

## 저주기 피로해석을 위한 다층모델의 재료상수 추출에 관한 연구

김 상 호<sup>1)</sup> · 카비르 후마이언<sup>2)</sup> · 여 태 인<sup>\*2)</sup>

세종공업(주)<sup>1)</sup> · 울산대학교 기계자동차공학부<sup>2)</sup>

### Study on the Material Parameter Extraction of the Overlay Model for the Low Cycle Fatigue(LCF) Analysis

Sangho Kim<sup>1)</sup> · S. M. Humayun Kabir<sup>2)</sup> · Taein Yeo<sup>\*2)</sup>

<sup>1)</sup>Research & Development Center, Sejong Industrial Co. Ltd, 800-01 Hyomoon-dong, Buk-gu, Ulsan 683-360, Korea

<sup>2)</sup>School of Mechanical & Automotive Engineering, University of Ulsan, Ulsan 680-749, Korea

(Received 26 March 2009 / Accepted 30 July 2009)

**Abstract** : This work was focused on the material parameter extraction for the isothermal cyclic deformation analysis for which Chaboche<sup>1)</sup>(Combined Nonlinear Isotropic and Kinematic Hardening) and Overlay<sup>2)</sup>(Multi Linear Hardening) models are normally used. In this study all the parameters were driven especially based on Overlay theories. A simple method is suggested to find out best material parameters for the cyclic deformation analysis prior to the isothermal LCF(Low Cycle Fatigue) analysis. The parameter extraction was done using 400 series stainless steel data which were published in the reference papers.<sup>3)</sup> For simple and quick review of the parameters extracted by suggested method, 1D FORTRAN program was developed, and this program could reduce the time for checking the material data tremendously. For the application to FE code ABAQUS user subroutine for the material models was developed by means of UMAT(User Material Subroutine), and the stabilized hysteresis loops obtained by the numerical analysis were in good harmony with test results.

**Key words** : Isothermal(등온), Low cycle fatigue(저주기수명), Combined nonlinear hardening(비선형 복합경화모델), Modified overlay model(수정 다층 모델), Material parameter(재료 상수), Hysteresis loop(히스테리시스 루프)

#### Nomenclature

$E$  : elastic modulus  
 $\sigma_y$  : yield stress  
 $R$  : elastic limit

#### Subscripts

o : initial value, st : stabilized value  
p : plastic value, r : reversed value

#### 1. 서론

자동차의 배기 매니폴드(Exhaust Manifold), DPF(Diesel Particulate Filter, 매연포집장치), 항공기의 가스 터빈(Turbine) 및 발전소의 터빈 로터(Rotor) 등의 주요 부품들은 고온, 고압의 취약한 운전 조건에서 장시간 노출되어 비탄성 변형이 발생한다. 예를 들어, 자동차 엔진의 배기 매니폴드의 배기가스 온도는 6000 rpm에서 약 900°C까지 상승하며, DPF 시스템의 경우 매연 재생과정에서 1000°C이상의 열충격 현상이 발생하기도 한다. 따라서, 부품들은 가열과 냉각에 따른 온도 이력을 겪게 되며, 이러한 온도

\*Corresponding author, E-mail: ytn@mail.ulsan.ac.kr

변화와 구조물의 구속조건에 의한 반복적인 열응력에 의한 피로 손상은 재료를 과단으로 이르게 한다. 이러한 피로 손상 현상을 열피로라고 하며, 크리프와 함께 고온에서 사용되는 재료의 주요 파손 메커니즘 중의 하나이다. 이러한 재료의 변형거동을 정확히 모사하기 위해서 소성변형의 물리적 성질에 대한 이해가 필요하며, 이를 위하여 내부 상태 변수를 사용한 비탄성 구성식을 기반으로 여러 가지 재료 모델들이 개발되었다.<sup>3,4)</sup> 특히, 복잡한 구성방정식을 사용하지 않고, 여러 개의 완전 탄소성 요소를 이용하여 재료의 이력 현상을 모사할 수 있는 방법도 개발된 바 있다.<sup>5,6)</sup> 이렇게 개발된 구성식을 수치적 방법을 이용하여 구조해석에 적용하기 위한 연구가 Ortiz,<sup>7)</sup> Hornberger,<sup>8)</sup> Chaboche,<sup>9)</sup> Owen et al.,<sup>10)</sup> 윤삼손<sup>11)</sup>에 의해 수행되어졌으며, 특히 비탄성 구성식의 해를 안정적으로 구하기 위하여 여러 가지 수치적 방법이 도입되었다.<sup>12,13)</sup> 그러나, 이러한 실제 재료 데이터를 이용하여 구성 방정식에 필요한 재료 상수를 추출할 수 있는 방법에 대하여 연구한 결과가 많지 않고, 그 방법 또한 수치적 접근법에 근거한 것이 대부분이었다.<sup>14,15)</sup> 따라서, 본 연구에서는 실제 시험 데이터로부터 일관성 있는 재료 상수를 추출하기 위한 효율적인 방안을 제안하였다. 또한 추출된 재료상수들에 대한 신속한 효용성 검증을 위하여 1-D 프로그램을 개발하였으며, 향후 유한요소해석 프로그램과의 연동 해석을 위하여 ABAQUS/UMAT(User Material Subroutine)을 이용하여 재료 모델을 구현하였다.

## 2. 구성 방정식의 기본 개념

본 연구에서는 비선형 해석과정에서 탄소성 구성식을 이용한 수정 다층 모델을 사용하였으며, 이에 대한 상세한 구성 방정식 유도 과정 및 이론에 대해서는 참고문헌에서 확인 할 수 있다.<sup>2)</sup>

### 2.1 탄소성 구성 방정식

다층 모델은 여러 개의 탄소성 요소를 사용하여 재료의 이력 거동을 모사할 수 있으며, 내부 변수를 도입하지 않고도 바우싱거 효과(Bauschinger Effect)와 같은 이동 경화 현상을 표현할 수 있다는 장점들

가지고 있다. Fig. 1 및 2에서 보여진 바와 같이 다층 모델은 항복 특성이 다른 N개의 부요소(Subelement)가 병렬로 연결되어 있으며, 각 부요소는 고유의 항복 응력  $k_i$ 와 동일 강성  $E(=E_1 \dots = E_N)$ 를 지니고 있는 탄성-완전 소성체(Elastic-Perfectly Plastic) 모델로 가정한다. 따라서, 다층 모델에서의 거시 응력은 식 (1)과 같이 각 요소가 지지하는 응력의 합으로 나타내어지며, 각 요소의 항복 조건은 식 (2)와 같이 규정할 수 있다.

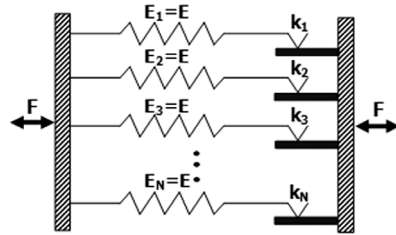


Fig. 1 Overlay model concept

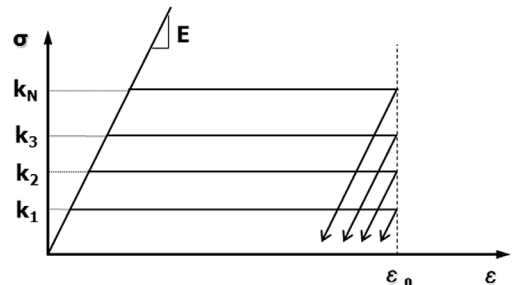


Fig. 2 Elasto - perfectly plastic element for overlay model

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \phi_i \tilde{\sigma}_i \quad (1)$$

$$f_i = J_2(\tilde{\sigma}_i) - k_i = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\tilde{\sigma}_i$ 와  $\phi_i$ 는  $i$ 번째 부 요소의 응력과 분율을 의미하고  $J_2$ 는 제 2의 응력 불변식을 말한다. 기본적으로 다층 모델에서는 각 부요소의 분율과 항복 응력의 차이를 이용하여 재료의 이력 현상을 모사할 수 있다. 즉, 분율  $\phi_j, j=1, i$ 인 부요소들이 완전소성 영역에 있을 때는 Fig. 3의 응력-변형을 곡선에서  $i \sim i+1$ 번째 구간에 해당하므로, 이 구간의 기울기는 식 (3)으로 주어진다.<sup>2)</sup>

$$\frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i} = \left(1 - \sum_{j=1}^i \phi_j\right) E \quad (3)$$

또한,  $k_i$ 는 식 (4)와 같이 안정화된 이력 곡선(Fig. 3)을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$k_i = m_i + R_{st} \quad (4)$$

$$m_i = E\epsilon_i - R_{st}, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

$$m_0 = 0$$

여기서,  $m_i$ 과  $R_{st}$ 은 안정화된 이력 곡선의 비선형 구간(Master Curve)과 선형 구간에 관련된 재료 변수이다.

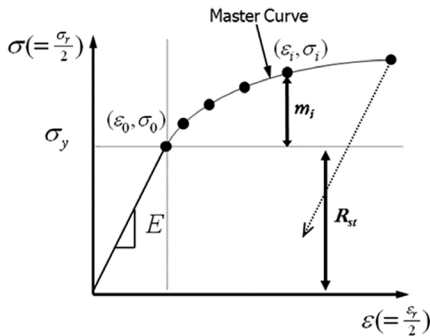


Fig. 3 Scaled stabilized cyclic stress-strain curve

앞에서 언급한 바와 같이 각 부요소의 항복응력을 결정함으로써 재료의 안정화된 이력곡선을 모사할 수 있는 것이 다층 모델의 장점이다.

추가적인 재료 반복 거동인 경화 및 연화 현상에 의한 응력 진폭(Stress Amplitude)의 변화  $\Delta\sigma_{st} - \Delta\sigma$ 는 탄성한계(Elastic Limit)  $R$  및 소성 변형률 진폭  $\Delta\epsilon^p$  변화에 의해 발생하는 것으로 알려져 있다. 그러나 소성 변형률 진폭 변화에 의한 영향은 탄성한계의 변화에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에, 반복 연화 및 경화 현상은 탄성한계의 변화와 같다고 가정할 수 있다. 즉,

$$\Delta\sigma_{st} - \Delta\sigma \approx 2(R_{st}(\Delta\epsilon) - R(\Delta\epsilon, p)) \quad (6)$$

여기서,  $\Delta\sigma_{st}$ 와  $R_{st}(\Delta\epsilon)$ 는 안정화된 이력 곡선의 응력 진폭과 탄성 한계를 의미하고  $\Delta\epsilon$ 은 변형률 진폭,  $p$ 는 누적 소성 변형률(Accumulated Plastic Strain)을 의미한다.

특히 윤삼순<sup>2)</sup>은 기존의 다층 모델에서 고려하지 못한 반복 거동에 따른 연화(Softening) 및 경화(Hardening) 현상을 이원화하여 모사를 시도하였으며, 기존 모델과 구별을 위하여 수정 다층 모델(Modified Overlay Model)이라고 지칭하였다.

### 3. 재료 상수 추출

본 연구에서는 수정 다층 모델의 재료상수 추출을 위하여 참고문헌<sup>2,16)</sup>에서 기술되어져 있는 시험 조건, 시편 정보 및 스테인레스 400계열(429EM)의 200°C 시험 데이터를 이용하였으며, 이 과정에서 보다 일관성 있는 재료 데이터 추출방법을 개발하였다.

#### 3.1 복합 경화 현상 모사를 위한 재료 상수

안정화된 이력 곡선의 비선형 구간은 변형률 진폭이나 누적 소성 변형률에 무관하며 선형 구간만이 이에 대한 영향을 받는다고 알려져 있으며, 따라서 각 요소의 항복응력  $k_i$ 를 구성하고 있는  $m_i$  및  $R(p)$ 를 이용하여 복합(이동성 및 등방성) 경화현상을 모사할 수 있다.<sup>2)</sup>

$$k_i = m_i + R(\Delta\epsilon, p) \quad (9)$$

##### 3.1.1 이동성 경화 효과(Kinematic Hardening Effect)

앞에서 언급한 바와 같이 다층 모델은 내부변수를 사용하지 않고, 안정화된 곡선의  $k_i$ 를 이용하여 이동성 경화현상을 나타낼 수 있다. 따라서, 안정화된 곡선을 모사하기 위한 부요소의 개수 선정이 매우 중요하며, 이러한 선형화된 구간의 개수에 따라 다층 모델의 정확성이 결정된다. 본 연구에서는 식 (10)과 같이 선형화된 영역과 실제 이력곡선의 변형률 에너지 오차  $\theta$ 를 정의하고, 사용자가 지정한 부요소의 개수와 오차의 허용한계를 만족하는 부요소를 결정하도록 Fig. 4의 알고리즘을 사용하여 프로그램을 제작하였다.

$$\theta = 1 - \frac{1}{2}(\sigma_{i+1} + \sigma_i)(\epsilon_{i+1} - \epsilon_i) / \int_{\epsilon_i}^{\epsilon_{i+1}} \sigma d\epsilon \quad (10)$$

또한, 이렇게 선형화된 구간을 기준으로  $m_i$ 를 식 (5)에 의해,  $\phi_i$ 를 식 (11)

$$\phi_i = \frac{1}{E} \left( \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\epsilon_i - \epsilon_{i-1}} - \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i} \right) \quad (11)$$

에 의해 계산하였다.

이렇게 추출된 부요소의 위치 및 변수 값들은 Fig. 5 및 Table 1와 같다.

Table 1 Kinematic hardening parameters for overlay model

N	$m_i$ (MPa)	$\phi_i$
0	0.00	0.684
1	78.56	0.101
2	207.20	0.081
3	405.50	0.069
4	631.60	0.038
5	870.60	0.020
6	1372.00	0.007

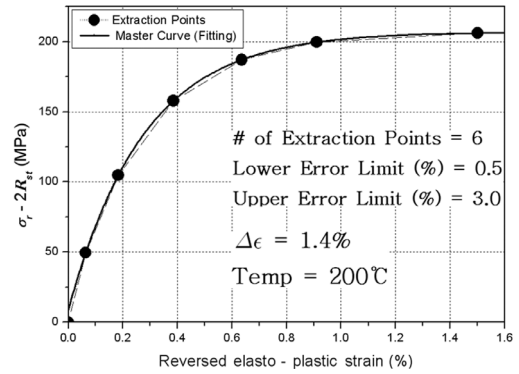


Fig. 5 Extraction points for master curve

### 3.1.2 등방성 경화 효과(Isotropic Hardening Effect)

본 연구에서는 수정 다층모델의 반복 연화 및 경화 현상을 표현하기 위하여 Chaboche 모델의 등방성 경화 이론을 이용하였으며, Fig. 6의 시험 데이터에 식 (15)를 이용, 회귀분석하여 얻은 등방성 경화 재료 상수는 Table 2와 같다.

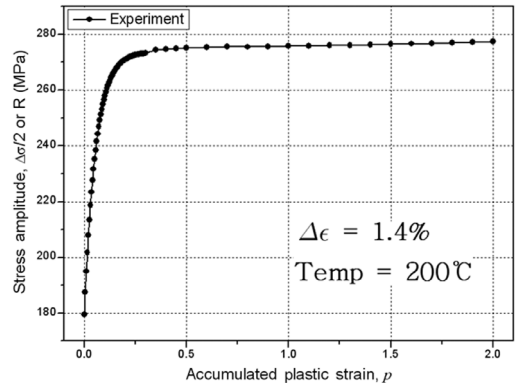


Fig. 6 Stress amplitude vs. accumulated plastic strain<sup>1)</sup>

$$R(p) = Q(1 - e^{-bp}) + R_0 \quad (15)$$

이 때  $R_0$ 는 첫 번째 사이클 구간에서의 선형 탄성 한계  $R$ 의 값이며,  $Q$ 는  $R$ 이 안정화 될 때까지의 최대 증가분을 의미한다.  $b$ 는 누적 소성 변형률  $p$ 에 따른 경화 속도를 나타낸다.

Table 2 Isotropic hardening parameters for the overlay model

Parameter	$Q$ (MPa)	$b$
Value	94.49	16.806

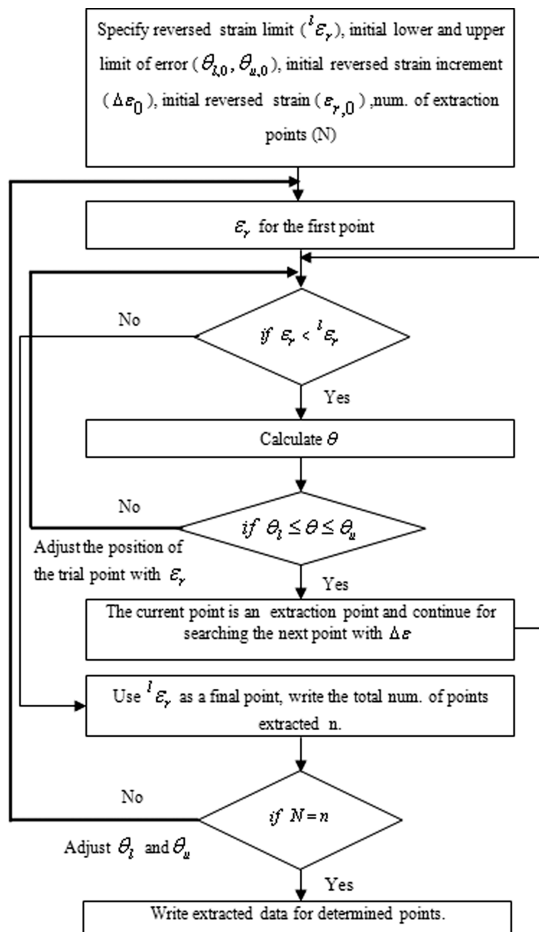


Fig. 4 Flow chart for extraction points of nonlinear region

### 3.2 탄성 계수(Elastic Modulus)

이력곡선 예측을 위하여 앞에서 기술한 재료상수 이외에 기본적으로 탄성 계수(Elastic Modulus), 포아송 비(Poisson's Ratio) 및 항복 응력(Yield Stress) 등이 필요하다. 일반적으로 탄성계수는 반복 이력과정에서 점차적으로 변하게 되며, 이러한 변화폭은 재질에 따라 결정된다. 첫 번째 사이클 구간의 탄성 계수  $E_0$ 를 사용하였으며, 실제 해석을 위한 입력 값으로는 안정화된 상태의 이력 곡선 예측을 위하여 이 상태의 탄성 계수  $E_{st}$  값을 적용하였다. 각 구간에서의 탄성계수를 정리한 것은 Table 3과 같다.

Table 3 Elastic modulus for the overlay model

Parameter	$E_0$ (GPa)	$E_{st}$ (GPa)
Value	217.00	169.22

### 3.3 탄성 한계(Elastic Limit)의 결정

이동성 및 등방성 경화상수 결정과 직접적인 연관을 가지고 있는 항복 응력을 탄성 한계 값으로 정의하고, 이것을 결정하는 방법에 대하여 검토하였다. 일반적으로 탄성 한계를 결정하기 위해서는 항복에 대한 타당한 정의가 필요하며, 스테인레스강과 같이 항복응력이 뚜렷하게 드러나지 않는 경우 탄성 한계의 정의가 매우 모호하며 따라서 연구자마다 상이함을 알 수 있다.<sup>2)</sup> 따라서, 보다 간편하면서도 논리적이뿐만 아니라, 재료 상수 간의 연속성을 확보할 수 있는 탄성 한계 결정방법은 다음과 같다. 측정된 응력-변형률 곡선에서 응력 대 변형률 비  $\sigma/\epsilon$ 가  $E_0$ 와 일치하는 지점을 택하여 첫 번째 사이클 구간의 탄성 한계  $R_0$ 로 정의한다. 즉,

$$R_0 = \sigma \text{ if } \sigma/\epsilon = E_0 \quad (16)$$

안정화된 상태에서의 탄성 한계  $R_{st}$ 는 첫 번째 사이클 구간의 탄성한계  $R_0$ 와  $R$ 이 안정화 될 때까지의 최대 증가분  $Q$ 의 관계를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$R_{st} = R_0 + Q \quad (17)$$

각 경우의 탄성 한계를 정의한 것은 Table 4와 같다.

Table 4 Elastic limit (=Yield Stress) for the overlay model

Parameter	$R_0$ (MPa)	$R_{st}$ (MPa)
Value	179.50	274.00

앞에서 제시한 재료상수 추출 절차 및 방법을 간단히 요약하면 Fig. 7과 같다.

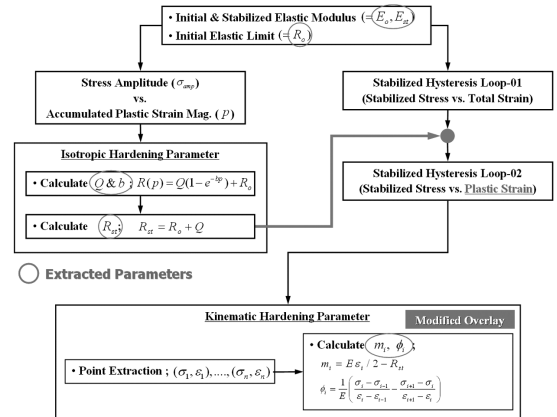


Fig. 7 Flow Chart for the Material Parameter Extraction

## 4. 재료상수 검증

앞에서 제시된 방법을 적용하여 수정 다층 재료 모델의 재료상수를 현장에서 신속하고 간편하게 추출하기 위하여, FORTRAN을 사용한 간단한 프로그램들을 개발하였다. 또한 수정 다층모델의 재료상수들이 주어졌을 때, 이력곡선을 이론적으로 계산할 수 있는 간단한 1D FORTRAN 프로그램을 개발하여, 추출한 재료상수의 정확도를 검증하였다.

### 4.1 일축 변형 해석

연구에 사용된 프로그램의 흐름도는 Fig. 8과 같으며, 비탄성 구성방정식의 적분은 내연적 오일러법을 이용하였다.<sup>12)</sup> 이 과정에서 Newton Method를 적용할 경우, 사용된 항복 함수(Yield Function)의 불연속성으로 인하여 해가 발산하는 경우가 발생할 수 있다. 따라서, 수치해의 안정성 확보를 위하여 Bisection Method와 결합한 방법을 사용하였으며, 이에 대한 자세한 설명은 참고문헌에 수록되어 있다.<sup>12,17)</sup>

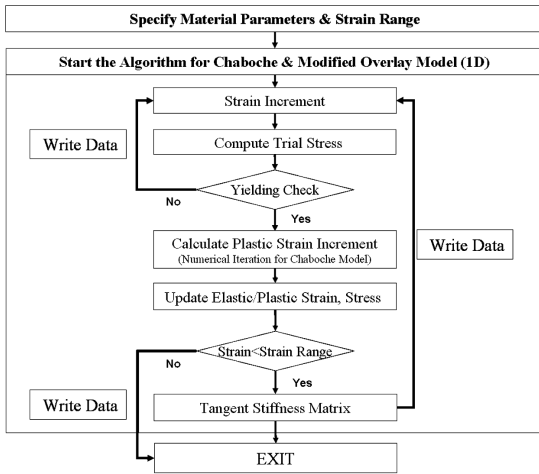


Fig. 8 Flow chart for 1D FORTRAN program

### 4.2 추출된 재료상수의 검증

제시된 방법으로 구해진 재료 상수에 대하여 1D FORTRAN 프로그램을 이용하여 단순인장 해석을 수행한 결과, Fig. 9와 같이 계측된 이력곡선과 해석 결과가 잘 일치함을 확인할 수 있으며(0.7% 최대변형률에서 1.27% 오차), 이 프로그램은 향후 추출된 재료상수의 효용성 검증에 효과적으로 사용될 수 있다.

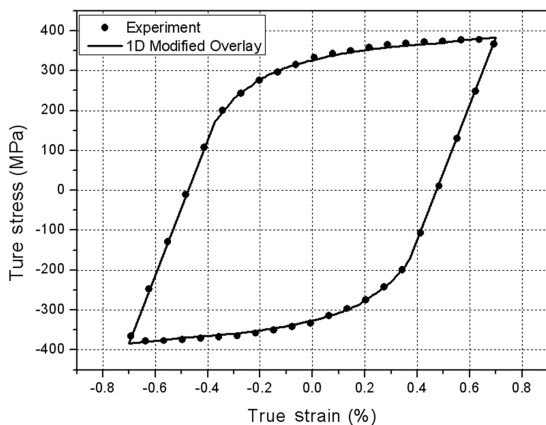


Fig. 9 Stabilized hysteresis loop comparison (experiment vs. 1D-modified overlay model)

### 5. 유한요소해석을 위한 ABAQUS/UMAT 개발

앞 절에서 언급된 수정 다층 모델을 유한요소해석에 적용하기 위하여, ABAQUS의 사용자 정의 서

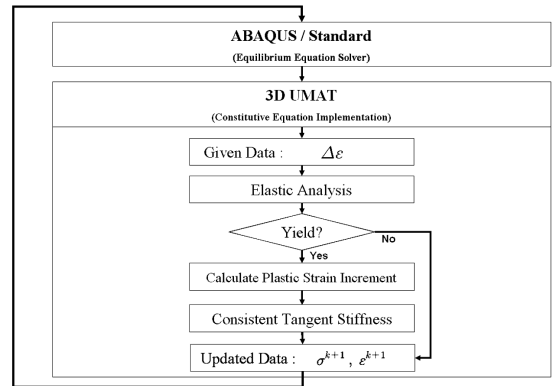


Fig. 10 Flow chart for 3D ABAQUS/UMAT program

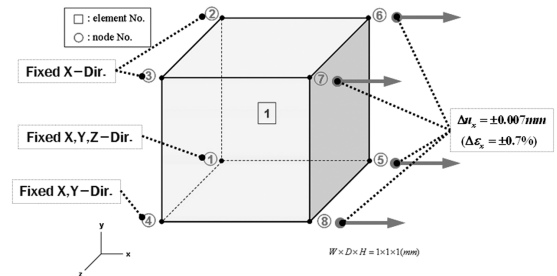


Fig. 11 Boundary condition for the 3D finite element analysis

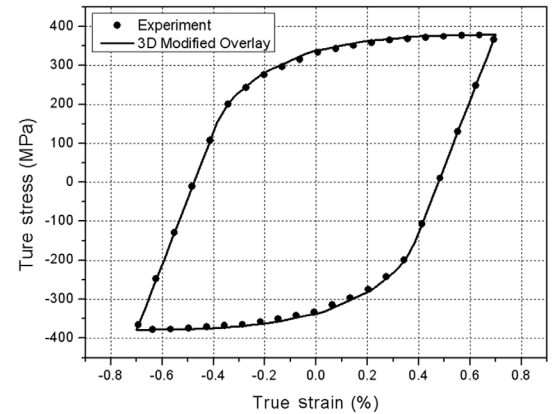


Fig. 12 Stabilized hysteresis loop comparison (experiment vs. 3D FEM with modified overlay model)

브루틴인 UMAT을 이용하여 재료모델을 구현하였다. 이 과정에서 필요한 비선형 수치해석기법들은 참고문헌에 자세히 기술되어져 있다.<sup>12,13)</sup> ABAQUS와의 연동은 Fig. 10과 같으며, SHELL 요소와 3D 연속체 요소에 적용할 수 있도록 하였다. 해석의 편의

성을 위하여 1개의 HEXA 요소(C3D8)를 사용하였으며, 참고문헌<sup>2)</sup>의 시험조건을 모사하기 위하여 각 절점의 변위에 대해 구속 및 하중 경계조건(Fig. 11)을 적용하였다. 1축 이력에 대한 유한요소 해석 결과는 요소의 중심점(Central Point)에서 추출하였으며, Fig. 12와 같이 시험결과와 잘 일치하는 결과를 얻음으로(0.7% 최대변형율에서 0.25% 오차), 개발된 ABAQUS/UMAT의 신뢰성을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 여러 개의 선형 부요소를 사용하여 이력곡선을 예측할 수 있는 수정 다층(Modified Overlay) 모델에 대하여 간편하면서도 일관성 있는 재료상수 추출방법을 제시하였으며, 현장에서 추출된 재료상수의 정확성을 신속히 검토하기 위한 ID FORTRAN 프로그램도 개발하였다. 이를 통하여 사용자간 추출된 재료상수의 상이함을 방지할 수 있으며, 항상 일관성 있는 재료상수의 추출 및 표준 DB를 구축하여 이용할 수 있게 되었다. 이 과정에서 Chaboche 등방성 경화모델을 도입하여 반복 경화현상을 모사하였으며, 수정 다층모델을 위한 자동 포인트 추출(Automatic Point Extraction) 프로그램을 개발하였다.

또한, 향후 실제 제품의 저주기 피로해석을 위한 기초 연구로써, ABAQUS에서 지원하고 있는 사용자 정의 재료 서브루틴인 UMAT을 이용하여 재료 모델을 구현하였다. 이렇게 개발된 UMAT을 이용하여 현재 상용 프로그램에서 지원하지 않고 있는 변형률 기억효과(Strain Memory Effect)를 구현할 예정이며, 이를 이용하여 과도한 외부 하중 혹은 열충격(매연 재생과정) 등에 따른 응력 거동 현상을 모사하는 데 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

## 후 기

본 연구는 환경부 연구과제(ECO-STAR PROJECT)의 지원 하에 수행되어졌으며, 이에 감사를 드립니다.

## References

- 1) J. L. Chaboche, "Time-independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity," *Int. J. Plasticity*, Vol.2, No.2, pp.149-188, 1986.
- 2) S. S. Yoon, S. G. Hong and S. B. Lee, "Phenomeno-logical Description of Cyclic Deformation Using the Overlay Model," *Material Science and Engineering A364*, pp.17-26, 2006.
- 3) A. K. Miller, *Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity*, Elsevier Applied Science, London, 1987.
- 4) A. S. Krausz and K. Krausz, *Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation*, Academic Press, 1996.
- 5) K. Schiffner, "Overlay Models for Structural Analysis under Cyclic Loading," *Computer & Structures*, Vol.56, pp.321-328, 1995.
- 6) J. F. Besseling, "A Theory of Elastic, Plastic, and Creep Deformations of an Initially Isotropic Material Showing Anisotropic Strain Hardening, Creep Recovery, and Secondary Creep," *Journal of Applied Mechanics*, pp.529-536, 1958.
- 7) M. Orits and J. C. Simo, "An Analysis of a New Class of Integration Algorithms for Elastoplastic Constitutive Equations," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.23, p.353, 1986.
- 8) K. Hornberger and H. Stamm, "An Implicit Integration Algorithms with a Projection Method for viscoplastic Constitutive Equation," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.28, p.2397, 1989.
- 9) J. L. Chaboche and G. Cailletaud, "Integration Methods for Complex Plastic Constitutive Equations," *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, p. 125, 1996.
- 10) D. R. J. Owen, A. Prakash and O. C. Zienkiewicz, "Finite Element Analysis of Non-linear Composite Materials by Use of Overlay Systems," *Computer & Structures*, Vol.4, pp.1251-1267, 1974.
- 11) S. S. Yoon, S. B. Lee and J. B. Kim, "Generalization of Integration Methods for Complex Inelastic Constitutive Equations with State Variables," *Transaction of the KSME, A*, Vol.24, No.5, pp.1075-1083, 2000.
- 12) S. S. Yoon and S. B. Lee, "A Semi-Implicit Integration for Rate-Dependent Plasticity with

- Non-linear Kinematic Hardening,” Transaction of the KSME, A, Vol.27, No.9, pp.1562-1570, 2003.
- 13) S. S. Yoon and S. B. Lee, “Comparison of Semi-Implicit Integration Schemes for Rate-Dependent Plasticity,” Transaction of the KSME, A, Vol.27, No.11, pp.1907-1916. 2003.
- 14) L. G. Zhao, J. Tong, B. Vermeulen and J. Byrne, “On the Uniaxial Mechanical Behaviour of an Advanced Nickel Base Superalloy at High Temperature,” *Mechanics of Materials*, Vol.33, pp.593-600, 2001.
- 15) J. Tong, Z. L. Zhan and B. Vermeulen, “Modeling of Cyclic Plasticity and Viscoplasticity of a Nickel-based Alloy using Chaboche Constitutive Equations,” *Int. Journal of Fatigue*, Vol.26, pp.829-837, 2004.
- 16) S. S. Yoon, S. G. Hong, S. B. Lee and B. S. Kim, “Low Cycle Fatigue Testing of 429EM Stainless Steel Pipe,” *Int. Journal of Fatigue*, Vol.25, pp.1301-1307, 2003.
- 17) W. H. Press and B. H. Thacker, *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge Press, 1992.