Transactions of KSAE, Vol. 18, No. 2, pp.56-60 (2010)

Copyright Ⓒ 2010 KSAE
1225-6382/2010/104-08

Hill48 이차 항복식을 이용한 변형률 속도에 따른 수정된 항복곡면의 구성

이 창 수 · 배 기 현 · 김 석 봉 · 허 훈*

한국과학기술원 기계항공시스템학부

Construction of Modified Yield Loci with Respect to the Strain Rates using Hill48 Quadratic Yield Function

Chang-Soo Lee • Gihyun Bae • Seokbong Kim • Hoon Huh*

School of Mechanical, Aerospace & Systems Engineering, KAIST
Daedeok Science Town, Daejeon 305-701, Korea
(Received 12 June 2009/ Accepted 10 September 2009)

Abstract : Since the forming process involves the strain rate effect, a yield function considering the strain rate is indispensible to predict the accurate final blank shape in the forming simulation. One of the most widely used in the forming analysis is the Hill48 quadratic yield function due to its simplicity and low computing cost. In this paper, static and dynamic uni-axial tensile tests according to the loading direction have been carried out in order to measure the yield stress and the r-value. Based on the measured results, the Hill48 yield loci have been constructed, and their performance to describe the plastic anisotropy has been quantitatively evaluated. The Hill48 quadratic yield function has been modified using convex combination in order to achieve accurate approximation of anisotropy at the rolling and transverse direction.

Key words : Hill48 quadratic yield function(Hill48 이차 항복식), Strain rate(변형률 속도), Convex combination(볼록 조합), Plastic anisotropy(소성 이방성), r-value(소성변형률비)

1. 서 론

금속판재의 소성이방성을 묘사하기 위하여 다양한 형태의 항복식이 제안되었다.[1,2] 그 중에서도 Hill48 이차 항복식은 기본가정이 간단하고, 적은 수의 재료상수를 사용하지만 판재의 이방성을 비교적 정확히 묘사하므로, 실제공정에서 폭넓게 이용되고 있다.[1] 성형공정 시에 판재는 다양한 변형률속도를 겪으므로 변형률속도에 따른 소성이방성에 관한 연구가 필요하다.

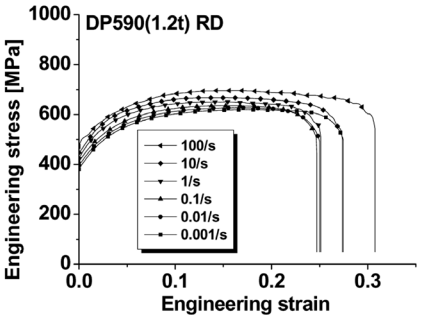
본 논문에서는 Hill48이차 항복식에 사용되는 계수를 결정하기 위하여, 압연방향(rolling direction; RD)과 압연수직방향(transverse direction; TD)으로 변형률 속도에 따른 DP590재료의 단축인장시험이 수행되었다. 실험결과를 바탕으로 변형률 속도에 따른 Hill48 이차 항복식을 구성하고, 이방성의 근사 정밀도를 정량적으로 평가하였다. 압연방향 및 압연수직방향에서 이방성을 정확히 근사하기 위하여 볼록 조합을 도입하여 Hill48이차 항복식을 수정하였다.

*Corresponding author, E-mail: hhuh@kaist.ac.kr

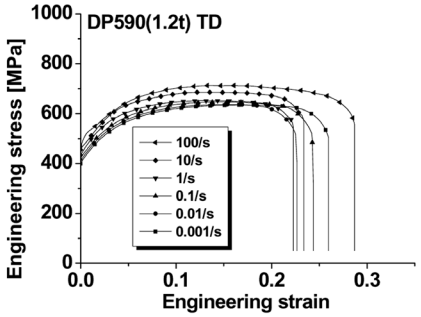
2. 변형률 속도를 고려한 단축인장시험

2.1 동적 단축인장시험

정적 인장시험기(INSTRON 5583) 및 고속 재료시험기(HSMTM)를 이용하여, 차체용 고강도 강판인



(a)



(b)

Fig. 1 Engineering stress-strain curves of DP590 at various strain rates: (a) RD; (b) TD

DP590의 압연방향 및 압연수직방향으로 인장시험을 실시하였다.[3,4] 강판의 두께는 1.2t 이며, 변형률 속도에 따른 응력 변형률 선도는 Fig. 1과 같다.

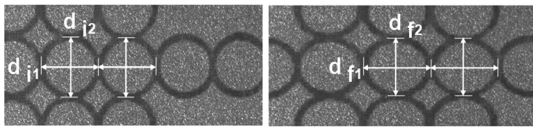
항복응력은 응력-변형률선도에서 공칭변형률이 0.2%인 곳에서 투사하였다.

2.2 소성변형률비(r-value, Lankford value)

재료의 이방성 정도를 거시적으로 나타내는 방법으로 소성변형률비를 사용한다. 소성변형률비는 두께방향의 진소성변형률(true plastic strain)에 대한 폭방향의 진소성변형률의 비로 식 (1)과 같이 정의한다.[5]

$$r = \frac{d\varepsilon_w}{d\varepsilon_t} = \frac{-d\varepsilon_w}{d(\varepsilon_l + \varepsilon_w)} \tag{1}$$

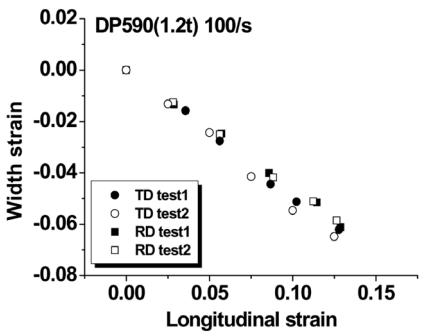
여기서, ε_w, ε_t, ε_l 은 각각 폭, 두께 및 길이방향으로의 변형률이다. 또한 d_{i1}과 d_{i2}는 길이방향과 폭방향으로 초기 그리드의 지름을 의미하고, d_{f1}과 d_{f2}는 최종 그리드의 지름을 의미한다.



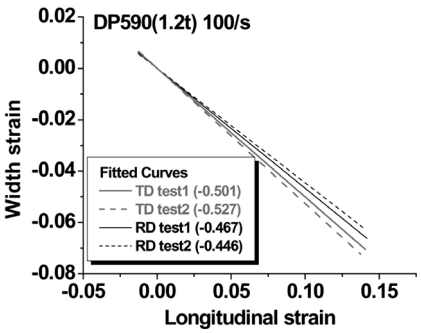
(a) (b)

Fig. 2 Deformation of grid in the gage section at the strain rate of 100/sec: (a) Initial grids; (b) Deformed grid

소성변형률비를 측정하기 위하여 인장시편의 표점부에 Fig. 2와 같이 지름 2.54mm크기의 그리드를 에칭하였다. 시편의 표점부가 길이방향으로 14%의 변형률로 변형할 때까지, 각 하중방향(RD, TD)에 대해서 변형률 분포를 측정하였다. 소성변형률비 측정을 위한 인장된 시편의 표점부 변형률은 고속 카메라, Phantom V. 9.0를 사용하여 변형률 속도에 따라 100 ~ 6400 fps의 샘플링속도로 측정되었다. 측정결과는 회귀분석을 통하여 Fig. 3과 같이 근사한다.[6] 이때, 직선의 기울기는 식 (2)와 같이 소성변형률비로 표현되며 기울기의 절대값이 클수록 소성변형률비가 커짐을 의미한다.



(a)



(b)

Fig. 3 Approximation of r-value at the rate of 100/sec: (a) Width strain vs. longitudinal strain; (b) Fitted curve

Table 1 Yield stress of DP590 with respect to the strain rates

Loading direction	Yield stress[MPa]					
	0.001/s	0.01/s	0.1/s	1/s	10/s	100/s
RD	380	398	412	414	441	474
TD	402	407	421	432	456	482

Table 2 r-value of DP590 with respect to the strain rates

Loading direction	r-value					
	0.001/s	0.01/s	0.1/s	1/s	10/s	100/s
RD	0.822	0.782	0.760	0.847	0.851	0.841
TD	1.083	1.039	0.875	0.890	0.949	1.058

$$Slope = \frac{-r}{1+r} \tag{2}$$

실험으로 얻어진 변형률 속도(0.001/s~100/s)에 따른 항복응력 및 소성변형률비는 각각 Table 1과 Table 2에 나타내었다.

3. Hill48 이차 항복식

3.1 Hill48 이차 항복식

평면응력상태에서의 Hill48 이차 항복식은 다음과 같다.[1)]

$$2f(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F+H)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \tag{3}$$

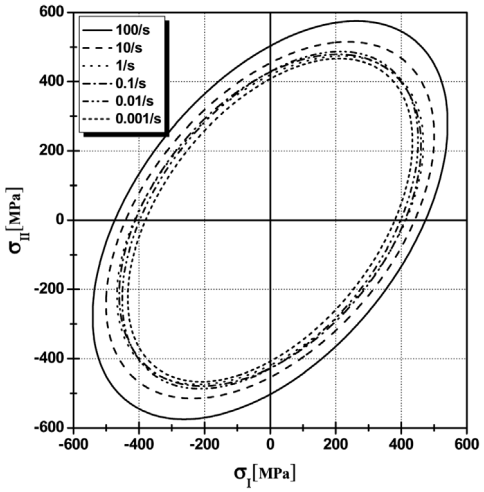
여기서, G, H, F, N는 재료의 이방성을 나타내는 재료상수이고, σ_x, σ_y, τ_{xy}는 평면응력 성분들이다.

소성변형률비(r-value)와 재료상수(G, H, F, N)와의 관계는 유동법칙을 이용하여 얻어진다. 또한 응력텐서의 주방향이 이방성의 주축과 일치한다고 가정하면, $\sigma_x = \sigma_I$, $\sigma_y = \sigma_{II}$, $\tau_{xy} = 0$이 되며 Hill48 이차 항복식은 다음과 같이 두 가지 식의 형태로 표현된다.

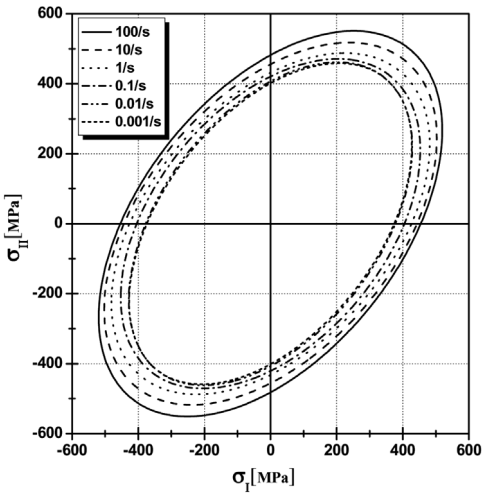
$$\sigma_I^2 - \frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_I\sigma_{II} + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{II}^2 = \sigma_0^2 \tag{4}$$

$$\sigma_I^2 - \frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_I\sigma_{II} + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{II}^2 = \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{90}^2 \tag{5}$$

식 (4)와 식 (5)로부터, 평면응력상태에서 이방성



(a)



(b)

Fig. 4 Initial yield loci of DP590 using Hill quadratic yield function with experimental data of r_0, r_{90} and (a) σ_0; (b) σ_{90}

을 고려한 항복을 정의하기 위해서는 3가지 실험값, 즉 압연방향과 압연수직방향의 소성변형률비와 두 방향의 항복응력 중 하나가 필요함을 알 수 있다. 식 (4)와 식 (5)를 이용하여 각각의 기존 Hill48 항복곡면을 구성해보면 Fig. 4와 같다.

변형률 속도의 증가에 따라 항복응력이 증가하고, 소성변형률비가 변화하므로 항복곡면 또한 변형률 속도의 증가에 따라 확장됨과 동시에 형상이 미세하게 변화하는 것을 관찰할 수 있다. Hill48 이

Table 3 Yield stress from Hill48 quadratic yield function with experimental data of r_0, r_{90}, σ_0 and relative error

Strain rate[/sec]	Yield stress[MPa]	Relative Error[%]
	σ_{90}	$Err._{90}$
0.001	408	+1.6
0.01	429	+5.4
0.1	428	+1.6
1	420	-2.9
10	454	-0.5
100	503	+4.3

Table 4 Yield stress from Hill48 quadratic yield function with experimental data of r_0, r_{90}, σ_{90} and relative error

Strain rate[/sec]	Yield stress[MPa]	Relative Error[%]
	σ_0	$Err._0$
0.001	408	+1.6
0.01	429	+5.4
0.1	428	+1.6
1	420	-2.9
10	454	-0.5
100	503	+4.3

차 항복식에서 얻어진 항복응력과 상대오차를 Table 3과 Table 4에 나타내었다. 식 (4)와 식 (5)를 이용하여 구성한 항복곡면에서, 각각의 실험값이 식에 적용되지 않은 방향으로 최대 5.4%의 오차가 발생하였다.

3.2 Hill48 이차 항복식의 수정

볼록 조합을 이용하여 식 (4)와 식 (5)를 하나의 식으로 표현할 수 있다.[7)]

$$\sigma_I^2-\frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_I\sigma_{II}+\frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{II}^2 \qquad (6)$$
$$=\alpha\sigma_0^2+(1-\alpha)\frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{90}^2,\ \ 0\le\alpha\le 1$$

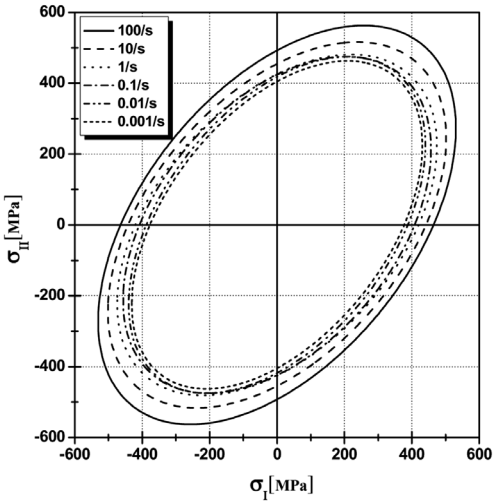
수정된 항복식은 압연방향 및 압연수직방향에서 소성변형률비와 항복응력을 사용한다. 그러나 수정된 항복식은 기존의 실험결과를 사용하여 구성되므로 추가적인 실험을 필요로 하지는 않는다.

3.2.1 Hill48 수정 항복곡면($\alpha=0.5$)

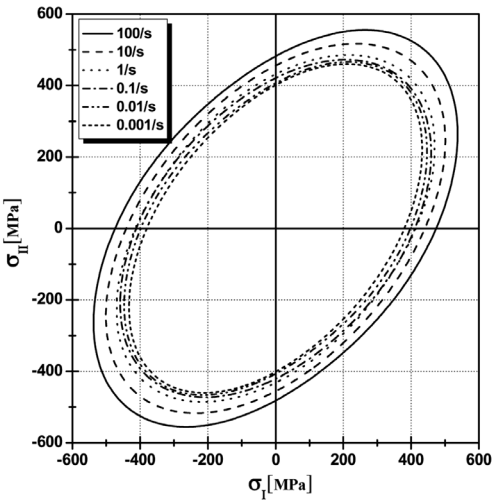
α 가 0.5인 경우, 수정된 항복식을 이용하여 구성한 항복곡선은 Fig. 5(a)에 도시하였다. 수정된 항복

Table 5 Yield stress from Hill48 quadratic yield function using convex combination($\alpha = 0.5$) and relative error

Strain rate[/sec]	Yield stress[MPa]		Relative Error[%]	
	σ_0	σ_{90}	$Err._0$	$Err._{90}$
0.001	377	405	-0.8	+0.8
0.01	388	418	-2.5	+2.7
0.1	408	424	-0.8	+0.8
1	420	426	+1.5	-1.4
10	442	455	+0.2	-0.2
100	464	493	-2.1	+2.2



(a)



(b)

Fig. 5 Modified initial yield locus of DP590 using Hill48 quadratic yield function with convex combination: (a) $\alpha = 0.5$; (b) $\alpha = f(\sigma_I, \sigma_{II})$

식으로부터 얻어진 압연방향 및 압연수직방향에서 각각의 항복응력 오차를 Table 5에 분석하였다. 기존의 식 (4)와 식 (5)에서 한 방향으로 집중되던 항복응력 오차는 α와 $1-\alpha$의 비율에 따라 분산됨으로써 항복식의 전체적인 신뢰성이 향상된다. 그러나 이 경우에도 수정된 항복식은 양방향에서 여전히 오차를 발생한다.

3.2.2 Hill48 수정 항복곡면($\alpha = f(\sigma_I, \sigma_{II})$)

양방향 모두에서 실험값과 일치할 수 있도록 α와 $1-\alpha$를 σ_I 과 σ_{II} 의 함수로써 식 (7)과 같이 정의하였다.

$$\alpha = f(\sigma_I, \sigma_{II}) = \frac{\sigma_I^2}{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2} \tag{7}$$
$$1-\alpha = 1-f(\sigma_I, \sigma_{II}) = \frac{\sigma_{II}^2}{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2}$$

식 (7)을 식 (6)에 대입하여 최종적으로 식 (8)과 같은 형태로 항복식을 수정할 수 있다.

$$\sigma_I^2 - \frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_I\sigma_{II} + \frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{II}^2 \tag{8}$$
$$= \frac{\sigma_I^2}{\sigma_I^2+\sigma_{II}^2}\sigma_0^2 + \frac{\sigma_{II}^2}{\sigma_I^2+\sigma_{II}^2}\frac{r_0(1+r_{90})}{r_{90}(1+r_0)}\sigma_{90}^2$$

Fig. 5(b)에 식 (8)을 이용한 항복곡면을 나타내었다. 식 (8)의 구성을 위해서는 실험을 통하여 얻어진 압연방향 및 압연수직방향으로의 항복응력과 소성변형률비가 필요하며, 식 (8)은 적용된 항복응력을 주응력 평면상에 정확히 반영되도록 구성되어 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 차체용 강판으로 쓰이고 있는 DP590의 정적 및 동적 단축인장시험을 통하여 변형률 속도와 인장방향에 따른 항복응력 및 소성변형률비를 얻었다. 이를 바탕으로 기존의 Hill48 이차 항복곡면을 구성하여, 변형률 속도에 따른 항복곡선의 변화를 관찰하였다. 또한 기존 Hill48 이차 항복식에서 각각의 실험값이 적용되지 않은 방향으로의 항복응력이 실험값과 최대 5.4% 오차가 발생함을 알 수 있었다. 이를 개선하기 위해 볼록 조합을 이용하여 기존의 Hill48 이차 항복식을 수정하였다. 수정된 항복식은 압연방향과 압연 수직방향에서의 실험값을 그대로 반영하도록 구성되어 있으므로, 소성이방성을 기존의 Hill48 이차 항복식에 비하여 더욱 정확하게 근사할 수 있다. 따라서 판재 성형 해석 시, 효율적으로 활용할 수 있을 것으로 예상된다.

References

1) R. Hill, “A Theory of a Yielding and Plastic Flow of a Anisotropic Metals,” Proc. Roy. Soc., A193, pp.281-297, 1948.
2) F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, D. J. Lege, F. Pourboghrat, S.-H. Choi and E. Chu, “Plane Stress Yield Function for Aluminum Alloy Sheets-Part 1: Theory,” Int. J. Plasticity, Vol.19, pp.1297-1319, 2003.
3) H. Huh, J. H. Lim and S. H. Park, “High Speed Tensile Test of Steel Sheets for the Stress-strain Curve at the Intermediate Strain Rate,” Int. J. Automotive Technology, Vol.10, No.2, pp.195-204, 2009.
4) H. Huh, S. B. Kim, J. H. Song and J. H. Lim, “Dynamic Tensile Characteristics of TRIP-type and DP-type Steel Sheets for an Auto-body,” Int. J. Mech. Sci., Vol.50, pp.918-931, 2008.
5) R. Hill, “The Mathematical Theory of Plasticity,” Clarendon Press, Oxford, p.138, 1950.
6) M. G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, H. R. Wagoner and K. Chung, “Spring-back Evaluation of Automotive Sheets based on Isotropic-kinematic Hardening Laws and Non-quadratic Anisotropic Yield Functions: Part II: Characterization of Material Properties,” Int. J. Plasticity, Vol.21, Issue.5, pp.883-914, 2005.
7) A. D. Belegundu and T. R. Chandrupatla, Optimization Concepts and Applications in Engineering, Simon & Schuster / A Viacom Company, Prentice-Hall, p.61, 1999.