

A Vertical Line Following Guidance Law Design

황익호* · 조성진†
(Ick-Ho Whang · Sungjin Cho)

Abstract - In this paper, we propose a novel guidance law for controlling an UAV(Unmanned Air-Vehicle) to follow a reference line in vertical plane. A kinematics model representing the relative motion of the UAV to the reference line is derived. And then LQR(Linear Quadratic Regulator) theory is applied to the model to derive the VFLG(Vertical Line Following Guidance) law. The resultant guidance law forms a gain-scheduling controller scheduled by a simple parameter σ which is a function of the UAV's velocity, axial acceleration, gravity, and the slope of the reference line. Also derived is a stability condition for the σ variation based on Lyapunov theory. Simulation results show that the proposed guidance law can be applied effectively to UAV guidance algorithm design.

Key Words : LQR, Guidance Law, Height Control

1. 서론

일반적으로 무인비행체(Unmanned Air Vehicle)의 고도를 제어하기 위해 많이 이용되어 온 방법은 비행체의 다양한 비행조건(Flight Condition)에 따라 비례-미분 형태(Proportional-Derivative)의 제어기를 이득계획법(Gain Scheduling)으로 설계하는 방식이다. 즉, 비행체의 운용상황을 고려하여 비행조건에 따라 다수의 설계점을 선정하고, 이 설계점에서의 비행체의 운동역학 모델에 대하여 적합한 제어기 이득을 계산하고, 이득계획법에 따라 이 이득들을 적절히 조합하여 현재 비행조건에 맞는 제어이득을 결정하는 방식이다. 그러나 이 방법을 적용하기 위해서는 여러가지 비행조건을 고려하여 방대한 양의 설계점을 결정하고 이 설계점 각각에 대하여 비례미분 제어기를 설계해야 하는 번거로움이 있을 뿐 아니라, 대부분의 경우에 각각의 설계점에서 설계된 제어기가 어느 정도의 비행환경 변화에 대해서 안정성을 보장할 수 있는지에 대한 논리적인 판단 근거를 제공하지 못하고 단순히 경험적인 근거에만 의존해야 하는 문제점이 있었다. 또한, 이득계획법을 실행함에 있어서도 어떤 비행조건 변화를 어떤 형태로 보간하는 것이 적합한지에 대한 체계적인 연구결과도 충분히 발표되지 않았으며, 인접한 비행조건에 대하여 선형적으로 제어이득을 보간하여 이용하는 방법이 일반적으로 적용되어 왔다.

본 논문에서는 앞서 설명한 기존 방법의 단점을 극복하고 무인비행체가 수직면의 직선궤적을 추종하여 비행할 수 있

도록 하기 위한 새로운 유도법칙을 제안하였다. 이를 위하여 무인 비행체를 질점(Point Mass)으로 가정하고, 그 속도와 가속도의 변화에 따라 수직면의 경로점 직선과의 기하관계가 변화하는 양상을 간단한 운동학(Kinematics)으로 모델링하고, 그 모델에 기반한 LQR(Linear Quadratic Regulator) 형태의 최적제어기를 설계하였다. 운동학 모델은 수평면에서의 직선추종유도[1]에서와 달리 비행체의 속도변화와 중력의 영향을 포함하도록 구성하였다. 이 결과로 얻어진 운동모델은 수직면의 주요한 가속도 영향을 모두 고려하는 일반적인 형태이므로 기존의 방식처럼 다수의 설계점에 모두에 대하여 각각 제어기를 설계하여야 하는 부담을 줄일 수 있도록 하였다. 이와 같이 구해진 운동모델에 LQR 형태의 최적 제어기를 구성함으로써 유도루프에 충분한 이득여유와 위상여유를 보장하고 설계시의 일관성도 유지할 수 있도록 하였다. 또한, 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론을 이용하여 유도루프의 안정도를 보장하는 비행체의 속도 변화 크기 조건을 도출하였다. 마지막으로 간단한 시뮬링크(Simulink) 모의실험 프로그램을 통하여 제안된 유도법칙의 구현 가능성을 확인하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 주어진 수평면 직선추종유도 문제를 위한 모델링에서 출발하여 LQR의 해를 이용한 유도법칙을 제안하였고, 3장에서는 간단한 시뮬레이션을 통하여 제안된 유도법칙의 성능을 검토하였으며, 4장에서 결론을 맺었다.

2. 본론

2.1 직선추종운동 모델링

수직면에서의 직선추종유도법칙을 설계하기 위하여 그림

* 정회원 : 국방과학연구소 책임연구원

† 교신저자, 정회원 : 국방과학연구소 선임연구원

E-mail : sjcho@add.re.kr

접수일자 : 2010년 3월 3일

최종완료 : 2010년 5월 18일

2.1.1과 같이 수직평면에서 관성좌표계로 이용되는 L 좌표계와 추종을 위한 기준직선좌표계(reference line coordinate)인 l 좌표계의 두 가지 좌표계를 설정한다. 그림 2.1.2는 수직평면에서 무인비행체와 추종기준선과의 상대운동의 기하관계를 간략히 도시한 것이다.

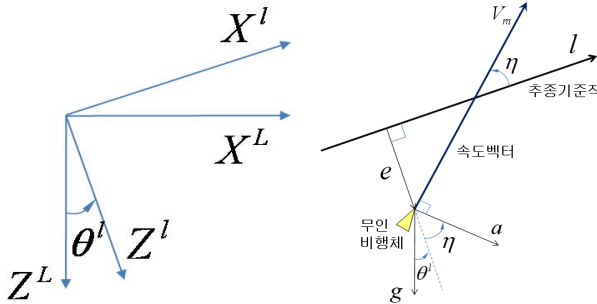


그림 2.1.1 수직면 좌표계 그림 2.1.2 수직면 운동 기하
 Fig. 2.1.1 Coordinate Systems in Vertical Plane Fig. 2.1.2 Guidance Geometry in Vertical Plane

L 좌표계는 지표면에 고정된 관성좌표계로서 비행체가 추종하여야 할 기준직선이 지표면과 만나는 점을 원점으로 하고, 추종직선의 수평면 정사영의 방향을 X^L 축, 연직 하방 방향을 Z^L 축, Y^L 축은 오른손 법칙으로 정의한다. l 좌표계는 기준직선을 포함하는 관성좌표계로서 L 좌표계를 Y 축 기준으로 theta^l 만큼 회전시켜 X^L 축을 추종기준직선에 일치하도록 만든 좌표계이다. 이제 beta = V_m eta 라 하면, 기준직선과의 거리오차 및 방향각 오차의 운동방정식은 미소각 근사를 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{e} = -V_m \sin \eta \approx -V_m \eta = -\beta \tag{2.1.1}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \dot{V}_m \eta + V_m \dot{\eta} \approx \frac{\dot{V}_m + g \sin \theta^l}{V_m} \beta - (a + g \cos \theta^l) \\ &= \sigma \beta - u \end{aligned} \tag{2.1.2}$$

여기서 sigma 와 u 는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = \frac{\dot{V}_m + g \sin \theta^l}{V_m}, \quad u = a + g \cos \theta^l \tag{2.1.3}$$

이상을 요약하면, 다음과 같은 선형 시변 시스템으로 표현된 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} (a + g \cos \theta^l) = Ax + Bu \tag{2.1.4}$$

여기서, $x = \begin{bmatrix} e \\ \beta \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ 이다. 식(2.1.4)의 모델은 비행조건에 따라 변화하는 파라미터 sigma 를 포함하고 있으므로 비행환경에 따라 변화하는 시변시스템이라 할 수 있다. 특히, 파라미터 sigma 를 통하여 비행조건이 특징지어지므로, 결과적으로 설계점을 결정한다는 것은 설계하고자 하는 비행조건에 해당하는 sigma 를 결정하는 것과 마찬가지로 할 수 있다.

2.2 LQR 기반의 직선추종 유도법칙 설계

본 절에서는 2.1절에서 유도한 수직면 운동모델에 LQR(Linear Quadratic Regulator)기법을 적용함으로써 수직면 직선추종 유도법칙을 유도하였다. 유도된 운동모델의 상태변수가 기준직선을 추종하기 위한 위치오차 및 비행방향 오차를 의미함에 유의하여, 다음과 같이 식 (2.1.4)의 모델에 대한 일반적인 최적제어 문제를 구성하여 그 상태변수를 0 이 되도록 제어하면 수직면에서의 직선을 추종하는 제어법칙을 얻을 수 있다.

$$\text{시스템 모델 : } \dot{x} = Ax + Bu \tag{2.2.1}$$

$$\text{비용 함수 : } J = \int_0^{\infty} u^T R u + x^T Q x dt \tag{2.2.2}$$

윗 식에서 $x = \begin{bmatrix} e \\ \beta \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, $R = 1$, $Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}$ 이다.

위의 제어문제는 불확실한 시변 파라미터 sigma 을 포함하고 있으므로 그 해를 직접 구하기는 매우 어려운 문제이다. 그러나 비행체의 위치, 가속도 등의 측정치를 통하여 매 순간의 sigma 를 계산할 수는 있으므로, 주어진 sigma 에 대하여 제어를 설계하고 측정되는 sigma 을 이용하여 이득계획법을 적용함으로써 제어 알고리즘을 구성할 수 있다. 이 경우 해의 최적성은 보장할 수 없으나 매 순간 측정된 sigma 에 대한 최적의 제어법칙을 적용한다는 관점에서 준최적(Suboptimal) 유도 알고리즘이 된다고 할 수 있다. 또한 참고문헌 [3]에서 제시하였듯이 고정된 sigma 에 대한 최적해를 이용하여 구성된 제어기는 해당 설계점에서 이득여유 무한대, 위상여유 60도 이상, 이득 감소여유 1/2 이상을 제공함이 알려져 있으므로, 경험적으로 볼 때, 느리게 변화하는 sigma 에 대한 안정도를 간접적으로 기대할 수 있다. 제안된 최적제어 문제의 해를 이용한 직선추종 유도법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_c &= u^* - g \cos \theta^l \\ &= [p_{12} \quad p_2] x - g \cos \theta^l \\ &= \left[-\sqrt{q_1} \quad \sigma + \sqrt{\sigma^2 + q_2 + 2\sqrt{q_1}} \right] x - g \cos \theta^l \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

여기서, p_ij 는 식 (2.2.3)의 대수 리카티 방정식(Algebraic Riccati Equation)의 해의 i, j 번째 원소이다.

2.3 sigma 변화에 대한 유도루프의 안정도

유도법칙을 설계하기 위하여 이용한 sigma 와 실제 sigma 와의 차이를 delta sigma 라 하자. 이 경우 제안한 유도법칙을 적용한 폐루프 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{x} = [A + \Delta A] x + B K x \tag{2.3.1}$$

여기서 $x \begin{bmatrix} e \\ \beta \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix}$, $\Delta A \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma \end{bmatrix}$, $B \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, $K = -B^T P$ 이고, P 는 다음의 대수 리카티 방정식을 만족한다.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{2.3.2}$$

전체 시스템의 안정도를 확인하기 위하여 대수 리카티 방정식의 해 P 를 이용하여 다음과 같이 리아푸노프 함수를 정의한다.

$$L = x^T P x \tag{2.3.3}$$

여기서 P 는 양한정(Positive Definite)행렬이므로 리아푸노프 함수의 조건을 만족한다. 따라서 이 시스템이 안정하기 위해서는 리아푸노프 함수의 시간에 대한 도함수가 음이여야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\ &= x^T D x < 0 \end{aligned} \tag{2.3.4}$$

$$D = \Delta A^T P + P \Delta A - P B B^T P - Q \tag{2.3.5}$$

그러므로, 식 (2.3.5)가 음한정(negative definite) 행렬일 조건이 시스템의 안정조건이 된다고 할 수 있다. 음한정 행렬의 principal minor들의 조건[2]을 이용하여 σ 의 범위를 구하면 다음과 같다.

$$-\sqrt{2q_2 + 2p_2^2} - p_2 < \Delta\sigma < \sqrt{2q_2 + 2p_2^2} - p_2 \tag{2.3.6}$$

결론적으로 식(2.3.6)의 영역은 디지털 제어에 의한 σ 변화, 센서 측정시간지연 및 측정오차에 의한 영향, 비행체의 감/가속, 주변 환경의 변화 등에 대하여 유도루프의 안정도를 보장할 수 있는 영역이라 할 수 있다. 따라서, 비행체를 식(2.3.6)의 영역에서 운용한다면 제안된 유도법칙을 적용하여도 전체 시스템의 안정도를 보장할 수 있다.

3. 모의시험 결과

제안한 알고리즘을 검증하기 위해 2차원 평면상에서 비행체를 질점(Point Mass)모델로 간주하여 모의시험을 수행한다. 모의시험에서 사용된 비행체 모델은 비행체의 최적기동이나 성능을 연구하는데 자주 이용되는 참고문헌[4]를 기반으로 한다.

모의시험에서 고려한 파라메타는 표 3.1과 같다. 표 3.1에서 동역학 파라메타는 비행체의 동역학 모델을 의미한다. 유도항력계수와 전항력계수는 비행체의 형상에 의해 결정되는 저항계수를 의미한다. 조종시스템 파라메타는 크게 진행방향 추력을 제어하는 추력제어 시스템 파라메타(추력시상수)와 비행체의 기동력을 제어하는 가속도 제어 시스템 파라메타(하중시상수)를 고려한다.

표 3.1 모의시험 파라메타

Table 3.1 Parameters for Simulation

	항목	값
동역학 및 조종시스템 파라메타[4]	밀도	1.22kg/m ³
	무게	14515kg
	날개면적	37.16m ²
	최대추력	11612kg
	유도항력계수	0.1
	전항력계수	0.02
	추력시상수	1초
초기치 및 유도 파라메타	하중시상수	0.5초
	초기속도 $V_m(0)$	100m/s
	초기위치 (X_0, H_0)	(0,0)
	초기방향오차각 $\eta(0)$	-10°
	초기거리오차 $e(0)$	0m
	유도명령 θ'	20°
	속도 명령 V_c	200m/s
	설계파라메타 q_1	0.01
	설계파라메타 q_2	0.2

본 모의시험에서 고려한 시나리오는 비행체의 초기 방향 오차각이 -10도 존재하는 경우, 초기속도 100m/s에서 200m/s로 속도가 변화할 때 현재 위치에서 비행경로각 20도 방향으로 그어진 수직면 추종 기준직선을 추종하는 문제이다. 그림 3.1-3.8은 모의시험 결과를 도시한 것이다.

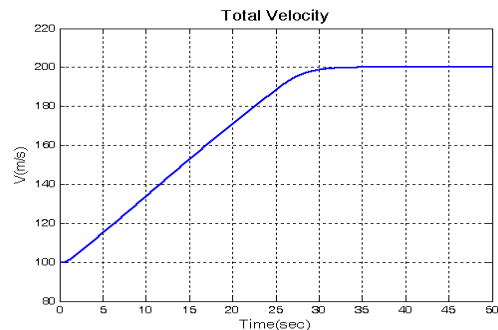


그림 3.1 비행체 속도

Fig. 3.1 Vehicle Velocity

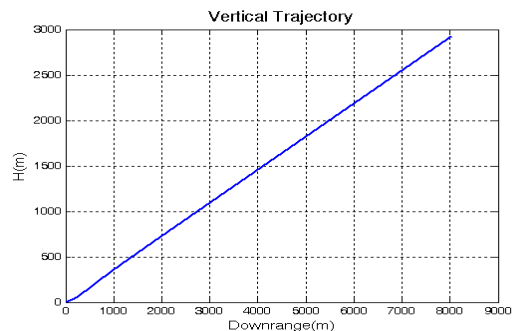


그림 3.2 수직면 비행궤적

Fig. 3.2 Trajectory in Vertical Plane

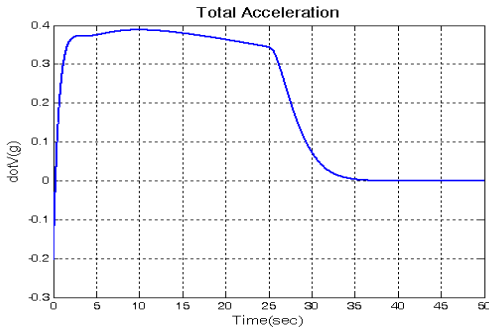


그림 3.3 전가속도
Fig. 3.3 Total Acceleration

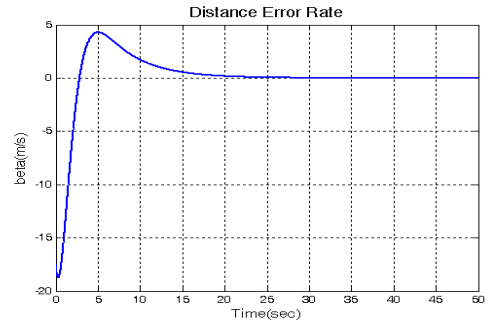


그림 3.7 거리오차속도 \dot{e}
Fig. 3.7 Distance Error Rates

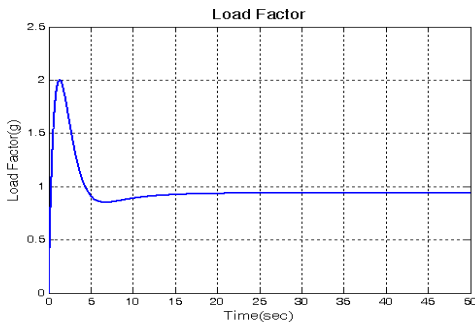


그림 3.4 하중계수
Fig. 3.4 Lateral Acceleration

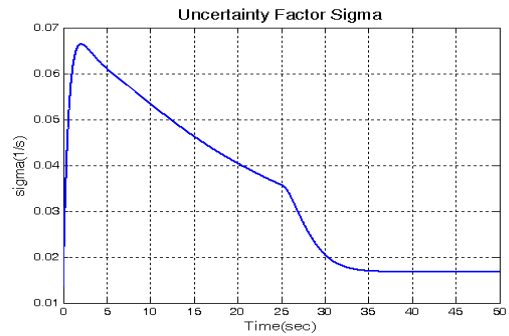


그림 3.8 불확실성변수 σ
Fig. 3.8 Unertainty Factor

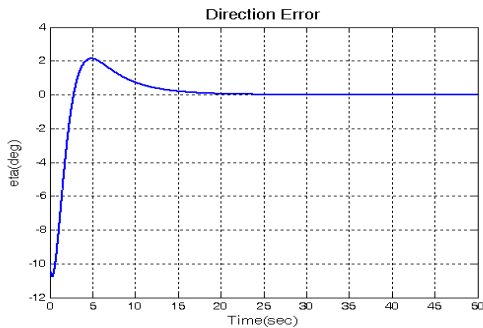


그림 3.5 방향오차 η
Fig. 3.5 Direction Errors

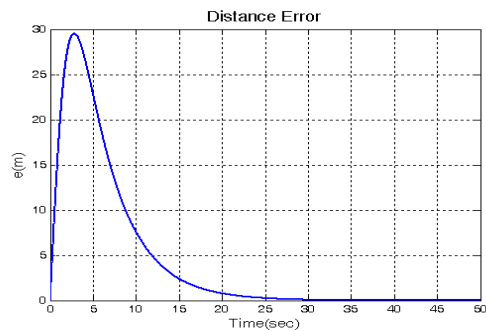


그림 3.6 거리오차 e
Fig. 3.6 Distance Errors

그림 3.1은 비행체의 속도변화를 도시한 것으로 속도 변화가 초기치의 100%를 고려하고 있음을 보여준다. 30초 이후에 속도가 일정하게 200m/s를 유지하고 있는 이유는 추력 제어시스템에 의해 속도를 일정한 크기로 제어하고 있기 때문이다. 그림 3.2는 수직면 궤적을 나타낸 것으로 유도명령이 지면으로부터 20도이므로 궤적이 계속 상승함을 보여준다. 그림 3.3은 진행방향 가속도를 의미하는 것으로 30초 이후부터는 0이 됨을 알 수 있다. 이는 비행체의 추력과 저항력이 서로 같아지면서 일정한 속도를 유지한 시점(그림 3.1)과 일치한다. 그림 3.4는 비행체의 기동 가속도를 의미하는 것으로 초기에 추종직선으로 비행하기 위해 2g로 기동하였다가 추종직선을 따라 비행하면서 0.94g를 유지하는 정상상태에 도달한다. 이 값은 중력에 대한 추종직선의 수직축 분력과 일치하는 값으로 비행체가 추종직선에서 벗어나지 않고 비행함을 알 수 있다.

그림 3.5, 3.6, 3.7은 제안된 알고리즘의 성능을 나타내는 그림으로 첫 번째는 추종직선에서 벗어난 각을 의미하고, 두 번째는 추종직선에서 벗어난 거리를 의미한다. 마지막 그림은 추종직선에서 벗어난 거리의 변화율을 의미한다. 이 그림들을 통해 모든 변수가 원하는 값으로 수렴하여 수직면 직선추종유도가 성공적으로 수행되었음을 알 수 있다. 그림 3.8은 불확실한 시변 파라메타인 σ 를 나타낸 것으로 이 값의 변화율이 존재하여도 수직면 직선 추종유도가 안정적으로 유도됨을 알 수 있다. 이를 정량적인 수치로 나타내기 위해 표 3.1의 q_1 , q_2 와 그림 3.3을 이용하여 전가속도를

0.4g, 속도를 100m/s로 고려할 경우 안정성을 보장하는 $\Delta\sigma$ 의 영역을 구하면 다음과 같다.

$$-1.895 < \Delta\sigma < 0.477 \quad (3.1.1)$$

한편, 전가속도 0.4g, 속도를 200m/s로 고려할 경우 안정성을 보장하는 $\Delta\sigma$ 의 영역을 구하면 다음과 같다.

$$-1.809 < \Delta\sigma < 0.469 \quad (3.1.2)$$

식 (3.1.1)과 (3.1.2)에 대해 $\Delta\sigma$ 의 변화를 야기하는 요인이 \dot{V}_m 뿐이라고 상정하면, 다음과 같은 가감속이 가능한 영역을 얻을 수 있다.

$$-19.3g < \dot{V}_m < 4.86g \quad (3.1.3)$$

$$-37.2g < \dot{V}_m < 9.2g \quad (3.1.4)$$

위의 두 식을 통해 그림 3.3의 10배에 해당하는 가속과 매우 큰 감속 상황에서도 유도루프의 안정성이 유지될 수 있음을 보여준다.

4. 결 론

본 논문에서는 무인비행체의 고도면 비행궤적을 손쉽게 제어할 수 있는 수직면 직선추종유도법칙을 제안하고 모의시험을 통해 제안된 유도법칙의 성능을 확인하였다. 유도법칙은 추종하여야 할 기준직선과 비행체의 수직면 운동, 중력의 영향 등을 고려한 간단한 운동학모델에 LQR 이론을 적용함으로써 유도되었다. 유도법칙 유도에 이용된 모델에 시변 요소 σ 가 존재하였으나, 이 요소를 고정된 것으로 가정하고 LQR을 적용하였으므로, 결과적으로 유도된 제어법칙은 시변 요소 σ 에 의한 이득 계획 궤환 제어 형태를 이룬다. 비행조건의 변화에 따른 σ 의 시변특성을 고려한 제어루프의 안정도를 검토하기 위하여, 리아푸노프 안정도 이론에 의한 안정영역을 구하였으며, 이 영역은 대부분의 무인비행체 운용에 큰 무리가 없을 정도로 충분한 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] IckHo Whang, TaeWon Hwang, "Horizontal Waypoint Guidance Design Using Optimal Control", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 38, No. 3, pp. 1116-1120, 2002.
- [2] W. L. Brogan, Modern Control Theory, Prentice Hall Inc., 1991
- [3] B.D.O. Anderson & J.B. Moore, Linear Optimal Control, Prentice-Hall Inc., 1971
- [4] M.A. Anderson & A.C. Robbins, "Formation Flight as a Cooperative Game", AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Vol. 1, pp 244-251, Boston, MA, August 10-12, 1998.

저 자 소 개



황 익 호 (黃益鎬)

1964년 8월 18일생. 1988년, 1990년, 1995년 서울대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업(공학사, 석사, 박사). 1995년~현재 국방과학연구소 유도조종기법팀 책임연구원, 관심분야는 무인비행체 항법유도조종기법, 추정론, 추적필터 등.



조 성 진 (趙成眞)

1977년 10월 20일생. 2000년 고려대 자연과학대 제어계측공학과 졸업. 2002년 동대학원 전기전자전과 공학부 졸업(석사). 2002년 1월~현재 국방과학연구소 유도조종기법팀 선임연구원, 관심분야는 무인비행체 유도조종기법, 비선형제어, 강인제어 등.