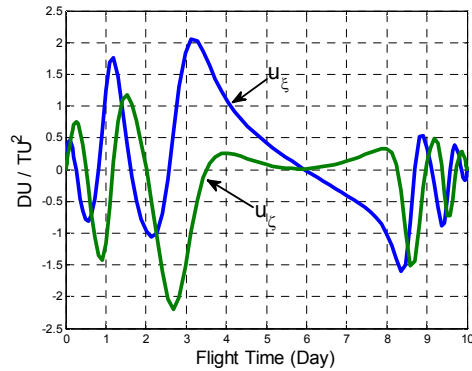


그림 8. 가속도 성분 Time history

마지막으로 그림 8은 궤도 천이 기간 중 사용되는 실제 가속도 제어 성분이다. 천이 초기 및 말기 부분은 나선형 궤도 운동을 위하여 필수적인 부분이기 때문에 연속 추력에 의한 가속도 제어 성분이 요구된다. 전체적으로 가속도의 크기가 최대 3 DU/TU² 이하로서 이는 실제적인 물리량으로 약 1x10⁻⁵ km/s²에 해당하는 현실적인

수치이다. 또한 출발 시점 및 도착 시점에서 가속도의 크기 상대적으로 매우 작거나 0의 값에 수렴함에 유의해야한다. 이는 지구 출발 초기에는 순간 추력을 이용하기 때문이며, 그리고 달 도착 시점에서는 지구-달 천이 기간 동안 사용되는 연속 추력의 역할이 위성이 달 인력권에 자연스럽게 포획되도록 소위 Ballistic capture를 유도하기 때문이다.

IV. 결론 및 요약

본 논문에서는 지구-달-위성 3체 궤도역학을 모델과 비선형 최적화 기법을 적용하여 지구-달 천이를 위한 최적화 전이궤도를 설계하였다. 지구 탈출에 필요한 속도 증가는 발사체에 의하여, 지구-달 천이 및 달 임무궤도 투입시에는 위성에 탑재된 연속 추력기를 사용한다고 가정하였다. 최적화를 위한 성능 지표로 순간 속도 증분 및 연속 추력에 위한 가속도 소모를 최소화하고, 지구 출발 및 달 임무궤도 투입 조건 그리고 평면상 3체 궤도역학 모델을 구속조건으로 사용하였다. 최적화 문제의 풀이 절차에 있어서, 동적 연속 최적화 문제를 이산, 다변수 비선형 최적화 문제로 변환하는 소위 Direct Transcription and Collocation 방법에 근거한 직접법과 최적화 Solver로 KINITRO를 이용하였다.

본 연구의 결과는 기존에 순간 추력만, 또는 저추력 연속 추력기만 사용하여 지구-달 천이를 하는 경우와 다르게 최적화 설계 함수에 사용된 설계인자의 적절한 조정을 통하여 발사체 및 탑재 로켓의 성능에 부합되도록 맞춤형 지구-달 전이궤도 설계에 적용할 수 있다. 향후 연구가 더 필요한 분야로서 탑재 연료량의 제한, 지구 및 달 위치를 고려한 발사 가능 시간대, 다양한 지구 출발 및 달 도착 궤도 설정, 3차원 궤도 운동 모델링의 적용, 지구-달 천이 구간에서 궤적에 대한 추가적인 제약 사항의 고려, 다양한 최적화 설계목표 함수를 적용한다면 좀 더 현실적인 궤적 설계가 가능할 것이다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2008-521-D00074).

참고문헌

- 1) 심은섭, "달 탐사위성 개발현황", 항공우주 산업기술동향, 제5권 1호, 2007, pp. 39~55.
- 2) 주광혁, "달탐사기술", 기계저널 제48권 제7호, 2008, pp. 59~63.
- 3) Pierson, Bion L. and Kluever, Craig A., "Three-Stage Approach to Optimal Low-Thrust Earth-Moon Trajectories", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 17, No. 6, 1994, pp. 1275~1282.
- 4) Reddy, B.B.K., Kimiaghalam, B., and Homaifar, "Evolutionary Algorithms for Parameter Determination of Patched Conic Approximation", Aerospace Conference, 2005 IEEE, pp. 501-506.
- 5) De Melo, C. F. and Winter, O. C., "Alternative Paths to Earth-Moon Transfer", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2006, Article ID 34317. 26, pp. 1-20.
- 6) Miele, A. and Mancuso, S., "Optimal Trajectories for Earth-Moon-Earth Flight", Acta Astronautica Vol. 49, No. 2, 2001, pp. 59-71.
- 7) Mingotti, G., Topputo, F., and Bernelli-Zazzera, F., "A Method to Design Sun-Perturbed Earth-to-Moon Low-Thrust Transfers with Ballistic Capture", XIX Congresso Nazionale AIDAA, 2007.
- 8) Koon, W.S., Lo, M.W., Marsden, J.E. and Ross, S.D. "Low energy transfer to the moon", Celest. Mech. Dyn. Astron. 81:63-73.
- 9) F. Topputo, M. Vasile, and F. Bernelli-Zazzera, "Earth-to-Moon Low Energy Transfers Targeting L1 Hyperbolic Transit Orbits", Annals of Academic of Sciences, New York, vol. 1065, 2005, pp. 55-76.
- 10) Belbruno, Edward A. and Carrico, John P., "Calculation of Weak Stability boundary Ballistic Lunar Transfer Trajectories", AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, AIAA, 2000. Paper 2000 - 4142.
- 11) García, F. and Gómez, G., "A note on weak stability boundaries", Celest. Mech. Dyn. Astron. 97, 87 - 100 (2007).
- 12) Belbruno, E. A. and Miller, J. K. "A

Ballistic Lunar Capture Trajectory for Japanese Spacecraft Hiten", Jet Propulsion Lab., JPL IOM 312/90.4- 1731.

13) 이동현, 방효충, "저추력기를 이용한 연료 최적의 지구 탈출 궤적 설계 연구", 한국항공우주학회지, 제35권 제7호, 2007, pp. 647-654.

14) 송영주, 박상영, 최규홍, 심은섭, "등저추력과 가변 저추력을 이용한 지구-달 천이궤적 설계", 한국항공우주학회지, 제37권 제9호, 2009, pp. 843-854.

15) Ozimek, Martin T., "A Low-thrust transfer strategy to earth-moon collinear libration point orbits", M.S. Thesis, School of Aeronautics and Astronautics, Purdue

University, 2006.

16) James, J.D. Mireles, "Celestial Mechanics Notes Set 4: The Circular Restricted Three Body Problem", 2006.

17) Enright, Paul J. and Conway Bruce A. "Discrete Approximations to Optimal Trajectories Using Direct Transcription and Nonlinear Programming", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 4, 1992, pp. 944-1002.

18) Betts John T., "Very low-thrust trajectory optimization using a direct SQP method", Journal of computational and Applied Mathematics 120, 2000, pp. 27-40.