

# 다중 수동 소나 센서 기반 에너지 인식 분산탐지 체계의 설계 및 성능 분석

## Design and Performance Analysis of Energy-Aware Distributed Detection Systems with Multiple Passive Sonar Sensors

김 송 근\*      홍 순 목\*  
Song-Geun Kim      Sun-Mog Hong

### Abstract

In this paper, optimum design of distributed detection is considered for a parallel sensor network system consisting of a fusion center and multiple passive sonar nodes. Nonrandom fusion rules are employed as the fusion rules of the sensor network. For the nonrandom fusion rules, it is shown that a threshold rule of each sensor node has uniformly most powerful properties. Optimum threshold for each sensor is investigated that maximizes the probability of detection under a constraint on energy consumption due to false alarms. It is also investigated through numerical experiments how signal strength, false alarm probability, and the distance between three sensor nodes affect the system detection performances.

Keywords : Distributed Detection, Passive Sonar, Fusion Rule, Energy-Awareness

### 1. 서론

잠수함의 방사소음이 작아짐에 따라 잠수함 탐지는 쉽지 않은 문제가 되었다. 이 문제를 해결하기 위한 노력의 한 방법으로 많은 해양국에서는 분산센서망을 이용한 광역감시체계의 구축이 시도되고 있다. 잠수함 탐지 문제는 잠수함의 존재여부를 판단하고 결정하는 문제로서, 잠수함의 존재 그리고 존재하지 않음을 각각 가설로 하여 어느 가설이 사실인지 결정하는 이진

가설 검정 문제로 파악해 볼 수 있다. 수동 소나망을 이용한 잠수함 탐지에서는 일차적으로 잠수함 방사소음을 탐지하게 되는데 그 강도를 모르기 때문에 그 값을 접이 아닌 실수구간으로 다루게 된다. 이는 잠수함 탐지 문제가 복합 가설 검정 문제임을 의미한다<sup>[1,2]</sup>. 한편, 최적 분산탐지는 분산센서단과 융합센터의 최적 탐지규칙을 유도하고 이를 바탕으로 분산탐지기를 설계하는 기술을 말한다<sup>[3~5]</sup>. 보통 분산센서망에서는 주어진 오경보확률에 대해 탐지확률이 최대화 되도록 분산센서 노드와 융합센터의 탐지규칙을 정하게 된다. 탐지에 활용하는 잠수함 방사소음은 그 강도를 모를 뿐 만 아니라 분산센서 노드 사이에 상관성을 갖고 측정되기 때문에, 센서 노드의 측정이 서로 조건

† 2009년 9월 17일 접수~2009년 12월 18일 게재승인

\* 경북대학교 전자전기컴퓨터학부

책임저자 : 홍순목(smhong@ee.knu.ac.kr)

부 독립인 것을 가정하는 일반적인 분산탐지 이론을 직접 적용할 수 없다<sup>6,7)</sup>.

이 논문에서는 다수의 수동 광대역 소나로 구성된 병렬구조 분산 센서망에 적용할 수 있는 에너지 인식 분산탐지 체계의 설계 및 성능분석에 대해 검토한다. 공간적으로 배치되는 분산 센서망은 그 구성의 기본 단위로 최소한 세 개의 센서가 필요하다. 여기서는 분산 탐지기의 기본 성질과 설계방법을 파악하기 위해 세 개 센서로 구성된 센서망을 중심으로 분산 탐지기 설계문제를 다루었다. 세 개 센서의 경우 비확률 융합 규칙은 3개 중 1 규칙, 3개 중 2 규칙, 또는 3개 중 3 규칙이 된다. 여기서는 각각의 규칙에 대해 센서노드에서 문턱값 규칙이 전체 분산센서망의 탐지확률을 최대로 하는 UMP(Uniformly Most Powerful) 성질을 갖게 됨을 증명한다. 그리고 오경보에 의해 발생하는 에너지 비용을 제한 조건으로 주었을 때, 탐지확률을 최대화하는 센서노드의 최적 문턱값이 갖는 특성을 이론적으로 검토하였다. 그리고 신호 강도, 분산센서망의 체계 오경보확률, 센서노드 사이의 간격 등이 최적 문턱값 및 탐지성능에 미치는 영향을 수치실험을 통해 분석하였다.

이 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 수동소나 탐지 모델을 정리하고 이에 기초하여 분산탐지문제를 수식화하였다. 3장에서는 융합규칙으로 비확률 규칙을 사용한 경우 센서의 최적 탐지규칙이 문턱값 규칙임을 보였다. 4장에서는 센서 탐지규칙의 문턱값에 대한 최적성을 검토하고, 5장에서는 수치실험을 통해 이 규칙의 분산탐지성능을 분석하였다. 마지막으로 6장에서 결론을 맺는다. 이 논문은 두 개의 수동소나로 구성된 분산센서망의 분산탐지기 설계 문제를 다룬 참고문헌<sup>8)</sup>의 결과를 공간적으로 배치되는 분산센서망에 적용할 수 있도록 다중센서의 경우로 그리고 에너지 인식이 가능하도록 확장한 것이다.

## 2. 수동소나 탐지 모델 및 분산탐지 문제의 수식화

이 장에서는 수동소나 탐지 모델 및 분산탐지 문제의 수식화를 정리하였다. 자세한 내용은 참고문헌<sup>8)</sup>에서 찾아볼 수 있다. 수동 광대역 소나 신호처리에서 독립적인 측정 표본 개수  $N_s$ 가 충분히 크고 신호와 잡음이 백색 스펙트럼을 갖는다고 가정하자. 수동소나 분산센서망에서 센서  $i$ 의 신호전력 스펙트럼 밀도를

$S_{s_i}$ 로 표시하자. 단위거리(1m)에서의 측정값을  $S_{s_0}$ 로, 전송손실을  $l_i$ 로 표시할 때, 다음의 관계를 갖게 된다.

$$S_{s_i} = S_{s_0} l_i \quad (1)$$

여기서, 전송손실  $l_i$ 는 표적과 센서  $i$  사이의 거리  $r_i$ 의 함수로  $l_i = 1/r_i^{\alpha_s}$ 로 가정한다.  $\alpha_s$ 는 전개(spreading) 형태에 따라 1에서 2사이의 값을 갖게 된다<sup>9)</sup>.  $S_{s_0}$ 는 모르는 파라미터 값으로  $M=1$ 일 때 다음과 같은 비랜덤(nonrandom) 파라미터  $\theta$ 를 정의한다.

$$\theta = \sqrt{\frac{N_s}{2}} \frac{S_{s_0}}{S_g} \quad (2)$$

여기서  $N_s$ 는 광대역 소나 신호처리에서 사용한 독립적인 측정 표본 개수를 표시한다. 일반적으로  $S_{s_i}/S_g \ll 1$ 이 성립되므로 이를 가정하자. 표적이 없다는 가설  $H_0$ 와 표적이 존재한다는 가설  $H_1$  조건에서  $i$ 번째 센서의 충분 통계량을  $X_{T_i}$ 로 표시하면, 그 분포는

$$H_0 : X_{T_i} \sim N(0,1) \quad (3)$$

$$H_1 : X_{T_i} \sim N(\theta l_i, 1) \quad (4)$$

이 된다<sup>8)</sup>.

$N$ 개의 수동 소나센서를 이용한 경우의 분산탐지 문제는 다음과 같이 수식화해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} X_1 &= \theta L_1 + W_1 \\ &: \\ X_N &= \theta L_N + W_N \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $X_i, i=1, \dots, N$ 는 각각 센서  $i$ 의 측정값으로 위에서 정의한 충분 통계량에 해당한다.  $\theta$ 는 식 (2)로 정의한 비랜덤 파라미터로 표적이 없는 경우  $\theta=0$ , 표적이 있을 때  $\theta>0$ 이 된다.  $L_i, i=1, \dots, N$ ,는 표적으로 부터 센서  $i$ 까지 각각 전달되는 신호의 전송손실로 결합확률밀도함수  $f_{L_1, \dots, L_N}(l_1, \dots, l_N)$ 를 갖는다.  $W_i, i=1, \dots, N$ 는 측정 잡음으로 서로 독립적이고 확률밀도함수  $f_{W_i}(w_i)$ 를 갖는 표준정규 랜덤변

수이다. 물론,  $L_i$ 에 대해서도 독립적이다.

위에서 설명한 분산탐지문제는 잡음만 존재하는 경우에 해당하는  $\theta=0$ 인 단순가설  $H_0$ 와 표적이 존재하는 경우에 해당하는  $\theta>0$ 인 복합가설  $H_1$ 을 판별하는 복합가설검정 문제가 된다. 즉,

$$\begin{aligned} H_0: \theta &= 0 \\ H_1: \theta &> 0 \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다.

### 3. 분산탐지기 설계

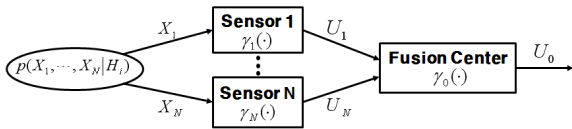


Fig. 1. 병렬형 분산탐지기

우선, Fig. 1과 같은 병렬형 분산탐지와 관련한 표현식을 정리한다. 융합센터의 이진 결정을 확률 변수  $U_0$ 라고 표현하자.  $U_0$ 가 취한 값은  $u_0$ 라고 표현한다.  $u_0=0$ 은 가설  $H_0$ 에 대응되고,  $u_0=1$ 은 가설  $H_1$ 에 대응된다.  $i$ 번째 센서의 결정은 확률변수  $U_i$ 로,  $U_i$ 의 값은 0 또는 1로  $u_i$ 로 표현한다.  $\gamma_0(\mathbf{u})$ 는  $N$ 개의 센서결정  $\mathbf{u}=(u_1, \dots, u_N)$ 에 대해  $U_0=1$ 로 판단할 확률,  $\gamma_i(x_i)$ 는  $i$ 번째 센서의 측정  $x_i$ 가 주어졌을 때,  $U_i=1$ 로 판단하는 확률을 표현한다. 융합규칙과 센서의 판단규칙은 집합  $\gamma=(\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_N)$ 로 표현한다. 식 (5)와 식 (6)으로 주어지는 복합가설검정 문제의 분산탐지기 설계기준으로 Neyman-Pearson 판정기준을 사용하였다. 즉, 체계의 오경보확률에 대한 제한조건  $P_f(\gamma) \leq \alpha$ 를 만족하며 다음과 같이 탐지확률을 최대화하는  $\gamma$ 를 찾는 것이 된다.

$$\max_{\gamma} P_d(\gamma) \quad (7)$$

여기서,  $P_d(\gamma)=\Pr(U_0=1|H_1)$ 는 탐지규칙  $\gamma$ 를 사용한 경우의 탐지확률,  $P_f(\gamma)=\Pr(U_0=1|H_0)$ 는  $\gamma$ 를 사용한 경우의 오경보확률을 나타낸다.  $\alpha$ 는  $0 < \alpha < 1$

의 범위에서 값을 갖는다.

다수의 센서를 융합하여 탐지하는 문제에서는 최적 융합규칙은 랜덤화(randomized)된 형태가 될 수 있다<sup>[10],[11]</sup>. 그러나 설계의 복잡성이나 실용성을 고려해 볼 때 비랜덤화 융합규칙이 이 문제에 대한 적절한 설계 방법으로 판단된다. 다수의 센서를 이용한 분산탐지의 단조 비랜덤화 융합규칙은  $N$ 개 중  $n(n=1, 2, \dots, N)$  규칙이 된다. 부록 A에서는  $N=3$ 의 경우 이 융합규칙에 대한 센서의 최적 분산탐지 규칙이 문턱값 규칙임을 증명하였다.  $\bar{x}_i, i=1, \dots, N$ 로 센서  $i$ 의 문턱값을,  $\alpha_i$ 로 그 오경보 확률을 표시하면, 이 사이의 관계는  $\alpha_i=P(X_i > \bar{x}_i|H_0)$ 로 표현할 수 있다. 이 논문에서는 분산탐지문제의 일반성을 유지하는 범위 안에서 복잡함을 최소화하기 위해, 공간적으로 분포하는 센서망의 가장 간단한 형태인  $N=3$ 의 경우에 대해 기술하였다. 이 때, 융합규칙  $N$ 개 중  $n$  규칙은 3개 중 3, 3개 중 2, 3개 중 1 규칙이 되고, 이에 대한 문턱값 규칙을 정리해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &3\text{개 중 } 1 \text{ 규칙} \\ H_1: X_1 \geq \bar{x}_1 \text{ OR } X_2 \geq \bar{x}_2 \text{ OR } X_3 \geq \bar{x}_3 \\ H_0: &\text{그 외의 경우} \\ \alpha_0 &= 1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_3) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &3\text{개 중 } 2 \text{ 규칙} \\ H_1: X_i \geq \bar{x}_i \text{ AND } X_j \geq \bar{x}_j, i \neq j(i, j=1, 2, 3) \\ H_0: &\text{그 외의 경우} \\ \alpha_0 &= \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 - 2\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &3\text{개 중 } 3 \text{ 규칙} \\ H_1: X_1 \geq \bar{x}_1 \text{ AND } X_2 \geq \bar{x}_2 \text{ AND } X_3 \geq \bar{x}_3 \\ H_0: &\text{그 외의 경우} \\ \alpha_0 &= \alpha_1\alpha_2\alpha_3 \end{aligned} \quad (10)$$

위의 융합규칙에 대한 센서의 최적 분산탐지 규칙은 문턱값 규칙임을 다음과 같이 정리 1로 기술할 수 있다.

**정리 1** : 식 (5)와 식 (6)으로 정의되는  $N=3$ 인 분산탐지문제에서 비랜덤화 융합규칙 식 (8)~(10)은 UMP 탐지특성을 갖는다.

이 정리는 주어진 오경보확률  $\alpha_0$ 에 대해 그리고 모든  $\theta > 0$ 에 대해  $N$ 개 중  $n$  규칙이 각각 탐지확률  $P_d$ 를 최대화하는 UMP 특성을 가짐을 의미한다. 부록 A에서는 융합규칙  $N$ 개 중  $n$ 에 대한 센서의 최적 분산 탐지 규칙이 문턱값 규칙이라는 것과 함께, 주어진  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 에 대해서 각 센서의 탐지기가 각각 UMP 특성을 가짐을 증명하여, 그 결과로 식 (8)~(10)의 분산 탐지기 역시 UMP 특성을 가짐을 증명하였다.

아래에서는 식 (8)~(10)으로 정의되는 각 규칙에 대한 융합센터 탐지확률을 정리해 보면 다음과 같다. 이 유도과정은 부록 A에 수록하였다. 우선 식 (8)로 정의되는 3개 중 1 규칙의 융합센터 탐지확률은

$$P_d(\theta) = 1 - E_{L_1, L_2, L_3} [\phi(\bar{x}_1 - \theta L_1) \phi(\bar{x}_2 - \theta L_2) \phi(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \quad (11)$$

식 (9)로 정의 되는 3개 중 2 규칙의 융합센터 탐지확률은

$$\begin{aligned} P_d(\theta) &= E_{L_1, L_2} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2)] \\ &+ E_{L_1, L_3} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \\ &+ E_{L_2, L_3} [Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \\ &- 2E_{L_1, L_2, L_3} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \end{aligned} \quad (12)$$

마지막으로, 식 (10)으로 정의되는 3개 중 3 규칙의 융합센터 탐지확률은

$$P_d(\theta) = E_{L_1, L_2, L_3} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \quad (13)$$

이 된다. 여기서  $\phi(\bar{x}_i - \theta l_i) = \int_{x_i < \bar{x}_i} f_{W_i}(x_i - \theta l_i) dx_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ 이고,  $Q(\bar{x}_i - \theta l_i) = 1 - \phi(\bar{x}_i - \theta l_i)$  이다. 식 (11)~(13)의 각 탐지확률은 주어진  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  값에 대해 결합확률밀도함수  $f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3)$ 에 관계없이 최대값을 갖게 된다.

#### 4. 에너지 인식 분산탐지의 최적성 분석

에너지 인식 분산탐지 체계에서는 융합센터 외에 각 센서노드에서 발생하는 전력손실도 포함한 비용을 고

려해야 한다. 센서노드는 각각 독립적인 모듈로 동작하고 그 동작 전원은 센서모듈 내부의 전원으로 한정되는 경우가 많다. 센서노드는 융합센터와 통신을 하는 과정에서 내부 전원을 많이 소모하게 되고 따라서 센서노드의 잦은 오경보는 전체 탐지 체계의 수명에 영향을 결정하는 중요한 요인이 된다. 여기서는 센서노드에서 발생하는 전력소모 비용을 고려한 분산 시스템의 최적 설계방법을 검토한다.

융합센터에서 오경보를 하였을 경우에 발생하는 비용을  $c_0$ 라고 하고, 각각의 센서노드가 오경보 하였을 경우에 발생하는 비용은 각각  $c_1, c_2, c_3$ 라고 하면, 총 비용 기대값  $c_T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_T = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 + c_0\alpha_0 \quad (14)$$

이때 체계의 오경보 확률  $\alpha_0$ 는 융합 규칙에 따라 3개 중 1 규칙인 경우  $\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_3)$ , 3개 중 2 규칙인 경우  $\alpha_0 = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 - 2\alpha_1\alpha_2\alpha_3$ , 3개 중 3 규칙인 경우  $\alpha_0 = \alpha_1\alpha_2\alpha_3$ 이므로, 각 융합규칙에 대한 총 비용  $c_T$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{3개 중 1 규칙인 경우:} \\ c_T = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 \\ + c_0(1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_3)) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{3개 중 2 규칙인 경우:} \\ c_T = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 \\ + c_0(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 - 2\alpha_1\alpha_2\alpha_3) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{3개 중 3 규칙인 경우:} \\ c_T = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 + c_0(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) \end{aligned} \quad (17)$$

각 센서에 대한 표적의 위치 분포가 동일하다고 볼 수 있으므로, 전송손실  $L_1, L_2, L_3$ 의 확률분포는 다음과 같이 가정한다.

**가정 1 :**  $l_1, l_2, l_3 > 0$ 을 만족하는 모든  $l_1, l_2, l_3$ 에 대해  $f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3) = f_{L_1, L_2, L_3}(l_i, l_j, l_k)$ ,  $i \neq j \neq k (i, j, k = 1, 2, 3)$ 라고 가정한다.

**가정 2 :** 분산 센서망 센서노드의 오경보 비용은  $c_1 = c_2 = c_3$ 로 동일하다고 가정한다.

가정 1은 센서의 위치에 상관없이 표적의 분포가 대칭적이고, 전송 손실이 거리에 의해 결정될 때 성립한다. 위의 두 가정 아래서 일차필요조건을 이용하여 동일한 센서 문턱값이 탐지확률의 정류점이 되는 것을 확인할 수 있다. 각 융합규칙에 대한 최적의 문턱값을 구해보기 위해 먼저 다음과 같은 전송손실분포를 고려해 본다.

$$f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3) = \frac{1}{6} \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [\delta(l_1 - \bar{l}_i, l_2 - \bar{l}_j, l_3 - \bar{l}_k)] \quad (18)$$

이 경우, 3개 중 1 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = 1 - \frac{1}{6} \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [\phi(\bar{x}_1(\alpha_1) - \theta \bar{l}_i) \phi(\bar{x}_2(\alpha_2) - \theta \bar{l}_j) \times \phi(\bar{x}_3(\alpha_3) - \theta \bar{l}_k)] \quad (19)$$

이 된다. 그리고 3개 중 2 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = \frac{1}{6} \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [Q(\bar{x}_1 - \theta \bar{l}_i) Q(\bar{x}_2 - \theta \bar{l}_j) + Q(\bar{x}_1 - \theta \bar{l}_i) Q(\bar{x}_3 - \theta \bar{l}_k) + Q(\bar{x}_2 - \theta \bar{l}_j) Q(\bar{x}_3 - \theta \bar{l}_k) - 2Q(\bar{x}_1 - \theta \bar{l}_i) Q(\bar{x}_2 - \theta \bar{l}_j) Q(\bar{x}_3 - \theta \bar{l}_k)] \quad (20)$$

이 되고, 3개 중 3 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = \frac{1}{6} \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [Q(\bar{x}_1(\alpha_1) - \theta \bar{l}_i) Q(\bar{x}_2(\alpha_2) - \theta \bar{l}_j) Q(\bar{x}_3(\alpha_3) - \theta \bar{l}_k)] \quad (21)$$

이다.

먼저 3개 중 1 경우에 주어진  $c_T$ 에 대해  $P_d$ 를 극소최대화하는 조건을 구하기 위해 라그랑즈 함수를 써보면 다음과 같다.

$$\mathcal{L}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = P_d(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) + \lambda(c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 + c_0(1 - (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_3)) - c_T) \quad (22)$$

이 라그랑즈 함수를 이용하여 센서의 문턱값이  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3 = \bar{x}$ 로 동일한 경우 일차필요조건을 만족함을

확인할 수 있다. 이때 각 센서의 오경보확률은  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ 이 되는데 이를  $\bar{\alpha}$ 로 표시하자. 그리고 가정 2에 따른 센서노드의 동일한 오경보 비용은  $c_c$ 로 표시한다. 우선 동일 문턱값에 대한 일차필요조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} = \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} + \lambda(c_c + c_0(1 - 2\bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2)) = 0, \quad p = 1, 2, 3 \quad (23)$$

여기서  $\frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3}$ 은  $p = 1, 2, 3$ 에 대해 동일한 값이 됨을 확인할 수 있다. 따라서 식 (23)의 조건은 라그랑즈 승수  $\lambda$ 가 다음 값을 가질 때

$$\lambda = - \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} \frac{1}{(c_c + c_0(1 - 2\bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2))}, \quad p = 1, 2, 3 \quad (24)$$

만족하게 된다. 즉, 센서의 오경보 비용을 고려한 3개 중 1 규칙에서  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3$ 은 탐지확률에 대한 정류점이 된다.

3개 중 2인 경우에 대해서 라그랑즈 함수를 써보면 다음과 같고

$$\mathcal{L}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = P_d(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) + \lambda(c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 + c_0(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 - 2\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - c_T) \quad (25)$$

동일 문턱값에 대한 일차필요조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} = \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} + \lambda(c_c + c_0(2\bar{\alpha} - 2\bar{\alpha}^2)) = 0, \quad p = 1, 2, 3 \quad (26)$$

여기서  $\frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3}$ 은  $p = 1, 2, 3$ 에 대해 동일한 값이 됨을 확인할 수 있고, 따라서 식 (26)의 조건은 라그랑즈 승수  $\lambda$ 가 다음 값을 가질 때

$$\lambda = - \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} = \frac{1}{c_c + c_0(2\bar{\alpha} - 2\bar{\alpha}^2)}, \quad p = 1, 2, 3 \quad (27)$$

만족하게 된다. 즉, 센서의 오경보 비용을 고려한 3개 중 2 규칙에서  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3$ 은 탐지확률에 대한 정류점이 된다.

3개 중 3 경우에 대한 라그랑즈 함수는 다음과 같고

$$\mathcal{L}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = P_d(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) + \lambda(c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + c_3\alpha_3 + c_0(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - c_T) \quad (28)$$

동일 문턱값에 대한 일차 필요조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} = \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} + \lambda(c_0 \bar{\alpha}^2 + c_c) = 0, \quad p = 1, 2, 3 \quad (29)$$

여기서  $\frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3}$ 은  $p = 1, 2, 3$ 에 대해 동일한 값이 됨을 확인할 수 있고, 따라서 식 (29)의 조건은 라그랑즈 승수  $\lambda$ 가 다음 값을 가질 때

$$\lambda = - \frac{\partial P_d}{\partial \alpha_p} \Big|_{\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3} = \frac{1}{c_0 \bar{\alpha}^2 + c_c}, \quad p = 1, 2, 3 \quad (30)$$

만족하게 된다. 즉, 센서의 오경보 비용을 고려한 3개 중 3 규칙에서  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3$ 은 탐지확률에 대한 정류점이 된다.

위의 결과는 일반적인 확률밀도함수  $f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3)$ 에 대해서도 성립함을 보일 수 있다. 우선, 가정 1을 만족하는 일반적인 확률밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3) = \frac{1}{6} \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [f(l_i, l_j, l_k)]$$

이 경우 3개 중 1 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = 1 - \frac{1}{6} E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [\phi(\bar{x}_1(\alpha_1) - \theta L_i) \times \phi(\bar{x}_2(\alpha_2) - \theta L_j) \phi(\bar{x}_3(\alpha_3) - \theta L_k)] \right] \quad (31)$$

이 된다. 그리고 3개 중 2 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = \frac{1}{6} E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_i) Q(\bar{x}_2 - \theta L_j) + Q(\bar{x}_1 - \theta L_i) Q(\bar{x}_3 - \theta L_k) + Q(\bar{x}_2 - \theta L_j) Q(\bar{x}_3 - \theta L_k) - 2Q(\bar{x}_1 - \theta L_i) Q(\bar{x}_2 - \theta L_j) Q(\bar{x}_3 - \theta L_k)] \right] \quad (32)$$

이 되고, 3개 중 3 규칙의  $P_d$ 는

$$P_d = \frac{1}{6} E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \sum_{\substack{i \neq j \neq k \\ i, j, k = 1, 2, 3}} [Q(\bar{x}_1(\alpha_1) - \theta L_i) \times Q(\bar{x}_2(\alpha_2) - \theta L_j) Q(\bar{x}_3(\alpha_3) - \theta L_k)] \right] \quad (33)$$

이다. 이는 확률 변수  $L_1, L_2, L_3$ 에 대해 기댓값이 취해진 것 이외에는 식 (19)~(21)과 동일하다. 식 (31)~(33)의 기댓값 안의 함수는  $\alpha_1$ 에 대해 미분 가능하므로 미분과 기댓값의 순서는 바꿀 수 있다. 이에 따라 위 결과는 가정 1을 만족하는 일반적인 분포에 대해서도 성립하게 된다.

아래 정리 2에서는 앞에서 확인한 동일한 문턱값이 정류점이라는 것과 3개 중 1 규칙인 경우 이 정류점이 국소최대점이 되기 위한 충분조건을 정리하였다. 정리 2의 이 충분조건의 증명은 KKT(Karush-Khun-Tucker) 정리 이차 충분조건에 기초하여 이루어진다. 그 과정이 길고 복잡하여 이 논문에서는 생략하였다. 3개 중 1 규칙에 대해서만 이 조건을 검토한 이유는 다음 절에서 확인할 수 있듯이 다른 규칙은 에너지 소모가 커서 그 실용성에 한계가 있기 때문이다.

**정리 2** : 식 (5)~(7)과 제한조건 식 (14)로 정의되는 분산탐지 문제에서 가정 1, 2를 만족하고 단조 비랜덤화 융합규칙을 사용하는 경우, 세 개 센서의 문턱값이 동일한 점이 탐지확률의 정류점이 된다. 특히, 3개 중 1 규칙의 경우 모든 센서가 동일한 문턱값을 사용할 때, 탐지확률이 국소 최대가 되기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$E_{L_1, L_2, L_3} [f_W(\bar{x} - \theta L_1) f_W(\bar{x} - \theta L_2) \phi(\bar{x} - \theta L_3)] < E_{L_1, L_2, L_3} \left[ (\theta L_1 + \frac{f_W(\bar{x}) \phi(\bar{x})}{(c_c/c_0 + \phi^2(\bar{x}))}) f_W(\bar{x} - \theta L_1) \phi(\bar{x} - \theta L_2) \phi(\bar{x} - \theta L_3) \right] \quad (34)$$

센서노드의 오경보 비용보다 융합센터의 비용이 훨씬 큰 경우( $c_c/c_0 \rightarrow 0$ )는 융합센터의 오경보 확률만 제한조건으로 한 경우와 같다. 이 경우 식 (34)를 적분식으로 표현해 보면, 아래 조건식 (35)가 만족되면 식 (34)가 항상 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & \psi(\bar{x}-\theta l_1)\psi(\bar{x}-\theta l_2) + \psi(\bar{x}-\theta l_3)\psi(\bar{x}-\theta l_2) \\ & + \psi(\bar{x}-\theta l_1)\psi(\bar{x}-\theta l_3) \quad (35) \\ & < (\psi(\bar{x}) + \theta l_1)\psi(\bar{x}-\theta l_1) + (\psi(\bar{x}) + \theta l_2)\psi(\bar{x}-\theta l_2) \\ & + (\psi(\bar{x}) + \theta l_3)\psi(\bar{x}-\theta l_3) \end{aligned}$$

여기서  $\psi(x)$ 는 가우시안 확률밀도함수와 가우시안 누적분포함수의 비, 즉,  $f(x)/\phi(x)$ 이다. 식 (35)의 부등식은 항상 성립한다. 이것은 Mill's ratio의 미분에 대한 부등식  $-1 < \psi'(x) < 0$ <sup>[12]</sup>에 기초하여 참고문헌<sup>[8]</sup>에서 유도한 부등식  $\psi(x) + \Delta x > \psi(x - \Delta x)$  ( $\Delta x > 0$ )과 Cauchy-Schwartz 부등식 ( $xy + yz + zx < x^2 + y^2 + z^2$ ,  $x, y, z > 0$ )<sup>[13]</sup>을 이용하여 증명할 수 있다. 이 결과는 다음과 같은 따름정리로 정리해 볼 수 있다.

따름정리 : 정리 2의 조건 아래서  $c_c/c_0 \rightarrow 0$  인 경우, 3개 중 1 규칙은 모든 센서가 동일한 문턱값을 가질 때 탐지확률을 항상 국소 최대화한다.

### 5. 수치실험

분산탐지기가 표적을 탐지하기 위해 센서 세 개의 정보를 융합할 때, 그 특성을 알아보기 위해 수치실험을 수행하였다. 융합 규칙은 비랜덤 융합 규칙인 3개 중 1 규칙, 3개 중 2 규칙, 3개 중 3규칙을 사용하였다. 이때 각 융합 규칙에 대해 신호 강도, 분산센서망 체계의 오경보 비용이 최적 문턱값에 미치는 영향을 실험하였다. 우선 Fig. 2는 주어진 신호에 대한 최적의 문턱값을 알아보기 위해 신호의 확률 밀도함수  $f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3)$ 를 가정 1을 만족하는 고정된 크기의 네 가지 경우( $\{\theta \bar{l}_1, \theta \bar{l}_2, \theta \bar{l}_3\} = \{4, 4, 4\}, \{2, 4, 4\}, \{2, 2, 4\}, \{2, 2, 2\}$ )에 대해  $\alpha_0 = 10^{-4}$ 일 때,  $\alpha_2 = \alpha_3$ 로 두고 각각  $\alpha_1$ 의 변화에 대한  $P_d$ 값을 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 2(a)는 3개 중 1 규칙, Fig. 2(b)는 3개 중 2 규칙, Fig. 2(c)는 3개 중 3 규칙을 나타낸 것이다. 가정 1에 의

해  $\theta l_1, \theta l_2, \theta l_3$ 는 대칭적으로 서로 같은 분포를 가지므로, 예를 들어,  $\{\theta \bar{l}_1, \theta \bar{l}_2, \theta \bar{l}_3\} = \{2, 4, 4\}, \{4, 2, 4\}, \{4, 4, 2\}$ 로 분포하는 경우  $\{\theta \bar{l}_1, \theta \bar{l}_2, \theta \bar{l}_3\} = \{4, 4, 2\}$ 로만 표기하였다.  $\alpha_0 = 10^{-4}$ 일 때, 모든 센서가 모두 같은 문턱값

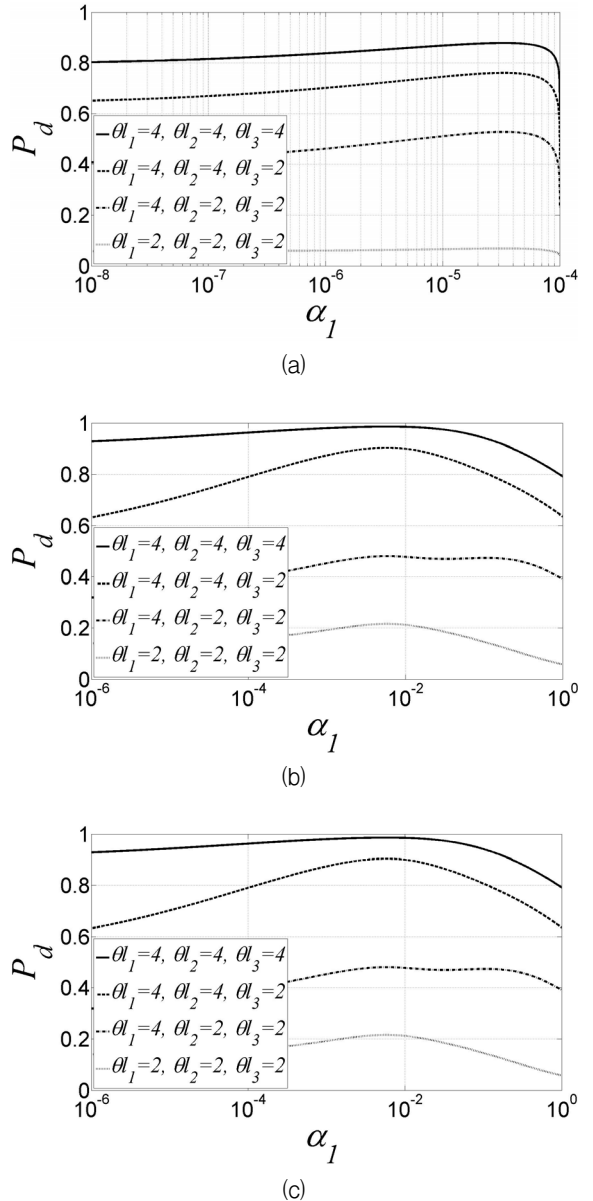


Fig. 2.  $\alpha_0=10^{-4}$ 이고  $\alpha_2=\alpha_3$ 일 때,  $\alpha_1$ 의 변화에 대한  $P_d$ . (a) 3개 중 1 규칙 (b) 3개 중 2 규칙 (c) 3개 중 3 규칙

을 가진다면, 3개 중 1 규칙은  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 3.33 \times 10^5$ , 3개 중 2 규칙은  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.0058$ , 3개 중 3 규칙은  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.0464$ 이 된다. 3개 중 1 규칙의 경우 신호의 강도 네 가지에 대해 모두 동일 문턱값에서 탐지확률  $P_d$ 를 최대로 하였지만, 3개 중 2 규칙과 3개 중 3 규칙의 경우 동일 문턱값에서  $P_d$ 를 최대로 하지 않았다. 3개 중 2 규칙과 3개 중 3 규칙의 경우 신호의 크기에 따라  $P_d$ 를 최대화하는 문턱값이 동일하지 않을 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 주어진 오경보 확률  $\alpha_0=10^{-4}$ ( $c_T=0.1$ ,  $c_e=0$ ,  $c_0=1000$ 인 경우에 해당함)에 대해 동일한 문턱값을 사용하였을 때, 신호의 강도에 따라 세 융합규칙 중 탐지확률이 가장 높은 규칙을 나타낸 것이다. Fig. 3(a)는  $\theta_{l_3}=0$ 인 경우로 두 센서에만 신호가 관측되므로 3개 중 1 규칙과 3개 중 2 규칙은 각각 센서 두 개의 정보를 융합할 때의 AND 규칙과 OR 규칙과 같게 된다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 한쪽의 신호만 큰 경우인 Fig. 3(a)에서  $\theta_{l_1}=6$ ,  $\theta_{l_2}=1$ 인 경우에는 3개 중 1 규칙이 가장 높은 탐지 확률을 보였다. 두 센서의 신호가 크고 나머지 한 센서의 신호가 작은 경우에 해당하는 Fig. 3(b)의  $\theta_{l_1}=2$ ,  $\theta_{l_2}=0$ 인 경우는 3개 중 2 규칙이, 세 센서 모두 신호가 비슷한 크기를 갖는 Fig. 3(b)의  $\theta_{l_1}=2$ ,  $\theta_{l_2}=2$ 인 경우는 3개 중 3 규칙이 가장 높은 탐지확률을 갖는다. 이러한 경향은 Fig. 3(b)에서 가장 뚜렷이 나타났다. 이 실험결과는 각 센서의 신호 강도의 분포에 따라 탐지확률을 최대화하는 규칙이 달라 질 수 있음을 보여 준다.

탐지 체계의 오경보 총 비용  $c_T$ 에 대해 동일한 문턱값을 사용하였을 때, 신호의 강도에 따라 세 융합규칙 중 탐지확률이 가장 높은 규칙을 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4의 결과는 3개 중 3 규칙은 다른 규칙들에 비해 비효율적임을 보여 준다. 이는 3개 중 3규칙에서는 문턱값이 낮아 더 높은 오경보 확률에서 동작하여 다른 융합규칙에 비해 더 높은 통신비용이 발생하기 때문이다. 3개 중 2 규칙 역시 융합센서의 오경보 비용만 고려한 경우(Fig. 3)에 비해 영역이 줄어들었다. 지면의 제약 때문에 이 논문에서는 제시하지 않았지만, 광범위한 수치실험을 통해 센서의 오경보 비용이 커짐에 따라 3개 중 1 규칙의 영역이 점점 커져  $c_e/c_0=1/10$ 일 때 거의 모든 영역에서 3개 중 1 규칙이 가장 높은 탐지확률을 갖는다는 것을 확인할 수 있었

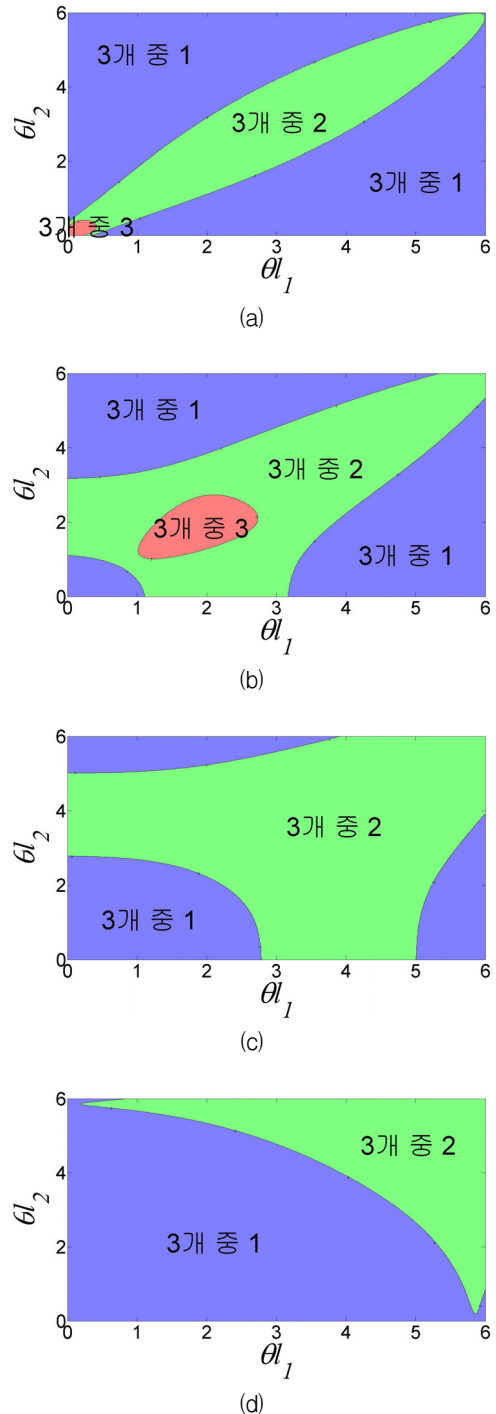


Fig. 3. 동일한 문턱값을 사용하였을 때, 신호의 세기 ( $\theta_{l_1}$ ,  $\theta_{l_2}$ ,  $\theta_{l_3}$ )에 대한 최적 융합규칙( $\alpha_0=10^{-4}$ ). (a)  $\theta_{l_3}=0$ , (b)  $\theta_{l_3}=2$ , (c)  $\theta_{l_3}=4$ , (d)  $\theta_{l_3}=6$



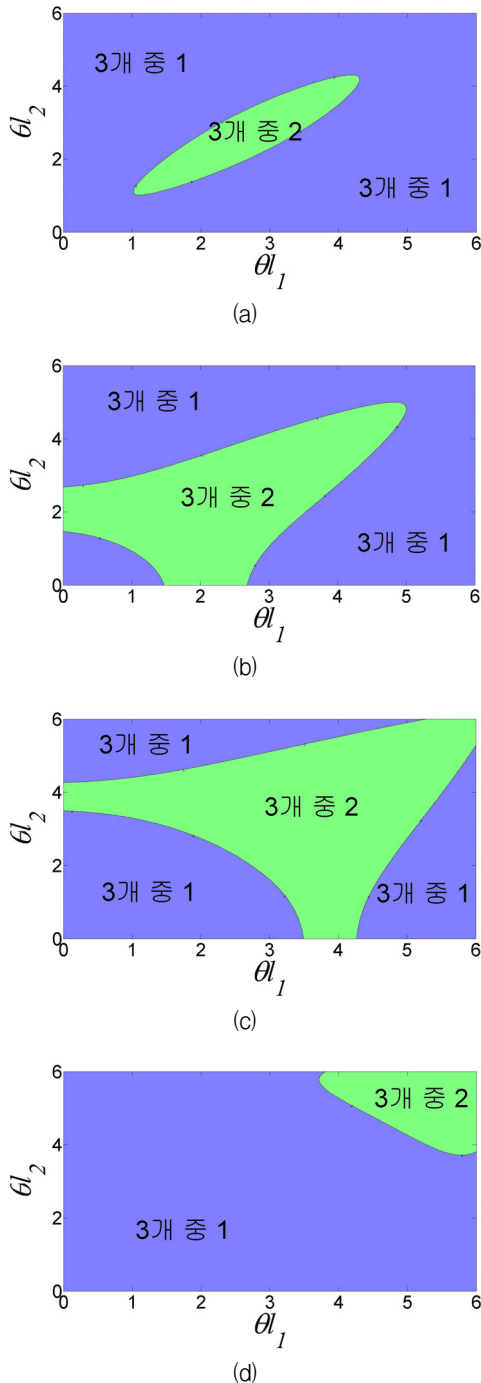


Fig. 4. 동일한 문턱값을 사용하였을 때, 신호의 세기  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 에 대한 최적 융합규칙( $c_T=0.1, c_c=1, c_0=100$ ). (a)  $\theta_3=0$ , (b)  $\theta_3=2$ , (c)  $\theta_3=4$ , (d)  $\theta_3=6$

다. 이것은 동일한 오경보 비용 제한 조건에서 3개 중 1 규칙이 센서와 융합센터간의 통신비용을 최소화하기 때문이다. 따라서 센서의 오경보 비용을 고려한 경우 3개 중 1 규칙은 다른 규칙에 비해 더 높은 탐지 확률을 갖게 된다.

실제 환경을 고려한 시뮬레이션을 통해서도 각 융합규칙의 성능을 분석해 보았다. 표적 잠수함의 방사 소음은 신형 잠수함을 기준으로 120dB로 하였다. 그리고 주변 잡음은 일반적인 수중 환경에서의 방사소음인 70dB로, 센서의 샘플링 수를 256으로 하였을 때, 표적 신호의 크기를 나타내는 비랜덤 파라미터  $\theta$ 는 식 (2)에 의해  $\theta=1.13 \times 10^6$ 이 된다. 이 때 표적이 수심 500m의 수중 환경에서 수심 200m로 잠항하여 있을 때, 해저면에 설치된 센서 3개로 이루어진 분산 센서 망을 이용하여 탐지하는 경우를 고려하였다. 센서간의 거리는 1km로 세 개의 센서간의 거리가 동일한 정삼각형을 이루며 위치하고, 표적은 센서의 300m 위 삼각형 영역에 고르게 분포한다고 가정하였다. 이러한 환경에서 세 센서는 모두 동일한 문턱값을 사용하는 경우 10,000번의 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 제한 조건의 값의 변화에 따른  $P_d$ 값을 얻어 그 결과를 Fig. 5에 DOC(Detector Operation Characteristic) 곡선으로 나타내었다. 이 결과는 각 센서의 오경보 비용을 고려한 경우이다.

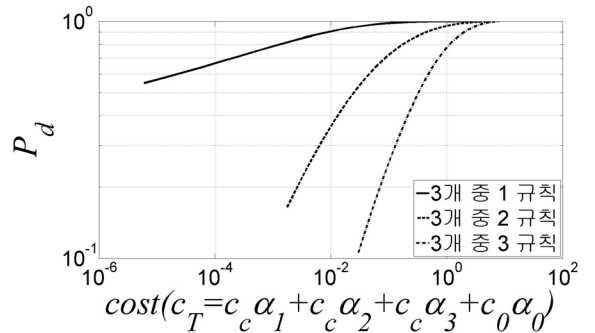


Fig. 5. 센서간의 거리가 1km 인 동일한 문턱값을 가지는 세 센서에 수직 300m 위의 정삼각형 영역에 uniform한 형태로 표적이 분포할 때 비용을 고려한 DOC 곡선( $c_0=5, c_c=1$ )

Fig. 5에서 오경보에 따른 총비용  $c_T$ 가 감소함에 따라 탐지확률  $P_d$ 가 감소하였다. 3개 중 1 규칙의 탐지확률이 다른 규칙의 탐지확률보다 높게 나타났다. 이

차이는 융합센터의 오경보 확률만 고려하였을 경우보다 더 컸다(오경보 확률만 고려한 경우의 수치실험 결과는 논문의 지면제한 때문에 생략하였음). 이는 3개 중 2규칙과 3개 중 3 규칙이 동일한 비용조건에서 3개 중 1 규칙에 비해 각 센서의 높은 오경보로 더 많은 비용을 소모하기 때문이다.

센서 간의 거리가 1km에서 1.5km로 세 개의 센서가 탐지해야할 영역이 넓어진 경우의 탐지확률을 Fig. 6에 나타내었다. 센서간의 거리가 멀어진 경우 탐지확률이 떨어지는데, 3개 중 1 규칙에 비해 나머지 두 3개 중 2 규칙과 3개 중 3 규칙의 탐지확률은 더 많이 감소하였다. 이것은 3개 중 2 규칙과 3개 중 3 규칙의 경우 표적탐지를 위해서 두 개 이상의 센서에서 문턱값을 넘는 신호가 관측되어야 하지만, 센서 간의 거리가 커짐에 따라 둘 이상의 센서에서 동시에 강한 신호가 관측될 확률은 한 개 이상의 센서에서 강한 신호가 관측될 확률에 비해 빨리 떨어지기 때문이다.

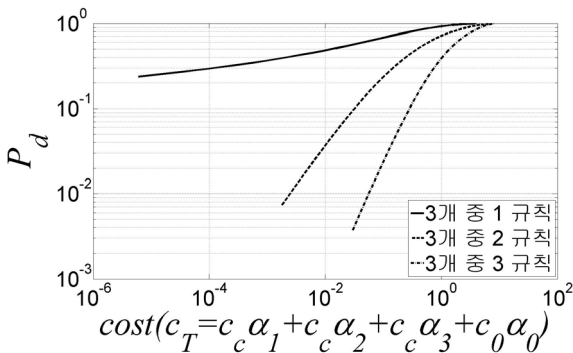


Fig. 6. 센서간의 거리가 1.5km 인 동일한 문턱값을 가지는 세 센서에 수직 300m 위의 정삼각형 영역에 uniform한 형태로 표적이 분포할 때 비용을 고려한 DOC 곡선( $c_0=5, c_c=1$ )

## 6. 결론

이 논문에서는 공간적으로 분포하는 수동 광대역 소나로 구성된 병렬구조 분산센서망에 적용할 수 있는 분산탐지기의 최적설계방법에 대해 검토하였다. 우선 수동소나 탐지를 모델링하고 이 모델에 기초하여 분산탐지문제를 수식화하여 제시하였다. 비확률 융합규칙을 사용한 세 개 센서의 경우에 대해 각 센서노드의 문턱값 규칙이 전체 분산센서망의 탐지확률을 최

대로 하는 UMP임을 증명하였다. 그리고 오경보로 인해 낭비되는 에너지 총 비용을 제한 조건으로 하는 경우 동일한 문턱값의 최적성을 검토하였다. 그리고 신호의 강도, 센서간의 거리, 오경보확률이 분산 분산센서망의 탐지성능에 미치는 영향을 수치실험을 통해 분석하고 각 융합규칙의 효율성을 비교하였다.

## 후 기

본 연구는 두뇌한국21(BK21) 사업에 의하여 지원되었음.

## Reference

- [1] H. L. van Trees, Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I, New York : Wiley, 1968.
- [2] H. V. Poor, An Introduction to Signal Detection and Estimation, 2nd ed., New York: Springer-Verlag, 1994.
- [3] P. K. Varshney, Distributed Detection and Data Fusion, New York: Springer-Verlag, 1996.
- [4] J. N. Tsitsiklis, "Decentralized detection", in Advances in Statistical Signal Processing-Vol. 2 : Signal Detection, H. V. Poor and J. B. Thomas, Eds. Greenwich, CT : JAI, 1993.
- [5] R. Viswanathan and P. K. Varshney, "Distributed detection with multiplexors: Part I - Fundamentals", Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 1, pp. 54~63, Jan. 1997.
- [6] R. S. Blum and S. A. Kassam, "Optimum Distributed Detection of Weak Signals in Dependent Sensors", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 38, No. 3, pp. 1066~1079, May. 1992.
- [7] R. S. Blum, S. A. Kassam and H. V. Poor, "Distributed Detection with Multiple Sensors : Part II - Advanced Topics", Proceedings of the IEEE, Vol. 85, No. 1, pp. 64~79, Jan. 1997.
- [8] 김송근, 도주환, 송승민, 홍순목, 김인익, 오원천, "수동 소나 쌍을 이용한 분산탐지 체계의 설계 및 성능 분석," 한국군사과학기술학회지, 제12권, 2호, pp. 159~169, 2009년 4월.

- [9] R. O. Nielsen, *Sonar Signal Processing*, Norwood, MA : Artech House, 1991.
- [10] P. Willett and D. Warren, "The Suboptimality of Randomized Tests in Distributed and Quantized Detection Systems", *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 38, pp. 355~361, Mar. 1992.
- [11] Y. I. Han and T. Kim, "Randomized Fusion Rules Can be Optimal in Distributed Neyman-Pearson Detectors", *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 43, pp. 1281~1288, July 1997.
- [12] D. F. Barrow and A. C. Cohen, "On Some Functions Involving Mill's Ratio", *Ann. Math. Statist.*, Vol. 25, No. 2, pp. 405~408, 1954.
- [13] A. W. Naylor and G. S. Sell, *Linear Operator Theory in Engineering and Science*, New York : Springer-Verlag, 1982.

#### 부록 A. 정리 1 증명(문턱값 규칙의 최적성)

2장에서 언급하였듯이,  $L_1$ 과  $L_2$  그리고  $L_3$ 는 표적으로 부터 센서 1과 센서 2, 센서 3까지 각각 전달되는 신호의 전송손실로 결합확률밀도함수  $f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3)$ 를 갖는다.  $W_1, W_2, W_3$ 는 각각 서로 독립적이고 확률밀도함수  $f_{W_1}(w_1), f_{W_2}(w_2), f_{W_3}(w_3)$ 를 갖는 표준 정규 랜덤변수이고,  $L_1, L_2, L_3$ 에 대해서도 독립적이다. 우선,  $\theta$ 는 0보다 큰 일정한 값을 갖는다고 가정하자. 이때,

$$\begin{aligned} & f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3 | \theta) \\ &= \int_{l_1} \int_{l_2} \int_{l_3} f_{W_1, W_2, W_3}(x_1 - \theta l_1, x_2 - \theta l_2, x_3 - \theta l_3) \\ & \quad \times f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3) dl_3 dl_2 dl_1 \\ &= \int_{l_1} \int_{l_2} \int_{l_3} f_{W_1}(x_1 - \theta l_1) f_{W_2}(x_2 - \theta l_2) f_{W_3}(x_3 - \theta l_3) \\ & \quad \times f_{L_1, L_2, L_3}(l_1, l_2, l_3) dl_3 dl_2 dl_1 \end{aligned} \quad (A.1)$$

가 된다. 아래에서 집합  $Z_{1,2,3}$ 는  $\{(x_1, x_2, x_3) | \gamma_0(x_1, x_2, x_3) = 1\}$ ,  $Z_k, k = 1, 2, 3$ 는  $\{x_k | \gamma_k(x_k) = 1\}$ 를 의미한다.

#### A.1 3개 중 1 규칙

3개 중 1 규칙에 대한 융합센서의 탐지확률은 1에서 센서 모두가 탐지 하지 못하는 확률을 뺀 것으로 다음과 같다.

$$P_d(\theta) = 1 - (1 - P_{d1})(1 - P_{d2})(1 - P_{d3}) \quad (A.2)$$

이 식은 분산탐지에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P_d(\theta) &= 1 - E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta L_1) dx_1 \right. \\ & \quad \times \left. \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta L_2) dx_2 \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta L_3) dx_3 \right] \end{aligned} \quad (A.3)$$

센서 1에 오경보 확률이  $\alpha_1(\alpha_1 = \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1) dx_1 = 1 - \int_{\bar{Z}_1} f_{W_1}(x_1) dx_1)$ 으로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_1 = \{x_1 \geq \bar{x}_1\}$ 은  $l_1(l_1 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{\bar{Z}_1} f_{W_1}(x_1 - \theta l_1) dx_1$ 을 최소화하게 된다. 즉, 문턱값 규칙  $x_1 \geq \bar{x}_1$ 은 센서 1에 대해 most powerful 특성을 갖게 된다. 마찬가지로, 센서 2에 오경보 확률이  $\alpha_2(\alpha_2 = \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2) dx_2 = 1 - \int_{\bar{Z}_2} f_{W_2}(x_2) dx_2)$ 로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_2 = \{x_2 \geq \bar{x}_2\}$ 은  $l_2(l_2 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{\bar{Z}_2} f_{W_2}(x_2 - \theta l_2) dx_2$ 을 최소화하고, 문턱값 규칙  $x_2 \geq \bar{x}_2$ 은 센서 2에 대해서도 most powerful 특성을 갖게 된다. 그리고 센서 3에 오경보 확률이  $\alpha_3(\alpha_3 = \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3) dx_3 = 1 - \int_{\bar{Z}_3} f_{W_3}(x_3) dx_3)$ 로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_3 = \{x_3 \geq \bar{x}_3\}$ 은  $l_3(l_3 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{\bar{Z}_3} f_{W_3}(x_3 - \theta l_3) dx_3$ 을 최소화하고, 문턱값 규칙  $x_3 \geq \bar{x}_3$ 은 센서 3에 대해서도 역시 most powerful 특성을 갖게 된다.

0보다 큰 일정한 값을 갖는  $\theta$ 에 대해 문턱값 규칙을 적용하면 식 (A.3)의 탐지확률은

$$\begin{aligned} P_d(\theta) &= 1 - E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \phi(\bar{x}_1 - \theta L_1) \phi(\bar{x}_2 - \theta L_2) \right. \\ & \quad \times \left. \phi(\bar{x}_3 - \theta L_3) \right] \end{aligned} \quad (A.4)$$

이 된다. 여기서,  $\phi(\bar{x}_1 - \theta l_1), \phi(\bar{x}_2 - \theta l_2), \phi(\bar{x}_3 - \theta l_3)$

는  $l_1, l_2, l_3$ 에 관계없이 각각  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$  값에 대해 최소값을 갖고, 이는 3개 중 1 규칙 분산탐지기 식 (8)이 모든  $\theta > 0$ 에 대해 탐지확률 식 (A.3)를 최대화하므로 UMP 탐지기가 됨을 의미한다.

A.2 3개 중 2 규칙

3개 중 2 규칙에 대한 융합센터의 탐지확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_d(\theta) &= P_{d1}P_{d2}(1 - P_{d3}) + P_{d1}(1 - P_{d2})P_{d3} \\
 &+ (1 - P_{d1})P_{d2}P_{d3} + P_{d1}P_{d2}P_{d3} \\
 &= P_{d1}P_{d2} + P_{d1}P_{d3} + P_{d2}P_{d3} - 2P_{d1}P_{d2}P_{d3}
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

이 식은 분산탐지에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_d(\theta) &= E_{L_1, L_2} \left[ \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta L_1) dx_1 \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta L_2) dx_2 \right] \\
 &+ E_{L_1, L_3} \left[ \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta L_1) dx_1 \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta L_3) dx_3 \right] \\
 &+ E_{L_2, L_3} \left[ \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta L_2) dx_2 \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta L_3) dx_3 \right] \\
 &- 2E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta L_1) dx_1 \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta L_2) dx_2 \right. \\
 &\quad \left. \times \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta L_3) dx_3 \right]
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

센서 1이 체계의 탐지확률  $P_d$ 에 미치는 영향을 알아보기 위해의 식 (A.5)를 센서 1의 탐지확률  $P_{d1}$ 로 미분을 취해보면,

$$\frac{\partial P_d}{\partial P_{d1}} = P_{d2} + P_{d3} - 2P_{d2}P_{d3} \tag{A.7}$$

여기서 어떠한  $P_{d2}, P_{d3}$ 에 대해서도  $\frac{1}{P_{d2}} + \frac{1}{P_{d3}} > 2$ 인 관계가 만족되므로  $\frac{\partial P_d}{\partial P_{d1}}$ 은 항상 양의 값을 갖게 된다. 즉,  $P_{d1}$ 이 증가함에 따라  $P_d$ 가 항상 증가한다. 그러므로  $P_d$ 를 최대화하기 위해서는 주어진  $\alpha_1$ 에 대해  $P_{d1}$ 을 최대화하는 것이 된다.  $P_{d1}$ 의 최적화에 Neyman-Pearson 접근법을 적용하면 센서 1은 문턱값 규칙이 most powerful 특성을 가지게 된다. 마찬가지로 센서 2, 3에 대해서도 적용되므로 각각의 센서는 문턱값 규칙이 most powerful 특성을 갖게 된다.

0보다 큰 일정한 값을 갖는  $\theta$ 에 대해 문턱값 규칙을 적용하면 식 (A.6)의 탐지확률은

$$\begin{aligned}
 P_d(\theta) &= E_{L_1, L_2} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2)] \\
 &+ E_{L_1, L_3} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \\
 &+ E_{L_2, L_3} [Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)] \\
 &- 2E_{L_1, L_2, L_3} [Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3)]
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

여기서,  $Q(\bar{x}_1 - \theta l_1), Q(\bar{x}_2 - \theta l_2), Q(\bar{x}_3 - \theta l_3)$ 는  $l_1, l_2, l_3$ 에 관계없이 각각  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 와  $\alpha_3$  값에 대해 최대값을 갖고, 이는 3개 중 2 규칙 분산탐지기 식 (9)가 모든  $\theta > 0$ 에 대해 탐지확률 식 (A.6)를 최대화하므로 UMP 탐지기가 됨을 의미한다.

A.3 3개 중 3 융합규칙

3개 중 3 융합규칙에 대한 융합센터의 탐지확률은

$$P_d(\theta) = P_{d1}P_{d2}P_{d3} \tag{A.9}$$

이 되고 이 식은 분산탐지에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_d(\theta) &= E_{L_1, L_2, L_3} \left[ \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta L_1) dx_1 \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta L_2) dx_2 \right. \\
 &\quad \left. \times \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta L_3) dx_3 \right]
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

센서 1에 오경보 확률이  $\alpha_1(\alpha_1 = \int_{Z_1} f_{W_1}(x_1) dx_1)$ 으로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_1 = \{x_1 \geq \bar{x}_1\}$ 은  $l_1(l_1 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{Z_1} f_{W_1}(x_1 - \theta l_1) dx_1$ 을 최대화하게 된다. 즉, 문턱값 규칙  $x_1 \geq \bar{x}_1$ 은 센서 1에 대해 most powerful 특성을 갖게 된다. 마찬가지로, 센서 2에 오경보 확률이  $\alpha_2(\alpha_2 = \int_{Z_2} f_{W_2}(x_2) dx_2)$ 로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_2 = \{x_2 \geq \bar{x}_2\}$ 은  $l_2(l_2 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{Z_2} f_{W_2}(x_2 - \theta l_2) dx_2$ 을 최대화하여, 문턱값 규칙  $x_2 \geq \bar{x}_2$ 은 센서 2에 대해서도 most powerful 특성을 갖게 된다. 그리고 센서 3에 오경보 확률이  $\alpha_3(\alpha_3 = \int_{Z_3} f_{W_3}(x_3) dx_3)$ 로 주어졌을 때, 문턱값에 의해 결정되는 탐지영역  $Z_3 = \{x_3 \geq \bar{x}_3\}$ 도  $l_3(l_3 > 0)$ 값에 상관없이  $\int_{Z_3} f_{W_3}(x_3 - \theta l_3) dx_3$ 을 최대화하여, 센서 3

에 대해서도 문턱값 규칙  $x_3 \geq \bar{x}_3$ 은 most powerful 특성을 갖게 된다.

0보다 큰 일정한 값을 갖는  $\theta$ 에 대해 문턱값 규칙을 적용하면 식 (A.10)의 탐지확률은

$$P_d(\theta) = E_{L_1, L_2, L_3} [ Q(\bar{x}_1 - \theta L_1) Q(\bar{x}_2 - \theta L_2) Q(\bar{x}_3 - \theta L_3) ] \quad (\text{A.11})$$

이 된다. 여기서,  $Q(\bar{x}_1 - \theta l_1)$ ,  $Q(\bar{x}_2 - \theta l_2)$ ,  $Q(\bar{x}_3 - \theta l_3)$ 는  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ 에 관계없이 각각  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 와  $\alpha_3$  값에 대해 최대값을 갖고, 이는 3개 중 3 규칙 분산탐지기 식 (10)이 모든  $\theta > 0$ 에 대해 탐지확률 식 (A.10)를 최대화하므로 UMP 탐지기가 됨을 의미한다.