



PERT 요소공정의 주경로 확률 산정 모델 개발

Development Model for Estimating Critical Path Probability of Element Path in PERT

윤득노* · 김태곤* · 한이철* · 이정재**†

Youn, Deuk No* · Kim, Tae Gon* · Han, Yi Cheol* · Lee, Jeong Jae**†

ABSTRACT

The PERT is one form of probabilistic network and can have many critical paths in the concept of each work has dispersed complete time. Here we propose two operators to estimate the probabilistic complete time about serial and parallel connections, and in each junction node, probability of critical path is estimated by new operator. Then we compare the estimated results with probability of critical path with deterministic CPM and Monte Carlo simulation (MCS). Our results show that all paths in PERT can be critical path, and proposed operators are efficient and accurate probabilistic calculators compare MCS result.

Keywords: PERT; Critical Path; Convolution

1. 서 론

프로젝트 관리에 필요한 예상 완료시간, 여유시간과 각 공정의 우선순위를 판단하는 데에는 Process Estimation and Review Technique (PERT)가 가장 널리 이용되고 있다 (Robillard and Trahan, 1977; Soroush, 1994; Chen and Chang, 2001). PERT는 가장 긴 완료시간을 나타내는 경로인 주경로 (critical path)를 파악하고 주경로를 기준으로 다른 경로에 속한 노드별 여유시간을 산정한다. 따라서 PERT의 연구에 있어 주경로의 산정은 완료시간 및 여유시간의 계산에 영향을 줄 뿐만 아니라 (Chen et al., 1997), 프로젝트의 병목현상과 과부하 등을 사전에 예측하여 방지하도록 도움을 준다 (Van Slyke, 1963). 또 주경로 상에 있는 공정의 지연은 전체 프로젝트 완료시간을 지연시키므로 (Chen et al., 1997; Yang and Chen, 2000), 주경로를 분석하는 것은 PERT의 중요한 과정 중 하나라 할 수 있다 (Chen et al, 1997; Elmaghraby, 2000).

주경로의 중요성은 저수지가 만들어지는 과정을 통해 생각해

볼 수 있다. 저수지가 만들어 지기 위해서는 댐, 취수탑, 여수토 등의 구조물과 그 구조물을 구성하는 요소들의 단계별 작업이 모두 완료되어야 한다. 이 때 주경로가 되는 작업이 확률적으로 발생하고, 이 공정의 지연은 전체 작업의 지연을 초래하여, 이를 만회하기 위해 불필요한 프로젝트의 비용이 발생하게 된다 (Gong and Rowing, 1995).

주경로 산정에는 Critical Path Method (CPM)이 가장 많이 이용되고 있다 (Chen et al., 1997; Elmaghraby, 2000). CPM은 각 공정별 완료시간을 상수로 가정하고, 이를 순차적으로 더하여 가장 긴 완료시간을 갖는 경로를 주경로로 정의하므로 단일한 값이 산출된다 (Dodin, 1984; Liang and Han, 2004). 그러나 공정별 완료시간은 확률적 성격을 갖기 때문에 주경로는 확률의 문제가 될 수밖에 없고, 모든 경로가 주경로가 될 확률이 있는 데도 불구하고 CPM은 이를 반영하지 못하고 있다 (Dodin, 1984; Dodin and Sirvanci, 1990; Williams, 1992; Soroush, 1994; Yang and Chen, 2000).

CPM의 단점을 극복하고자 Van Slyke (1963)이 Monte Carlo Simulation (MCS)로 산출한 확률적 주경로를 이용하는 노력이 꾸준히 계속 되었다. 이런 노력은 Sigal (1979) 등을 중심으로 한 난수의 발생량을 줄이면서 정확도를 유지하는 분야 (Burt and Garman, 1971)와 Dodin과 Elmaghraby (1985)을 중심으로 간편식을 이용하여 계산량을 줄이면서 정확도를 개선하는 연구 (Fulkerson, 1962; Dodin, 1984; Williams, 1992; Soroush, 1994; Elmaghraby, 2000; Fatemi Ghomi and Teimouri, 2001)로 대별 된다. 그러나 두 방법 모두 근

* 서울대학교 생태조경·지역시스템공학부 대학원

** 서울대학교 조경·지역시스템공학부 교수, 서울대학교 농업생명과학연구원

† Corresponding author. Tel.: +82-2-880-4581

Fax: +82-2-873-2087

E-mail address: ljj@snu.ac.kr

2010년 1월 15일 투고

2010년 3월 7일 심사완료

2010년 3월 9일 게재확정

사 값을 산출하게 되므로 오차가 전파될 수 있어 (Burt, 1970) 전체 공정에 대한 확률적 고려만 가능 할 뿐 국부적인 문제의 해결에는 이용 할 수 없는 약점이 있다. 따라서 여러 복합공정이 결합하여 시스템을 이루는 현대의 대규모사업은 확률적 고려가 필요함에도 이를 적용하기 어려운 것이 사실이다.

기존의 연구들이 보였던 결과 값의 근사적 결점을 보완하기 위해서는 확률연산을 통하여 계산을 줄이면서 정해를 얻는 방법을 생각 할 수 있다. 본 연구에서는 효율적인 확률연산 방법과 직렬 또는 병렬로 연결되는 공정 간의 확률계산을 종합할 수 있는 방법을 SP-네트워크를 대상으로 고안하고자 하였다.

SP-네트워크는 일방향적이고 순환이 없이 직렬과 병렬로만 구성되는 네트워크이다. 시점과 종점이 단일하고 측면 유입이 없는 PERT는 SP-네트워크 또는 SP-네트워크가 중첩된 복합 SP-네트워크가 된다. 먼저 복합 SP-네트워크의 내부 SP-네트워크를 Parallel Reduction Operator (PRO)과 컨볼루션을 이용하여 단순 병렬연결 된 SP-네트워크로 축약 변환하고, 단계적으로 단순 병렬연결 된 SP-네트워크를 Probabilistic Critical Path Calculator (PCPC)로 경로별 확률을 계산하면 모든 경로의 주경로가 될 확률을 계산할 수 있다. 본 연구에서는 복합공정으로 계획된 네트워크에서 경로의 확률적 주경로를 계산할 수 있도록 하기 위하여 복합 SP-네트워크의 PCPC 확률계산방법을 제안하고, 타당성을 검증하였다.

II. 방법론

확률적 주경로를 산정하기 위하여 본 연구에서는 PCPC를 이용하였다. PCPC를 이용한 확률적 주경로를 산정하기 위해서는 대상이 되는 네트워크의 형태가 Fig. 1과 같은 단순 병렬연결이어야 한다.

따라서 PCPC의 적용이 불가능한 병렬연결은 컨볼루션, PRO를 이용하여 분기점과 합일점 사이의 노드연결을 단순 병렬연

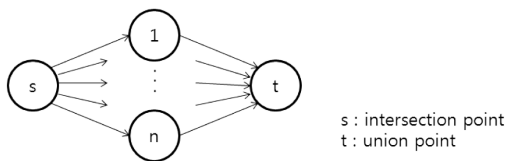


Fig. 1 Pure Parallel Reduction

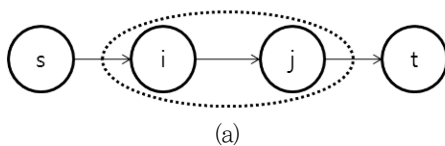


Fig. 2 Series reduction process : node *i* and *j* at (a) are reduced to node *i, j* at (b)

결로 만들 필요가 있다.

1. Series reduction

Fig. 2(a)와 같이 분기점과 합일점 사이에 두 개의 직렬로 연결된 노드 *i*, 노드 *j*가 있는 네트워크의 경우, 단순 병렬연결이 아니므로 PCPC를 이용한 확률적 주경로를 산정할 수 없다. 따라서 노드 *i*, 노드 *j*의 「완료시간-확률」 분포를 단일 확률분포로 나타내어 분기점과 합일점 사이의 연결을 단순 병렬연결로 만들어야한다. 본 연구에서는 Ringer (1969, 1971)가 제안한 컨볼루션을 이용하여 직렬로 연결된 노드를 하나의 동일한 노드로 축약하였다. Ringer가 제안한 직렬 축약에 의한 「완료시간-확률」 분포는 식 (1)~(4)와 같다.

직렬로 구성되어 있는 임의의 노드 *i*의 「완료시간-확률」 분포와 노드 *j*의 「완료시간-확률」 분포가 있고, 노드 *i*의 완료시간을 t_i 라 하면, 연속된 두 노드 *i*와 노드 *j*에서 소요되는 완료시간 t_{ij} 는,

$$t_{ij} = t_i + t_j \tag{1}$$

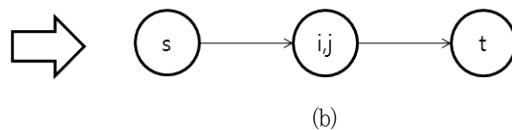
가 된다. 이 때 노드 *i*의 완료시간이 t_i 가 될 확률을 $P_i(t_i)$ 라 하면, 노드 *i*와 *j*가 완료시간 t_{ij} 에 끝날 확률 $P_{ij}(t_{ij})$ 는,

$$P_{ij}(t_{ij}) = P_{ij}(t_i + t_j) = \int_0^{t_{ij}} P_i(t) \times P_j(t_{ij} - t) dt \tag{2}$$

이다. $P_{ij}(t_{ij})$ 는 t_{ij} 가 발현할 수 있는 모든 조합의 합으로 이루어진다. 다시 말해 t_{ij} 가 만들어 질 수 있는 $t_i + t_j$ 의 조합은 매우 많다. 이 조합의 발현 확률을 모두 합한 결과가 t_{ij} 가 발현할 확률 $P_{ij}(t_{ij})$ 가 된다. 이를 컨볼루션을 이용한 확률밀도함수 (PDF: Probability Density Function)로 나타내면, 식 (3)과 같이 표현 할 수 있다.

$$PDF_{ij}[t_{ij}] = conv(PDF_i[t_i], PDF_j[t_j]) = \int_0^\infty PDF_i[t] \times PDF_j[t_{ij} - t] dt \tag{3}$$

이를 *n*개의 직렬로 연결된 노드에 대해 확장하면 식 (4)와



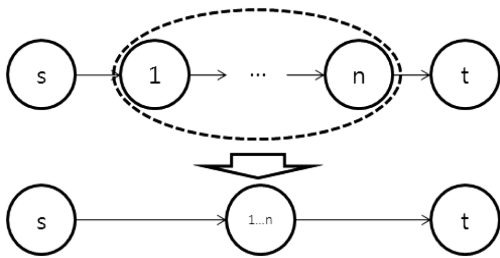


Fig. 3 Series Reduction based on Convolution

같다.

$$PDF_{1,2,\dots,n} = \int_0^\infty \left(\int_0^\infty \left(\dots \int_0^\infty \left(\prod_{k=1}^n PDF_k[t_k] \right) dt_n \dots \right) dt_2 \right) dt_1 \quad (4)$$

식 (4)를 이용하면 직렬로 연결된 노드별 「완료시간-확률」 분포를 하나의 동일한 「완료시간-확률」 분포가 된다 (Fig. 3).

2. Parallel reduction

Fig. 4의 (a)와 같이 분기점과 합일점 사이에 하위 병렬연결이 있는 경우에, 확률적 주경로를 산정하기 위하여 i) 병렬연결을 구성하고, ii) 직렬로 변환한 뒤 iii) 직렬 연결을 한 노드로 축약하는 단계를 거쳐야 한다. Fig. 4는 (a)의 하위 병렬연결을 (b)의 직렬연결로 축약하고, 그다음 (b)의 직렬연결을 (c)의 단순 병렬연결로 축약하는 과정을 보이고 있다.

병렬로 연결된 노드의 「완료시간-확률」 분포를 동일한 하나의 「완료시간-확률」 분포로 나타내는 방법 (PRO)은 다음과 같다.

병렬연결에서 모든 노드의 시작 시간은 같으며, 각 노드의 소요시간 중 가장 긴 시간이 병렬연결의 완료시간을 결정한다 (Ringer, 1971). 따라서 병렬로 연결된 노드들이 시간 t 에 완료될 확률은 하나의 노드가 시간 t 에 완료되었을 때 ($PDF[t]$), 다른 작업들이 이미 모두 완료되었을 확률 ($\int PDF[t]dt$)의 곱으로 구해진다.

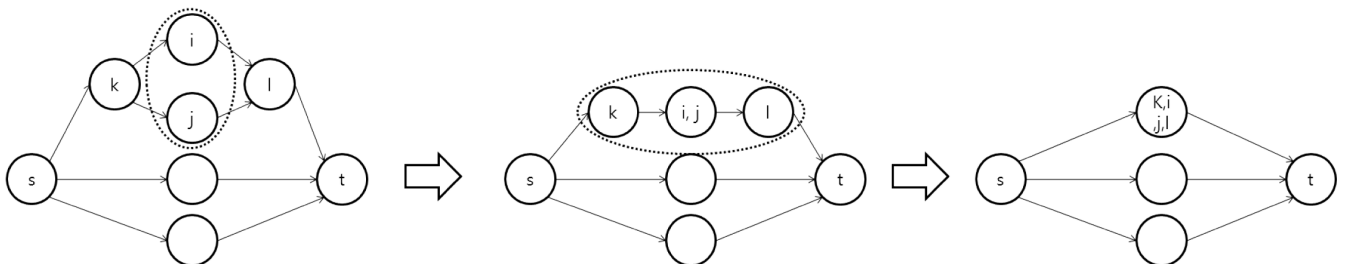


Fig. 4 Parallel reduction process : (a) parallel reduction (b) series reduction (c) pure parallel model

두 노드 i, j 에 관해 확률밀도함수와 확률누적함수 (CDF: Cumulate Density Function, 식 (5))를 이용하여 병렬로 연결된 두 노드의 「완료시간-확률」 분포를 단일 「완료시간-확률」 분포로 나타내면 다음 식 (6)과 같다.

$$CDF[t] = \int_0^t PDF[t] dt \quad (5)$$

$$PDF_{ij}[t] = CDF_i[t] \times PDF_j[t] + CDF_j[t] \times PDF_i[t] \quad (6)$$

위의 식 (6)을 이용하여, n 개의 병렬로 연결된 노드에 대해 확장하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$PDF_{1,2,\dots,n}[t] = CDF_1[t] \times CDF_2[t] \times CDF_3[t] \times \dots \times CDF_n[t] \times \sum_{k=1}^n \frac{PDF_k[t]}{CDF_k[t]} = \sum_{k=1}^n \left(\prod_{h=1}^n CDF_h[t] \right) \frac{PDF_k[t]}{CDF_k[t]} \quad (7)$$

본 연구에서는 식 (7)을 PRO로 정의하고, 이를 이용하여 병렬로 이루어진 「완료시간-확률」 분포를 동일한 하나의 「완료시간-확률」 분포로 나타내었다.

3. Probabilistic critical path calculator (PCPC)

앞 절에서 설명한 바와 같이 컨볼루션, PRO를 이용하여 분기점 s 와 합일점 t 사이의 연결을 Fig. 1과 같은 단순 병렬연결로 나타낼 수 있다. 이 네트워크에서 $s \rightarrow 1 \rightarrow t$ 가 주경로가 되려면 노드 1이 그 외의 노드보다 소요시간이 길어야 한다. 즉 $s \rightarrow 1 \rightarrow t$ 가 주경로가 될 확률은 노드 1이, 노드 1을 제외한 다른 노드보다 늦게 끝날 확률로 계산 할 수 있다.

노드 r 의 완료시간을 t_r 라 하고, 이 시간의 출현확률을 $PDF_r[t]$ 이라 하자. 이 때, 경로 $s \rightarrow 1 \rightarrow t$ 가 주경로가 될 확률은 식 (8)과 같이 표현 된다.

$$P_1 = \int_0^\infty PDF_1[t] \left(\prod_{k=2}^r CDF_k[t] \right) dt \quad (8)$$

이 컨볼루션과 PRO를 이용하여 step 1의 네트워크를 step 2의 네트워크로 축소하였다.

이를 임의의 $s \rightarrow r \rightarrow t$ 경로에 대하여 주경로가 될 확률은 식 (9)와 같이 표현 할 수 있다.

$$P_r = \int_0^\infty PDF_r[t] \times \left(\frac{\prod_{k=1}^r CDF_k[t]}{CDF_r[t]} \right) dt \quad (9)$$

이 연구에서 식 (9)을 PCPC로 정의하고, 이 연산자를 이용하여 분기점이 되는 노드마다 각 경로별로 주경로가 될 확률을 계산하였다.

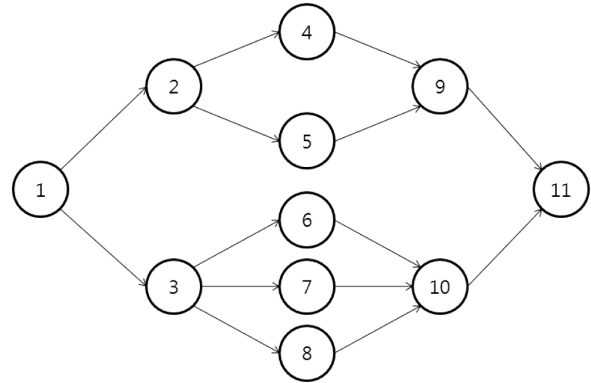


Fig. 5 Network Diagram

III. 구현 및 결과

임의의 네트워크를 구성하여 2절에서 구한 컨볼루션 PRO, PCPC의 적응성을 검토하였다 (Fig. 5). 이 PERT 네트워크는 한번 완료된 경로는 반복되지 않으며 (acyclic), ①에서 시작되어 ⑪로 진행된다 (direction). 제안된 네트워크는 폐쇄되어 있고, 순수직렬과 병렬연결로 구성된 SP-네트워크 (Series Parallel - Network)로서, 각 노드들이 가지는 확률적인 평균 소요시간과 표준편차, 분포형태를 Table 1과 같이 가정하였다.

Table 1 Complete time distribution of each node

Node No.	Distribution Type	Mean	Std.
1	Normal	5	1
2	Normal	6	$\sqrt{6}$
3	Normal	2	1
4	Normal	4	1
5	Normal	6	1
6	Normal	9	1
7	Normal	7	$\sqrt{5}$
8	Normal	6	$\sqrt{3}$
9	Normal	6	1
10	Normal	5	1
11	Normal	3	$\sqrt{2}$

1. 확률적 주경로의 계산

확률적 주경로를, 분기점이 되는 노드 1, 2, 3을 대상으로 PCPC를 이용하여 계산하였다 (Table 2). 그리고 Fig. 6과 같

Table 2 Calculation for Probability of Critical Path based on PCPC

Solution for probability of Critical Path		Network
step1	$\int_0^\infty PDF_4[t] CDF_5[t] dt = 7.8736\%$	
	$\int_0^\infty PDF_5[t] CDF_4[t] dt = 92.1264\%$	
	$\int_0^\infty PDF_6[t] CDF_7[t] CDF_8[t] dt = 74.8364\%$	
	$\int_0^\infty PDF_7[t] CDF_8[t] CDF_6[t] dt = 19.9495\%$	
	$\int_0^\infty PDF_8[t] CDF_6[t] CDF_7[t] dt = 5.2141\%$	
step2	$\int_0^\infty PDF_{14}[t] CDF_{15}[t] dt = 65.0661\%$	
	$\int_0^\infty PDF_{15}[t] CDF_{14}[t] dt = 34.9339\%$	

$$PDF_{12}[t] = \sum_{k=4}^5 \left(\left(\prod_{h=4}^5 CDF_h[t] \right) \frac{PDF_k[t]}{CDF_k[t]} \right)$$

$$PDF_{13}[t] = \sum_{k=6}^8 \left(\left(\prod_{h=6}^8 CDF_h[t] \right) \frac{PDF_k[t]}{CDF_k[t]} \right)$$

$$PDF_{14}[t] = \sum_{k=0}^t \left(PDF_2[k] \cdot \left(\sum_{h=0}^t PDF_{12}[h-k] PDF_{12}[t-h] \right) \right)$$

$$PDF_{15}[t] = \sum_{k=0}^t \left(PDF_3[k] \cdot \left(\sum_{h=0}^t PDF_{13}[h-k] PDF_{10}[t-h] \right) \right)$$

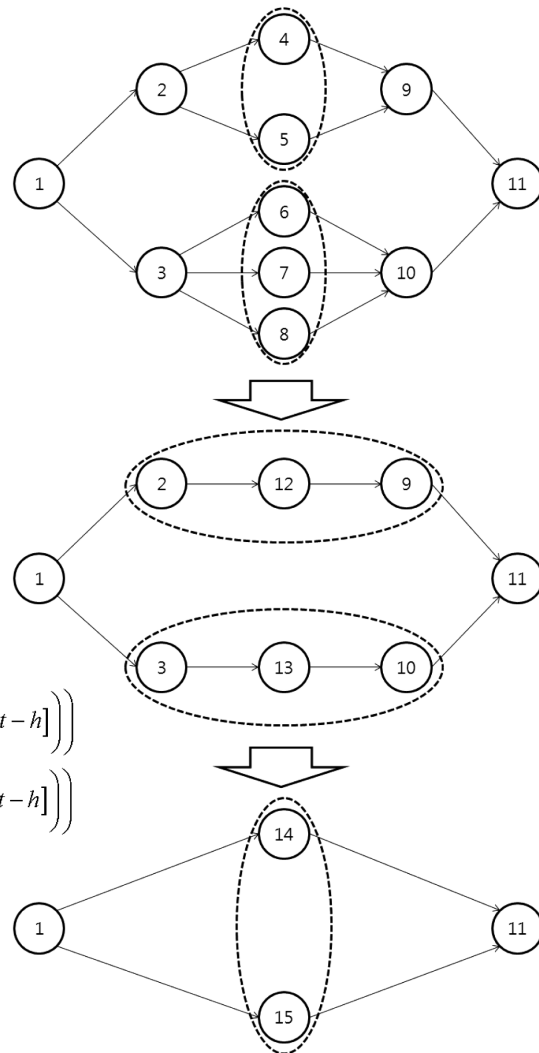


Fig. 6 Reduction based on Convolution and PRO

Fig. 6에서 ② → (④, ⑤) → ⑩ 경로 중 ② → ④ → ⑩이 주경로가 될 확률은 노드 ④가 ⑤보다 늦게 끝날 확률로 계산할 수 있다. 이를 계산하면 다음 식 (10)과 같다.

$$\int_0^{\infty} PDF_4[t] CDF_5[t] dt = 7.8829\% \quad (10)$$

이 결과는 만약 100번의 동일한 공정이 반복이 될 경우 ② → ④가 주경로가 될 경우는 약 8회, ② → ⑤가 주경로가 될 확률은 약 92회가 된다고 해석할 수 있다.

마찬가지로 ② → (④, ⑤) → ⑩를 등가의 노드인 ⑭로, ③ → (⑥, ⑦, ⑧) → ⑩을 등가의 노드인 ⑮로 축소한 뒤에 ① → ⑭ → ⑪, ① → ⑮ → ⑪을 대상으로 PCPC을 이용하여 확률적 주경로를 계산하였다.

Table 3 Critical path probability of each Method

Path No.	Path	CPM	PCPC	MCS
Path 1	1→2→4→9→11	0%	2.7506%	2.7621%
Path 2	1→2→5→9→11	100%	32.1834%	32.2773%
Path 3	1→3→6→10→11	0%	48.6931%	48.6098%
Path 4	1→3→7→10→11	0%	12.9804%	12.9801%
Path 5	1→3→8→10→11	0%	3.3926%	3.3707%

Van Slyke (1963), Burt (1970), Dodin (1984) 등은 일반적으로 의사난수가 난수에 가까운 경우 MCS의 결과를 신뢰할 수 있다고 하였다. 따라서 본 연구의 결과를 의사난수를 이용한 MCS 결과를 비교하여 검증하였다. 또, Malcom et al. (1959)이 제안한 방법에 따라 CPM 방법과도 비교하였다. MCS에서 사용되는 난수는 1,000,000회 계산을 기준으로 하여 결

Table 4 Comparison the probability of critical each path PCPC and MCS with random number (%)

Path No.	PCPC	MCS						
		100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000
Path 1	2.7506	0.0000	1.6500	2.8350	2.8379	2.8032	2.7578	2.7651
Path 2	32.1834	30.0000	31.3500	32.1650	32.1121	32.4258	32.2501	32.2741
Path 3	48.6931	42.0000	49.5800	48.8150	48.9371	48.5336	48.6281	48.6028
Path 4	12.9804	21.0000	12.7300	13.3900	12.9124	12.8149	12.9667	12.9675
Path 5	3.3926	7.0000	4.6900	2.7950	3.2005	3.4225	3.3973	3.3905

과를 도출하였다.

Yao와 Chu (2007)가 MCS와의 비교오차를 구한 방법에 따라 본 연구의 오차를 구하면 식 (11) 및 0.8423 %로 나타났다.

$$error(\%) = \sqrt{\sum_{K=1}^5 \left(\frac{PCPC_{pathK} - MCS_{pathK}}{MCS_{pathK}} \right)^2} \times 100 \quad (11)$$

$$= 0.8423\%$$

Table 3의 결과는 기존 CPM에 의한 경우 단일 Path 2를 주경로가 되는데 반하여 본 연구의 결과는 모든 경로가 주경로로 될 수 있음을 보이고 있다는 것을 확인 할 수 있다. 이 결과는 MCS에서도 공히 확인할 수 있어서 결정론적 CPM의 한계를 잘 보여주고 있으며, 결정론이 path 2를 주경로로 채택하고 있으나 본 연구 및 MCS는 오히려 path 3이 주경로가 될 확률이 가장 높은 것으로 나타나 CPM으로 구한 주경로가 가장 중요한 경로가 아닐 수도 있음을 보이고 있다. 이는 각 노드의 평균적인 완료시간 뿐만 아니라 분산이 전체 공정에 미치는 효과에 의해 발생한다고 판단된다.

Table 4는 난수가 적을 경우 MCS에서 신뢰도가 낮은 결과 값이 도출됨을 보여준다. 이런 한계 때문에 MCS를 이용한 신뢰도가 높은 결과 값을 도출하기 위해서는, 매우 큰 난수를 발생시켜야 하고, 이로 인하여 결과 값 도출을 위한 시간이 기하급수적으로 증가한다 (Linger, 1969; Soroush, 1994; Lee et al., 2005; Yao and Chu, 2007). 본 연구에서 PCPC를 이용한 결과 값의 도출 시간과 동일한 시간 안에 MCS를 마치기 위한 난수의 값은 약 50,000번으로 측정 되었다. 반면, 본 연구의 결과 값을 검증하기 위해 설정한 1,000,000번의 난수는 PCPC보다 더 많은 계산 소요시간을 나타냈다. 따라서 PCPC는 MCS보다 계산시간의 면에서 유리함을 알 수 있다. 또한 난수가 크더라도 MCS의 결과 값은 신뢰도가 높은 근사 값이라는 한계를 가지고 있다. Fig. 7부터 Fig. 9는 MCS가 난수가 커짐에 따라 PCPC에 근사하고 있음을 나타낸다. 이로부터 모든 경로의 확률적 주경로를 검토함에 있어 PCPC가 MCS에 비하여 적은 계산시간 동안에 신뢰도가 높은 수준의 결과 값을 도출 할 수 있음을 알 수 있었다.

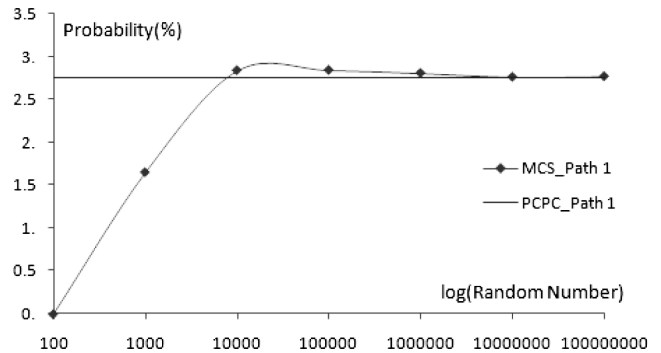


Fig. 7 Probability of critical for path1 with random number and PCPC value

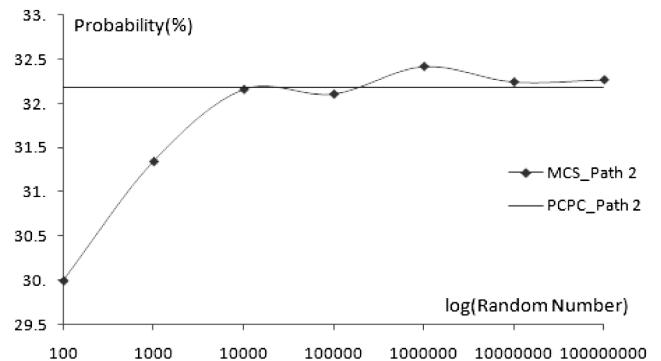


Fig. 8 Probability of critical for path2 with random number and PCPC value

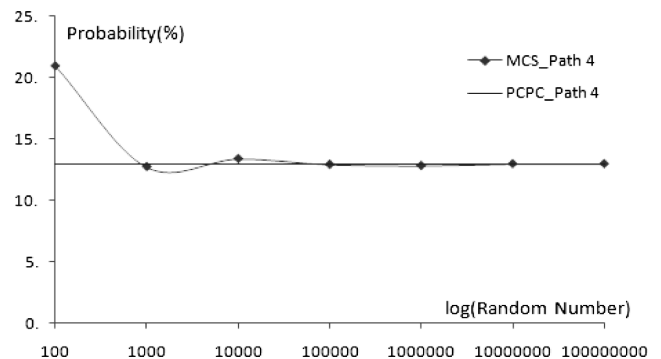


Fig. 9 Probability of critical for path4 with random number and PCPC value

IV. 결 론

여러 공정이 결합된 프로젝트는 모든 공정이 완료되어야 비로소 전 공정이 완료된다. 이 때문에 모든 공정경로는 잠재적으로 주경로가 될 수 있다. 그러나 CPM은 결정론적 방법에 의해 한 공정경로만을 주경로로 선정한다. 이로 인해 CPM은 단일 주경로 외의 다른 노드의 확률적인 요소를 반영하지 못하게 된다. 이를 극복하고자 본 연구에서는 컨볼루션, PRO, PCPC를 이용하여 SP 네트워크를 순수 병렬연결로 만든 뒤 확률적 주경로를 구하였고, 결과 값을 MCS를 이용하여 검증하였다. 이를 통해 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 컨볼루션과 PRO를 이용하여 네트워크의 각 노드별 확률 분포를 하나의 동일한 「완료시간-확률」 분포로 나타내었다. 이를 이용하여 내부 SP-네트워크를 PCPC 계산을 위한 단순 병렬연결로 축소하였다.
2. CPM은 결정론적 방법으로 단일 주경로를 구하고 있다. 그러나 이것은 네트워크 전체 노드의 「완료시간-확률」 분포 성격을 반영하지 못한다. 이를 개선하기 위해 본 연구에서는 컨볼루션, PRO, PCPC를 이용하여 모든 경로에 대하여 주경로가 될 확률을 구하였다.
3. 본 연구에서 구한 확률적 주경로는 MCS에 의한 결과에 1 % 미만의 오차로 근접하였다. 이를 통해 본 연구에서 제시한 컨볼루션, PRO, PCPC를 이용한 확률적 주경로 산정이 유의한 수준에서 정확하다고 판단된다.
4. 각 노드의 평균 완료시간 뿐만 아니라 분산도 확률적 주경로를 산정하는데 있어 중요한 영향을 미친다.
5. 본 연구에서 제안한 연산자는 MCS보다 능률적으로 주경로 결과 값을 도출하였다.

본 논문은 농림기술관리센터에서 시행한 ‘고병원성 조류 인플루엔자(HPAI)의 유입 및 전파확산 경로예측을 위한 가금 산업의 유통 감시 네트워크 시스템개발(500-20090144)’ 결과의 일부임.

REFERENCES

1. Burt, J. M. Jr., 1970. Monte Carlo techniques for stochastic network analysis, In *Winter Simulation Conference*, No. 9, 146-153. New York, United States.: IEEE.
2. Burt, J. M. and M. B. Garman, JR., 1971. Conditional Monte Carlo: A simulation technique for stochastic

- network analysis, In *Management Science* 8(3): 207-217.
3. Chen, S. and T. Chang, 2001. Finding multiple possible critical path using fuzzy PERT, In *Institute of Electrical and Electronics Engineers* 31(6): 930-937.
4. Chen, Y., Dan R. and Kwei T., 1997. Critical path in an activity network with time constraints, In *European Journal of Operational Research* 100(1): 122-133.
5. Dodin, B., 1984. Determining the K most critical paths in PERT networks, In *Operator Research Society of America* 32(4): 859-877.
6. Dodin, B. and S. E. Elmaghraby 1985. Approximating the distribution functions in stochastic networks, In *Computer and Operation Research* 12(3): 251-264.
7. Dodin, B. and M. Sirvanci., 1990. Stochastic networks and the extreme value distribution, In *Computer and Operation Research* 17(4): 397-409.
8. Elmaghraby S. E., 2000. On criticality and sensitivity in activity networks, In *European Journal of Operational Research* 127(2): 220-238.
9. Fatemi Ghomi, S. M. T. and E. Teimouri, 2001. Path critical index and activity critical index in PERT networks, In *European Journal of Operational Research* 141(1): 147-152.
10. Fulkerson, D. R., 1962. Expected critical path length in PERT networks, In *Operations research* 10(6): 808-817.
11. Gong, D. and J. E. Rowings Jr, 1995. Calculation of safe float use in risk-analysis-oriented network scheduling, In *International Journal of Project Management* 13(3): 187-194.
12. Lee, J., H. Yi, M. Park and J. Lee, 2005. An investigation of project completion time estimation method in PERT network for planning and management in large-scale systems, In *Proc. of the Korean Society of Agricultural Engineerings Conference* 695-699.
13. Liang G. and T. Han, 2004. Fuzzy critical path for project network, In *Information and Management Science* 15(4): 29-40.
14. Malcom, D. G., J. H. Roseboom, C. E. Clack and W. Fazar, 1959. Application of a technique for research and development program Evaluation, In *Operations Research* 7(5): 646-669.

15. Ringer, L. J., 1969. Numerical operators for statistical PERT critical path analysis, In *Management Science* 16(2): 136-143
16. Ringer, L. J., 1971. A statistical theory for PERT in which completion times of activities are inter-dependent, *Management Science* 17(11): 717-723.
17. Robillard, P. and M. Trahan, 1977. The completion time of PERT networks, In *Operations Research* 25(1): 15-29.
18. Sigal, C. E., A. A. B. Pritsker and J. J. Solberg, 1979. The use of cutsets in Monte Carlo analysis of stochastic network, In *Mathematic and Computers in Simulation* 21(4): 376-384.
19. Soroush H. M., 1994. The most critical path in a PERT network, In *Operational Research Society* 45(3): 287-300.
20. Van Slyke, R. M., 1963. Monte Carlo method and the PERT problem, In *Operations Research and the Management Sciences* 11(5): 839-860.
21. Williams T. M., 1992. Criticality in stochastic networks, In *Operational Research Society* 43(4): 353-357.
22. Yang, H. and Y. Chen, 2000. Finding the critical path in an activity network with time-switch constraints, In *European Journal of Operational Research* 120: 603-613.
23. Yao, M. and W. Chu, 2007. A new approximation algorithm for obtaining the probability distribution function for project complement time, In *Computers and Mathematics with Applications* 54(2): 282-295.