

2차 전자방출 효과를 고려한 기체방전의 과도상태 유한요소해석

논 문
59-7-16

Finite Element Analysis of Gas Discharge in Transient State Considering Secondary Electron Emission Effects

김 남 경* · 정 기 우* · 최 낙 선* · 이 세 희** · 김 동 훈†
(Nam-Kyung Kim · Gi-Woo Jeung · Nak-Sun Choi · Se-Hee Lee · Dong-Hun Kim)

Abstract - To analyze the gas discharge phenomena in parallel-plane electrodes, the fully coupled finite element method (FEM) considering secondary electron emission effects in discharge column was adopted in this paper. Two coupled equations of the hydrodynamic diffusion-drift equations for three carriers and the Poisson's equation for electric scalar potential should be solved as a system equation. The proposed method including two secondary electron processes of the photoemission and background ionization has been successfully applied to evaluating the breakdown voltage in parallel-plane electrodes and is verified by comparing its numerical results with the experimental ones. From the obtained results, it is inferred that the proposed numerical scheme will be useful for predicting and understanding streamer transient phenomena.

Key Words : Breakdown Voltage, Discharge, FEM, Secondary Electron Effect

1. 서 론

기체방전(gas discharge) 현상을 이용하는 방전 기기의 동작 특성 안정화와 효율 향상을 위한 새로운 방법들이 꾸준히 모색되고 있다[1]. 근래 스트리머(streamer) 현상에 의하여 생성된 화학 활성종을 이용한 오염물질 제거에 대한 응용 분야에 대한 많은 연구가 수행되고 있다[2]. 따라서 기체방전 현상을 정확하게 예측할 수 있는 수치해석 기법에 대한 요구와 관심이 관련 대학 및 기업의 연구소를 중심으로 증대되고 있는 실정이다. 기존의 기체방전 해석은 유한차분법을 토대로 진행되어 왔으나 유한차분법은 특정 지점을 세분할 때 불필요한 격자점들이 발생하여 미지수의 증가를 가져와 해석시간이 증가하는 문제점을 안고 있다[3].

본 논문에서는 기존의 유한 차분법이 가지는 단점을 극복하고자 유한요소법을 적용하여 스트리머 방전 현상을 해석하였다. 또한 신뢰성과 정확성이 검증된 상용 다중물리 해석도구를 사용하여 스트리머 방전현상 해석결과의 신뢰성을 확보하였다. 스트리머 현상은 높은 압력과 긴 전극간격에서 일어나지만, 수치해석에 요구되는 시간을 단축하기 위하여 비교적 짧은 전극간격의 모델을 도입하여 전자사태(electron avalanche)에서 스트리머로의 천이를 수치모사 하였다. 일반적으로 광전자 방출(photoemission)과 광전리 현상(photoionization)은 기체방전에 의한 절연 파괴 과정 중에서 전자의 생성에 중요한 요인으로 작용한다[4]. 그러나 광전리

현상을 고려하기 위해서는 많은 수치 계산량이 요구되므로 본 논문에서는 이 현상을 근사적으로 묘사할 수 있는 백그라운드 전리현상(background ionization)을 적용하였다[5].

본 논문에서는 평행 평판 전극구조에서 기체방전 기본 모델을 상용 다중 물리해석 도구인 COMSOL[6]과 MATLAB[7]을 연계하여 2차 전자 방출 과정을 고려하지 않은 경우, 각각을 고려한 경우 및 모두 고려한 결과를 비교 분석하였다.

2. 기체방전 수치모델링 조건

2.1 시스템 방정식

기체방전 현상을 해석하기 위해서는 전자, 양이온, 음이온의 거동을 기술하는 연속 방정식과 공간 전계분포를 구하기 위한 포아송 방정식을 풀어야 한다[1]. 식 (1)~(4)에서 제시된 연속 방정식과 포아송 방정식은 시간 차분법을 이용한 수치해석 기법을 통하여 순차적으로 해를 구하는데 사용되게 된다.

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = S + N_e \alpha |W_e| - N_e \eta |W_e| - N_e N_p \beta_{ep} - \nabla \cdot (N_e W_e) + \nabla \cdot (D \nabla N_e) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_p}{\partial t} = S + N_e \alpha |W_e| - N_e N_p \beta_{ep} - N_n N_p \beta_{np} - \nabla \cdot (N_p W_p) \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} = N_n \eta |W_e| - N_n N_p \beta_{np} - \nabla \cdot (N_n W_n) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \nabla V) + \frac{\rho}{\epsilon_0} (N_p - N_e - N_n) = 0 \quad (4)$$

여기서 N_e, N_p, N_n 은 각각 전자, 양이온, 음이온 밀도이고 W_e, W_p, W_n 은 각각 입자의 유동(drift) 속도이다. α, η, D 는 이온화, 부착 및 전자의 확산 계수를 나타낸다. β_{ep}, β_{np} 는 전자와 양이온 그리고 전자와 음이온 사이에서 발생하는 재

* 정 회 원 : 경북대학교 전기공학과 박사과정
 ** 정 회 원 : 경북대학교 전기공학과 조교수 · 공학
 † 교신저자, 정회원 : 경북대학교 전기공학과 부교수 · 공학
 E-mail : dh29kim@ee.knu.ac.kr
 접수일자 : 2010년 4월 26일
 최종완료 : 2010년 5월 20일

결합 계수이다. e 는 전하량, S 는 광 전리에 의한 생성 · 소멸 항을 의미한다.

초기 해석조건은 식 (5)와 같은 가우시안 분포를 갖는 전자와 양이온 쌍을 주입하여 모의시험을 시행하였다[8].

$$N_e|_{t=0} = N_p|_{t=0} = N_0 \exp\left[-\left(\frac{r-r_0}{0.006}\right)^2 - \left(\frac{z-z_0}{0.006}\right)^2\right] \quad (5)$$

여기서 N_0 는 초기에 주입해주는 전자와 양이온의 개수이고 r_0, z_0 는 초기에 전자와 양이온 쌍을 분포시킬 위치이다. 해석시간을 단축하기 위하여 음극판에서 0.003 cm 띄운 위치에서 10개의 전자와 양이온 쌍을 주입하였다.

2.2 절연파괴 인가전압 결정

Ritz에 의해 293 K, 760 Torr에서 실험적으로 구해진 절연파괴 전압 V_s 는 전극 간격 d_s 에 대하여 식 (6)과 같다[4].

$$V_s = 24.5d_s + 6.66\sqrt{d_s} \quad (kV) \quad (6)$$

1 cm 이하 간격에서 실험을 통해 측정된 절연파괴 전압과 식 (6)에 의해 계산된 절연파괴 전압은 표 1과 같다. 전극 간격 d_s 가 0.1 cm인 경우 절연파괴전압 V_s 는 4.56 kV로 계산되므로 이를 수치해석을 통하여 예측하기 위하여 계산된 절연파괴 전압을 기준으로 0.1 kV씩 증가시키며 모의시험을 시행하였다. 수치해석 결과는 그림 1의 전류 파형으로 나타났으며, 4.8 kV에서 첫 번째 스트리머가 발생하였다. 이는 식 (6)에 의해 계산된 값과 6 % 오차를 가진다. 전자를 공급하는 주된 반응은 전리과정으로 전계의 세기가 커질수록 활발히 일어난다. 그러므로 본 논문에서는 첫 번째 스트리머 발생시간을 단축시키면서 안정된 스트리머 발생을 위하여 절연파괴전압보다 20 % 과전압인 5.6 kV를 인가하여 모의 시험을 시행하였다.

2.3 2차 전자 방출 모사기법

2.3.1 광전자 방출

광전자 방출에 의해 생성되는 2차 전자의 수를 계산하기 위하여 Georghiou가 사용한 공식을 도입하였다[9]. 그림 2의 영역 V_1 으로부터 음극 표면 위의 영역 dA 에 생성되는 2차 전자 밀도는 식 (7)과 같다.

$$N_e^s = \frac{\gamma_p N_{e1} \alpha_1 |W_e| V_1 z e^{-\mu c}}{|W_{es}| 4\pi c^3} \quad (7)$$

여기서 γ_p 는 광전자 방출 계수, $N_{e1}, \alpha_1, |W_e|$ 는 영역 V_1 에서의 전자 밀도, 광전자 방출 계수, 전자의 유동속도, c 는 영역 V_1 과 음극 표면 위의 영역 dA 간의 거리이다. ψ 는 c 와 대칭 축이 이루는 각이고 μ 는 흡수계수이다. 영역 V_1 에서 축을 중심으로 동일한 반지름 상에 존재하는 모든 광자들에 의해 음극 표면위의 영역 dA 에서 생성되는 2차 전자 밀도는 식 (8)과 같다.

$$N_e^s = \frac{\gamma_p N_{e1} \alpha_1 |W_e| V_1}{|W_{es}| 8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{z}{c^3} e^{-\mu c} d\theta \quad (8)$$

표 1 평등 전계에서의 절연파괴 전압(293 K, 760 Torr)
Table 1 Breakdown voltage in uniform fields

전극 간격 (cm)	절연파괴 전압 (kV)		실험에 의해 측정된 절연파괴 전계 (kV/cm)
	실험값	계산값	
0.06	3.13	3.10	52.16
0.07	3.49	3.48	49.86
0.08	3.84	3.85	48.06
0.09	4.18	4.21	46.44
0.10	4.54	4.56	45.40
0.12	5.23	5.26	43.58
0.2	7.90	7.89	39.50
0.4	14.01	14.03	35.03
0.5	17.0	16.98	34.0
0.8	25.7	25.60	32.13
1.0	31.35	31.21	31.35

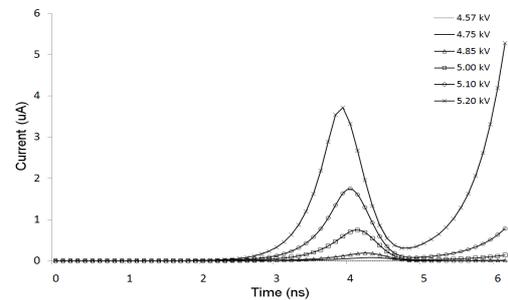


그림 1 절연파괴전압에 따른 전류분포
Fig. 1 Current variation vs. breakdown voltage.

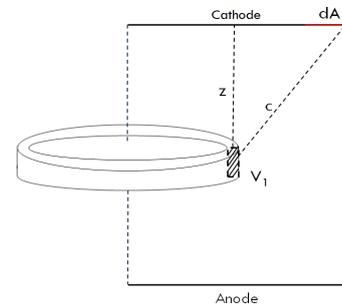


그림 2 영역 V_1 에서의 광전자 방출 모형
Fig. 2 Photoemission model due to volume V_1 .

2.3.2 백그라운드 전리과정

기체방전 현상의 절연파괴에 있어 광전리 현상도 2차 전자 생성에 중요한 요소로 작용한다. 본 연구에서 사용된 유한요소 해석모델의 절점의 수는 80,532개이므로 절점사이에서 작용하는 전리과정을 고려하기 위해서는 실제 $80,532 \times 80,532$ 크기를 갖는 대형 행렬계산과 이에 수반하는 데이터 저장을 요구하는 어려움이 따른다. 그러므로 본 논문에서는 각 절점에서 방출되는 광자의 수를 근사화시켜 초기부터 일정한 수의 광자가 생성된다고 가정하는 백그라운드 전리 현상을 도입하였다. 이러한 백그라운드 전리작용의 영향은 이미 기존 논문에서 입증된 바 있다[5]. 이를 해석 모형에 적용하기 위해서는 하전 입자의 분포를 나타낸 연속 방정식인 식 (1), (2)의 우변 항에 포함된 생성 · 소멸 항인 S 에 상수를 인가해주면 된다.

3. 적용 사례

제안된 수치모사 기법을 적용하여 평행 평판 전극에서 일어나는 스트리머 방전 현상을 상용 다중물리 해석 도구인 COMSOL을 사용하여 해석 하였다[6].

3.1 해석 모델

본 논문에서는 해석조건으로 기압은 760 Torr, 온도는 300 K를 만족하며 전극 사이의 중성기체는 질소 가스로 가정하였으며 가스 밀도는 이상 기체 방정식에 의하여 계산된 $2.45 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 을 사용하였다. 그림 3은 기체방전 수치모사에 사용된 전극 구조를 간략화한 유한 요소 모델이다. 전극 간 거리는 0.1 cm이고 전극의 반지름은 0.05 cm인 원판형 구조의 축대칭 모형으로 rz평면상에서 시간에 대해 과도해석을 수행하였다. 유한요소 해석에 사용된 요소망은 그림 3과 같으며 축 부분이 다른 곳보다 잘게 세분되어 있는데 이는 전자나 이온의 밀도가 축 부분에서 급격히 변화하기 때문에 이를 충분히 반영할 수 있도록 하기 위함이다. 해석에 사용된 기타 조건은 아래와 같다.

- (1) 전자에 대한 경계조건 : 음극은 밀도 조건으로 0 또는 광전자 방출 효과를, 양극은 대류유속(convective flux)조건을 부여하였다.
- (2) 양이온에 대한 경계조건 : 음극은 대류유속 조건, 양극은 밀도가 0인 조건을 부여하였다.
- (3) 음이온에 대한 경계조건 : 음극에는 밀도가 0인 조건, 양극에는 대류유속 조건을 부여하였다.
- (4) 전계에 대한 경계조건: 음극에는 전위가 0인 조건, 양극에는 절연 파괴 전압 V_s 을 부여하였다.

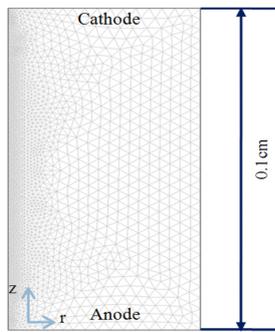


그림 3 평행 평판 전극 유한 요소 모델
Fig. 3 FEM model for parallel plate electrodes.

3.2 2차 전자 방출 효과를 고려하지 않은 경우

해석에 고려된 시스템방정식, 경계조건 및 방전 파라메타들을 검증하기 위하여 우선 2차 전자 생성 효과를 고려하지 않은 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

전자가 전계의 영향을 받아 전리과정을 거치며 양극방향으로 진행함에 따라 발생하는 국부전계는 극판 사이에 생성된 전계에 영향을 미친다. 그림 4와 같이 2.96 ns 이후부터 전계가 커지며 양극방향으로 최대치가 이동한다. 전계가 커짐에 따라 이온화 계수 α 값도 커지므로 이온화 과정이 활발해지며 발생하는 하전입자들도 증가하게 된다. 그림 5와 그림 6은 시간에 따른 전극 사이에 존재하는 최대 전자밀도와 전

류 파형의 변화를 보여준다. 2.5 ns 이후 전계의 크기가 커짐에 따라 이온화 과정이 활발해지지만 음극 방향의 스트리머를 발생시킬 만큼 충분히 많은 전자가 생성되지 못하므로 3.9 ns 이후 전류가 점차 감소함을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 방전이론과 부합되며 기존 결과와도 유사하다[4].

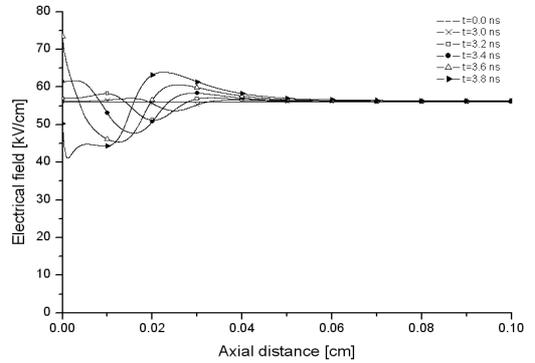


그림 4 z축 상에서 시간에 따른 전계 분포
Fig. 4 Electric field distributions along the z axis.

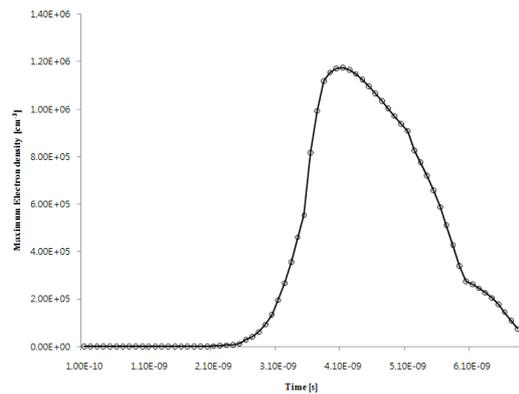


그림 5 시간에 따른 최대 전자밀도 변화
Fig. 5 Variation of maximum electron density vs. time.

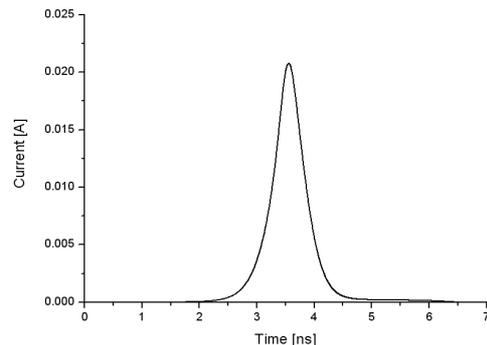


그림 6 2차 전자효과를 고려하지 않은 경우 전류 파형
Fig. 6 Current waveform without secondary electron effect.

3.3 광전자 방출 효과를 고려한 경우

광전자 방출 효과는 공간상에서 생성된 광자가 음극 표면에서 충돌하여 2차 전자를 발생하는 과정으로 전자밀도에 대한 음극의 경계조건으로 식 (8)을 적용한다. 이를 수치모

사하기 위하여 그림 7에서 제시한 알고리즘과 같이 각 절점에서의 계산된 전자밀도와 유동속도를 이용한 반복계산 과정이 요구된다. 본 논문에서는 그림 8과 같이 상용해석도구인 MATLAB과 COMSOL을 연동하여 시뮬레이션이 수행되었다.

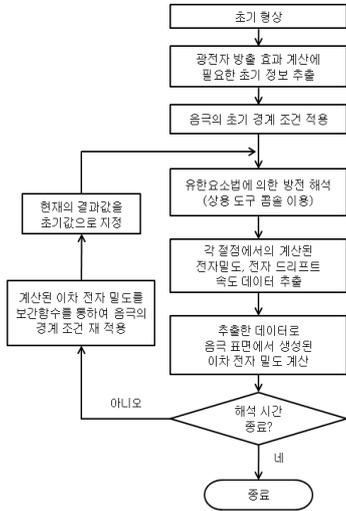


그림 7 광전자방출 효과를 고려한 스트리머방전 해석 순서도
 Fig. 7 Flowchart for streamer discharge analysis with photoemission.

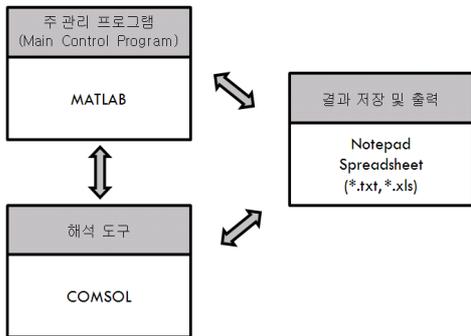


그림 8 방전 해석을 위한 프로그램 구조
 Fig. 8 Program architecture for discharge analysis.

그림 9는 광전자 방출 효과를 고려한 경우, 시간에 따른 전자밀도 분포변화를 보여준다. 전자사태로 발생한 전자밀도는 $10^{13}/\text{cm}^3$ 까지 급격히 증가하며 인가전계를 왜곡시킬 만큼 r 방향으로 팽창하는 과정을 겪게 되는데 이는 스트리머가 발생하였다는 징후를 나타낸다[10]. 전계의 경우 그림 4와 그림 10(a)는 비슷한 진행을 보이나 이온화를 통하여 전자밀도가 증가함에 따라 그림 10(b)와 같이 광전자 방출은 방전 형성에 중요한 역할을 하게 된다. 음극 쪽의 전계 세기가 점차 증가하면서 이온화 계수 α 도 증가하여 스트리머는 양극으로 진행할 뿐만 아니라 음극으로도 진행하게 된다.

3.4 백그라운드 전리과정을 고려한 경우

백그라운드 전리과정은 식 (1), (2)의 생성·소멸항 S에 각각 $10^6/\text{cm}^3$, $10^7/\text{cm}^3$, $10^8/\text{cm}^3$ 을 고려하여 방전에 미치는 영향을 고찰하였다. 식 (1)에서 생성·소멸항을 제외한 전

자밀도는 약 $10^{10}/\text{cm}^3$ 이며 시간에 따라 전자밀도가 증가한다. 초기에 백그라운드 전리 상수를 고려하면 충돌, 전리할 수 있는 중성 기체가 증가하여 추가로 전자와 양이온이 생성되어 스트리머가 발생한다. 전리 상수를 크게 넣어줄수록 스트리머가 발생하는 시간이 빨라지며 생성되는 하전 입자들의 밀도가 증가하여 전류의 크기도 커지는 사실을 그림 11에서 확인할 수 있다.

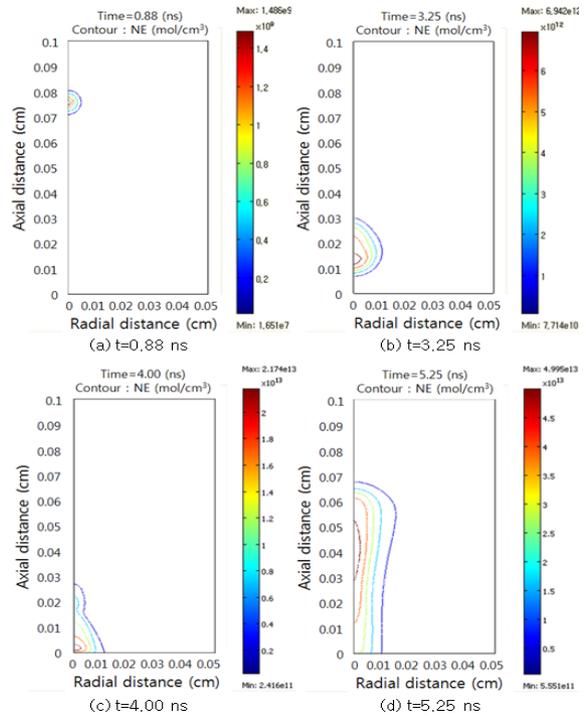


그림 9 광전자방출 효과를 고려한 경우의 전자밀도분포
 Fig. 9 Electron density distributions with photoemission effect.

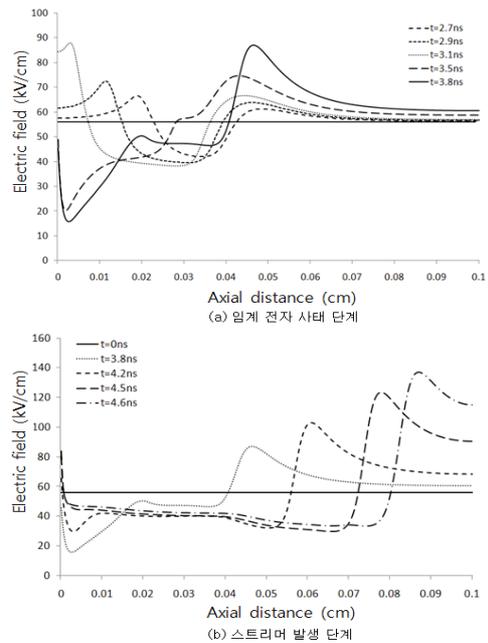


그림 10 z축상에서 시간에 따른 전계분포
 Fig. 10 Electric field distributions along the z axis.

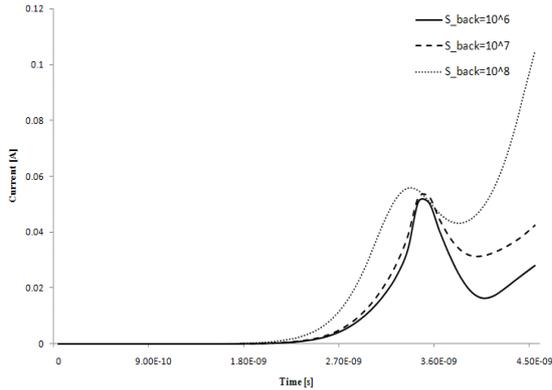


그림 11 백그라운드 전리 상수에 따른 전류 파형
 Fig. 11 Current waveforms with background ionization constant.

3.5 광전자 방출과 백그라운드 전리과정을 고려한 경우

그림 12에서는 광전자 방출효과만 고려한 경우, 백그라운드 전리과정만 고려한 경우 그리고 2가지를 모두 고려한 경우에 대한 전류 분포를 비교하였다. 이때 백그라운드 전리 상수는 $10^7/cm^3$ 을 사용하였다. 광전자 방출 효과만 고려했을 때는 첫 번째 스트리머가 발생하는 시간이 3.7 ns로 가장 느렸으며 공간 전하밀도 또한 가장 적다. 반면에 두 가지를 고려한 경우 스트리머 발생 시간이 3.4 ns로 가장 빠르며 전극 사이에 생성되는 공간 전하밀도가 급격히 증가한다.

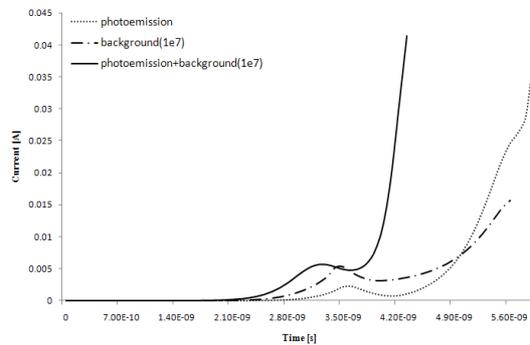


그림 12 전류 분포 비교
 Fig. 12 Comparison with current waveforms.

4. 결 론

본 논문에서는 스트리머 방전해석을 수행하기 위하여 연속 방정식과 포아송방정식을 연동한 과도상태 유한요소 해석기법을 제시하였다. 비정렬 격자망을 사용함으로써 계산시간을 줄이고 관심 영역에서 높은 해상도를 갖는 결과를 도출하였다. 또한 광전자 방출과 백그라운드 전리과정 등의 2차 전자 생성효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우를 비교 분석하였다. 본 논문의 결과는 실제 대기압에서의 발생하는 기체 방전현상의 물리적인 메카니즘을 이해하고 규명하는데 많은 도움을 줄 수 있고 향후 기기의 절연실험을 수행하지 않고 간단한 시뮬레이션을 통해 절연과피를 예측하는데 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R01-2008-000-10522-0).

참 고 문 헌

[1] G. E. Georghiou, *et al.*, "Numerical modelling of atmospheric pressure gas discharges leading to plasma production," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 38, pp.R303-R328, 2005.
 [2] Akira Mizuno, "NOx Removal Process Using Pulsed Discharge Plasma," *IEEE Trans. on Plasma Science*, vol. 31, pp. 957-962, 1995.
 [3] S. K. Dhali, *et al.*, "Two dimensional studies of streamers in gases," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 62, pp. 4696-4707, 1987.
 [4] J. M. Meek and J. D. Craggs, *Electrical breakdown of Gases*, New York: Wiley, 1978.
 [5] A. Hallac, *et al.*, "Secondary emission effects on streamer branching in transient non-uniform short-gap discharges," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 36, pp. 2498-2509, 2003.
 [6] COMSOL Multiphysics User manual version 3.2a, COMSOL AB., 2008.
 [7] MATLAB User manual version R2008b, The MathWorks. Inc., 2008.
 [8] A. A. Kulikovskiy, "Positive streamer between parallel plate electrodes in atmospheric pressure air," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 30, pp. 441-450, 1997.
 [9] G. E. Georghiou, *et al.*, "The effect of photoemission on the streamer development and propagation in short uniform gaps," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 34, pp. 200-208, 2001.
 [10] H. Raether, "The development of electron avalanche in a spark channel (from observations in a cloud chamber)," *Z. Phys*, vol. 112, pp. 464, 1939.

저 자 소 개



김 남 경 (金南暻)

1983년 1월 8일생
 2007년 경북대 전자전기컴퓨터학부 졸업
 2010년 동 대학원 전자전기컴퓨터학부 졸업(공학석사)
 2010년~현재 동 대학원 경북대 전자전기 컴퓨터학부 박사과정
 E-mail : nkkim@ee.knu.ac.kr



정 기 우 (鄭 起 宇)

1979년 7월 11일생
2005년 경북대 전자전기컴퓨터학부 졸업
2009년 동 대학원 전자전기컴퓨터학부
졸업(공학석사)
2009년~현재 동 대학원 경북대
전자전기컴퓨터학부 박사과정
E-mail : jeunggw@ee.knu.ac.kr



최 낙 선 (崔 洛 善)

1979년 2월 15일생
2006년 경북대 전자전기컴퓨터학부 졸업
2009년 동 대학원 전자전기컴퓨터학부
졸업(공학석사)
2010년~현재 동 대학원 경북대
전자전기컴퓨터학부 박사과정
E-mail : nschoi@knu.ac.kr



이 세 희 (李 世 熙)

1971년 8월 3일생.
1996년 숭실대학교 전기공학과 졸업
1998년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학
석사)
2002년 성균관대학교 전기전자컴퓨터학
부 졸업(공학박사)

2002~2003년 성균관대학교 정보통신기술연구원 선임연구원
2003~2006년 미국 메사츄세츠공대(MIT) EECS 포스닥연
구원
2006~2008.2 한국전기연구원 선임연구원
2008.3~현재 경북대학교 IT대학 전기공학과 조교수
Tel : 053-950-5511
Fax : 053-950-5511
E-mail : shlees@knu.ac.kr



김 동 훈 (金 東 勳)

1968년 2월 26일생.
1992년 서울대학교 전기공학과 졸업
1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학
석사)
1998년 동 대학원 전기동학과 졸업(공학
박사)

1998.3~2001.2 LG전자 디지털어플라이언스 연구소 선임
연구원
2001.3~2002.2 성균관대학교 전기전자컴퓨터공학부 연구
교수
2002.3~2002.8 기초전력원 특별연구원,
2002.9~2004.2 영국 Southampton대학 ECS Research
Fellow
2004.3~현재 경북대학교 IT대학 전기공학과 부교수
Tel : 053-950-5603
Fax : 053-940-8503
E-mail : dh29kim@ee.knu.ac.kr