

논문 2010-47SC-2-8

# 비선형 하중 제어 모델에서 외란에 따른 자유낙하 물체에 작용하는 하중값 분석

( Analysis of Load Value acting Free Falling Object according to Disturbance using Nonlinear Load Control Model )

왕 현 민\*, 우 광 준\*

( Hyun-Min Wang and Kwang-Joon Woo )

## 요 약

현재 움직이는 물체의 운동을 제어하기 위해 하중이라는 개념의 사용이 시도되고 있다. 하중이라는 제어 개념으로 불확실성으로 인한 비선형성을 포함한 시스템에서 보다 신뢰성 있는 제어값을 찾기 위해, 기존의 선형화 방법에 의한 상대방정식에서 제어값을 찾는 문제와 달리 비선형 하중 모델에서 직접 제어 값을 찾는 방법이다. 본 논문에서는 동력이 없고 제어되지 않는 자유 낙하 물체를 비선형 하중모델로 구현해보고, 외란에 따라 낙하하는 물체에 작용하는 하중값을 분석해 본다. 또한 이러한 외란에 의해 발생한 하중값에 따른 낙하 경로를 구한다. 본 논문의 연구결과는 비선형 모델 예측 제어 시스템에 적용하여 다연장로켓, 추진력을 갖지 않은 GPS 유도탄 그리고 우주비행체의 지상귀환 제어시스템의 정밀도 향상을 위해 이용될 수 있다.

## Abstract

Recently it is tried to use load control model for maneuver moving object. MIN design method proposed to solve control problem of nonlinear system using load concept. The Min design method shows direct method for finding control value on the load control model. In this paper, is shown realization free falling model using nonlinear load control model and analysis of load values acting falling object according to disturbance. And made a trajectory according to acting load values due to disturbance. This paper's result is able to be applied to design algorithm for improvement accuracy of MLRS, GPS air-to surface missile(ASM) and returning spacecraft with nonlinear model predictive control.

**Keywords :** Nonlinear Model Predictive Control(NMPC), Nonlinear Load Control Model(NLCM)  
Free Falling Object(FFO)

## I. 서 론

현재 움직이는 물체의 운동을 제어하기 위해 하중이라는 개념의 사용이 시도되고 있다. 하중이라는 제어 개념으로 불확실성으로 인한 비선형성을 포함한 시스템에서 보다 신뢰성 있는 제어값을 찾기 위해 연구가 되고 있다. 이러한 설계 방법에서는 기존의 선형화에 따른 상대방정식에서의 제어값 찾는 문제와 달리 비선형

하중 모델에서 직접 제어 값을 찾는 방법이다<sup>[1]</sup>.

동력이 없는 우주비행체의 지상 귀환, GPS 유도탄 그리고 다연장로켓과 같은 유도제어 시스템은 자유 낙하하는 물체와 같이 모델링 된다. 이러한 비행체의 형태에 따라 대기권상에서 불확실한 비선형 공기역학적 외란을 받게 된다. 이러한 비행체의 유도제어 시스템 구성하는 제어시스템들은 외란에 실시간 적용하도록 설계 되어야 하며, 최종 목표지점에 지정된 오차 범위 내에 정확히 도달할 수 있어야 한다.

예를 들어 귀환하는 우주비행체가 고밀도 대기권을 수십 마하의 속도로 지정된 입사각으로 진입한 후 대기 에 의한, 항력에 의해 지상 15km 정도에서 마하 1까지

\* 정회원, 단국대학교 전자공학과  
(Department of Electronics Engineering, Dankook University)  
접수일자: 2009년5월7일, 수정완료일: 2010년3월9일

의 속도로 감소한다. 이 시점까지 우주비행체는 자유 낙하하는 비행체와 같다고 볼 수 있고, 이후 제어시스템에 의해 지정된 목표지점으로의 글라이딩 비행이 시작된다.

다연장로켓의 경우 발사된 지점에서 30km~80km에 떨어진 목표지점으로 정확히 비행하기 위해 GPS 또는 INS가 로켓에 포함되어 있다. 이는 로켓의 추진력이 전부 소모된 이후 관성력에 의해 탄도 비행하도록 되어있고, 이때 로켓은 지상의 대기 변화에 많은 영향을 받게 된다. 그리고 공중에서 투하되는 GPS유도탄의 경우도 마찬가지이다. 동력을 가지지 않고 외란인 바람에 적응하여 GPS신호를 사용하여 목표지점으로 유도되도록 설계된다.

이와 같이 자유 낙하하는 비행체의 비선형 하중모델에서의 분석은 중력장에서 동력이 없이 비행하는 비행체의 연구에 기초가 될 것이다. 따라서 본 논문에서는 동력이 없고 제어되지 않는 자유 낙하 물체를 비선형 하중모델로 구현해보고, 외란에 따라 낙하하는 물체에 작용하는 하중값을 분석해 본다. 또한 이러한 외란에 의해 발생한 하중값에 따른 낙하 경로를 구한다. 본 논문의 연구결과는 비선형 모델 예측 제어 시스템에 적용하여 다연장로켓, 추진력을 갖지 않은 GPS 유도탄 그리고 우주비행체의 지상귀환 제어시스템의 정밀도 향상을 위해 이용될 수 있다.

## II. 자유 낙하 물체와 하중 제어 모델

### 2.1. 비행체 하중 모델

그림 1에서  $x_g, y_g, z_g$ 는 지상좌표계이고 비행체에서의  $n_x, n_y, n_z$ 는 동체좌표계를 나타낸다.  $\theta$ 는 받음각,  $\psi$ 는 경로각을 나타낸다.

뉴턴 제2법칙의 운동 역학식은 하중 정의를 사용하여 단위가 없는, 다음과 같은 식으로 쓸 수 있다<sup>[1-3]</sup>.

$$\dot{x}_1 = gn_x - g \sin x_2 \quad (1a)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g}{x_1} n_y - \frac{g}{x_1} \cos x_2 \quad (1b)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{g}{x_1 \cos x_2} n_z \quad (1c)$$

여기서  $x = [V \ \theta \ \psi]^T$ 이고, 식(1)는 비행체 무게 중심 속도( $V$ ), 받음각( $\theta$ ), 경로각( $\psi$ ), 중력을 포함하고 각축

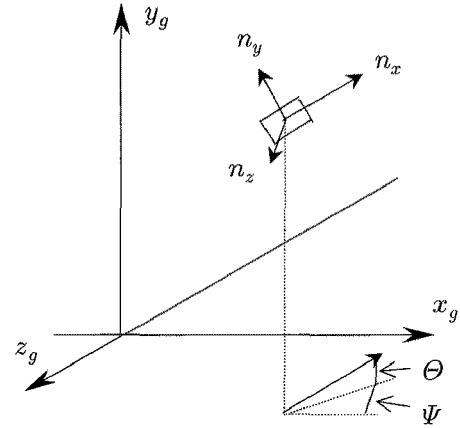


그림 1. 분석 좌표계

Fig. 1. Coordinate System.

에 작용하는 하중을 포함한다.

비행체 무게 중심에 대한 자유 낙하하는 모델은 추진력이 없고, 항력, 양력 그리고 축력을 모두 0으로 놓으면 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{x}_1 = -g \sin x_2 \quad (2a)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{g}{x_1} \cos x_2 \quad (2b)$$

$$\dot{x}_3 = 0 \quad (2c)$$

### 2.2. 뉴턴 법칙에서의 모델과 하중 모델

뉴턴 법칙에 의한 자유 낙하하는 물체에 대한 지상에 도달하는 거리  $R(T)$ 와 시간( $T$ )은 다음의 식에서 계산된다.

$$R(T) = \frac{V_0^2}{g} \sin(2\alpha) \quad (3)$$

$$T = \frac{2V_0}{g} \sin \alpha \quad (4)$$

여기서  $V_0$ 은 던져지는 속도[m/s],  $\alpha$ 는 던져지는 지상과 이루는 각도[°],  $g$ 는 중력가속도이다. 식(3),(4)에 의해, 속도  $V_0$ 가 10000[m/s]이고  $\alpha=1^\circ$ 일때 도달거리는 356117.0[m]이고 시간은 35.6171[sec]로 계산된다.

다음으로 Heun 방법에서의 하중제어 모델의 자유낙하 식(2)를 구현해 보면, 초기 던져지는 속도  $V_0=10000$ [m/s]이고 던져질 때 각도는  $\alpha=1^\circ$ , 초기던져지는 공간상의 좌표는 (0, 0, 0)이다. Heun 방법에서

표 1. 하중제어 모델에서 자유 낙하 정확도  
Table 1. Accuracy of Free Falling on Load Control Model.

N	거리 [m]	계산 시간 [sec]	오차	
			거리	시간
1000	356520	35.64	-402.98	-0.0229
100	360110	36	-3992.99	-0.3829
10	400000	40	-43883.0	-4.3829
40	366050	36	-9932.99	-0.3829
400	357120	35.7	-1002.99	-0.0829

시뮬레이션은 N값이 10, 100, 1000, 40, 400일 때 구현해 보았다. 표 1에서는 N=1000일 때 거리와 시간의 오차가 가장 작았다.

표 1에서 마하 3보다 큰 초기 속도에서 실험은, 보는 바와 같이 비선형 하중제어 모델이 뉴턴법칙의 자유낙하 운동식에서의 결과와 유사함을 알 수 있다.

### III. 외란에 따른 하중값 분석

여기서  $W$ 는 외란으로 속도 [m/s]이다. 이때 외란은 비행체 진행 방향과 반대 방향으로 수평면과 수평하게 작용한다.  $V$ 는 비행체의 속도 [m/s],  $V_w$ 는 외란에 의한 변화된 비행체 속도[m/s]이다. 그리고  $\theta_w$ 은 외란에 의해 변화된 받음각이다. 즉  $\angle V_w x_g$ .

$$V_w = \sqrt{(V \sin \theta)^2 + (V \cos \theta - W)^2} \tag{5}$$

$$\tan \theta_w = \frac{V \sin \theta}{V \cos \theta - W} \tag{6}$$

$$\theta_w = \tan^{-1} \left( \frac{V \sin \theta}{V \cos \theta - W} \right) \tag{7}$$

비행체를 물질점으로 보기 때문에 외란은 하중 제어

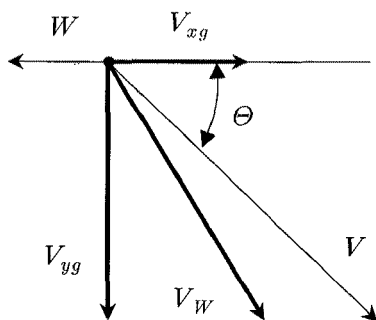


그림 2. 외란 합성  
Fig. 2. Force with Disturbance.

모델에서 하중값  $n_x, n_y, n_z$ 에 직접 영향을 주지 않는다. 또한 외란은 대기에서 속도 파라미터로 하중 제어 모델의 속도에 관해서만 벡터 연산된다. 그리고 물질점에서 속도 성분의 외란은 힘 성분으로 벡터 연산되지 않는다. 외란은 지면과 수평한 속도 벡터성분이고 비행 물체의 수평 속도 성분과 벡터 연산되어 속도를 감소시킨다.

다음은 비행체가 외란을 포함한 자유 낙하하면서 생성되는 하중값을 계산하기 위한 모델이다<sup>[3]</sup>.

$$n_x = \frac{1}{g} \dot{x}_1 + \sin x_2 \tag{8}$$

$$n_y = \frac{x_1}{g} \dot{x}_2 + \cos x_2 \tag{9}$$

$$n_z = -\frac{x_1}{g} x_3 \cos x_2 \tag{10}$$

본 논문에서는 측면으로 작용하는 외란이 없기 때문에 식(10)은 0으로 볼 수 있고, 외란에 의해  $n_x, n_y$  값이 식(8),(9)에 의해 계산된다.

### IV. 시뮬레이션 구현 및 고찰

자유 낙하 시뮬레이션을 위해 초기값은 다음과 같이 설정하였다.

컴퓨터상에서 비선형 하중제어 모델의 자유낙하 분석 프로그램의 알고리즘은 그림 3의 블록도와 같다.

그림 3에서 예측기는 비선형 하중제어 모델과 외란을 계산하는 블록으로 이루어지고, 외란이 없는 이상적인 자유 낙하 블록은 비선형 하중제어 모델에서 외란을 포함하지 않고 계산된다. 실제 예측 모델 제어 시스템에서는 비행체의 비행 상태를 실시간 측정하는 INS 또는 GPS값이 비선형 하중 제어 모델로 입력되어 실시간 파라미터 값이 계산 될 것이다.

시뮬레이션에서의 외란은 다음과 같이 정의하였다.  $W=0$ 일 때, 즉 외란이 없을 때,  $W=10[m/s]$ ,  $W=30[m/s]$ ,  $W=50[m/s]$ 이다.

표 2. 초기값  
Table 2. Initial Value.

초기값	
$V_0 [m/s]$	360
$\theta [^\circ]$	-15
$h [m]$	15000

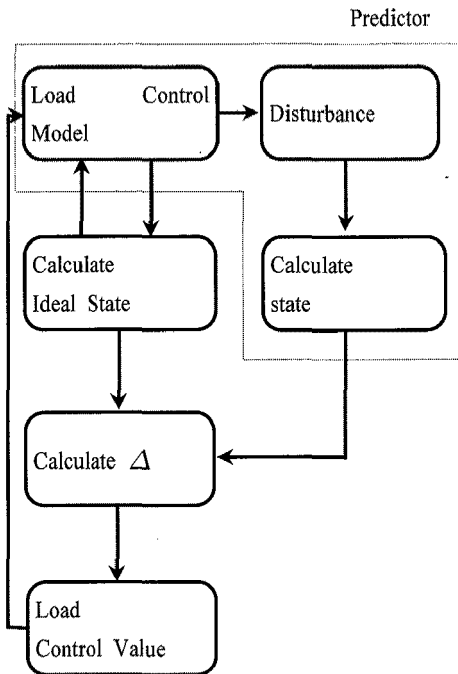


그림 3. 시뮬레이션 흐름 블록도  
Fig. 3. Block Diagram of Simulation.

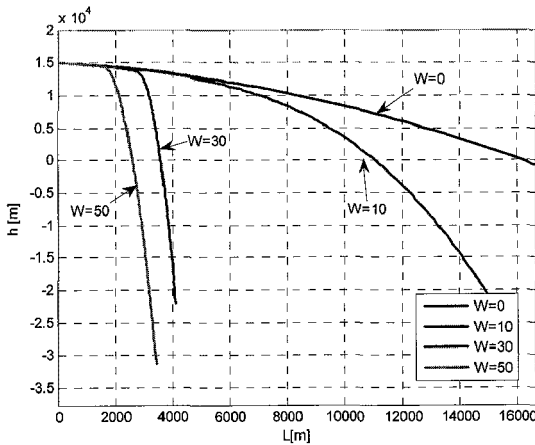


그림 4. 외란에 따른 고도 및 거리  
Fig. 4. Height and Distance according to Disturbance

그림 4에서 외란이 없는 이상적인 경로  $W=0$ 일때, 그리고 각각 외란 값이 증가되었을 때의 경로를 나타내었다. 외란이 증가하면 할수록 비행체는 멀리 날아가지 못함을 쉽게 알 수 있다. 또한 외란에 의해 초기 던져지고 난 후 10초에서 30초 사이에 진행 방향에 대한 속도가 급격히 감속함을 알 수 있다.(그림 5) 이는 외란에 의해 받음각이 급격히 감소하여 비행체의 운동 방향이 아래쪽으로 향함을 알 수 있다.(그림 6)

그림 5에서 속도가 감소하다 증가하는 것은 본 논문의 시뮬레이션에서 공기에 의한 항력이 없는 것으로 설정하였기 때문이다.

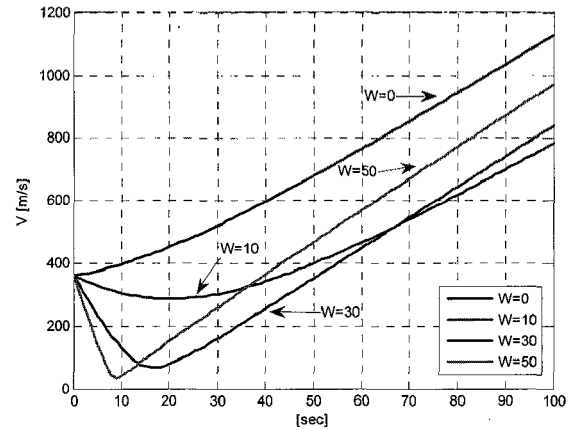


그림 5. 외란에 따른 속도  
Fig. 5. Velocity according to Disturbance.

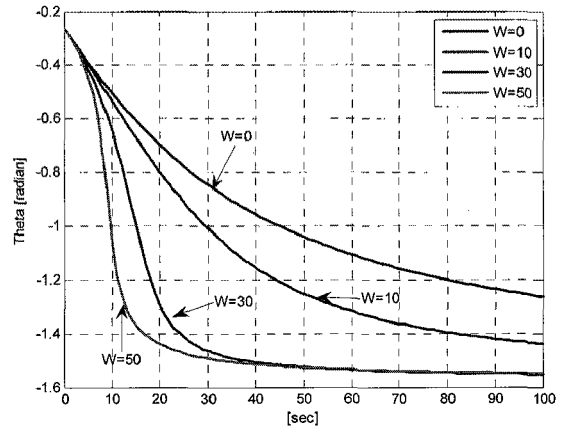


그림 6. 외란에 따른 받음각  
Fig. 6. Angle of Attack according to Disturbance

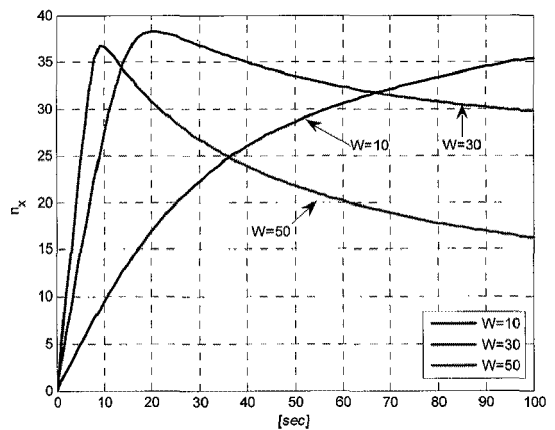


그림 7. 외란에 따른 하중 값  $n_x$   
Fig. 7. Load Value  $n_x$  according to Disturbance

다음으로 외란에 따라 비행체에서 발생하는 하중값 변화는 다음의 그림 7, 8에 나타내었다. 즉 외란이 없을

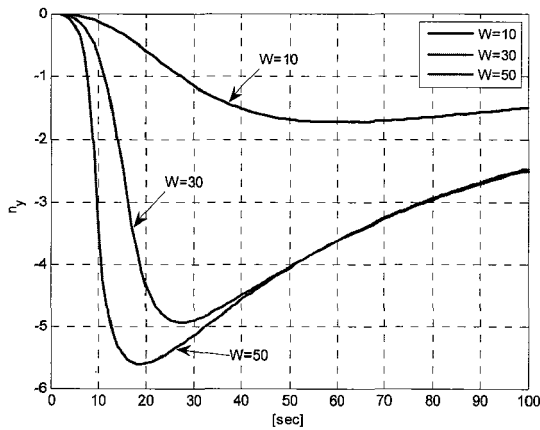


그림 8. 외란에 따른 하중  $n_y$   
 Fig. 8. Load Value  $n_y$  according to Disturbance.

때를 기준으로 외란에 의해 생성된 하중값을 나타내었다. 그림 7에서는  $n_x$  값을 그림 8에서는  $n_y$  값을 나타내었다.

외란에서의 비행체가 그림 7, 8에서 발생한 하중을 추진력 또는 임의의 시스템으로 하중을 0으로 만든다면 외란상에서 외란이 없는 자유 낙하하는 비행체와 같은 비행 경로를 갖게 될 것이다.

### V. 결 론

본 논문에서는 자유 낙하하는 비행체를 비선형 하중 모델로 중력장에서 동력이 없이 비행하는 비행체의 운동 특성을 분석하였다. 즉 동력이 없고 제어되지 않는 자유 낙하 물체를 비선형 하중모델로 구현해보았고, 외란에 따라 낙하하는 물체에 작용하는 하중값을 분석하였다. 또한 이러한 외란에 의해 발생한 하중값에 따른 낙하 경로를 구하였다. 본 논문의 연구결과는 비선형 모델 예측 제어 시스템에 적용하여 다연장로켓, 추진력을 갖지 않은 GPS 유도탄 그리고 우주비행체의 지상귀환 제어시스템의 정밀도 향상을 위해 이용될 수 있을 뿐만 아니라 공기 밀도가 희박한 화성 탐사 비행체에도 적용할 수 있을 것이다.

### 참 고 문 헌

[1] 왕현민, 우광준, “비행 물체의 유도제어 시스템 설계를 위한 하중(중력수) 제어 모델의 성능분석”, 전자공학회 논문지, 제46권, SC편 제1호, 2009년 1월.

[2] 왕현민, “엠아엔(MIN) 설계 방법”, 특허출원번호:10-2007-0137136, 한국 2007년.  
 [3] 왕현민, “움직이는 물체의 운동 하중제어 모델과 경로 특성(M-설계방법)”, 제어자동화시스템공학회 대전충청지부 학술대회 논문집, pp.62-66, 2007년 12월.  
 [4] 왕현민, “하중 제어 모델에서의 미사일 유도 법칙 하중 제어에 관한 연구”, 한국산학기술학회 논문지, 제9권, 제 6호, pp.1585-1591, 2008년 12월.  
 [5] Richar B. DOW, “Fundamentals of advance missile”, New york, John Wiley & Sons, Inc., 1964.  
 [6] Steven M. Archer , David D. Sworder, “Selection of the Guidance Variable for a Re-entry Vehicle”, Journal of Guidance and Control, Vol.2 No.2 , 1979.  
 [7] Bruce P. Dunn, “High-Energy Orbit Refueling for Orbit Transfer Vehicles”, Journal of Spacecraft, Vol. 24, No. 6, 1987.  
 [8] M. Auweter-Kurtz, M. Fertig, G. Herdrich, T. Laux, “Entry experiments at IRS in-flight measurement during atmospheric entries”, Space Technology, Vol. 23, No. 4, 2003.

### — 저 자 소 개 —



왕 현 민(정회원)-교신저자  
 1996년 단국대학교 전자공학과 졸업.  
 2000년 Saint-Petersburg state of aerospace instrumentation, 제어시스템 석사 졸업.  
 2005년 Baltic State Technical university, 제어시스템 박사 졸업.

<주관심분야 : 최적제어, 우주기술응용, 비선형 제어>

우 광 준(정회원)  
 2007년 11월 대한전자공학회 논문지 제 44 권 SC편 제 6 호 참조