

함수구배재료에서 천이탄성동적모드 III 균열전파

이 광 호*†

* 경북대학교 기계자동차공학부

Transient Elastodynamic Mode III Crack Growth in Functionally Graded Materials

Kwang Ho Lee*†

* Dept. of Mechanical and Automotive Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.

(Received January 5, 2010 ; Revised May 17, 2010 ; Accepted May 24, 2010)

Key Words : Transient Elastodynamic Mode III Crack (천이탄성모드 III 균열), Functionally Graded Materials (함수구배재료), Crack Growth (균열전파), Stress and Displacement Fields (응력 및 변위장)

초록: 함수구배재료에서 구배방향을 따라 전파하는 천이모드 III 균열에 대한 일반적인 탄성해를 근접해법으로 얻었다. 함수구배재료의 전단계수 및 밀도는 구배방향을 따라 지수형적으로 변화한다고 가정하였다. 균열선단의 응력과 변위장은 응력확대계수 및 균열선단속도의 시간변화율에 의존하는 계수들을 갖는 방사상 좌표계의 누승으로 얻었다. 비균질성과 천이계수들이 응력 및 변위장의 고차항에 미치는 영향에 대하여 토론하였다.

Abstract: A generalized elastic solution for a transient mode III crack propagating along the gradient in functionally graded materials (FGMs) is obtained through an asymptotic analysis. The shear modulus and density of the FGMs are assumed to vary exponentially along the gradient. The stress and displacement fields near the crack tip are obtained in terms of powers of radial coordinates, and the coefficients depend on the time rates of the change of the crack tip speed and stress intensity factors. The influence of nonhomogeneity and transients on the higher order terms of the stress and displacement fields is discussed.

1. 서 론

함수구배재료는 재료의 물성치가 공간적으로 변화하는 재료로 주로 열적 강도가 요구되는 재료^(1,2)로 개발되어 왔으나 최근에는 군사용재료,^(3,4) 바이오 재료^(5,6) 등으로도 개발되고 있다. 항공우주구조물의 표면 또는 로의 내부 벽면은 고온으로 말미암아 열에 대한 저항성이 높은 세라믹계의 재료로 외벽 또는 내벽 처리를 하여 사용한다. 기어, 베어링, 금형등의 표면도 지속적으로 반복적인 하중으로 말미암아 대개 높은 내마모성과 파괴인성이 요구되는 초경합금 또는 내마모성이 우수한 재료로 도금처리하여 사용하고 있다. 그러나 재료 표면에 열벽 또는 도금처리는 구조적인 관점에서 볼 때, 접합 계면에서 갑작스런 물성치 변화로 응력집중 현상이 발생할 것이며, 또한 높은 열응력, 반복응력 등으로 인하여 접촉부는

취약성을 가진다. 그 결과 접합재료는 쉽게 균열 또는 탈쇄현상이 발생하는 단점을 가진다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 물성치가 공간적으로 변화하는 함수구배 재료가 개발되었다. 그리하여 함수구배재료의 파악학적 해석도 활발히 진행되고 있다.

함수구배재료의 정적파괴에 대한 연구로 Delale 등⁽⁷⁾이 지수함수적인 탄성계수를 갖는 함수구배재료의 균열선단에서 응력장은 등방성 재료와 같이 $r^{-1/2}$ 의 특이성을 갖고 있음을 확인하였다. 이어서 Eischen⁽⁸⁾ 등은 탄성변화의 형태를 고려하지 않은 상태에서 응력장을 연구한 결과 응력장의 첫 번째 2 개의 항 ($r^{-1/2}, r^0$)은 재료의 비균질성에 영향을 받지 않으며, 그 이후의 고차항에만 영향을 받는 것을 확인하였다. 이외에도 많은 연구들의 결과^(9,10)에 의하면 함수구배재료의 균열선단의 응력장은 $r^{-1/2}$ 의 특이성을 가지나 응력확대계수는 물성치의 비균질성에 영향을 받는다. 그리하여 균열선단에 매우 가까운

† Corresponding Author, khl@knu.ac.kr

영역에서 응력장은 등방성 재료의 응력장과 일치한다고 하겠다. 그러나 이러한 응력장의 형태는 Deale⁽⁷⁾과 Eischen⁽⁸⁾ 등의 연구에서 알 수 있듯이 균열선단에서 떨어지면 응력장의 구조는 비균질성의 영향으로 달라진다.

한편 FGM 의 초기 동적파괴 해석은 Atkinson⁽¹¹⁾을 시작으로 수개의 그룹에서 연구가 진행되고 있다. Jiang⁽¹²⁾ 등은 재료의 지수형적 물성치의 구배방향이 균열전파 방향과 수직인 경우 열림 및 미끄럼 균열에 대하여 연구하였다. Ma⁽¹³⁾ 등은 평면하중하에서 전파하는 균열에 대하여 해석하였다. Lee⁽¹⁴⁾는 근접해석법으로 균열이 함수구배방향 및 임의의 방향으로 전파하는 균열선단의 응력장과 변위장에 대하여 연구하였다.

지금까지 언급한 이러한 해석은 균열이 정상상태로 전파한다고 가정하여 해석한 것이다. 그러나 균열은 전파 개시(Initiating) 또는 정지(Stopping)하는 경우에는 매우 높은 가속 또는 감속이 발생하며 또한 동적응력 확대계수의 변화도 매우 크다. 이러한 균열의 전파상태는 등속으로 전파하는 균열의 전파상태와는 상당한 차이가 있다. Tsi,⁽¹⁵⁾ Kostrov,⁽¹⁶⁾ Freund,⁽¹⁷⁾ Nishioka⁽¹⁸⁾ 등은 등방성재료에서 비정상적으로 전파하는 균열에 대하여 연구하였다. 이들의 연구에서 균열선단의 순간 응력확대계수의 변화율, 순간 균열속도의 변화율을 가진 천이 응력장 및 변위장의 해는 매우 복잡하다. 그리하여 대부분의 실험적 해석에서는 균열전파가 천이상태임에도 불구하고 천이상태의 균열전파 응력장 및 변위장을 사용하지 않고 정상상태의 균열전파 응력장 및 변위장을 사용하여 균열전파를 해석하는 것이 대부분이다. 그러나 보다 정확한 해석을 위해서는 보다 실제 상황에 맞는 균열장을 사용해야 할 것이다. 이를 위해 Lee^(19,20)는 모드 I, II 하중이 작용하는 평면문제에 대한 균열선단의 일반적인 동적 편미분방정식을 Laplace 형태의 방정식으로 변환하여 해를 구했다. 그리하여 천이 균열선단의 매우 복잡한 응력장 및 변위장을 간결한 형식으로 나타낼 수 있었다.

지금까지 이러한 연구들은 평면문제(In-Plane)에 대한 연구이며, 모드 III 평면(Anti-plane)에서 비정상적으로 전파하는 함수구배재료의 균열에 대한 응력장, 변위장 그리고 전파균열의 특성에 대한 연구는 보고된 바가 없다. 따라서 본 연구에서는 모드 III 하중하에서 함수구배재료의 균열이 비정상적으로 전파할 때 균열전파특성에 관하여 연구한다. 본 연구에서 사용된 함수구배재료의 전단

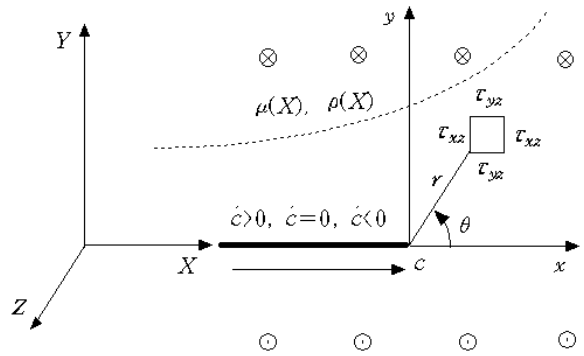


Fig. 1 Transiently propagating crack in FGM

탄성계수 및 밀도는 지수형적으로 변화하며, 균열은 함수구배방향으로 전파한다. 이러한 비 정상적으로 전파하는 균열에서 응력확대계수의 순간 변화율, 균열전파 속도의 순간 변화율(가,감속도) 등이 응력 성분 및 변위성분 등에 미치는 영향에 대하여 연구한다.

2. 천이 전파 균열의 응력장과 변위장

2.1 평형방정식 공식화

Fig. 1 과 같이 균열전파방향으로 전단탄성계수의 밀도가 $\mu(X) = \mu_0 \exp(\zeta X)$, $\rho(X) = \rho_0 \exp(\zeta X)$ 의 함수로 변화할 때 식 (1)과 같다.

$$\tau_{xz} = \mu_0 e^{\zeta X} \frac{\partial w}{\partial X}, \quad \tau_{yz} = \mu_0 e^{\zeta X} \frac{\partial w}{\partial Y} \quad (1)$$

여기서 첨자 o 는 $X = 0$ 상태를 나타내며, ζ 는 비균질파라메타 또는 FGM 상수이다. 동적상태의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 밀도 t 는 시간을 나타낸다. 식 (1)을 식 (2)에 대입하면 식 (3)을 얻는다.

$$\mu_0 e^{\zeta X} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) + \mu_0 e^{\zeta X} \zeta \frac{\partial w}{\partial X} = \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

균열이 고정좌표계 (X, Y)에서 비정상적인 속도 c 로 전파하는 경우 이동 좌표계 (x, y)와의 관계는 $x = X - ct$, $y = Y$ 이다. 이러한 관계로부터 식 (3)은 식 (4)와 같이 된다.

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \zeta \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\rho_0}{\mu_c} (\dot{c} \frac{\partial w}{\partial x} + 2c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}) = 0 \quad (4)$$

여기서 $\alpha_s = \sqrt{1-M^2}$, $M = c/c_s$, $c_s = \sqrt{\mu_o/\rho_o}$
 식 (4)의 편미분식에서 w 의 일반해는 다음과 같이
 가정한다.

$$w \equiv w_n(z_s, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) z_s^{n/2} \quad (5)$$

여기서 $z_s = x + my$ 식 (5)를 식 (4)에 대입하면
 다음 식을 얻는다.

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} + \zeta \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} =$$

$$-\frac{2c^{1/2}}{c_s^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(c^{1/2} \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} \right) + \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 w_{n-4}}{\partial t^2} \quad (6)$$

여기서 $n < 0$ 일 때 $w_n = 0$ 이다.

2.2 $n=1, 2$ 일 때 응력장 및 변위장

식 (6)은 $n=1, 2$ 일 때 다음과 같이 나타난다.

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 w_n(z_s)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n(z_s)}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

복소함수 $z_s = x + my$ 를 식 (7)에 대입하면 m 는
 다음과 같이 얻어진다.

$$m = i\alpha_s \quad (8)$$

한편 식 (7)의 일반해는 다음과 같다.

$$w_n \equiv 2 \operatorname{Re}[\Omega_n(z_s, t)] = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) z_s^{\lambda_n} \quad (9)$$

여기서 C_n 는 복소상수이다. 식 (9)를 식 (1)에
 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\tau_{xzn} = 2\mu_c e^{\alpha} \operatorname{Re}[\Omega'_n(z_s, t)]$$

$$\tau_{yzn} = -2\mu_c e^{\alpha} \alpha_s \operatorname{Im}[\Omega'_n(z_s, t)] \quad (10)$$

식 (10)에서 균열의 표면력 0인 조건을 적용하면
 식 (9)의 C_n 과 λ_n 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\lambda_n = n/2, C_n(t) = \begin{cases} -iC_n^+(t) : n=1 \\ C_n^+(t) : n=2 \end{cases} \quad (11)$$

을 얻는다. 한편 균열선단부근의 응력확대계수는
 다음과 같이 정의된다.

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{yz})_{\theta=0} \quad (12)$$

식 (10)을 식 (12)에 대입하면 식 (13)을 얻는다.

$$C_n^+(t) = \frac{K_n^+(t)}{\mu_c \alpha_s \sqrt{2\pi}} \quad (13)$$

식 (11), (13)을 식 (9)에 대입한 후 식 (9)를 식
 (10)에 대입하면 $n=1, 2$ 에 대한 응력장은 다음과
 같이 얻어진다.

$$\tau_{xzn} = \frac{nK_n^+(t)}{\alpha_s \sqrt{2\pi}} e^{\alpha} r_s^{n/2-1} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2}-1)\theta_s : n=1 \\ \cos(\frac{n}{2}-1)\theta_s : n=2 \end{cases} \quad (14a)$$

$$\tau_{yzn} = \frac{nK_n^+(t)}{\sqrt{2\pi}} e^{\alpha} r_s^{n/2-1} \begin{cases} \cos(\frac{n}{2}-1)\theta_s : n=1 \\ -\sin(\frac{n}{2}-1)\theta_s : n=2 \end{cases} \quad (14b)$$

여기서 $K_1^+(t)$ 은 전파균열의 동적응력확대계수
 $K_{III}(t)$ 이다. 식 (13)을 식 (9)에 대입하면 변위장
 w 는 다음과 같이 얻어진다.

$$w_n = \frac{2K_n^+(t)}{\mu_c \alpha_s \sqrt{2\pi}} r_s^{n/2} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2})\theta_s : n=1 \\ \cos(\frac{n}{2})\theta_s : n=2 \end{cases} \quad (15)$$

여기서

$$r_s = \sqrt{x^2 + (\alpha_s y)^2}, \theta_s = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_s y}{x} \right)$$

2.2 $n=3, 4$ 일 때 응력장 및 변위장

이 경우 식 (6)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} = -\zeta \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} - \frac{2c^{1/2}}{c_s^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(c^{1/2} \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} \right) \quad (16)$$

식 (9)를 식 (16)에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{n}{2} [(\alpha_s^2 + m^2)] C_n z_s^{n/2-2}$$

$$= -\zeta C_{n-2} z_s^{n/2-2} - \frac{2c^{1/2}}{c_s^2} \frac{\partial}{\partial t} (c^{1/2} C_{n-2} z_s^{n/2-2}) \quad (17)$$

식 (17)로부터 m 는 다음과 같이 얻어진다.

$$m = i\hat{\alpha}_s \quad (18)$$

여기서

$$\hat{\alpha}_s = \sqrt{\alpha_s^2 + k_3 \frac{2}{3} \left[\zeta + \frac{c}{c_s} \left(\frac{\dot{c}}{c} + 2 \frac{\dot{C}_1^+}{C_1^+} - \frac{\dot{\alpha}_s}{2\alpha_s} (1 - \sin \frac{5\theta_s}{2} / \sin \frac{\theta_s}{2}) \right) \right]}$$

$: n=3$

$$\hat{\alpha}_s = \sqrt{\alpha_s^2 + k_4 \frac{1}{2} \left[\zeta + \frac{c}{c_s} \left(\frac{\dot{c}}{c} + 2 \frac{\dot{C}_2^+}{C_2^+} \right) \right]} : n=4$$

$$k_n = C_{n-2}^+ / C_n^+, \quad \dot{\alpha}_s = -c\dot{c} / (\alpha_s c_s^2)$$

$$\dot{C}_n^+ = \frac{1}{\mu_c \sqrt{2\pi}} \left(\frac{\dot{K}_n^+ \alpha_s - \dot{\alpha}_s K_n^+}{\alpha_s^2} \right)$$

따라서 m 는 균열전파속도(c), 가속도(\dot{c}), 응력확대 계수변화율 (\dot{K}), 물성치 (c_s) 그리고 비균질 파라메타(ζ)에 의존함을 알 수 있다. 또한 k_n 는 길이의 단위이다. $n=4$ 또는 천이균열이 등속 ($\dot{c}=0$) 으로 전파하는 경우 m 는 균열선단의 위치좌표 x, y 에 독립적이다. 그러나 $n=3$ 인 경우에는 천이균열이 비정상적으로 전파하면 m 는 x, y 에 의존한다. 그러나 m 는 균열선단 ($r \rightarrow 0$) 근방에서는 전파하는 천이균열의 천이 상수값 (\dot{K}_{III}, \dot{c}) 이 아무리 높더라도 즉 균열이 아무리 비정상적으로 전파하더라도 거의 일정한 값을 가진다. 따라서 본 연구에서는 m 을 균열선단의 좌표에 독립적이라고 가정하여 해석하였다. m 이 식 (18)로 표현될 때 식 (16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\alpha}_s^2 \frac{\partial^2 w_n(\hat{z}_s)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n(\hat{z}_s)}{\partial y^2} = 0 \quad (19)$$

여기서 $\hat{z}_s = x + i\dot{\alpha}_s y$ 이다. 따라서 식 (19)의 일반해는 다음과 같다.

$$w_n \equiv 2 \operatorname{Re}[\hat{\Omega}_n(\hat{z}_s, t)] = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=3}^4 \hat{C}_n(t) \hat{z}_s^{\lambda_n} \quad (20)$$

식 (20)을 식 (1)에 대입하면 식 (21)이 얻어진다.

$$\tau_{xzn} = 2\mu_c e^{\alpha} \operatorname{Re}[\hat{\Omega}'_n(\hat{z}_s, t)]$$

$$\tau_{yzn} = -2\mu_c e^{\alpha} \dot{\alpha}_s \operatorname{Im}[\hat{\Omega}'_n(\hat{z}_s, t)] \quad (21)$$

균열표면에서 표면력이 0 라는 경계조건으로부터

$$\hat{C}_n(t) = \begin{cases} -i\hat{C}_n^+(t) : n=3 \\ \hat{C}_n^+(t) : n=4 \end{cases} \quad (22)$$

여기서 $\hat{C}_n^+(t) = \frac{\hat{K}_n^+(t)}{\mu_c \dot{\alpha}_s \sqrt{2\pi}}$ 이다.

식 (22)를 식 (21)에 대입하고, $\hat{C}_n^+(t) = \eta_{n-2} C_{n-2}^+(t) / k_n$ 을 적용하면 $n=3, 4$ 에 대한 응력장은 다음과 같이 얻는다.

$$\tau_{xzn} = \frac{nK_n^+(t)}{\alpha_s \sqrt{2\pi}} e^{\alpha} \hat{r}_s^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2}-1)\hat{\theta}_s : n=3 \\ \cos(\frac{n}{2}-1)\hat{\theta}_s : n=4 \end{cases} \quad (23a)$$

$$\tau_{yzn} = \frac{n\dot{\alpha}_s K_n^+(t)}{\alpha_s \sqrt{2\pi}} e^{\alpha} \hat{r}_s^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} \cos(\frac{n}{2}-1)\hat{\theta}_s : n=3 \\ -\sin(\frac{n}{2}-1)\hat{\theta}_s : n=4 \end{cases} \quad (23b)$$

여기서 $K_n^+(t) = \eta_{n-2} K_{n-2}^+(t) / k_n$,

$$\hat{r}_s = \sqrt{x^2 + (\dot{\alpha}_s y)^2}, \quad \hat{\theta}_s = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{\alpha}_s y}{x} \right) \text{ 이다.}$$

식 (22)를 식 (20)에 대입하면 $n=3, 4$ 에 대한 변위장은 다음과 같이 얻는다.

$$w_n = \frac{2K_n^+(t)}{\mu_c \alpha_s \sqrt{2\pi}} \hat{r}_s^{\frac{n}{2}} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2})\hat{\theta}_s : n=3 \\ \cos(\frac{n}{2})\hat{\theta}_s : n=4 \end{cases} \quad (24)$$

그리하여 비정상적으로 전파하는 균열의 응력장 및 변위장은 다음과 같다.

$$\tau_{ij} = \sum_{n=1}^4 \tau_{ijn}, \quad w = \sum_{n=1}^4 w_n \quad (25)$$

3. 전파균열의 특성

본 연구에서는 비정상적으로 전파하는 균열의 특성을 이해하고자 사용된 전단탄성계수 및 밀도, $\mu(X) = 1.32 \exp(\zeta X)$ (GPa), $\rho(X) = 1200 \exp(\zeta X)$ (kg/m³) 이다. 여기서 비균질파라메타 $\zeta = 4/m$ 이다. 그리고 균열의 가속도 $\dot{c} = 0, \pm 2 \times 10^9$ m/s², 순간응력확대 계수변화 $\dot{K}_{III} = 0, 10^{6-7}$ MPa $\sqrt{m/s}$ 이며, 응력확대 계수 $K_1^+(t) = K_{III}(t) = 1$ MPa \sqrt{m} 및 $K_3^+(t) = 0.5K_1^+(t)$ 이다. $k_3 = 1$ m($M=0$), 0.1 m($M=0.1$), 0.01 m($M=0.7$) 이다. 천이균열선단의 응력 및 변위장의 특성을 이해하고자 사용된 균열선단의 응력 및 변위장의 고차항은 응력확대계수와와의 관계되는 $n=1, 3$ 의 항만을 적용하였다.

Fig. 2 는 응력확대계수 변화율 \dot{K}_{III} 이 증가하는 경우 정지균열($M=0$) 및 고속전파균열($M=0.7$)선단

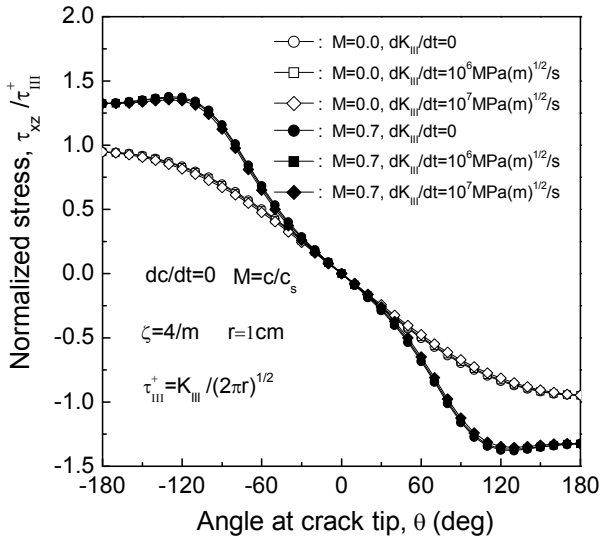


Fig. 2 Normalized τ_{xz} / τ_{III}^+ for variation of $\dot{K}_{III}(t)$ under $K_{III}(t) = 1\text{MPa(m)}^{1/2}$

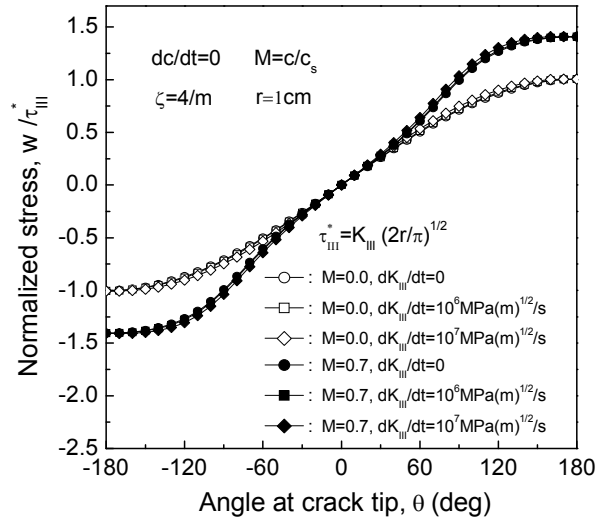


Fig. 4 Normalized w / τ_{III}^+ for variation of $\dot{K}_{III}(t)$ under $K_{III}(t) = 1\text{MPa(m)}^{1/2}$

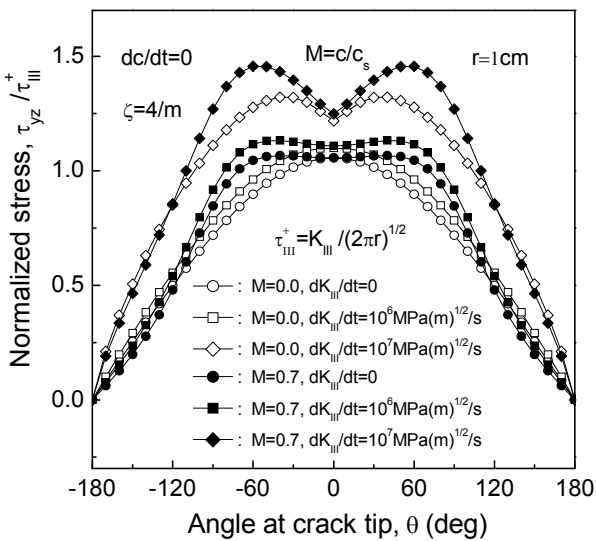


Fig. 3 Normalized τ_{yz} / τ_{III}^+ for variation of $\dot{K}_{III}(t)$ under $K_{III}(t) = 1\text{MPa(m)}^{1/2}$

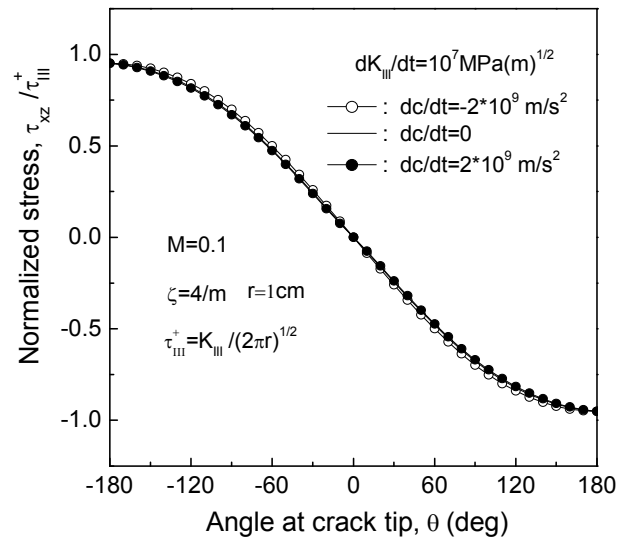


Fig. 5 Normalized τ_{xz} / τ_{III}^+ for variation of \dot{c} under $K_{III}(t) = 1\text{MPa(m)}^{1/2}$

부근의 무차원응력 τ_{xz} / τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 균열전파상태에 관계없이 τ_{xz} / τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 에 작지만 영향을 받으며 \dot{K}_{III} 가 증가하면 절대 τ_{xz} / τ_{III}^+ 는 약간 감소함을 알 수 있다. 그리고 $120^\circ < |\theta| < 130^\circ$ 에서 \dot{K}_{III} 가 τ_{xz} / τ_{III}^+ 에 미치는 영향이 가장 크다. 또한 τ_{xz} / τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 의 변화에 관계없이 정지균열상태에서는 $\theta = \pm 180^\circ$, $M=0.7$ 의 전파균열 하에서는 $\theta = \pm 120^\circ$ 에서 최대값을 갖는다.

Fig. 3 은 응력확대계수변화율 \dot{K}_{III} 가 증가하는 경

우 정지균열($M=0$) 및 고속전파균열($M=0.7$)선단 부근의 무차원응력 τ_{yz} / τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 균열전파상태에 관계없이 τ_{yz} / τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 가 증가하면 할수록 크게 증가함을 알 수 있다. 정지균열상태($M=0$)에서 τ_{yz} / τ_{III}^+ 는 $\dot{K}_{III} = 0$ 및 $\dot{K}_{III} = 10^6 \text{MPa}\sqrt{\text{m/s}}$ 인 경우 $\theta = 0^\circ$ 에서 최대이나 $\dot{K}_{III} = 10^7 \text{MPa}\sqrt{\text{m/s}}$ 인 경우에는 $\theta = \pm 40^\circ$ 에서 최대이다. $M=0.7$ 의 전파균열상태에서 τ_{yz} / τ_{III}^+ 는 $\dot{K}_{III} = 0$ 및 $\dot{K}_{III} = 10^6 \text{MPa}\sqrt{\text{m/s}}$ 인 경우 $\theta = \pm 40^\circ$ 에서 최대이나 $\dot{K}_{III} = 10^7 \text{MPa}\sqrt{\text{m/s}}$ 인

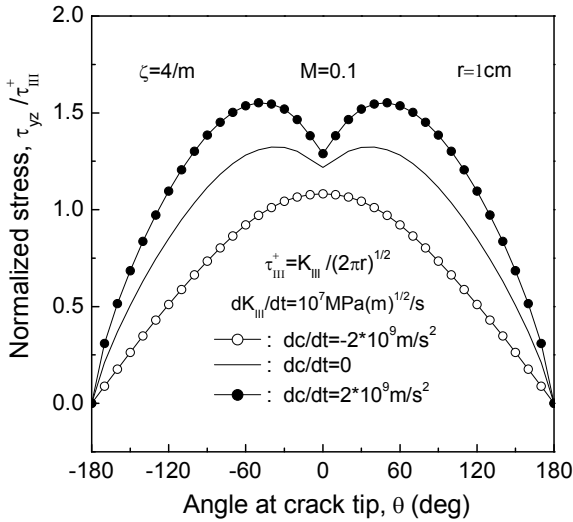


Fig. 6 Normalized τ_{yz}/τ_{III}^+ for variation of \dot{c} under $K_{III}(t) = 1MPa(m)^{1/2}$

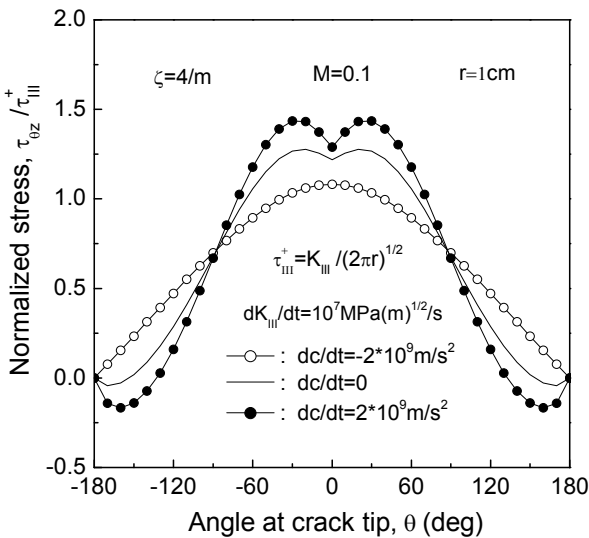


Fig. 7 Normalized $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ for variation of \dot{c} under $K_{III}(t) = 1MPa(m)^{1/2}$

경우 $\theta = \pm 60^\circ$ 에서 최대이다. 이처럼 τ_{yz} 는 균열 전파속도가 증가할수록, 응력확대계수의 순간 변화율 \dot{K}_{III} 가 증가할수록 $\theta = 0^\circ$ 가 아닌 다른 각도에서 최대가 됨을 알 수 있다.

Fig. 4 는 응력확대계수변화율 \dot{K}_{III} 가 증가하는 경우 정지균열(M=0) 및 고속전파균열(M=0.7)선단 부근의 무차원변위 w/τ_{III}^* 을 나타내고 있다. \dot{K}_{III} 가 무차원변위 w/τ_{III}^* 에 미치는 영향은 미미하나 \dot{K}_{III} 의 증가가 클수록 절대 w/τ_{III}^* 는 증가함을 알 수 있으며 $50^\circ < |\theta| < 100^\circ$ 의 범위에서 그 영향이

큼을 알 수 있다. 그러나 최대변위는 균열표면 ($\theta = \pm 180^\circ$)에서 발생한다.

Fig. 5 는 균열의 속도가 저속상태인 M=0.1 이고 응력확대계수변화율 $\dot{K} = 10^7 MPa\sqrt{m/s}$ 상태하에서 가속 또는 감속하는 경우 균열선단부근의 무차원 응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 \dot{c} 에 작지만 영향을 받으며 \dot{c} 가 증가하면 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 약간 감소함을 알 수 있다. \dot{c} 가 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향은 $60^\circ < |\theta| < 120^\circ$ 가장 크다.

Fig. 6 은 균열의 속도가 저속상태인 M=0.1 및 응력확대계수변화율 $\dot{K} = 10^7 MPa\sqrt{m/s}$ 인 상태하에서 가속 또는 감속하는 경우 균열 선단 부근의 무차원응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 \dot{c} 가 증가하면 할수록 크게 증가함을 알 수 있다. τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 $\dot{c} = -2 \times 10^9 m/s^2$ 인 경우 $\theta = 0^\circ$ 에서 최대이나 $\dot{c} = 0$ 인 경우에는 $\theta = \pm 40^\circ$ 에서 $\dot{c} = 2 \times 10^9 m/s^2$ 에서는 $\theta = \pm 50^\circ$ 에서 최대값을 갖는다.

Fig. 2~6 을 통하여볼 때 균열선단응력 τ_{yz} 는 응력성분 τ_{xz} 보다 천이 파라메타(\dot{K}_{III}, \dot{c})에 더 큰 영향을 받는다. 균열이 가속으로 전파할 때 균열 선단 ($\theta = 0^\circ$)에서 $\tau_{xz}/\tau_{III}^+ \neq 0$ 라면 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 천이 파라메타에 큰 영향을 받을 것이다. 그러나 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 균열선단 ($\theta = 0^\circ$)에서 0 의 값을 가지므로 균열선단 부근의 전체적인 영역에서 천이 파라메타의 영향을 거의 받지 않는다. 그러나 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 균열선단의 $\theta = 0^\circ$ 에서 0 가 아니다. 따라서 균열이 가속할 때 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 천이 파라메타에 큰 영향을 받는다고 하겠다. 이것은 물리적인 의미에서 보면, 균열이 가속으로 전파할 때 τ_{yz} 의 응력성분 방향은 균열전파 방향에 직각이므로, 균열전파방향과 동일한 응력성분 τ_{xz} 보다 τ_{yz} 가 천이 상수에 더 큰 영향을 받는다고 하겠다. 한편 무차원 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 가 증가하더라도 거의 일정하거나 $60^\circ < |\theta| < 130^\circ$ 부근에서 약간 감소한다. 그러나 무차원 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 가 증가하면 크게 증가한다. \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 의

증가에 의한 τ_{xz}/τ_{III}^+ ($60^\circ < |\theta| < 130^\circ$)의 미소감소는 τ_{yz}/τ_{III}^+ 의 심한 증가로 인한 전단변형률 $\partial w/\partial x$ 감소의 영향으로 여겨진다.

4. 결 론

본 연구에서는 함수구배재료에서 비정상적으로 전파하는 모드 III 균열에 대하여 연구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 균열선단응력 τ_{yz} 는 응력성분 τ_{xz} 보다 천이 파라메타(\dot{K}_{III} , \dot{c})에 더 큰 영향을 받는다. 이것은 τ_{yz} 의 응력성분 방향이 균열전파방향에 직각이므로 동일한 응력성분 τ_{xz} 보다 τ_{yz} 가 천이상수에 더 크게 영향을 받는다고 하겠다.

(2) 무차원 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 가 증가하더라도 거의 일정 또는 $60^\circ < |\theta| < 130^\circ$ 에서 약간 감소한다. 그러나 무차원 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 가 증가하면 크게 증가한다. \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 의 증가에 의한 τ_{xz}/τ_{III}^+ ($60^\circ < |\theta| < 130^\circ$)의 미소감소는 τ_{yz}/τ_{III}^+ 의 심한 증가로 인한 균열선단에서 전단변형률 $\partial w/\partial x$ 감소의 영향으로 여겨진다.

(3) 균열전파속도가 저속이라 할지라도 매우 높은 \dot{K}_{III} 또는 \dot{c} 하에서는 분지 균열의 발생 가능성이 매우 높다. 즉 등속으로 전파하는 균열이 갑자기 가속하는 경우 또는 순간 응력확대 계수변화율이 매우 큰 경우에는 분지 균열이 발생할 가능성이 있다는 것을 의미한다.

후 기

본 논문은 경북대학교 (2009년도) 학술연구지원금에 의해 연구되었음.

참고문헌

(1) Niino, A. and Maeda, S., 1990, "Recent Development status of Functionally Gradient Materials," *ISIJ Int.*, Vol. 30, pp. 699~703.
 (2) Zhang L. M., Liu, J, Yuan R. Z. and Hirai T., 1995, "Properties of TiC-Ni₃Al Composites and Structural Optimization of TiC-Ni₃Al Functionally Gradient Materials," *Mat. Sci. and Eng. A*, Vol. 203, pp.

272~277.
 (3) Chen, E. S. C., 1999, "Army Focused Research Team on Functionally Graded Armor Composites," *Mat. Sci. Eng. A*, Vol. 259, pp. 155~161.
 (4) Wang, Y. W., Wang, F. C., Yu, X. D. and Ma, Z., 2007, "Research Advancement on Graded Ceramic-Metal Armor Composites," *Binggong Xuebao/Acta Armamentarii*, Vol. 28 (2), pp. 209~214.
 (5) Pompea, W., Worch, H., Epple, M., Friess, W., Gelinsky, M., Greil, P., Hempele, U., Charnweber, D. and Schulte, K., 2003, "Functionally Graded Materials for Biomedical Applications," *Mat. Sci. Eng. A*, Vol. 362, pp. 40~60.
 (6) Watari, F., Yokoyama, A., Omori, M., Hirai, T., Kondo, H., Uo, M. and Kawasaki, T., 2004, "Biocompatibility of Materials and Development to Functionally Graded Implant for Bio-Medical Application," *Com. Sci. Tech.*, Vol. 64, pp. 893~908.
 (7) Delale, F. and Erdogan, F., 1983, "The Crack Problem for a Nonhomogeneous Plane," *ASME J. Appl. Mech.*, Vol. 50, pp. 609~614.
 (8) Eischen, J. W., 1987, "Fracture of Nonhomogeneous Materials," *Int. J. Fract.*, Vol. 34(1), pp. 3~22.
 (9) Konda, N., Erdogan, F., 1994, "The Mixed Mode Crack Problem in a Nonhomogeneous Elastic Plane," *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 47, pp. 533~545.
 (10) Jin, Z. H. and Batra, R. C., 1996, "Some Basic Fracture Mechanics Concepts in Functionally Graded Materials," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 44(8) pp. 1221~1235.
 (11) Atkinson, C., 1975, "Some Results on Crack Propagation in Media with Spatially Varying Elastic Moduli," *Int. J. Fract.*, Vol. 11 (4), pp. 619~628.
 (12) Jiang, L. Y. and Wang, X. D., 2002, "On the Dynamic Crack Propagation in an Interphase with Spatially Varying Elastic Properties Under Inplane Loading," *Int. J. Fract.*, Vol. 114, pp. 225~244.
 (13) Ma, L., Wi, L.Z., Guo, L. C., and Zhou, Z. G., 2005 "On the Moving Griffith Crack in a Non-Homogeneous Orthotropic Medium," *Euro. J. Mech. A/Solids*, Vol. 24, pp. 393~405.
 (14) Lee, K. H., 2009, "Analysis of a Propagating Crack in Functionally Gradient Materials with Property Variation Angled to Crack Direction," *Computational Materials Science.*, Vol. 45, pp. 941~950.
 (15) Tsi, Y. M., 1973, "Propagation of Brittle Crack at Constant and Accelerating Speeds," *Int. J. Solids and Struct.*, Vol. 9, pp. 625~642.
 (16) Kostrov, B. V., 1975, "On the Crack Propagation with Variable Velocity," *Int. J. Fract.*, Vol. 11, pp. 47~56.
 (17) Freund, L. B., 1990, "Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge," Cambridge University Press.

- (18) Nishioka, T., 1997, "Computational Dynamic Fracture Mechanics," *Int. J. Fract.*, Vol. 86, pp. 127~159.
- (19) Lee, K. H., Lee, Y. J. and Cho, S. B., 2009, "Characteristics of a Transiently Propagating Crack in Functionally Graded Materials," *JMST*, Vol. 23, pp. 1306~1322.
- (20) Lee, K. H., 2009, "Analysis of a Transiently Propagating Crack in Functionally Graded Materials Under Mode I and II," *Int. J. Eng. Sci.*, Vol. 47, pp. 852~865.