

선형 LSE 알고리즘을 이용한 신호원 위치 추정 성능

Performance of LOB-based Emitter Localization Using Linear LSE Algorithms

이준호* 김민철* 조성우* 김상원**
 Joon-Ho Lee Min-Cheol Kim Seong-Woo Cho SangWon Kim

Abstract

In this paper, the well-known LOB-based emitter localization using linear LSE algorithm is numerically implemented and the heuristic guidelines for the parameter values to achieve 1% RMS error are presented. In the simulation, we changed the total observation durations for LOB measurements, time interval between successive LOB measurements and sensor trajectories. The effects of the time interval of LOB measurements, the time duration of the LOB measurements and the angle of flight path arc on the performance are illustrated. The dependence of the performance on the various parameters is investigated and rule-of-thumbs for the parameter values corresponding to 1% RMS error are presented for each simulation condition.

Keywords : LOB(도래각), LSE(최소자승오차), Emitter Localization(신호원위치결정), Linear Algorithm(선형 알고리즘), 1% RMS error

1. 서론

본 연구는 전술항공기에 탑재된 단일 방향탐지 장치가 항공기 이동에 따라 측정된 신호원의 도래방위들을 이용하여 신호원의 위치를 결정(PF : Position Fixing)하는 기술에 관한 것이다.

방위각을 이용한 위치원 추정법은 알려진 곳에 위치한 센서로부터 구해진 두 개 이상의 도래각(LOB :

Line Of Bearing)의 교점을 이용하여 통계적으로 가장 확률이 높은 신호원의 위치를 결정하는 것이다. 전파 도래각을 추정할 때 위상(phase)을 이용하는 경우, 센서는 배열안테나로 구성되어야 한다.

항공기가 이동하는 중 시간이 지남에 따라 배열안테나에 수신된 신호에 도래각 추정 알고리즘을 적용하여 해당 시각에 대한 도래방위각을 구할 수 있다. 추정된 도래방위각을 이용하여 삼각기법을 이용하여 이들 LOB의 교점에 있는 신호원의 위치를 알 수 있다.

본 연구에서는 신호원 위치추정법 중 선형 LSE 알고리즘^[1,2]을 기술하고, 여러 가지 조건에서 추정 정확성의 변화를 알아본다.

† 2009년 10월 15일 접수~2010년 1월 8일 게재승인

* 세종대학교

** 국방과학연구소(ADD)

책임저자 : 이준호(joonhlee@sejong.ac.kr)

2. 선형 LSE(Linear Least-Squared Error) 알고리즘

Fig. 1로부터 거리 오차의 총합은 다음과 같이 주어진다^[1,2].

$$D = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (1)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 x_T^2 + \sum_{i=1}^N 2a_i b_i x_T y_T - \sum_{i=1}^N 2a_i c_i x_T + \sum_{i=1}^N b_i^2 y_T^2 - \sum_{i=1}^N 2b_i c_i y_T + \sum_{i=1}^N c_i^2$$

$$a_i = \sin \phi_i \quad b_i = -\cos \phi_i$$

$$c_i = x_i \sin \phi_i - y_i \cos \phi_i$$

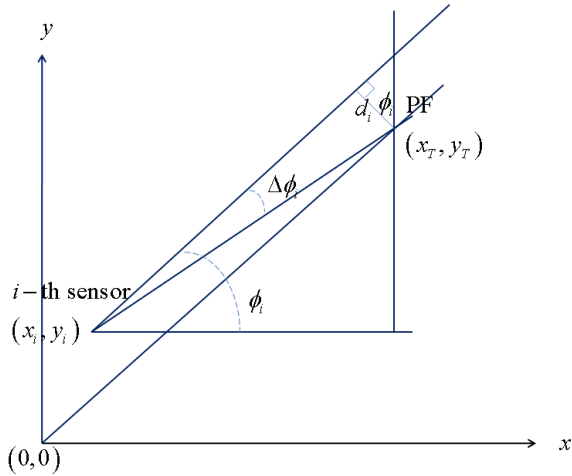


Fig. 1. 실제 신호원 위치, 특정 센서위치와 특정 LOB 오차

식 (1)에서 D 값을 최소화하는 값을 신호원 위치 추정치로 선택한다. N 값은 LOB 측정 회수를 의미한다.

(x_T, y_T) 는 실제 신호원의 위치를 나타내며, (x_i, y_i) 는 LOB 측정을 수행하는 i번째 센서의 위치를 나타낸다. ϕ_i 값은 i번째 센서에서 측정된 LOB 값이며 실제 신호원의 위치가 (x_T, y_T) 임을 고려하면 $\Delta \phi_i$ 만큼의 측정 오차를 포함하고 있다. 실제 센서의 위치인 (x_i, y_i) 에서, 센서의 위치에서 측정된 LOB 값으로 주어지는 선분에 내린 수선의 길이를 d_i 로 표현한다.

따라서, 거리 제곱의 합을 최소화하는 조건으로부터

다음을 얻는다.

$$\frac{\partial D}{\partial x_T} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_T} = 0 \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)에 식 (1)을 대입하여, 다음과 같이 신호원의 위치의 추정치를 얻을 수 있다.

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^N b_i^2 \sum_{i=1}^N a_i c_i - \sum_{i=1}^N a_i b_i \sum_{i=1}^N b_i c_i}{\sum_{i=1}^N a_i^2 \sum_{i=1}^N b_i^2 - (\sum_{i=1}^N a_i b_i)^2} \quad (4)$$

$$y_T = \frac{\sum_{i=1}^N a_i^2 \sum_{i=1}^N b_i c_i - \sum_{i=1}^N a_i b_i \sum_{i=1}^N a_i c_i}{\sum_{i=1}^N a_i^2 \sum_{i=1}^N b_i^2 - (\sum_{i=1}^N a_i b_i)^2} \quad (5)$$

같은 결과를 다음과 같이 행렬과 벡터를 이용하여 구할 수 있다.

다음과 같이 행렬과 벡터를 정의한다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_N & b_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

행렬과 벡터를 이용하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{D} = \mathbf{H} \mathbf{x}_T - \mathbf{C} \quad (7)$$

신호원 위치 벡터 \mathbf{x}_T 에 대한 LS 추정기는 다음과 같이 주어진다. 실제 신호원의 위치,

$$\mathbf{x}_T = [\mathbf{H}^T \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{C} \quad (8)$$

3. 수치결과

Fig. 3, Fig. 5, Fig. 6 등에서 y 축은 RMS 오차이다

로, y 축의 값이 작을수록 정확한 추정을 의미한다. 모든 수치 결과의 RMS 오차는 1000번 반복한 결과로부터 다음 식을 이용하여 구한 것이다.

실제 신호원의 위치와 추정된 신호원의 위치는 모두 2차원 상에서 주어지므로 2차원 상의 거리 오차에 대한 RMS 값을 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{RMS error} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N ((x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2)}{N}} \quad (9)$$

가. LOB 추정 간격의 변화에 따른 성능변화

Fig. 2와 같은 비행경로를 가정한다. 여기서, 비행경로는 직선으로 주어지며, 신호원에서 가장 가까운 비행경로와의 거리는 100km 이다. 항공기의 이동속도는 초속 300m로 가정한다.

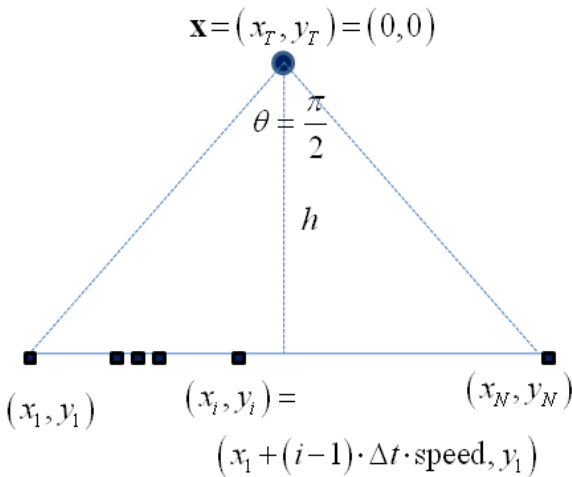


Fig. 2. LOB 추정 간격의 변화에 따른 위치추정

항공기의 이동속도(speed) 값이 300m/sec로 일정하고, 항공기의 전체 이동경로가 동일하다고 가정할 때, LOB 추정의 시간 간격 Δt 를 변화시키면 LOB가 주어지는 항공기의 좌표 (x_i, y_i) 가 변화한다. Δt 값을 각각 1초, 2초, 3초, 5초, 10초, 20초, 30초로 변화할 때의 RMS 결과를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3의 x 축의 단위는 초(second)로 주어진다.

비행기의 이동경로는 동일하므로, 신호수집간격이 증가하면 LOB 데이터의 개수가 감소하므로 정확성이 감소함을 확인할 수 있다.

그리고, 특정한 신호수집간격에서 이동시간이 증가함에 따라 신호수집개수가 증가하므로 정확성이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 2에서 $h=100\text{km}$ 로 주어지며 허용 가능한 RMS의 범위를 $100\text{km} * 0.01 = 1\text{km}$ 로 정의한다. 이 경우, 1km의 RMS 오차를 얻기 위해 필요한 신호 수집 시간은 Fig. 3으로부터 Table 1과 같이 주어짐을 알 수 있다.

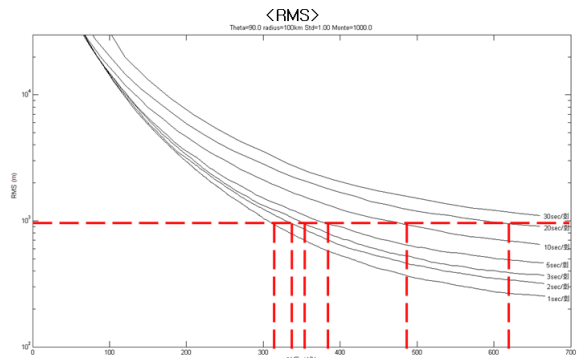


Fig. 3. LOB 수집간격에 따른 성능

Table 1. Fig. 2의 조건에서 신호수집간격에 따른 1% RMS 오차를 위한 신호수집시간

신호수집간격(초)	신호수집시간/이동시간(초)
1	315
2	335
3	350
5	385
10	485
20	620

나. 신호원 중심의 비행경로 각도의 변화에 따른 성능변화

Fig. 4에서 이동경로의 중심각 크기는 각각 30도, 60도, 90도로 주어진다. 위의 조건에서 두 가지 상황을 가정한다.

첫 째는 LOB 추정 회수를 150회로 고정한다. Fig. 4에서 보는 것처럼, 중심각의 크기가 변함에 따라 전체 이동경로의 길이가 달라진다. 따라서, Fig. 4에서 중심각 30도, 60도, 90도로 상이한 이동경로 길이에 대해

여 동일한 150회 LOB 추정을 수행하는 경우 Fig. 4의 중심각 30도, 60도, 90도의 각각의 경우에 대하여 신호 수집 간격이 변화하여야 한다. 이에 대한 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

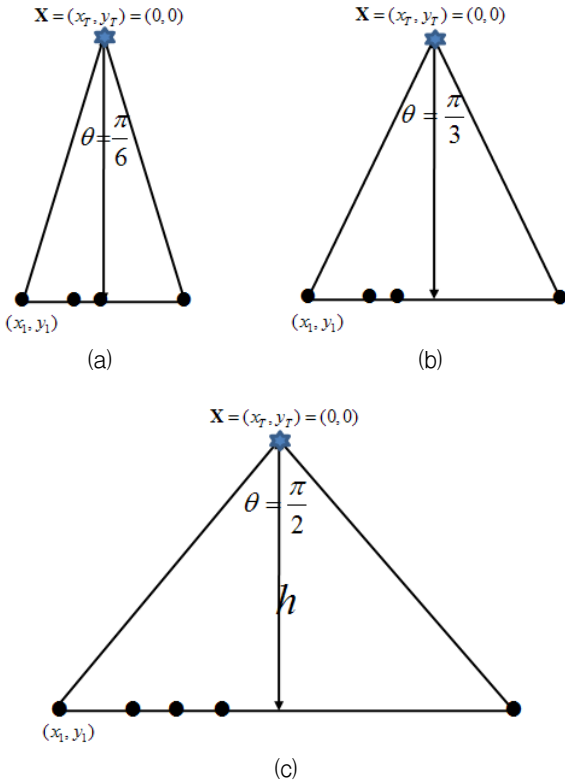


Fig. 4. LOB 신호수집의 중심각의 변화에 따른 위치 추정 (a) 신호원 중심각 30도 (b) 신호원 중심각 60도 (c) 신호원 중심각 90도

두 번째 상황은 신호수집간격을 3초로 고정한 후, 중심각의 변화에 따른 성능을 구하고자 한다. 이 경우, Fig. 4의 중심각 30도, 60도, 90도의 전체 비행경로의 길이가 상이하므로 전체 비행경로에 대한 최종 LOB 신호수집 회수도 상이하다. 즉, Fig. 4(a)의 경우 전체 비행경로가 가장 짧기 때문에 동일한 신호수집 간격 조건에서 신호수집 회수가 가장 적으며, 반대로 Fig. 4(c)의 경우 신호수집 회수가 가장 많다.

이동항공기의 속력은 초속 300m, 신호수집간격을 3초로 고정한 후, 전체 항공기 이동경로를 변화시키면 LOB 수집회수가 변화한다. 이에 대한 결과를 Fig. 6에 나타내었다.

Fig. 5를 보면, 전체 신호 수집 회수가 동일하더라도 전체 이동경로가 길어짐에 따라 성능이 향상됨을 알 수 있다. 그리고, 동일한 중심각도일 때, 신호 수집회수가 증가됨에 따라 성능이 향상됨을 알 수 있다.

Fig. 5에서 비행경로가 신호원 중심으로 중심각 30도, 60도, 90도로 변화함에 따라 LOB 수집회수가 증가하므로 RMS 측면의 성능이 개선됨을 알 수 있다.

Fig. 5로부터 거리의 1%인 1km의 RMS 오차를 얻기 위한 신호수집회수는 신호원 중심각도가 90도인 경우 82회, 중심각도가 60도인 경우, 103회 정도로 주어짐을 알 수 있다.

Fig. 6을 보면 중심각 30도, 60도, 90도의 모든 경우에 대하여 신호도래각 측정회수가 증가되면 신호원 위치 추정 성능이 향상됨을 알 수 있다.

그리고, 같은 신호도래각 추정 회수를 기준으로 중심각 30도, 60도, 90도의 RMS 결과를 비교하면 중심각 30도의 성능이 가장 좋으며, 중심각 90도의 성능이 가장 나쁨을 알 수 있다. 이것은 동일한 회수의 신호도래각을 취할 경우, LOB 측정 위치들로부터 신호원 까지의 거리가 중심각 30도, 중심각 60도, 중심각 90도의 순서로 가깝기 때문이다.

Fig. 6에서 다음을 얻을 수 있다. 거리의 1%인 1km의 오차를 얻기 위하여 필요한 신호수집 회수는 중심각 60도인 경우 약 100회, 중심각 90도인 경우, 약 125회로 주어진다.

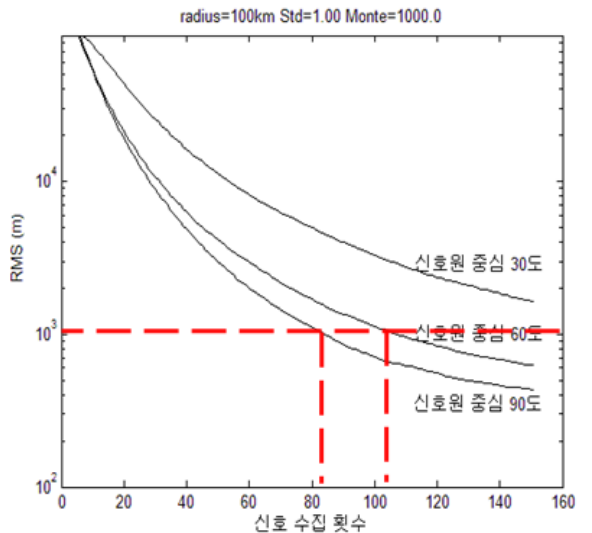


Fig. 5. 중심각의 변화에 따른 성능(신호수집회수 고정)

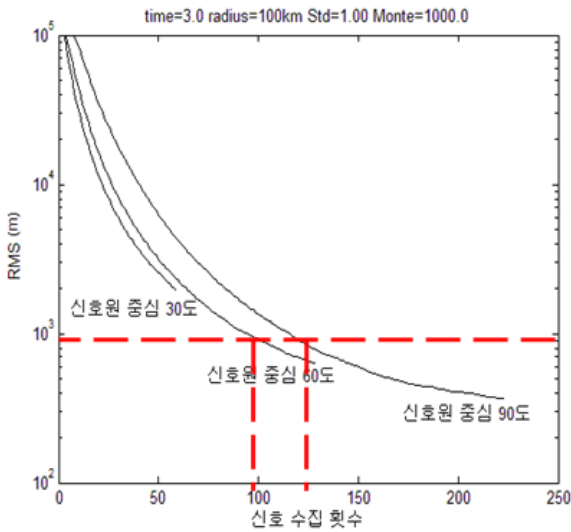


Fig. 6. 중심각의 변화에 따른 성능(신호수집간격 고정)

4. 결론

본 논문에서는 선형 LSE 알고리즘을 이용한 신호원 위치 추정법의 성능을 제시하였다. LOB 신호수집 조건의 변화에 따른 신호원 위치 추정치의 RMS 오차를 구하였다.

Fig. 3의 결과를 이용하면, 목표 RMS 값이 주어질 경우, LOB 신호수집 간격의 변화에 따른 적정 LOB 신호수집 회수를 결정할 수 있다.

Fig. 5의 결과를 이용하면 전체 이동경로에 대하여

150번 신호수집하도록 신호수집간격을 정하는 경우, 목표 RMS 값이 주어지면 신호원 중심각도별로 필요한 신호수집회수를 결정할 수 있다.

Fig. 6의 결과를 이용하면, 신호수집간격 3초인 경우, 주어진 RMS 값을 달성하기 위한 신호수집회수를 중심각에 따라 구할 수 있다.

본 논문에서 여러 가지 조건에 해당하는 상수에 대하여 LSE 기반의 위치추정법의 성능을 살펴 보았다.

실제 상황에서 신호원과 거리의 1% 정도의 RMS 오차를 요구하는 경우가 많다. 본 논문에서 적용한 simulation 조건에서 신호원과 항공기의 거리는 대략 100km이므로, 약 1km의 RMS 오차를 가지면 좋은 성능으로 간주할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 신호수집시간과 신호수집간격의 조합에 따라 세 가지 다른 경우에 대하여 모의실험을 실시하였으며, 각각의 경우에 대하여 1km RMS 오차를 갖기 위한 기준 조건을 제시하였다.

Reference

- [1] Brown R. M., Emitter Location Using Bearing Measurements from a Moving Platform, NRL Report 8483, Naval Research Laboratory, Wahington, DC, June 1981
- [2] Poisel, R. A., Introduction to Communication Electronic Warfare Systems, Norwood, MA : Artech House, pp. 384~388, 2002.