大韓經營情報學會
「經營情報硏究」第29券 第4號 2010年 12月

경로의존 이동 비용을 갖는 외판원 문제의 정수계획 모형

유성열*

<요 약>

본 연구는 전형적인 차량경로 문제에서 각 노드간의 이동 시간이 일정하지 않은 특수한 경우의 상황에 대한 해법 절차를 제공한다. 본 연구는 상황에 따라 변화하는 이동시간을 갖는 외판원 문제의 특별한 경우인 '한 노드까지 도달한 경로가 다음 노드로 이동하는 데 걸리는 시간에 영향을 주는 외판원 문제'(경로의존 이동비용을 갖는 외판원 문제(RDTSP: Route Dependent Travelling Salesman Problem))의 해법을 제시한다.

RDTSP 문제의 해결을 위해 먼저 문제 상황을 묘사하는 정수 계획 모형을 개발하였다. 본 연구에서 제시한 정수계획 모형에서는, 모든 가능한 경로에 대하여 각각의 경로를 하나의 변수로 정의하고 이 변수들 중에서 하나를 선택하는 형태로 개발되었다. 이 모형에서는 변수에 해당하는 가능한 경로의 수가 노드수에 지수적(exponentially)으로 증가하기 때문에, 처음부터 모든 변수를 문제에 포함시켜 풀 수 없게 된다. 그러나, 개발된 정수계획 모형의 변수를 실수로 완하시킨 선형완화(LP relaxation) 문제에 대해서는 열 생성(column generation) 기법을 통해 그 해를 구할 수 있다. 또한 본 연구의 결과가 PCB 조립 공정의 작업시간 최적화 문제에 어떻게 적용될 수 있는가를 제시한다.

핵심주제어 : 정수계획모형, 경로의존비용, TSP

논문접수일: 2010년 10월 12일 수정일: 2010년 12월 3일 게재확정일: 2010년 12월 04일
* 부산가톨릭대학교 유통경영정보학부 교수, syyu@cup.ac.kr
† 이 논문은 2006년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2006-B00390)

I. 서 론

본 연구는 이동 경로에 따라서 노드간의 이동 시간이 달라지는 외판원 문제의 해법에 대해서 다루고 있다. 먼저, 전형적인 외판원 문제(TSP: Travelling Salesman Problem)에 대하여 살펴보면 다음과 같다.

n 개의 서로 다른 노드(node)로 이루어진 집합 $V=\{1,2,\ldots,n\}$와 각 노드간을 연결하는 호(arc)의 집합 $A=\{(i,j): i\in V,\ j\in V \text{ and } i\neq j\}$가 주어져 있으며, 또한, 호 $(i,j)\in A$에 대하여 노드 i에서 노드 j까지 바로 이동하는데 걸리는 시간 c_{ij}가 주어져 있다고 하자. 이 때, 어느 한 노드에서 출발하여, 모든 노드들을 정확히 한 번씩만 경유한 후 다시 처음 출발한 노드까지 돌아오는 최소비용의 해밀턴 순환로 (Hamiltonian cycle)를 찾는 문제를 외판원 문제라고 한다[5]. 외판원 문제는 차량의 이동 경로 결정 및 배달 경로의 결정과 같은 물류서비스 분야 뿐 만 아니라, 생산 현장에서 발생하는 제조 일정계획(scheduling)의 수립 등과 같이 다양한 유형의 현실 문제에서 그 응용분야를 찾아 볼 수 있다[10]. 외판원 문제는 적용 분야의 문제 특성에 따라, 여러 가지 유형으로 구분할 수 있는데, 그 중 한 가지가 주어진 호 (i,j)간의 비용 c_{ij}의 유형에 따른 구분이다. 하나는 c_{ij}가 항상 고정된 값을 가지는 경우이며, 다른 하나는 c_{ij}값이 상황에 따라서 변동하는 경우이다. 본 연구에서는 두 번째 유형인 c_{ij}값이 상황에 따라 달라지는 경우의 외판원 문제를 다룬다.

먼저 고정된 이동 비용 값을 갖는 외판원 문제의 해법에 대한 그 동안의 연구 동향은 크게 최적화 해법(optimization method)과 발견적 해법(heuristic method)의 두 가지로 구분될 수 있다. 최적화 해법은, 분지한계법 (branch & bound) 이나 동적계획법 (dynamic programming method)에 기반을 둔 방법들이 보통이다. 그러나 외판원 문제는 현실적인 크기의 문제의 경우 그 최적해를 구하기가 어려운 NP-hard로써 알려져 있다[4]. 따라서 최악의 경우 그 계산량이 문제의 크기에 따라 지수적으로 증가하는 경우가 발생할 수가 있다. 이러한 이유로 최적해는 보장하지 못하지만 합리적인 시간 내에 만족할 만한 정도의 최적해에 근사한 해를 구하는 발견적 해법에 대해서 많은 연구가 이루어져 왔다. 이러한 발견적 해법으로는 최인접점 방법(nearest neighbor), 삽입 방법(insertion heuristic), k-opt 기법을 포함한 다양한 방법들이 알려져 있다[4][5][8][10].

두 번째 유형인 상황에 따라 변화하는 이동시간을 갖는 외판원 문제는 고정 이동 시간을 갖는 문제에 비해 보다 현실적인 상황을 묘사한 경우에 해당된다고 할 수 있다. 예를 들어, 차량 수송문제 분야에 있어 최소 비용의 해밀턴 순환로를 구하고자 하는 수송 문제의 경우 c_{ij}값의 변동에 영향을 주는 요인으로는 노드 i에 차량이 도착하는 시간, 교통 혼잡이나 날씨 등에 의한 호 (i, j)의 상태 변화 등이 있을 수 있다. 이러한 문제를 이동 시간의 변화를 고려한 외판원 문제(TDTSP: Time Dependent Salesman Problem)라고 한다. 이동 시간 변화를 고려한 외판원 문제의 경우는 최근 들어 연구가 진행되고 있는 실정이다 [6]. Malandraki와 Daskin[6]은 시간변화를 고려한 외판원 문제와 함께, 이 문제의 일반화된 형태인 시간변화를 고려한 차량경로문제(TDVRP: Time Dependent Vehical Routing Problem)에 대해서 혼합 정수계획 모형(Mixed Integer Programming Model)을 제시하였으며, 10 ~ 25개의 노드를 갖는 작은 크기의 문제에 대해서, 분지-절단 (branch & cut) 알고리듬을 제시하였다.

본 연구는 상황에 따라 호의 이동 비용이 달라지는 상황에서의 외판원 문제에 대해서 다루고자 한다. 기존의 시간 변화를 고려한 외판원 문제에서는 주어진 호 (i, j)간의 비용 c_{ij}가 변동되는 경우에 대한 기본적인 가정은 노드 i의 도착(혹은 출발) 시간에 따라 (i, j)간의 이동 비용이 달라진다는 것이다. 하지만, 출발 지점에서 노드 i까지의 이동 경로에 따라, (i, j)간의 이동 비용이 변화하는 상황을 고려한 연구는 거의 없는 실정이다. 그러나 실제 산업 현장에서는 이러한 형태의 의사 결정 문제가 지속적으로 발생하고 있다.

이에 본 연구에서는 '한 노드까지 도달한 경로가 다음 노드로 이동하는 데 걸리는 시간에 영향을 주는 외판원 문제'를 '경로의존 이동비용을 갖는 외판원 문제(RDTSP: Route Dependent Travelling Salesman Problem)'라고 부르기로 하고, 이 RDTSP 문제에 대해 정수계획 모형 및 해법 절차를 제시한다.

Ⅱ. 정수계획 모형

1. 수리모형

본 연구에서는 두 노드간의 비용이 지나온 경로에 따라 달라지는 비용함수를 갖는 특수한 형태의 외판원 문제에 대하여, 새로운 수리모형을 개발하고, 이를

효율적으로 해결할 수 있는 알고리듬을 제시한다. 나아가, 개발된 알고리듬을 구현하고 실제 산업 현장에서 발생하는 데이터에 적용, 실험함으로써, 모형 및 알고리듬의 타당성을 제시한다.

본 연구에서 다루고 있는 경로의존 이동비용을 갖는 외판원 문제(RDTSP)는 다음과 같은 수리 모형으로 표현될 수 있다. 먼저 모형에 사용될 기호 및 의사결정 변수를 다음과 같이 정의한다.

기호(notation):

$V=\{1,2,\ldots,n\}$: 노드들의 집합

τ_i : 처음 출발 노드에서 노드 i까지의 부경로(sub-path)

$d_{ij}(\tau_i)$: 노드 i 까지의 부경로가 τ_i일 때, i 에서 j 까지의 이동 비용

의사결정변수(decision variables):

$x_{ij}=1$, 전체 경로 상에서 도시 i에서의 다음 방문 도시가 j일 경우,

$=0$, 아닌 경우.

RDTSP의 수리 모형은 다음과 같다.

(MP1) 최소화 $$z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}(\tau_i)x_{ij} \quad (1)$$

제약조건

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1, \quad \text{for } j\in V \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=1, \quad \text{for } i\in V \quad (3)$$

$$\lambda_i-\lambda_j+(n+1)x_{ij}\le n+1, \quad \text{for } i,j\in V \quad (4)$$

$$x_{ij}\in\{0,1\} \quad \text{for } i,j\in V \quad (5)$$

모형 (MP1)에서, 목적 함수 (1)은 전체 노드를 순회하는데 걸리는 시간 z를 최소화한다. 이 때, 모든 노드는 정확히 한 번씩만 경유되어야 하는데 그와 관련된 제약이 식 (2)와 (3)이다. 일부 노드들만의 사이클이 형성되어서는 상황을

방지하기 위하여 제약식 (4)가 필요하다[8]. 마지막으로 제약식 (5)는 변수 x_{ij}가 이진변수(binary variables)임을 나타낸다.

2. 가능경로를 변수로 한 모형

모형 (MP1)은 일반적인 (고정 이동비용을 갖는) 외판원 문제의 모형을 확장한 형태이다. 두 노드간의 이동 비용이 지나온 경로나 시간에 관계없이 항상 일정한 값을 갖는 일반적인 형태의 외판원 문제의 경우, 목적 함수 (1)에서 $d_{ij}(\tau_i)$는 상수 값인 c_{ij}로 대체되며, 제약식은 변함이 없다. 이 경우에는 알려진 바대로[8], 0-1 정수 계획 문제(Integer Programming)가 되며, 기존의 정수 계획 문제 해법들을 적용하여 최적해나 근사 최적해를 도출해 낼 수 있다. 그러나 (MP1)의 목적 함수에서는, $d_{ij}(\tau_i)$의 값이 고정된 값이 아니고, 다른 변수들이 취하는 값에 따라서 그 값이 달라지므로, 실제 문제에 있어 정수계획 해법을 바로 적용할 수 없다. 예를 들어, 전체 노드의 개수가 n개인 경우, 하나의 비용함수가 가질 수 있는 값은 최대 $(n-1)!$개가 된다. 따라서 사실상 위 모형으로는 문제를 다루기 어려워지게 된다.

본 연구에서는 RDTSP에 대해서, 모든 가능한 경로에 대하여 각각의 경로를 하나의 변수로 정의하고 이 변수들 중에서 하나를 선택하는 모형을 다음과 같이 제시한다.

(MP2) 최소화 $z = \sum_{r \in R} \lambda_r y_r$ (6)

제약조건

$$\sum_{r \in R} y_r = 1, \tag{7}$$

$$y_r \in \{0, 1\}, \qquad \text{for} \quad r \in R \tag{8}$$

여기에서, R은 모든 가능한 경로의 집합, λ_r은 경로 $r \in R$을 이용하여 순회할 경우의 총 비용, 그리고, y_r은 경로 r이 선택되었을 경우 1의 값을 갖고 선택되지 않은 경우 0의 값을 갖는 의사 결정 변수이다. 모형 (MP2)에서는 변

수에 해당하는 가능한 경로의 수는 노드 수에 지수적(exponentially)으로 증가하여, 처음부터 모든 변수를 문제에 포함시켜 풀 수 없다. 그러나, 위 모형과 같이 변수의 수가 지수적으로 증가하는 경우, 제약식 (8)을 $y_r \geq 0$ for $r \in R$ 로 완하시킨 선형완화(LP relaxation) 문제(이하, RMP2라고 한다)의 열생성(column generation) 기법을 통해 그 해를 구할 수 있다[12].

Ⅲ. 알고리즘

앞 절에서, 본 연구에서 다루고 있는 RDTSP를 (MP2)로 모형화하였다. 본 절에서는 위 문제를 열생성기법과 분지가격(branch & price) 기법[12]에 기초한 최적화 알고리듬을 제시한다.

열생성 기법은 변수의 수가 주어진 문제의 크기에 지수적으로 증가하여 모든 변수를 다 포함한 모형을 만들 수 없을 경우, 일부의 초기 변수만으로 주어진 문제의 선형 완화 문제를 풀기 시작하여, 목적함수의 값을 더 개선시킬 수 있는 변수(열, column)들을 추가 해 나가면서 문제를 풀어나가는 방식이다. 위 모형(MP2)의 경우도 변수가 추가될 때마다 그 변수에 해당하는 경로의 총비용값 λ_r을 계산하여 추가시켜 나가면서 문제를 풀 수 있다. 이러한 과정을 더 이상 목적함수를 개선시킬 수 있는 변수를 찾을 수 없을 때까지 반복한다. 그러나 이렇게 해서 얻게 된 해는 최적해를 보장하지는 못한다. 왜냐하면, 먼저 원래의 문제는 (MP2)이나, 열생성기법을 적용한 문제는 (MP2)의 선형 완화된 문제인 (RMP2)이기 때문이다. 만약 (RMP2)에서 정수해를 구하게 되면 이는 최적해이지만, 그렇지 않은 경우, 최적해가 아니다. 최적해를 구하지 못한 경우에는 분지가격기법을 적용하여 문제의 최적해를 구할 수 있을 때까지 풀어나간다. 분지가격법은 기본적으로 분지한계법(branch & bound)과 유사하나, 분지한계법을 풀어나가는 각 분기점에서 다시 열생성기법을 적용하여 필요한 변수를 추가한다는 점에서 분지한계법과 차이가 있다. 이렇게 적용해 나갈 경우, 최적해를 구할 수 있다. 지금까지 기술한, 열생성기법과 분지가격기법에 기초한 알고리듬을 정리하면 다음과 같다.

RDTSP를 위한 최적화 알고리듬

Step 1: n개의 임의의 가능한 초기 경로들을 산출한다.

Step 2: 산출된 경로(변수)들로 구성된 0-1 정수계획 모형 (RMP2′)을 구성한다. 여기서, (RMP2′)의 최적해는 (RMP2)의 서브최적해(sub-optimal solution)이다.

Step 3: (RMP2′)의 해를 개선시키기 위한 추가적인 경로를 구한 후 Step 4로 간다. 만약 (RMP2′)의 해를 개선시킬 수 있는 경로가 더 이상 존재하지 않을 경우 이 과정을 중단하고 Step 5로 간다.

Step 4: Step 3에서 구한 경로(변수)를 (RMP2′)에 추가하여 새로운 해를 구한다. 다시 Step 3로 돌아간다.

Step 5: 현재의 (RMP2′)의 해가 정수해일 경우, 이 해가 (MP2)의 최적해이며, 따라서, 이 단계에서 알고리듬을 중단한다. 만약 현재의 해가 정수해가 아닌 경우, Step 6으로 간다.

Step 6: 최적 정수해를 구할 때까지 branch & price를 수행한다.(branch & bound를 진행해 나가되, branch & bound tree의 각 분기점에서 위 Step 3-5의 과정을 반복한다.)

위 알고리듬의 Step 3에서는 (RMP2′)에 추가할 해를 구해야 하는데, 이는 일반적인 외판원 문제의 가능 경로 산출 기법을 통해 구할 수 있다.

Ⅳ. 응용분야

1. PCB 조립 공정

본 연구에서 다루고 있는 RDTSP의 응용 분야로 PCB 조립 공정을 들 수 있다.

n가지의 유형의 서로 다른 PCB를 정해진 한 대의 표면실장기(surface mounting device)에서 조립하고자 하는 공정을 고려하자. 각각의 PCB에 조립할 부품들은 부품함(component feeders)에 담긴 형태로 표면실장기 상의 정해진 위치에 놓이게 된다. 이때 표면실장기에 한 번에 놓일 수 있는 부품함의 개수는 B 개로 한정되어 있다. 보통 한 종류의 PCB만을 생산 할 경우, 주어진 PCB에 필요한 부품함들은 모두 표면실장기에 설치될 수 있으나, 주어진 상황처럼 여러 종류의 PCB를 하나의 조립 라인에서 동시에 생산하는 경우, PCB 유형이 바뀌

었을 때 두 개의 연속적인 PCB 종류에 모두 필요한 부품함의 수가 B보다 커지는 경우가 발생할 수 있다. 이 경우에는 앞선 PCB의 작업이 종료된 직후, 다음 PCB의 작업을 진행하기 전에 일부 부품함들의 설치를 변경해야 한다.

이러한 상황에서, 각각의 PCB를 기계에서 조립하는데 걸리는 시간이 주어졌다고 가정할 때, 주어진 n가지 타입의 PCB를 생산하는데 필요한 시간을 최소화하는 문제는 결국 부품함 교체를 위한 시간을 최소화하는 문제와 동일하다. 실제 전체 부품함 교체 시간은 투입되는 PCB의 순서에 따라 결정되며, 이는 외판원 문제와 동일한 문제가 된다. 이러한 유형의 문제를 해결하기 위한 기존 방법으로는, 유사한 부품을 많이 가지고 있는 PCB들을 하나의 그룹으로 지정하여 그룹별 부품함 설치를 통해 부품함 교환 시간을 단축하거나, 유사한 두 종류의 PCB를 연속적으로 투입함으로써, 문제를 해결하고자 한 방법들이 있다. 그러나 두 방법 모두 최적해를 보장하는 방법은 아니며, 특히 여러 대의 기계를 이용하는 조립 라인의 경우에는 기존 연구들에서 제안한 기법들을 직접적으로 확대하기가 어려운 단점이 있다. 특히, Shtub[11]나 Mamon[6]의 연구에서는 연속된 두 종류의 PCB i와 j 간의 부품함 교체 시간을 비용 c_{ij}로 가정하고 n가지의 PCB 종류 집합을 노드 집합 $V=\{1,2,...,n\}$으로 하는 외판원 문제로 모형화하여 해법 절차를 개발하였다. 그러나 이들의 논문에서 정한 부품함 교체 시간은 PCB i에 앞선 작업에서 어떤 PCB가 사용되었나에 관계없이 항상 일정한 교체 비용을 갖는 것으로 간주하였다. 하지만, i 이전의 PCB 생산에서 사용된 부품함이 아직 표면실장기에 남아있는 경우, c_{ij}는 고정된 값이 아니라 이전 경로에 따라 부품함 교체수가 달라지는 경로 의존적인 값을 갖게 된다.

따라서 이러한 PCB 조립 공정의 부품함 교체 시간 최소화 문제에 대해 본 연구에서 개발된 알고리듬을 적용할 경우, 두 노드간(PCB 교체)의 이동 비용이 경로(작업 순서)에 따라 달라지는 보다 실제적인 상황에 적용할 수 있게 된다.

2. 적용 예

여기에서는 RDTSP가 PCB 공정에 어떻게 적용될 수 있는지를 예제를 통하여 제시하고자 한다. 생산하고자 하는 PCB 유형 A, B, C가 있다고 가정하자. 또한, PCB A에 사용되는 부품은 {a, b, c, d}, B에서 사용되는 부품은 {a, b, e, f, g}, C에서 사용되는 부품은 {c, e, f, g}라고 하자. 표면실장기에 동시에 놓을

수 있는 부품함의 개수는 5개라고 하자. 이 경우 PCB 생산순서는 3! = 6가지를 고려할 수 있는데, 각각의 경우 부품함 교체비용은 <표 1>과 같다.

<표 1> 가능한 생산 순서별 부품함 교체비용

생산순서	A-B-C	A-C-B	B-A-C	B-C-A	C-A-B	C-B-A
교체비용	4	4	4	3	5	4

이 중, 교체순서에 따라 비용이 어떻게 달라지는가를 'B-C-A'와 'C-A-B'의 비교를 통해 살펴본다. 먼저 'B-C-A'의 순서로 PCB를 생산 할 경우, 최초 표면실장기에는 B의 해당 부품인 {a, b, e, f, g}가 놓여진다. 다음에 생산할 C의 부품은 {c, e, f, g} 이므로 최소 1개의 교체가 필요하다. 만약 부품함 b를 부품함 c로 교체할 경우, 놓여있는 부품들은 {a, c, e, f, g}가 된다. 마지막으로 A의 작업을 위해서는 {e, f, g}중 2개는 {b, d}로 교체되어야 한다. 따라서 B를 C 교체하는 비용 1, C를 A로 교체하는 비용 2로써, 총 비용은 3이 된다. 그러나 같은 방식으로 생산순서가 'C-A-B'인 경우의 비용을 계산하면, C를 A로 교체하는 비용은 3이 되며, A를 B로 교체하는 비용은 2가 되어, 총 비용은 5가 된다. 결론적으로 C 다음에 바로 A를 생산하는 두 가지 경우에서, C를 가장 먼저 생산하느냐, 아니면 B를 먼저 생산한 후 A를 생산하느냐에 따라 교체비용이 달라짐을 알 수 있다. 이는 이 논문에서 제시한 경로의존 이동 비용을 갖는 외판원문제의 적용 예에 해당된다.

V. 결 론

본 연구는 상황에 따라 변화하는 이동시간을 갖는 외판원 문제의 특별한 경우인 '한 노드까지 도달한 경로가 다음 노드로 이동하는 데 걸리는 시간에 영향을 주는 외판원 문제'(RDTSP)에 대한 정수계획 모형을 제시하고 그 해법절차를 개발하였다.

RDTSP 문제의 해결을 위해 먼저 문제 상황을 묘사하는 정수 계획 모형을 개발하였다. 본 연구에서 제시한 정수계획 모형에서는, 모든 가능한 경로에 대하여 각각의 경로를 하나의 변수로 정의하고 이 변수들 중에서 하나를 선택하는 형태로 개발되었다. 이 모형에서는 변수에 해당하는 가능한 경로의 수가 노

드수에 지수적(exponentially)으로 증가하기 때문에, 처음부터 모든 변수를 문제에 포함시켜 풀 수 없게 된다. 그러나, 개발된 정수계획 모형의 변수를 실수로 완화시킨 선형완화(LP relaxation) 문제에 대해서는 열 생성(column generation) 기법을 통해 그 해를 구할 수 있다. 또한 본 연구의 결과물인 RDTSP 문제에 대한 해법은 PCB 조립 공정에 적용될 수 있음을 예를 포함하여 제시하였다.

참고문헌

1. Bhaskar, G. and Narendran, T. T(1996), "Grouping PCBs for set-up reduction: a maximum spanning tree approach," *International Journal of Production Research,* Vol. 34, pp.621-632.
2. Daskin, M. S., Maimon, O., Shtub, A. and Braha, D(1997), "Grouping components in printed circuit board assembly with limited component staging capacity and single card setup: problem characteristics and solution procedure," *International Journal of Production Research,* Vol. 35, pp.1617-1638.
3. Hashiba, S. and Chang, T(1991), "PCB Assembly Setup Reduction Using Group Technology," *Computers and Industrial Engineering,* Vol. 21, pp.453-457.
4. Laporte, G(1992), "The Travelling Salesman Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms," *European Journal of Operational Research,* Vol. 59, pp.231-247.
5. Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H. K. and Shmoys, D. B(1986), *The travelling Salesman Problem*, John Wiley & Sons, New York.
6. Maimon, O. and Shtub, A(1991), "Grouping Methods for Printed Circuit Board Assembly," *International Journal of Production Research,* Vol. 29, pp.1379-1390.
7. Malandraki, C. and Daskin, M. S(1991), "Time Dependent Vehicle Routing Problems: Formulation, Properties and Heuristic Algorithms," *Transportation Science,* Vol. 26, pp.185-200.
8. Nemhauser, G. L. and Wolsey, L. A(1989), *Integer and Combinatorial Optimizations*, John Wiley & Sons. New York.
9. Park, Y. B. and Song, S. H(1997), "Modeling Intra-City Time_Dependent Travel Speeds for Vehicle Scheduling Problems," *Journal of OR Society,* Vol. 43, pp.343-351.
10. Reinelt, G(1991), "TSPLIB-A Traveling Salesman Problem Library," *ORSA Journal of Computing,* Vol. 3, pp.376-384.

11. Shtub, A. and Maimon, O(1992), "Role of similarity measure in PCB grouping procedures," *International Journal of Production Research,* Vol. 30, pp.973-983.
12. Wolsey, L. A(1998), *Integer Programming*, John Wiley & Sons. New York.
13. Yu, S., Kim, D. and Park, S(2005), "Integer programming approach to the printed circuit board grouping problem," *International Journal of Production Research,* Vol. 43, pp.1667-1684.
14. Yu, S. and Lee, K(2006), "A Study on Job Sequence and Feeder Allocatiuon Problem in PCB Assembly Line," *Journal of the Society Korea Industrial and Systems Engineering,* Vol. 29, pp.63-71.

Abstract

Integer Programming Model to the Travelling Salesman Problems with Route Dependent Travel Cost

Yu, Sung-Yeol *

In this study, we propose a solution procedure to solve travelling salesman problem(TSP) with special cost function, route dependent travelling salesman problem(RDTSP).

First, we develop an integer programming model to describe the problem. In the model, a variable means a possible route. And, the number of variables in this model are extremely large. So, we develop a LP relaxation problem of the IP model and solve the relaxation problem by a column generation technique.

The relaxation problem does not guarantee the optimal solution. If we get an integer solution in the ralaxation problem, then the solution is an optimal one. But, if not, we cannot get an optimal solution. So, we approach a branch and price technique.

The overall solution procedure can be applied a printed circuit board(PCB) assembly process.

Key Words: Integer Programming Model, Route Dependent Cost, Travelling Salesman Problem

* Associate Professor, School of Distribution and Management Information, Catholic University of Pusan