

정밀 INS/GPS시스템을 위한 언센티드 칼만 필터 기반의 역방향 필터연구

권재현^{1*} · 이종기² · 이지선¹

The Unscented Kalman Filter Based Backward Filters for the Precise INS/GPS System

Jay-Hyoun KWON^{1*} · Jong-Ki LEE² · Ji-Sun LEE¹

요 약

언센티드 칼만 필터 기반의 역방향 필터를 유도하고 시뮬레이션 테스트를 통하여 확장 칼만 필터, 언센티드 칼만 필터, 그리고 확장 칼만 스무더로부터의 위치결과와 비교 분석하였다. 시뮬레이션은 GPS의 수신환경이 극단적으로 좋지 않을 경우를 고려하여 40m×40m의 공간에서 4개의 곡선 그리고 5개의 직선구간으로 이루어진 궤적에서 시작점과 끝점만을 기지점으로 가정하여 수행하였다. 실험 결과 스무더는 순방향 필터에 비하여 최대 위치 오차값이 약 8~9m 정도 크게 감소하는 결과를 보여주었다. 스무더의 경우 위치오차를 직선구간과 곡선구간으로 나누어 분석하였는데, 언센티드 칼만 스무더가 확장 칼만 스무더에 비하여 직선 구간에서는 최대 10cm, 곡선 구간에서는 최대 23cm 향상된 결과를 나타내었다.

주요어 : 확장 칼만필터, 언센티드 칼만필터, 확장 칼만스무더, 언센티드 칼만스무더

ABSTRACT

Unscented Kalman filter based backward filter is derived and the positions from extended Kalman filter, unscented Kalman filter, and extended Kalman smoother are compared and analyzed through a simulation test. Considering the poor GPS signal reception, the simulation is performed under the assumption of only the start and end points of the trajectory, composed of 4 curves and 5 straight sections in the area of 40m×40m, are known. The test shows that the smoothers generate much better positioning results of 8~9m improvement compared to those from the forward filters. For the comparison between the smoothers, the analysis is performed separately for the curves and straight segments. In

2010년 5월 10일 접수 Received on May 10, 2010 / 2010년 6월 22일 수정 Revised on June 22, 2010 / 2010년 6월 24일 심사완료 Accepted on June 24, 2010

1 서울시립대학교 공간정보공학과 Dept. of Geoinformatics, The University of Seoul

2 오하이오주립대학교 토목환경공학 및 측지학과 Civil & Environmental Engineering & Geodetic Science, The Ohio State University

* 연락처 E-mail : jkwon@uos.ac.kr

both cases, the unscented Kalman smoother generates better positioning error; 10cm and 23cm improved positioning results in straight segment and curves, respectively.

KEYWORDS : *Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, Extended Kalman Smoother, Unscented Kalman Smoother*

서 론

GPS는 다양한 응용 분야에서 정밀 위치 정보를 제공해 왔으나 주위 환경에 따른 신호 단절(Signal Blocking)과 낮은 시간 해상도(Temporal Resolution) 문제를 가지고 있다. 이를 해결하기 위해 자동 항법 장치인 관성 항법 시스템(Inertial Navigation System, INS)과 결합하여 INS/GPS통합 시스템을 구성하며, 통합 시스템의 데이터를 처리하기 위해서 칼만 필터(Kalman Filter, 비선형 시스템의 경우는 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter)를 가장 많이 사용한다. 그러나 확장 칼만 필터는 테일러급수를 이용한 선형화 과정(Jacobian 행렬 생성 등)을 거친 후 급수의 1차항까지만을 사용하므로 시스템의 동적 변화가 높을 경우 위치 정보의 정확도 및 통합의 용이성이 떨어진다. 따라서 이러한 단점을 극복하기 위하여 선형화 과정을 거치지 않고 시스템 모델을 구성하는 언센티드 칼만필터(Unscented Kalman Filter), 언센티드 파티클 필터(Unscented Particle Filter)등의 비선형 필터들이 연구되어 왔다(Lee and Jekeli, 2009).

필터를 적용하는데 있어서 추정의 정밀도에 영향을 미치는 중요한 요소 중 한 가지는 얼마나 많은 관측치를 이용하여 추정에 적용하느냐 하는 문제이다. 다시 말해서, 추정의 시점까지의 관측치만을 이용하는 순방향 필터(Forward filter)와 역방향 필터(Backward filter)까지 적용하여 모든 사용 가능한 데이터를 이용하여 상태벡터를 추정하는 스무더(smoother)의 차이가 바로 그것이다. 즉, 순방향과 역방향 모두를 적용한 경우를 스무더라 하며, 본 연구에서

는 순방향 필터의 결과와 역방향 필터까지 적용한 결과를 비교하는데 주안점을 두었다.

일반적으로 확장 칼만 필터의 역방향 필터(확장 칼만 스무더, Extended Kalman Smoother)를 구현하기 위해서는 auch-Tung-Striebel(RTS)을 이용한 방법이 주로 사용된다(Haykin, 2001). 본 논문에서는 RTS 방법을 적용한 언센티드 칼만 필터의 역방향 필터(언센티드 칼만 스무더, Unscented Kalman Smoother)를 유도하고, 시뮬레이션 테스트를 통하여 위치 오차를 확장 칼만 스무더(Extended Kalman Smoother)의 결과와 비교 분석하였다. 이때 시뮬레이션에서는 GPS로부터의 신호단절과 동적 변화가 심하다고 가정하여 위치의 시작점과 끝점만을 안다고 가정한 후 자유항법(Free-navigation)에 의한 필터링을 수행하였다. 이는 INS/GPS 시스템의 운영환경이 극단적으로 좋지 않을 때를 가정한 것으로 이러한 환경에서 최적의 결과를 도출하는 필터를 적용하여야 한다는 논리에 기반한다.

필터 (Forward Filter)

1. 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter, EKF)

칼만 필터는 외부 관측치를 기반으로 시간에 따라 시스템 상태(state)를 순환 추정(recursive estimation)하는 방법이다(Kalman, 1960). 칼만 필터는 시스템과 관측 모델이 선형(linear)이며 가우시안(Gaussian) 분포를 가진 시스템의 필터링에 대한 해석해(analytic solution)를 제공한다. 칼만 필터는 사후 밀도 함수(posterior density function)를 가우시안(Gaussian) 확률 분포 함수로 가정하며, 사후 밀도 함수는 가우시안 확률 분포 함수의 두 매개변수(평균과 표준편차)로서 그 특성을 설명

할 수 있다. 칼만 필터의 수학적 유도는 다수의 논문에 잘 정리되어 있으므로 (Kalman, 1960; Maybeck 1979; Welch and Bishop, 2001; Haykin, 2001), 본 논문에서는 간략히 요약 하여 서술한다.

덧셈 잡음(additive noise)를 가정할 경우에 일반적인 비선형 시스템 모델식과 관측치 방정식은 식 (1)과 (2)와 같으며, 수식 (1)을 선형화 하면 수식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + w_{k+1} \quad (1)$$

$$y_k = h_k(x_k) + v_k \quad (2)$$

$$x_k = F(t_k, t_{k-1})x_{k-1} + G_k w_k \quad (3)$$

여기서 $x_k (m \times 1)$ 는 마르코프 프로세스(Markov process)를 따르는 상태 벡터이다. 마르코프 프로세스는 상태벡터가 결정될 확률이 과거의 다른 상태벡터들에 무관하고 그 직전의 결과인 x_{k-1} 에 따라 결정되는 특징을 가진다.

$$P(x_k | x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_k) = p(x_k | x_{k-1}) \quad (4)$$

$F(t_k, t_{k-1})$ 는 상태를 k-1에서 k로 옮기는 상태 변이 행렬(state transition matrix)이다. 시스템은 랜덤 성분인 $G_k w_k$ 에 의해 구동되며 여기서 $G_k (m \times l)$ 는 $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ 동안 상수로 가정되고 $w_k (l \times 1)$ 는 식 (5)와 같은 공분산을 갖는 가우시안, 영평균(zero-mean), 백색 잡음 프로세스(white noise process) 형태의 시스템 잡음이다(Brown and Hwang, 1992, p.219).

$$E[w_n w_k^T] = \begin{cases} Q_k & \text{for } n = k \\ 0 & \text{for } n \neq k \end{cases} \quad (5)$$

관측치는 관측치 행렬 $H_k (n \times m)$ 을 통해 상태 벡터와 선형으로 연결되며, 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (6)$$

여기서 v_k 는 가우시안, 영평균, 백색 잡음 프로세스 형태의 관측치 잡음으로 공분산은 다음과 같이 정의 될 수 있다. 또한, 시스템과 관측치 잡음은 서로 상관관계가 없는 것으로 가정한다.

$$E[v_n v_k^T] = \begin{cases} R_k & \text{for } n = k \\ 0 & \text{for } n \neq k \end{cases} \quad (7)$$

칼만필터의 가우시안 매개변수들은 예측(prediction)과 갱신(update) 단계를 통해 추정된다. 예측 단계에서는 식 (8)과 (9)을 이용하여 상태 벡터를 예측하고 공분산을 전파시킨다.

$$\hat{x}_k^- = F(t_k, t_{k-1})\hat{x}_{k-1} \quad (8)$$

$$P_k^- = F(t_k, t_{k-1})P_{k-1}F^T(t_k, t_{k-1}) + G_k Q_k G_k^T \quad (9)$$

여기서 \hat{x}_{k-1} 와 P_{k-1} 는 t_{k-1} 에서 추정된 상태 벡터와 공분산이고, \hat{x}_k^- 와 P_k^- 는 다음 단계를 위해 예측된 상태 벡터와 공분산이다.

관측치를 이용한 갱신은 아래의 두 수식으로 진행된다.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(y_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (10)$$

$$P_k = (I - K_k H_k)P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (11)$$

여기서 칼만 이득(gain)은 관측치와 시스템 모델을 통해 계산된 예측치와의 가중 편차를 계산하며 다음과 같이 주어진다.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (12)$$

하지만 실제로 관성항법 시스템에서 시스템과 관측 모델은 선형이 아니므로 선형화 모델을 이용하여 확장 되어야 한다(Anderson and Moore, 1979). 상태 추정치 \hat{x}_{k-1} 에서의 비선형 함수 $f(\cdot)$ 와 $h(\cdot)$ 를 위한 테일러 급수 확장은 식 (13)과 같이 주어지며, 일반적으로 급수의 첫번째 항만을 사용한다. 그러므로 만약 시스템 오차가 기하급수적으로 커지면, 1차항만을 이용하는 선형식은 정밀 위치 측정 문제에 적합하지 않을 수 있다.

$$f(x_k) = f(\hat{x}_{k-1}) + \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_k} \Big|_{x_j = \hat{x}_{k-1}} \times (x_k - \hat{x}_{k-1}) + \dots \quad (13)$$

여기서 F_k 와 H_k 는 시스템과 관측치 모델의 야코비안(Jacobian) 행렬이다.

$$F_k \cong \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_k} \Big|_{x_i = \hat{x}_{k-1}} \quad \text{and} \quad (14)$$

$$H_k \cong \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k} \Big|_{x_i = \hat{x}_{k-1}}$$

2. 언센티드 칼만 필터(Unscented Kalman Filter, UKF)

언센티드 칼만 필터는 비선형 시스템 모델식의 선형화를 수행하지 않고 상태 벡터를 시스템 모델식을 통해 전파 시키는 언센티드 변환(unscented transformation, UT)을 이용하여 매개변수를 순환 추정하는 방법이다(Julier and Uhlmann, 1997). 언센티드 변환을 이용한 칼만 필터에서는 상태 벡터의 공분산을 이

용하여 생성한 시그마 포인트(sigma points)를 시스템 모델 통해 전파시켜 직접 사후 밀도 함수(가우시안 확률 분포 함수로 가정)의 평균과 분산의 근사치를 추정하므로 확장 칼만 필터의 시스템 모델 선형화와 야코비안 행렬 생성을 피할 수 있다.

샘플(상태 벡터의 샘플 또는 상태 변수의 임의의 생성값)을 사용한다는 점에서 언센티드 변환은 파티클 필터(Particle filter)와 비슷하다고 여겨질 수 있으나 언센티드 변환은 생성된 시그마 포인트($2n_x + 1$, n_x 는 상태 변수의 개수)의 계산을 통해서 상태변수의 평균과 분산을 결정하는 것에 비해 파티클 필터는 샘플을 랜덤하게 생성한 후 생성된 샘플들의 임의의 분포를 이용하여 상태변수의 평균과 분산을 계산하는 점이 다르다. 본 연구에서는 다양한 언센티드 변환 중에서 고차(high dimension) 상태 변수 계산 시 유용한 스케일 언센티드 변환(Scale Unscented Transformation, SUT)을 사용하였으며 다음과 같이 요약 될 수 있다(Julier et al., 2000; Wan and Van der Merwe et al., 2001).

차수 n_x 의 랜덤변수 x 의 평균과 공분산이 \bar{x} 와 P_x 일때, 시그마 포인트 χ_i 와 가중치 W_i 는 다음과 같이 생성된다.

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} \\ \chi_i &= \bar{x} + \alpha \left(\sqrt{(n_x + k) P_x} \right)_i, \quad i = 1, \dots, n_x \\ \chi_i &= \bar{x} + \alpha \left(\sqrt{(n_x + k) P_x} \right)_{i-L}, \\ &\quad i = n_x + 1, \dots, 2n_x \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 α 와 κ 는 스케일 변수이고 $\left(\sqrt{(n_x + k) P_x} \right)_i$ 는 $\sqrt{(n_x + k) P_x}$ 행렬의 i 번째 행 또는 열이다. 예를 들어, 비선형 함수 $g(x)$ 가 주어지면, 시그마 포인트와 가중치 결합 ($y_i = g(\chi_i)$ $i = 0, \dots, 2n_x$)은 주어진 비선형 함수의 첫 두 모멘텀(평균과 공분산)을

비선형 함수를 선형화 할 때 급수 둘째 항 정도 까지 추정할 수 있다.

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n_c} W_i^{(m)} y_i \quad (16)$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{2n_c} W_i^{(c)} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (17)$$

식 (16) 과 (17)에서 사용된 가중치는 다음과 같이 주어진다.

$$W_0^{(m)} = 1 - \frac{n_x}{\alpha^2(n_x + \kappa)},$$

$$W_0^{(c)} = 1 - \frac{n_x}{\alpha^2(n_x + \kappa)} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (18)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2\alpha^2(n_x + \kappa)}, \quad i = 1, \dots, 2n_x$$

이때, 평균을 위한 가중치의 합은 1이며 공분산을 위한 가중치의 합은 $(1 - \alpha^2 + \beta)$ 이다. 스케일 변수 $\alpha(10^{-4} \leq \alpha \leq 1)$ 는 평균값 \bar{x} 근처의 시그마 포인트의 범위를 조절하게 되는데(van der Merwe et al., 2000), 일반적으로 너무 작은 α 값은 상태변수의 예측 범위에 제한을 가하므로 언센티드 칼만 필터의 결과가 불안정 할 수 있다(Lee and Jekeli, 2009). β 는 고차 모멘트의 정확도 향상을 위해 사용된다 (가우시안 변수일 때, $\beta = 2$) (Julier et al., 1995).

확장 칼만 필터와 동일하게 언센티드 칼만 필터의 순환 추정 과정은 예측과 갱신 단계들로 구성된다. 표1은 언센티드 칼만 필터의 예측과 갱신 단계를 요약하고 있다.

TABLE 1. 언센티드 칼만 필터

초기치 생성 (평균과 공분산)

$$\bar{x}_0 = E[x_0], \quad P_0 = E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T]$$

시그마 포인트 생성

$$\chi_{k-1} = [\bar{x}_{k-1} \quad \bar{x}_{k-1} \pm \alpha \sqrt{(n_x + \kappa)P_{k-1}}]$$

$$\chi_{k|k-1} = f(\chi_{k-1})$$

예측(Prediction) 단계

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} (\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)(\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)^T + Q$$

갱신(Update) 단계 : 상태와 공분산 갱신은 칼만 필터 방식과 동일하다 (식 (10)~(12))

$$\begin{aligned}
 Y_{k|k-1} &= h(\chi_{k|k-1}) \\
 \hat{y}_k^- &= \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(m)} Y_{i,k|k-1} \\
 P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k}^- &= \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} (Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)(Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T + R \\
 P_{x_k \tilde{y}_k} &= \sum_{i=0}^{2n_x} W_i^{(c)} (\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)(Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T \\
 \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + \kappa_k (y_k - \hat{y}_k^-), \quad P_k = P_k^- - \kappa_k P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k}^- \kappa_k^T, \quad \kappa_k = P_{x_k \tilde{y}_k} P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k}^{-1}
 \end{aligned}$$

역방향 필터 (Backward Filter)

위에서 소개된 필터링 방법들은 현 단계 t_k 까지의 모든 관측치를 이용하여 상태를 추정하는 순방향(forward) 필터 방법이다. 그에 비해, 역방향 필터는 모든 사용가능한 관측치들을 이용하여 상태를 추정한다. 고정 간격(fixed-interval) 스무더인 Rauch-Tung-Striebel (RTS)을 확장 칼만 필터와 언센티드 칼만 필터에 적용하여 확장 칼만 스무더(Extended Kalman Smoother)와 언센티드 칼만 스무더 (Unscented Kalman Smoother)를 유도할 수 있다.

1. 확장 칼만 스무더 (Extended Kalman Smoother, EKS)

간격 $0 < k \leq N$ 에서 주어진 관측치들로부터 순방향 과 역방향 추정치들(\hat{x}_k^f 와 \hat{x}_k^b)과 그 공분산들(P_k^f 와 P_k^b)이 계산 되었다면, 스무더 후의 추정치 \hat{x}_k^s 와 공분산 P_k^s 은 순방향 과 역방향 추정치와 공분산의 결합으로 계산 되어 질 수 있다. 시스템 잡음 w_k 과 관측치 잡음 v_k 은 상관관계가 없는 것으로 가정되었으므로(2.1 확장 칼만 필터 참조), 스무더된 공분산은 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$P_k^s = \left[[P_k^f]^{-1} + [P_k^b]^{-1} \right]^{-1} \quad (19)$$

역행렬 보조정리를 이용하면, 위 식 (19)는

$$P_k^s = P_k^f - P_k^f [P_k^{b-} + P_k^f]^{-1} P_k^f \quad (20)$$

그리고 스무더된 상태 추정치는 식(21)과 같이 정리될 수 있다.

$$\hat{x}_k^s = P_k \left([P_k^f]^{-1} \hat{x}_k^f + [P_k^{b-}]^{-1} \hat{x}_k^{b-} \right) \quad (21)$$

식 (19)과 (20)를 이용하여 식 (21)을 간략화 하면, 다음과 같은 상태 추정치 식을 얻을 수 있다.

$$\hat{x}_k^s = \hat{x}_k^f + \left(P_k^s [P_k^{b-}]^{-1} \hat{x}_k^{b-} - G_k \hat{x}_k^f \right) \quad (22)$$

여기서 스무더 이득(Smoother Gain)은 아래와 같이 주어진다.

$$G_k = P_k^f [P_k^{b-}]^{-1} \left[I + P_k^f [P_k^{b-}]^{-1} \right]^{-1} \quad (23)$$

이러한 일반적인 역방향 필터는 3가지 요소:

순방향 필터, 역방향 필터, 그리고 순방향 및 역방향 필터를 결합하여 추출된 결과인 스무더 (Smoother) 구조를 가지고 있다(Haykin, 2001). 그러나 Rauch-Tung-Striebel (RTS) 는 순방향 필터와 역방향 스무더가 한번에 적용된다는 점이 기존 스무더 방법과 다르다 (Sarkka, 2008). 또한, RTS는 단일 입력을 통해 역방향 필터와 스무더를 통합 계산하므로 기존 스무더 방법보다 효율적이다(Rauch, 1965).

스무더의 추정치와 공분산의 초기조건은 아래와 같다.

$$\hat{x}_k^s = \hat{x}_k^f, P_N^s = P_N^f \quad (K = N) \quad (24)$$

여기서 \hat{x}_k^f 와 P_k^f 는 순방향 필터의 예측치이고 \hat{x}_k^f 와 P_k^f 의 갱신식은 다음과 같이 정의 된다.

$$\hat{x}_k^f = \hat{x}_k^{f-} + G_k^f(y_k - H_k \hat{x}_k^{f-}) \quad (25)$$

$$P_k^{f-} = F(t_k, t_{k-1})P_{k-1}^f F(t_k, t_{k-1})^T + Q_k \quad (26)$$

여기서

$$G_k^f = P_k^{f-} H_k^T [H_k P_k^{f-} H_k + R_k]^{-1} \quad (27)$$

R_k 은 관측치 공분산 행렬이고, Q_k 는 시스템 공분산 행렬이다.

$k = N-1, N-2, \dots$ 동안 스무더의 상태 변수와 공분산은 다음 식 (28)과 (29)와 같이 정의되며,

$$\hat{x}_k^s = \hat{x}_k^f + A_k(\hat{x}_{k+1}^s - \hat{x}_{k+1}^{f-}) \quad (28)$$

$$P_k^s = P_k^f + A_k(P_{k+1}^{f-} - P_{k+1}^s)A_k^T \quad (29)$$

여기서 A_k 는 새로운 이득 행렬이다.

$$A_k = P_k^f F(t_{k+1}, t_k) [P_{k+1}^{f-}]^{-1} \quad (30)$$

2. 언센티드 칼만 스무더

(Unscented Kalman Smoother, UKS)

언센티드 칼만 스무더에는 순방향과 역방향 필터의 선형 결합, 이중 필터 스무더, 그리고 RTS를 이용한 스무더 등이 있다 (Haykin, 2001; Shin, 2005). Wan and Van der Merwe (2001)는 순방향 필터와 역방향 필터의 선형 결합을 이용한 이중 필터 스무더 방법을 이용한 언센티드 칼만 스무더를 제안하였고, Shin(2005)은 이중 필터 스무더 방법을 기반으로 한 언센티드 칼만 역방향 필터를 MEMS INS/GPS 데이터 처리에 적용하였다. 그러나 Klass(2006) 와 Sarkka(2008)의 논문에서 이중 필터 방법과 RTS를 기반 방법이 유사한 결과를 보여주었으므로 본 논문에서는 좀 더 효율적인 RTS기반을 방법을 이용하기로 한다.

RTS를 이용한 언센티드 칼만 스무더는 3단계로 이루어진다. 첫 번째, 언센티드 칼만 역방향 필터는 시그마 포인트를 시스템 동적 모델을 통해 전파시킨다.

$$\chi_{i,k+1}^- = f(\chi_{i,k}^-) \quad i = 1, \dots, 2n+1 \quad (31)$$

여기서 $\chi_{i,k}^-$ 는 상태 χ_k 에 해당하는 시그마 포인트를 의미한다(표 1 참조).

두 번째, 평균, 공분산, 그리고 교차 공분산 (cross-covariance)을 아래와 같이 계산한다.

$$\hat{x}_{k+1}^- = \sum_i W_{i-1}^{(m)} \chi_{i,k+1}^- \quad (32)$$

$$P_{k+1}^- = \sum_i W_{i-1}^{(c)} (\chi_{i,k+1}^- - \hat{x}_{k+1}^-)(\chi_{i,k+1}^- - \hat{x}_{k+1}^-)^T \quad (33)$$

$$C_{k+1}^- = \sum_i W_{i-1}^{(c)} (Y_{i,k} - \hat{x}_k) (X_{i,k+1}^- - \hat{x}_{k+1}^-)^T \quad (34)$$

여기서 사용된 가중치 정의는 식 (18)을 따른다. 마지막으로 스무더 평균과 분산은 다음과 같이 결정된다.

$$\hat{x}_k^s = \hat{x}_k + D_k [\hat{x}_{k+1}^s - \hat{x}_{k+1}^-] \quad (35)$$

$$P_k^s = P_k + D_k [P_{k+1}^s - P_{k+1}^-] D_k^T \quad (36)$$

여기서, 스무더 이득은 다음과 같다.

$$D_k = C_{k+1}^- [P_{k+1}^-]^{-1} \quad (37)$$

시뮬레이션

1. 시뮬레이션 개요

본 연구에서는 Honeywell사의 HG1700과 HG1900의 장비 사양을 사용하여 시뮬레이션 테스트를 수행하였다. HG1900은 HG1700과 동일한 가속도계를 장착하고 있으나 비교적 저급의 자이로계로 구성된 MEMS기반의 중급 IMU이다(표 2).

TABLE 2. IMU별 기본 오차 항목

		HG1700	HG1900
	Bias	1mg	1mg
가속도계	Scale Factor	300ppm	300ppm
	Random Walk	$(m/s)/\sqrt{hr}$	$(m/s)/\sqrt{hr}$
자이로 오차	Bias	1deg/hr	1deg/hr
	Scale Factor	150ppm	150ppm
	Random Walk	0.125	0.1
		deg/\sqrt{hr}	deg/\sqrt{hr}

본 논문에서 유도된 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더를 비교하기 위해서, 총 21개의 상태벡터(위치 오차, 속도 오차, 자세 오차, 가속도계와 자이로의 바이어스(bias), 스케일 팩터(scale factor))를 사용하였다. 오차 없는 IMU 데이터 셋의 생성을 위해서 매트랩 INSToolKit®이 사용되었고, IMU 오차값 들을 추가하여 실제 데이터 셋과 유사한 자료(속도 및 각도 증분치)를 생성하였다. 실험에 있어 기준체적으로 사용되는 GPS 데이터 셋은 백색 잡음만을 가지고 있다고 가정한 후 랜덤 오차를 추가하여 생성되었다.

위 데이터 셋을 이용하여 생성된 INS 궤적은 $40m \times 40m$ 공간에서 50Hz의 자료이며 4개의 곡선 주로와 5개의 직선 주로로 구성되었다(그림 1).

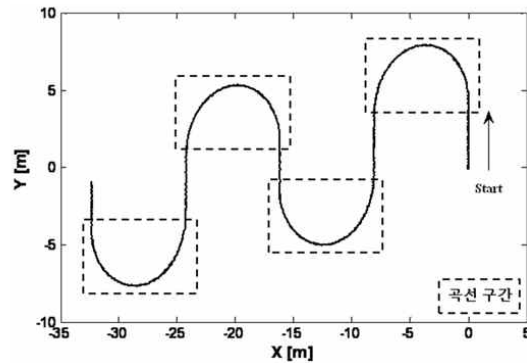


FIGURE 1. 시뮬레이션을 위해 생성된 INS 궤적

2. 테스트 결과

INS 궤적의 시작과 끝점만을 알고 있다고 가정한 후 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더를 적용하여 비교하였다. 필터오차의 경우 일반적으로 INS 궤적의 시작점부터 생성되는 위치오차는 궤적(또는 시간 등)을 따라 증가한다. 그러나 스무더 오차의 경우 위치오차는 일반적으로 궤적을 따라 증가하고, 궤적의 중심부근에 이를 때 최대값에 근접하여 끝점에 도달할수록 다시 0으로 감소한다.

그림 2 와 3은 각각 확장 칼만 필터/스무더와 언센티드 칼만 필터/스무더를 적용 후 추정된 궤적 결과의 비교를 GPS 궤적과 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는바와 같이, 확장 칼만 필터와 언센티드 칼만 필터의 경우 시작점에서 끝점으로 갈수록 점점 오차가 증가하며 그 오차의 증가 방향 또한 같은 것을 볼 수 있다. 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더의 경우 시작점과 끝점을 알고 있으므로 오차는 시작점과 끝점 사이에서 생기며 직선구간에 비해서 곡선구간에 더 큰 오차가 있는 것을 볼 수 있다.

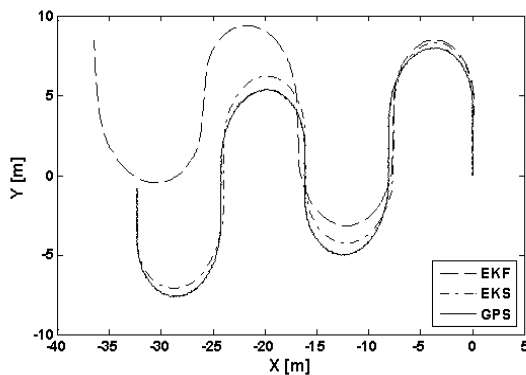


FIGURE 2. 확장 칼만필터(EKF)/ 스무더(EKS)와 GPS 결과의 비교

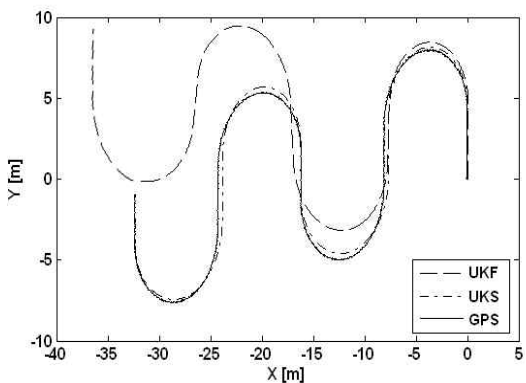


FIGURE 3. 언센티드 칼만 필터(UKF)/스무더(UKS)와 GPS결과 비교

다음 표 3은 180초 동안의 자유관성항법을 수행한 시뮬레이션 테스트에서 계산된 필터/스무더의 최대 오차값과 표준편차값을 나타내고 있다. 모든 실험 결과에서 언센티드 칼만 필터/스무더는 확장칼만필터의 결과와 유사하거나 향상된 통계결과를 보였다. 언센티드 칼만 필터는 확장칼만필터에 비하여 X방향의 오차가 최대 55cm 감소하였고 Y 방향에서는 동일하였다.

역방향 필터의 경우 직선과 곡선 구간을 나누어 오차값을 계산하였는데 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더 모두 직선구간에 비해 곡선구간에서 큰 오차값을 보였다. 직선 구간에서는 언센티드 칼만 스무더의 최대 오차값이 확장칼만 스무더에 비하여 X방향에서 10cm 감소하였고 Y 방향에서는 동일하였다. 이는 언센티드 칼만 필터에서 더 정확한 상태 벡터값(위치 오차, 속도오차, 자세 오차 등)과 공분산을 예측하였기 때문으로 해석된다. 곡선 구간에서는 언센티드 칼만 스무더의 X 방향에서의 최대 오차값이 23cm 로 직선 구간의 최대오차값 10cm에 비해 보다 향상된 결과를 보여주었다. 표준편차의 경우 직선 구간에서는 두 스무더 모두 큰 차이가 없었으나 곡선구간에서는 언센티드 칼만 스무더가 향상된 결과를 보여주었다.

TABLE 3. 자유 관성항법 확장 칼만 필터와 언센티드 칼만 필터 해의 위치 오차

		단위 : m		
		좌표계	Max	STD.
확장 칼만 필터 (EKF)	X[m]		9.32	2.52
	Y[m]		9.21	2.75
언센티드 칼만 필터 (UKF)	X[m]		8.77	2.53
	Y[m]		9.20	2.68

TABLE 4. 자유 관성항법 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더 해의 위치 오차 (시작과 끝점이 기준점일 경우)

		단위 : m		
		좌표계	Max	STD.
직선	확장 칼만 스무더(EKS)	X[m]	0.73	0.31
		Y[m]	0.38	0.05
	언센티드 칼만 스무더(UKS)	X[m]	0.63	0.29
		Y[m]	0.38	0.05
곡선	확장 칼만 스무더(EKS)	X[m]	1.02	0.46
		Y[m]	0.50	0.18
	언센티드 칼만 스무더(UKS)	X[m]	0.79	0.38
		Y[m]	0.52	0.11

결론

본 논문에서는 INS/GPS 시스템의 정밀 위치 계산을 위해서 역방향 필터링 방법을 이용한 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더를 유도한 후 시뮬레이션을 통해 위치오차를 비교하였다. 이 때, 확장 칼만 스무더와 언센티드 칼만 스무더를 유도하기 위해 모두 RTS를 이용하였다.

두가지 후처리 스무더를 적용한 결과 관측치 (두 기지점, 시뮬레이션 테스트에서는 시작과 끝점) 사이의 자유 관성 항법 해의 위치오차 (최대값과 표준편차)가 필터 방법만을 사용했을 때에 비하여 극적으로 감소되었음을 알 수 있었다. 모든 실험 결과에서 언센티드 칼만 스무더는 확장 칼만 스무더에 비해 항상 되거나 비슷한 결과를 보여 주었다. 특히, 언센티드 칼만 스무더의 경우 직선 구간에서의 최대값은 항상되었고 표준편차는 비슷한 결과를 보였다. 곡선 구간에서는 최대 오차 및 표준편차 모두 향상된 결과를 보였다. **KAGIS**

감사의 글

이 논문은 2009년도 서울시립대학교 교내 학술연구에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- Anderson, B.D.O. and J.B. Moore. 1979. Optimal Filtering, Prentice Hall, New York, NY. 368pp.
- Haykin, S. 2001. Kalman Filtering and Neural Networks. John Wiley & Sons, Inc., New York. 284pp.
- Julier, S.J. and J.K. Uhlmann. 1997. A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions, Technical report, Department of Engineering Science, University of Oxford, Oxford, England. 27pp.
- Julier, S.J., J.K. Uhlmann and H.F. Durrant-Whyte. 1995. A new approach for filtering nonlinear systems. Proc. of the American Control Conference, Seattle, WA, pp.1625-1632.
- Julier, S.J., J.K. Uhlmann and H.F. Durrant-Whyte. 2000. A new approach for nonlinear transformations of means and covariances in filters and estimators. IEEE Transactions on Automatic Control 45(3):477-482.
- Kalman, R.E. 1960. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Trans. of the ASME-Journal of Basic Engineering 82(D):35-45.
- Klass, M., M. Briers, N. de Freitas, A. Doucet, S. Maskell and D. Lang. 2006. Fast particle smoothing: If I had a million particles, in Proc. ICML 2006, Pittsburgh, PA, pp.481-488.
- Lee, J.K. and C. Jekeli. 2009. Improved Filter Strategies for Precise Unexploded Ordnance Geolocation using IMU/GPS

- integration, *Journal of Navigation* 62(3):365-382.
- Maybeck, P. S. 1979. *Stochastic models, estimation and control*: Academic Press, New York. 423pp.
- Rauch, H. E., F. Tung and C. T. Striebel. 1965. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems, *AIAA J* 3(2): 1445-1450.
- Sarkka, S. 2008. Unscented Rauch --Tung --Striebel Smoother, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 53(3): 845-849.
- Shin, E.H. 2005. *Estimation Techniques for Low-Cost Inertial Navigation*. Ph.D. Thesis, University of Calgary. UCGE Report 20219. 181pp.
- Van der Merwe, R., A. Doucet, N. de Freitas and E. Wan. 2000. The unscented particle filter. Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Engineering Department, Cambridge University, Cambridge, England.
- Wan, E.A. and R. van Der Merwe. 2001. The unscented Kalman filter. Chapter 7 in: Simon Haykin (Ed.), *Kalman Filtering and Neural Networks*, John Wiley & Sons, New York. 50pp.
- Welch, G. and G. Bishop. 2001. *An Introduction to the Kalman Filter*. Chapel Hill. SIGGRAPH. 16pp. 