■ 論 文 ■

로짓 수단선택모형의 균형연구

Equilibrium of transport mode choice in logit model

임 용 택
(전남대학교 교통물류학부 부교수)

목 차

Key Words : 로짓 수단선택모형, 수단간 균형, 민감도, 수리모형, 풀이 알고리듬
logit mode choice model, equilibrium modal split, sensitivity, mathematical program, algorithm

요 약

통행수단을 선택하는 문제는 기종점간을 운행하는 여러 교통수단중 어떤 통행수단을 선택할 것인가를 결정하는 것이다. 현재까지 제시된 대부분의 통행수단 관련연구들은 모형의 속성이나 풀이과정, 현실 적용방법들에 관한 것으로서 수단선택시 통행수단간에 존재하는 균형(equilibrium)에 대한 연구는 거의 없는 실정이다. 즉, 통행자가 통행수단을 선택할 때 이들 수단간에 균형이 존재한다는 것으로 이는 마치 통행배정모형(traffic assignment)에서 경로선택(route choice)시 경로들간에 Wardrop의 사용자 균형(user equilibrium)이 존재하는 것처럼, 수단선택시에도 수단간에 균형이 존재할 수 있다는 것이다. 본 연구는 통행수단간에 이런 균형이 존재함을 증명하며, 국가교통DB(KTDB)자료를 이용하여 균형이 존재함을 확인한다. 또한, 본 연구에서 증명한 균형상태의 수단간 선택확률을 구하기 위한 모형과 풀이과정도 제시하는데, 제시하는 모형은 고정점이론(fixed point theorem)에 기초한다. 제시된 모형은 간단한 예제를 통하여 평가하며, 통행수단간 균형상태의 해를 도출하고 있음을 확인한다.

The transport mode choice problem is to determine which of the alternative transport modes connecting an origin and destination will be used by a traveler. Most of the research relating to transport mode choice have mainly been focused on modeling, properties, and applications of the model, but rarely were concerned with equilibrium among the modes. This paper proves the equilibrium among the modes by using a logit mode choice model, and then verifies it with the Korean Transport Database (KTDB). In order to obtain such an equilibrium, this paper also presents a solution algorithm based on the fixed point theorem. The algorithm was tested with an example and confirmed the equilibrium solution.

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임. (No.2010-0021021)

Ⅰ. 서론

통행수단선택(transport mode choice)은 기점에서 종점으로 통행하는 통행자들이 어떤 교통수단을 선택할 것인지를 결정하는 단계이다. 즉, 통행발생, 통행분포를 거쳐 산출된 통행량을 기종점간 각 교통수단에 분담하는 과정이 된다. 따라서, 통행수단을 선택하는 문제는 기종점간을 운행하는 여러 교통수단중 어떤 통행수단을 선택할 것인가를 결정하는 것으로서 현재까지 다양한 수단선택모형들이 제시되어 왔다. 대표적인 모형이 개별적으로 통행자의 행태를 분석한 개별행태모형으로 확률오차를 정규분포(normal distribution)로 가정한 프로빗 모형(probit model)과 와이블 분포(Weibull distribution)로 가정한 로짓모형(logit model)이 있다. 이들 개별행태모형에 대해서는 광범위한 연구들이 있었으며, 이를 집대성한 연구가 Ben-Akiva et al.(1987)에 의해 이루어 졌는데, Ben-Akiva et al.은 이들 개별행태모형의 이론적인 틀과 모형의 속성, 데이터 수집, 파라메타 추정 및 검증 등 현실 적용성 등으로 정리하였다. 국내에도 개별형태모형에 관한 다양한 연구들이 이루어져 왔으나, 대부분 현실 적용문제에 관한 것이었으며, 최근 임용택(2009)은 로짓 수단선택모형을 연속형 교통망문제로 확장한 연구를 수행하였다.

앞에서 살펴본 바와 같이 현재까지 제시된 통행수단 관련연구들은 모형의 속성이나 풀이과정, 현실 적용방법들에 관한 것으로서 수단선택시 통행수단간 균형(equilibrium)에 대한 연구는 거의 없는 실정이다. 즉, 통행자가 통행수단을 선택할 때 이들 수단간에 균형이 존재한다는 것으로 이는 마치 통행배정모형(traffic assignment)에서 경로선택(route choice)시 경로들간에 Wardrop의 사용자 균형(user equilibrium)이 존재하는 것처럼, 수단선택시에도 수단간에 균형이 존재할 수 있다는 것이다. 이론적인 측면에서 균형상태를 밝히는 것은 중요한데, 이는 모형에서 구한 해가 균형해(equilibrium solution)인지 단순히 수렴해(convergence solution) 인지를 판단할 수 있기 때문이다. 여기서 균형이란 통행수단간 더 이상의 선택변화가 없는 상태를 의미하며, 수렴이란 알고리듬 측면의 정의로 반복과정이 진행됨에 따라 일정한 상수값에 도달한 상태를 나타낸다.

이런 측면에서 본 연구는 통행수단선택시 통행수단간에 균형(equilibrium condition among modes)이 존재함을 증명한다. 또한, 국가교통DB(KTDB)를 이용하여 통행수단간 균형상태가 실제로 존재한다는 사실은 확인한다. 본 연구에서 증명한 균형상태의 수단간 선택확률을 구하기 위한 모형과 풀이과정도 제시하는데, 제시하는 모형은 고정점이론(fixed point theorem)에 기초한다. 제시된 모형은 간단한 예제를 통하여 평가하며, 통행수단간 균형상태의 해를 도출하고 있음을 확인한다.

다음절에서는 통행수단 선택모형에 대하여 간단히 살펴보고, 제Ⅲ절에서는 통행수단간 균형이 존재함을 보이고, 이런 균형상태에 대한 민감도를 살펴보며, 마지막으로 균형 수단선택 확률을 구할 수 있는 풀이 알고리듬을 제시한다. 제Ⅳ절에서는 국가교통DB자료를 이용하여 균형상태가 존재함을 확인하며, 제Ⅴ절에서는 예제를 통하여 제시된 알고리듬을 평가한다. 마지막으로 결론 및 향후 연구과제는 제Ⅵ장에서 정리한다.

Ⅱ. 통행수단 선택모형

통행수단선택모형은 일반적으로 확률효용이론(random utility theory)에 기초한 대표적인 개별행태모형(individual behavior model)으로서 여러 선택대안중에서 통행자의 효용을 극대화시키는 대안을 선택하는 모형이다. 각 대안의 총효용은 관측가능한 결정적 효용(deterministic utility)과 관측할 수 없는 확률적 효용(random utility)로 구성된다.

$$U_i = V_i + \epsilon_i \tag{1}$$

여기서, U_i는 대안i의 총효용이며, V_i는 결정적 효용, 그리고 ϵ_i는 확률적 효용이다.

확률선택모형에서 통행자는 효용이 높은 대안을 선택한다는 사실에 기초를 두기 때문에 대안i를 선택할 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P_i &= \Pr ob(U_i \geq U_j,\ \forall j \in M) \\ &= \Pr ob(V_i + \epsilon_i \ \geq\ V_j + \epsilon_j,\ \forall j \in M) \\ &= \Pr ob(V_i - V_j \geq \epsilon_j - \epsilon_i,\ \ \forall j \in M) \end{aligned}$$

여기서, P_i는 대안i를 선택할 확률이며, M은 대안집합(choice set)을 나타낸다. 이 확률이 어떤 형태를 갖을 것인지는 확률적 효용이 어떤 분포를 따르느냐에 따라 달라지는데, 정규분포(normal distribution)를 따른다고 가정하면 프로빗 모형(probit model)이 되며, 와이블 분

포(Weibull distribution)을 따른다고 가정하면 로짓모형(logit model)이 된다. 이론상 프로빗 모형이 좀 더 현실적이지만 계산상의 어려움으로 주로 로짓모형을 사용하며 로짓모형의 형태는 다음과 같다.

$$P_i = \frac{\exp(V_i)}{\sum_w \exp(V_w)} \tag{2}$$

여기서, 선택대안이 2개인 경우를 이항로짓(binary logit)이라고 하며 3개 이상인 경우를 다항로짓(multinomial logit)이라고 한다.

III. 균형 로짓 수단선택모형

본 절에서는 본 연구에서 제시코자하는 통행수단간 균형상태와 균형상태에 대한 민감도, 그리고 균형상태의 수단선택확률을 구하기 위한 모형을 제시한다.

1. 로짓수단선택모형의 균형 (equilibrium mode choice of logit model)

먼저, 로짓 수단선택모형의 균형조건을 살펴보자. 이는 통행자가 통행수단을 선택할 때 수단간에 균형이 존재한다는 것을 증명하는 것이다. 로짓 수단선택모형을 이용하여 기종점rs간 통행수단 m을 선택할 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$P_m^{rs} = \frac{\exp(V_m^{rs})}{\sum_{w \in W} \exp(V_w^{rs})}$$

동일하게 통행수단n를 선택할 확률도 다음과 같다.

$$P_n^{rs} = \frac{\exp(V_n^{rs})}{\sum_{w \in W} \exp(V_w^{rs})}$$

여기서, P_m^{ij}를 P_n^{ij}로 나누면,

$$\frac{P_m^{ij}}{P_n^{ij}} = \frac{\exp(V_m^{ij})}{\exp(V_n^{ij})}$$

이 되며, 양변에 로그(logarithm)를 취하여 정리하면 다음과 같다.

$$V_m^{rs} - \ln(P_m^{rs}) = V_n^{rs} - \ln(P_n^{rs})$$

위식이 로짓 수단선택모형을 적용한 경우의 통행수단간 균형조건(equilibrium mode choice condition)으로 식(3)과 같이 임의의 통행수단 m에 대하여 동일한 값(E_m^{rs})을 갖게 된다.

$$E_m^{rs} = V_m^{rs} - \ln(P_m^{rs}) \qquad \forall\, m \in M \tag{3}$$

식(3)으로 표현된 통행수단간 균형상태는 결정적 효용에 각 통행수단의 선택확률에 로그를 취한 형태를 갖고 있다. 그런데 여기서, 각 통행수단의 선택확률은 0보다 크고 1보다는 작기 때문에 $\ln(P_m^{rs})$은 음수값(negative value)을 갖게 되어 통행수단m의 결정적 효용(V_m^{rs})에 오차항 $\ln(P_m^{rs})$이 더해진 상태가 된다. 즉, 식(3)은 로짓수단선택모형의 확률적 균형(stochastic equilibrium)을 나타내며, 이 경우 확정적 균형(deterministic equilibrium)과의 관계는 [부록1]에 기술되어 있다.

2. 균형상태의 민감도 (sensitivity of equilibrium condition)

여기서는 앞에서 구한 균형조건이 속성변수의 변화에 따라 어떻게 변하는지를 알아보기 위하여 민감도(sensitivity)를 수학적으로 유도해 본다. 즉, 속성변수가 변할 경우, 균형상태가 어떻게 변하는지를 보여주는 지표로 직접민감도와 교차민감도로 구분하여 유도한다.

(1) 직접민감도(direct sensitivity)

속성변수의 변화에 대한 균형값(E_m^{rs})의 변화를 살펴보기 위하여 로짓모형의 효용함수가 다음과 같다고 가정하자.

$$V_m^{rs} = \beta_1 x_{m1} + \beta_2 x_{m2} + \ldots + \beta_k x_{mk} \tag{4}$$

여기서, m은 통행수단이며, k는 통행시간, 통행요금 등 속성값이고, x_{mk}는 통행수단m의 k^{th}번째 속성변수(attribute variable)이다. 따라서, 통행수단m의 속성k에 대한 민감도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{mk}} = \frac{\partial E_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}} \frac{\partial V_m^{rs}}{\partial x_{mk}}$$

여기서,

$$\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}} = 1 - \frac{1}{P_m^{rs}} \frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}}$$

이고, $\frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}}$ 는 로짓모형으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}} &= \frac{\exp(V_m^{rs})\sum_w \exp(V_w^{rs}) - \exp(V_m^{rs})\exp(V_m^{rs})}{\left[\sum_w \exp(V_w^{rs})\right]^2} \\ &= P_m^{rs} - (P_m^{rs})^2 \\ &= P_m^{rs}(1 - P_m^{rs})\end{aligned}$$

또한, $\frac{\partial V_m^{rs}}{\partial x_{mk}} = \beta_k$ 이므로 민감도(sensitivity)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{mk}} &= \frac{\partial E_m^{rs}}{\partial V_m^{rs}} \frac{\partial V_m^{rs}}{\partial x_{mk}} \\ &= (1 - \frac{1}{P_m^{rs}} P_m^{rs}(1 - P_m^{rs}))\beta_k \\ &= \beta_k P_m^{rs}\end{aligned}$$

(2) 교차민감도(cross sensitivity)

통행수단 n 의 속성변수(x_{nk}) 변화에 대한 통행수단 m 의 균형값 E_m^{rs} 변화는 다음과 같은 교차민감도를 통하여 살펴볼 수 있다. 교차민감도는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{nk}} = \frac{\partial E_m^{rs}}{\partial V_n^{rs}} \frac{\partial V_n^{rs}}{\partial x_{nk}}$$

여기서,

$$\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial V_n^{rs}} = 0 - \frac{1}{P_m^{rs}} \frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_n^{rs}}$$

이고, $\frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_n^{rs}}$ 는 로짓모형으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial P_m^{rs}}{\partial V_n^{rs}} = \frac{0 - \exp(V_m^{rs})\exp(V_n^{rs})}{\left[\sum_w \exp(V_w^{rs})\right]^2} = -P_m^{rs} P_n^{rs}$$

또한, $\frac{\partial V_n^{rs}}{\partial x_{nk}} = \beta_k$ 이므로 교차민감도(sensitivity)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{nk}} &= \left(0 - \frac{1}{P_m^{rs}}(-P_m^{rs}P_n^{rs})\right)\beta_k \\ &= \beta_k P_n^{rs}\end{aligned}$$

(3) 민감도비교

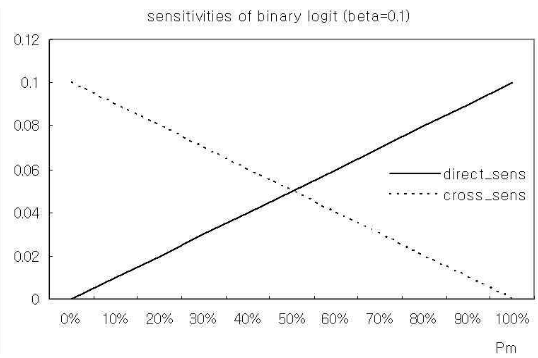
앞에서 구한 직접민감도와 교차민감도를 비교해 보면, k 속성변수의 파라메타(β_k)에 해당 통행수단의 선택확률을 곱한 형태이다. 즉, x_{mk} 에 대한 직접민감도는

$$[\text{직접민감도}] \quad \frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{mk}} = \beta_k P_m^{rs} \qquad (5)$$

이며, x_{nk} 에 대한 교차민감도는

$$[\text{교차민감도}] \quad \frac{\partial E_m^{rs}}{\partial x_{nk}} = \beta_k P_n^{rs} \qquad (6)$$

이다. 따라서, 수학적으로 볼 때 각 민감도는 해당 통행수단의 선택확률에 의존함을 알 수 있다. 이를 이항로짓모형(binary logit model)에 대하여 그림으로 표현하면 <그림 1>과 같다. 즉, 서로 반비례관계가 존재한다. 그러나 다항 로짓모형(multinomial logit model)의 경우에는 이와는 좀 다른 형태를 보일 것으로 예상된다.



<그림 1> 이항로짓의 직접민감도와 교차민감도($\beta = 0.1$)

3. 균형조건 풀이알고리듬

앞에서 증명한 균형 로짓수단선택 조건을 만족시키는 해를 구하는 방법은 수리최소화 문제(mathematical minimization program)를 풀거나 고정점 이론(fixed point theorem)을 이용한 풀이 등 다양한 방법이 있다. 본 연구에서는 고정점 이론에 기초한 방법을 이용하는데, 이 방법은 로짓 수단선택모형을 직접 적용하는 것으로 통행배정문제에도 적용한 연구가 있다(Cascetta, 1989; 임용택, 2003). 이 방법은 여러번 반복과정을 거쳐야 하는 등 소요시간이 많이 걸린다는 단점이 있지만, 쉽게 해를 찾을 수 있다는 장점을 갖고 있다. 이들 방법론의 비교분석은 이미 기존 연구(임용택, 2003)에서 검토한 바가 있기 때문에 본 연구에서는 제외한다.

만약 로짓모형식에서 각 대안 통행수단들의 효용(V_m^{rs})을 정확히 알 수 있다면, 균형상태의 선택확률(P_m^{rs})은 한번에 직접 구할 수 있다. 그러나, 각 통행수단들의 효용은 각 통행수단의 선택확률이 변함에 따라 각 수단의 통행량(q_m^{rs})도 변하기 때문에 정확한 수단별 효용을 알 수가 없어 수단별 효용(V_m^{rs})과 수단별 선택확률(P_m^{rs})간에 반복적인 순환과정이 필요하다. 이는 고정점이론(fixed point theorem)에 따라 유일한 균형해가 존재하게 되며, 따라서 일반적으로 다음과 같은 알고리듬을 구성할 수 있다.

$$P_m^{k+1} = V_m^{rs}(P_m^k),\ \text{반복수}\ k = 0,1,2 \cdots \qquad (7)$$

이런 반복과정은 모든 통행수단이 동일한 균형값(E_m^{rs})을 갖을 때까지 반복되며, 이를 정리하면 다음과 같다.

[단계0] 초기화

대안 통행수단 설정 : $m \in M$, 여기서 M은 대안집합

초기값설정 : 통행수요q_{rs} 및 수단별 통행량 $q_m^{rs} = 0$,
분산 파라메타 β

반복수 $k = 1$

[단계1] 통행수단별 통행비용$\{c_m^{rs,k}(q_m^{rs})\}$ 및 효용 $\{V_m^{rs,k}\}$ 계산

[단계2] 수단별 선택확률 및 균형조건 계산

(2.1) $\{V_m^{rs,k}\}$을 가지고 각 통행수단별 선택확률과 통행량 계산

$$P_m^{rs,k} = \frac{\exp(V_m^{rs,k})}{\sum_w \exp(V_w^{rs,k})}$$

$$q_m^{rs,k} = q_{rs} P_m^{rs,k}$$

(2.2) 균형조건계산 :

$$E_m^{rs,k} = V_m^{rs,k} - \ln(P_m^{rs,k}) \qquad \forall m$$

[단계3] 수렴성검토

만약 $\dfrac{\max \mid E_m^{rs,k} - E_n^{rs,k} \mid}{\max_{w \in M} \{E_w^{rs,k}\}} < \epsilon$,

$\forall m \neq n \in M(\text{mode } set)$이면, 정지

그렇지 않으면, $k = k+1$후 [단계1]로 진행

[단계3]의 수렴성 검토에서 통행수단간 균형상태를 수렴조건으로 사용하기 때문에 본 연구에서 수렴해로 구해진 해는 균형해가 된다.

IV. 균형 수단선택의 검지

통행수단선택시 균형이 존재하다는 사실과 균형조건은 앞에서 설명하였다. 본 절에서는 실제 자료를 가지고 균형상태를 확인해 보자. <표 1>은 한국국가교통DB(KTDB)에서 제시한 지역간 여객통행에 대한 로짓모형의 효용함수 파라미터값들을 보여주고 있다. 지역간 여객통행은 승용차, 버스, 그리고 철도 등 3가지 교통수단으로 이루어져 있으며, 속성변수는 통행시간($time$)과 통행비용($\cos t$), 그리고 더미변수와 대안특유의 상수항으로 이루어져 있다. 각 수단별 선택확률을 계산하기 위해서는 각 수단별 통행시간과 통행비용이 필요한데, 이에 대해서는 [부록2]에 자세히 제시되어 있으며, 3개의 기종점쌍(즉, 서울시청-대전시청, 서울시청-부산시청, 서울시청-광주시청)에 대하여 분석하였다.

각 기종점쌍별로 수단선택결과가 <표 2>에 나와 있다. 표에서 보듯이 각 수단별 효용함수값과 선택확률 그리고 통행수단별 균형값(E_m^{rs})이 나타나 있다. 먼저, 서울시청-대전시청의 경우, 각 통행수단별E_m^{rs}값이 모두

-1.051로 동일하게 나타나 균형상태가 존재함을 알 수 있다. 또한, 서울시청-부산시청, 서울시청-광주시청의 경우도 각 수단별 E_m^{rs} 값이 동일한 값을 갖고 있어 통행수단간 균형을 확인할 수 있다.

<표 3>은 서울시청-대전시청구간에 대하여, 통행시간과 통행비용의 변화에 따른 균형값의 민감도를 보여주고 있다. 대체로 통행시간에 대한 민감도가 통행비용에 대한 민감도 보다 크게 나타나고 있으며, 서울시청-부산시청, 서울시청-광주시청구간에 대해서도 비슷한 결과를 보여주고 있어 여기서는 생략한다.

<표 1> 지역간 여객 수단선택의 효용함수 파라메타값

(단위: 분,원)

수단	$time$	$cost$	Dmetro	상수항
승용차(a)	-0.00254	-0.0000243	-0.864	-
버스(b)	-0.00254	-0.0000733	-	-1.326
철도(r)	-0.00254	-0.0000115	-	-1.797

주) Dmetro는 특별시 및 광역시에서 출발하는 통행기준의 지역 더미변수

자료) 한국교통연구원 「2007년 국가교통DB 구축사업, 전국지역간 여객통행량 자료의 현행화」, 2008

<표 2> 로짓수단선택 분석결과

	기종점(rs)		
	서울시청-대전시청	서울시청-부산시청	서울시청-광주시청
V_a^{rs}	-2.000	-3.604	-2.899
V_b^{rs}	-2.129	-2.996	-2.658
V_r^{rs}	-2.357	-3.135	-2.963
P_a^{rs}	0.388	0.225	0.312
P_b^{rs}	0.341	0.414	0.396
P_r^{rs}	0.271	0.360	0.292
E_a^{rs}	-1.053	-2.114	-1.733
E_b^{rs}	-1.053	-2.114	-1.733
E_r^{rs}	-1.053	-2.114	-1.733

<표 3> 민감도 결과(서울시청-대전시청)

	$time$		
	승용차	버스	철도
승용차	-0.000985	-0.000866	-0.000689
버스	-0.000985	-0.000866	-0.000689
철도	-0.000985	-0.000866	-0.000689
	$cost$		
	승용차	버스	철도
승용차	-0.000009	-0.000025	-0.000003
버스	-0.000009	-0.000025	-0.000003
철도	-0.000009	-0.000025	-0.000003

Ⅴ. 예제를 통한 균형해의 도출

1. 예제 조건

본 연구에서 제시한 알고리듬이 균형 로짓수단선택 조건을 도출하는지를 평가하기 위하여 승용차(auto), 버스(bus), 그리고 철도(rail) 등 3개의 교통수단이 존재하는 경우를 살펴보자. 각 교통수단의 효용함수와 통행비용함수는 다음과 같으며, 기종점간 통행수요(travel demand)는 10으로 설정한다. 비용함수에서 보듯이 승용차 통행비용은 차량수(q_a^{rs})의 함수이나, 버스나 철도는 수요와 무관하게 일정한 통행비용을 갖는다고 가정한다.

[효용함수]

(승용차) $V_a^{rs} = \beta c_a$

(버스) $V_b^{rs} = \alpha_b + \beta c_b$

(철도) $V_r^{rs} = \alpha_r + \beta c_r$

여기서, α_b, α_r은 통행수단별 대안특유의 상수(alternative-specific constant)로서 각각 $\alpha_b = -1.0$, $\alpha_r = -1.5$로 설정하며, $\beta = -0.1$로 설정한다.

[비용함수]

(승용차) $c_a = 1 + 2q_a^{rs}$

(버스) $c_b = 6$

(철도) $c_r = 5$

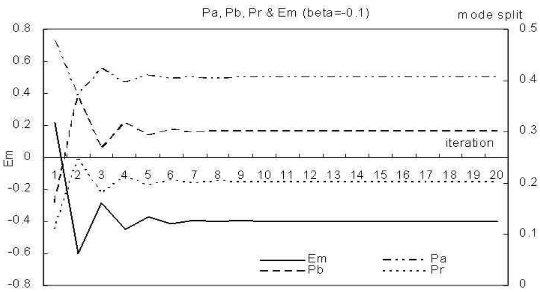
[통행수요] $q_{rs} = 10$

2. 분석결과

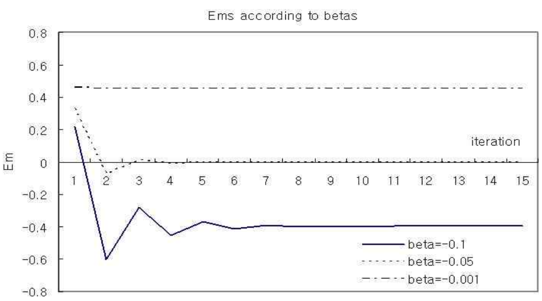
먼저, 초기값 $q_a^{rs} = 0$으로 설정한 후, 해로 수렴하는 과정이 <그림 2>와 <그림 3>에 나타나 있다. <그림 2>은 $\beta = -0.1$인 경우의 각 통행수단별 선택확률과 균형값의 변화를 보여주고 있는데, 반복수가 7~8회 정도가 되면 수렴해에 도달함을 알 수 있다. 즉, 선택확률이 일정한 값으로 수렴함에 따라 균형값도 일정한 하나의 값으로 수렴하여 본 연구에서 제안한 수단간 균형해를 구하는 풀이 알고리듬이 정확한 해를 구하고 있음을 확인할 수 있다. <그림 3>은 β값을 -0.05와 -0.001로 설정한 경우의 수렴과정을 보여주고 있는데, β값이 커짐에 따라

더 빠르게 수렴함을 알 수 있다.

<표 4>는 β값에 따라 최종적으로 수렴한 결과를 보여주고 있다. β값이 커짐에 따라 승용차 수단분담율이 커지는 반면, 버스와 철도는 작아지고 있는데, 이는 로짓모형에의 승용차 효용함수값이 작어지기 때문이다. 여기서 하나 유의해야 할 사항은 각β값에 대하여 통행수단별 균형값(E_m^{rs})이 모두 동일하게 나타나고 있는데, 이는 각 통행수단간 균형상태에 도달했음을 의미한다.



<그림 2> 수단별 선택확률 및 균형값(E_m^{rs})의 변화



<그림 3> β값의 변화에 따른 균형값(E_m^{rs})의 변화

<표 4> β값의 변화에 따른 분석결과

	β		
	-0.1	-0.05	-0.001
V_a^{rs}	-1.096	-0.601	-0.014
V_b^{rs}	-1.600	-1.300	-1.006
V_r^{rs}	-2.000	-1.750	-1.505
P_a^{rs}	0.498	0.551	0.627
P_b^{rs}	0.301	0.274	0.232
P_r^{rs}	0.202	0.175	0.141
E_a^{rs}	-0.398	-0.006	0.454
E_b^{rs}	-0.398	-0.006	0.454
E_r^{rs}	-0.398	-0.006	0.454

Ⅵ. 결론 및 향후연구

본 연구는 통행자가 교통수단선택시 이들 교통수단간에 균형이 존재함을 증명하고 이를 국가교통DB를 이용하여 확인하였다. 통행수단선택모형으로는 로짓 수단선택모형을 이용하였으며, 수리적으로 균형조건을 제시하였다. 또한, 이런 균형조건을 만족하는 해를 구하는 모형을 제시하고 간단한 예제를 통하여 균형해를 산출할 수 있음을 보여주었다. 학술적인 측면에서 균형상태를 확인하는 것은 의미가 있는데, 균형상태에서는 더 이상 통행수단간에 선택변화가 발생하지 않기 때문이다. 또한, 알고리듬 측면에서도 균형상태를 모르는 경우에는 비록 수렴상태의 해를 구했더라도 구한 해가 균형해인지는 알 수 없다는 한계가 있다.

본 연구는 통행배정시 경로간 Wardrop의 사용자 균형(user equilibrium)이 존재하는 것처럼 통행수단선택시에도 통행수단간 균형이 존재하지 않을 까하는 의문에서 시작되었다. 따라서, 이런 균형개념은 통행분포(trip distribution)단계에도 존재할 것으로 예상할 수 있다. 또한, 통행분포 및 통행수단선택 그리고 통행배정과정을 통합한 모형에서의 균형도 존재할 것으로 예상되며, 이런 부분들은 본 연구의 향후과제로 남겨 둔다. 만약 통합모형에 대한 균형이 존재할 경우, 기존 수단분담에 적용된 통행비용과 통행배정시 사용되는 통행비용간의 불일치 문제도 해결될 것으로 기대된다. 그러나, 본 연구에서 제시한 균형상태는 매우 단순한 존쌍에 대한 평가로서, 다수의 존쌍이 존재하는 경우에 대해서는 향후 과제로 남아 있다.

참고문헌

1. 임용택 (2003), 확률적 로짓 통행배정모형의 해석 알고리듬, 대한교통학회지, 제21권 제2호, 대한교통학회, pp.95~105.
2. 임용택 (2009), 목표지향 교통수단선택을 위한 연속형 교통망설계모형, 대한교통학회지, 제27권 제6호, 대한교통학회, pp.157~166.
3. 한국교통연구원 (2008), 2007년 국가교통DB 구축사업, 전국지역간 여객통행량 자료의 현행화.
4. Ben-Akiva, M., S.R. Lerman (1987), Discrete Choice Analysis: Theory and Application to

Travel Demand, 2nd Ed. MIT Press.

5. Cascetta E. (1989), A stochastic process approach to the analysis of temporal dynamics in transportation networks, Transportation Research(23B) No.1, pp.1~17.

♧ 주 작 성 자 : 임용택
♧ 교 신 저 자 : 임용택
♧ 논문투고일 : 2010. 5. 4
♧ 논문심사일 : 2010. 7. 13 (1차)
2010. 9. 15 (2차)
2010. 10. 14 (3차)
♧ 심사판정일 : 2010. 10. 14
♧ 반론접수기한 : 2011. 2. 28
♧ 3인 익명 심사필
♧ 1인 abstract 교정필

[부록1] 로짓 수단선택모형의 확률적 균형(stochastic equilibrium)과 확정적 균형(deterministic equilibrium)

본문의 식(3)으로 표현된 로짓 수단선택모형의 확률적 균형과 이에 대응하는 확정적 균형과의 관계는 다음과 같다. 먼저, 통행시간($time$)과 통행비용($\cos t$)만을 갖는 다음과 같은 효용함수에 대하여 균형상태를 검토해 보자.

$$V_m^{rs} = \beta_1 time_m + \beta_2 \cos t_m$$

위 효용함수를 이용하여 통행수단 m, n으로 구성된 이항 로짓모형의 균형상태는 다음과 같이 표현된다.

$$(\beta_1 time_m + \beta_2 \cos t_m) - \ln(P_m^{rs}) = (\beta_1 time_n + \beta_2 \cos t_n) - \ln(P_n^{rs})$$

위 균형조건에서 양변을 통행시간의 파라메타 β_1으로 나누어 정리하면 다음과 같다.

$$time_m + \frac{\beta_2}{\beta_1} cost_m - \frac{1}{\beta_1} ln(P_m^{rs}) = time_n + \frac{\beta_2}{\beta_1} cost_n - \frac{1}{\beta_1} ln(P_n^{rs})$$

여기서 만약 $\beta_1 \rightarrow \infty$ 이면, 즉 효용함수에서 통행시간의 영향이 절대적으로 크다고 가정하면 각변의 두 번째항과 세 번째항이 0이 되어 위식은 다음과 같이 정리된다.

$$time_m = time_n$$

즉, 통행수단m과 통행수단n의 통행시간이 동일해지는 상태가 통행수단간 균형상태가 된다. 이는 통행시간의 영향이 매우 커서 다른 변수나 오차항의 영향이 무시되는 확정적인(deterministic) 균형상태가 됨을 의미하며 이런 상태는 통행배정모형에서 모든 사용된 경로의 통행비용은 동일하다는 Wardrop의 확정적 사용자균형(deterministic user equilibrium)과 대응하는 개념으로 해석할 수 있다.

[부록 2] 기종점간 수단별 입력자료(Ⅳ장 입력자료)

구간	통행 수단	출발	도착	수단	통행시간 (분)	통행요금 (원)	비고
서울시청→ 대전시청	승용차	서울시청	대전시청	승용차	144	31,700 (통행료9,600 주유비22,100)	통행거리 161km
	버스	서울시청	서울 고속터미널	지하철	36	1,000	
		서울 고속터미널	대전 고속터미널	고속버스	110	12,700	
		대전역	대전시청	지하철	30	950	
		계			176	14,650	
	철도	서울시청	서울역	지하철	16	900	
		서울역	대전역	새마을	105	15,500	
		대전역	대전시청	지하철	21	950	
		계			142	17,350	
서울시청 → 부산시청	승용차	서울시청	부산시청	승용차	322	79,100 (통행료24,300 주유비54,800)	통행거리 395km
	버스	서울시청	서울 고속터미널	지하철	36	1,000	
		서울 고속터미널	부산 고속터미널	고속버스	270	31,100	
		부산 고속터미널	부산시청	지하철	33	1170원	
		계			339	33,270	
	철도	서울시청	서울역	지하철	16	900	
		서울역	부산역	새마을	290	41,100	
		부산역	부산시청	지하철	26	990	
		계			332	42,990	
서울시청→ 광주시청	승용차	서울시청	광주시청	승용차	228	59,900 (통행료19,400 주유비40,500)	통행거리 296km
	버스	서울시청	서울 고속터미널	지하철	36	1,000	
		서울 고속터미널	광주 고속터미널	새마을	220	23,700	
		광주 고속터미널	광주시청	시내버스	23	950	
		계			279	25,650	
	철도	서울시청	용산역	지하철	15	900	
		용산역	광주역	새마을	252	33,100	
		광주역	광주시청	시내버스	34	950	
		계			301	34,950	

주) 승용차 연비 12.4km/리터, 주유비 1,700원/리터 기준
출처) 승용차, 지하철, 시내버스 : www.naver.com 길찾기
시외버스 : www.exterminal.co.kr 강남고속버스터미널/www.easyticket.co.kr 센트럴시티터미널
철도 : www.korail.com 코레일