DOI: 10.5050/KSNVE.2010.20.6.583

복합재료 H-형 단면 보의 동적응답 해석

Dynamic Response Analysis of Composite H-type Cross-section Beams

김 성 균*·송 오 섭[↑] Sung-Kyun Kim and Ohseop Song (2010년 4월 21일 접수 ; 2010년 5월 19일 심사완료)

Key Words : Forced Vibration(강제진동), Composite Thin-walled Beams(복합재료 박관 보), H-type Beam(H-형 보), Open Cross-section(개단면), Warping(와핑), Transverse Shear(횡 전단)

ABSTRACT

Equations of motion of thin-walled composite H-type cross-section beams exposed to concentrated harmonic and non-harmonic time-dependent external excitations, incorporating a number of nonclassical effects of transverse shear, primary and secondary warping, and anisotropy of constituent materials are derived. The forced vibration response characteristics of a composite H-type cross-section beam exhibiting the circumferentially asymmetric stiffness(CAS) configuration are exploited in connection with the structural bending-torsion coupling resulting from directional properties of fiber reinforced composite materials.

1. 서 론

인공위성, 항공기, 우주선, 잠수함 및 건물 등과 같은 구조물들은 운전 기간 동안 열충격(thermal shock), 폭발, 충격파, 지진 등 다양한 동적하중(time dependent loads)을 받는다. 특히, 차세대 항공 우주 선 등은 보다 높은 구조 강성을 요구하고 가혹한 환 경에서 동작해야 하기 때문에 이러한 동적 충격에 대한 응답을 이해하는 것은 매우 중요하다.

섬유강화복합재료(fiber-reinforced composites)는 높은 강도(strength) 및 강성(stiffness), 내부식성, 높은 피로수명, 낮은 열팽창률 등의 장점 때문에 토목, 건 축, 기계, 항공우주 산업 등에서 광범위하게 사용되 고 있다. 특히 개방형 단면(open-section beam, OSB) 을 갖는 보는 인공위성 및 우주선에 설치된 붐 (boom), 항공기의 날개, 헬리콥터의 로터, 잠수함 및 건축물의 지지 골격 등에서 쉽게 찾아 볼 수 있 다. 이러한 복합재료 구조물은 재료의 이방성(anisotropicity) 특성으로 인해 횡전단 효과, 와핑효과, 연성효과와 같은 비고전적요소(non-classical effects) 들이 구조물의 동특성에 중요한 영향을 미친다.

복합재료 구조물의 응답에 관한 연구는 복합재 판 이나 셸 및 보(solid beam)에 관한 연구가 대부분이 다. 1980년대 말경 Birman, Cederbaum 및 Librescu⁽¹⁻³⁾ 는 복합재료 판에 충격과 및 불규칙 가진이 작용할 때 복합재료 판의 동적응답에 관한 연구를 수행하 였다. 또한 Librescu 및 Icardi^(4,5) 등은 비행기의 날 개 형상을 복합재료 솔리드 보로 모델링하였고 보 에 충격파가 작용할 때 보의 동적응답에 관한 연구 를 수행하였다. 최근 구조물의 경량화의 중요성이 대두되면서 몇몇 연구자들은 구조물을 복합재료 박 판 보로 모델링하기 시작하였다. Song, Librescu, 및 Na⁽⁶⁻⁸⁾ 등은 비행기의 날개 등을 폐단면형 복합 재료 박판 보로 모델링하였고 외부 하중에 대한 동 적응답에 관한 연구를 수행하였다. 그리고 Kim 및 Lim은 회전 및 병진 운동하는 보의 동적 거동에

 ^{*} 교신저자; 정회원, 충남대학교 기계공학과

 E-mail: songos@cnu.ac.kr

Tel: (042)821-5650, Fax: (042)822-5642

^{*} 정회원, 한국원자력연구원

관한 연구를 수행하였다^(9,10).

현재까지 복합재료 구조물의 동적응답에 관한 연 구는 주로 복합재 판 및 폐단면형(closed-section) 박판 보에 대해서 많은 연구가 진행된 반면, 개방형 단면의 복합재료 박판 보에 대한 연구는 상대적으 로 미진한 상태이다.

H-형 단면 복합재료 박판 보에서 상관과 하관의 섬유각 방향을 비대칭적으로 적층하면 굽힘과 비틀 림 운동이 상호 연성되는 CAS(circumferentially asymmetric stiffness) 특징을 나타내게 되며 이러한 특성을 구조적 테일러링에 이용한다. 이 논문에서는 전단효과, 와핑구속, 연성효과 등을 고려하여 CAS 형태의 H-형 단면 복합재료 박판 보를 모델링하여 운동방정식과 경계조건을 유도하고, 조화하중 및 비 조화하중에 대한 동적응답 특성을 고찰·분석하였다.

2. 개방형 단면 보의 운동방정식

H-형 단면 보는 전체좌표계(global coordinate)로 보의 길이 방향 축을 z축으로 하는 (x,y,z) 좌표계 를 설정하였으며, 보의 단면형상을 정의하기 위해 국소좌표계(local coordinate)인 (*n,s,z*)를 설정하였 다. 여기서 *n*과 *s*는 각각 윤곽선(단면의 중앙선, contour line)에 수직 및 접선인 단위벡터를 나타낸 다. Fig. 1은 H-형 단면 보의 CAS 형상을 나타내고 있다.

복합재료 박판 보의 운동방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 가정을 사용하였다.



Fig. 1 CAS configuration of the H-beam

584/한국소음진동공학회논문집/제20권 제6호, 2010년

(a) 보 단면의 윤곽선 평면은 변형되지 않는다.

- (b) 1차, 2차 와핑 구속 효과를 고려한다.
- (c) 횡 전단 변형을 고려한다.

(d) 원주방향 합응력 N_{ss}는 다른 방향 합응력에
 비해 무시할 정도로 작다.

위의 가정을 기본으로 하여 3-D 탄성 문제를 박 판 보 1-D 문제로 변형할 수 있다. 3-D 변위 벡터 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(x,y,z,t) = u_0(z,t) - y\phi(z,t)$$
 (1a)

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t)$$
 (1b)

$$\begin{split} w(x,y,z,t) &= w_0(z,t) + \theta_x(z,t) \left[y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\ &+ \theta_y(z,t) \left[x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \\ &- \phi'(z,t) \left[F_w(s) - n r_t(s) \right] \end{split} \tag{1c}$$

식 $(1a\sim 1c)$ 에서 $u_0(z,t)$, $v_0(z,t)$, $w_0(z,t) = x$, y, z축 방향 즉, 횡방향, 종방향, 인장방향 병진변위를 나타내며, $\theta_x(z,t)$, $\theta_y(z,t)$, $\phi(z,t) = x$, y, z축에 대 한 횡전단, 종전단, 비틀림 회전변위를 나타낸다. 식 (1c)에서 ϕ' 은 비틀림률(rate of twist)을 의미한다. 또한 $F_w(s)$ 와 $nr_t(s)$ 는 각각 1차 및 2차 와핑을 나 타내며 $F_w(s)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$F_w(s) = \int_o^s r_n(\overline{s}) d\overline{s}$$
⁽²⁾

여기서, 적분은 H-형 보의 단면 형상을 따라 s의 함수인 r_n 을 선적분을 의미하며, s는 적분하기 위 한 dummy 변수이다. r_n 과 r_t 는 다음과 같은 기하 학적 관계를 갖는다.

$$r_n(s) = x(s)\frac{dy}{ds} - y(s)\frac{dx}{ds}$$
(3a)

$$r_t(s) = y(s)\frac{dy}{ds} + x(s)\frac{dx}{ds}$$
(3b)

식(1)로부터 변형률을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{zz} &= \epsilon_{zz}^{(0)} + n \epsilon_{zz}^{(1)} \\ \gamma_{sz} &= \gamma_{sz}^{(0)} + n \gamma_{sz}^{(1)} \\ \gamma_{nz} &= \gamma_{nz}^{(0)} \end{aligned} \tag{4}$$

여기서

$$\begin{split} \epsilon_{zz}^{(0)} &= w_{0}' + x(s)\theta_{y}' + y(s)\theta_{x}' - \phi'' F_{w}(s) \\ \epsilon_{zz}^{(1)} &= \theta_{y}' \frac{dy}{ds} - \theta_{x}' \frac{dx}{ds} + \phi'' r_{t}(s) \\ \gamma_{sz}^{(0)} &= (u_{0}' + \theta_{y}) \frac{dx}{ds} + (v_{0}' + \theta_{x}) \frac{dy}{ds} \\ \gamma_{sz}^{(1)} &= 2\phi' \\ \gamma_{nz}^{(0)} &= (u_{0}' + \theta_{y}) \frac{dy}{ds} - (v_{0}' + \theta_{x}) \frac{dx}{ds} \end{split}$$
(5)

운동방정식과 경계조건을 유도하기 위해 아래 식 (6)의 Hamilton원리를 이용하였다.

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta U - \delta T - \delta W_{nc}) dt = 0$$
 (6a)

$$\delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \phi = 0 \qquad @ t = t_0, \ t_1 \tag{6b}$$

식 (6b)는 식 (6a)가 성립하기 위한 조건으로서, 임의의 두 시점 t_0 , t_1 에서의 가상변위가 영임을 의 미한다.

식 (6)에서 운동에너지 T는 아래 식 (7)과 같으 며 식 (1a)~(1c)를 식 (7)에 대입하여 정리하면 변 위 변수에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \int_{s} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^{2} + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^{2} \right] \rho h \, ds \, dz$$
(7)

또한, 보의 탄성에너지는 아래 식 (8)과 같으며 식 (4),(5)의 변형률 식을 이에 대입하면 식 (8)을 변위에 관한 식으로 표현할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_{\tau} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\tau \tag{8}$$

식(6)의 비보존 외력에 의한 가상일(virtual work) *δW_{nc}*는 아래 식(9)와 같다.

$$\delta W_{nc} = \int_{0}^{L} (p_y \delta v_0 + m_z \delta \phi) dz \tag{9}$$

여기에서 p_y 는 종방향(y축 방향) 외부 하중을 의미 하며, m_z 는 보의 길이방향으로 작용하는 토크 하 중을 나타낸다. p_y 와 m_z 는 다음과 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$p_{y} = F_{0} \,\delta\left(z - z_{0}\right) \,g(t) \tag{10a}$$

$$m_z = M_0 \,\delta(z - z_0) \,g(t) \tag{10b}$$

여기서 F_0 와 M_0 는 하중 및 토크의 크기이며, $\delta(z-z_0)$ 는 보에 가해지는 위치를 나타내는 Dirac delta 함수이며, g(t)는 시간에 대한 외부 가진 함수 (예; $e^{i\omega_f t}$; 조화, e^{-kt} ;비조화)를 의미한다.

식(7),(8),(9)를 Hamilton 원리식(6a)에 대입하 여 정리하면 외팔보 경계조건을 갖는 H-형 보의 운 동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

2.1 횡방향굽힘-축방향인장-횡전단 연성 운동방정식

$$\begin{split} \delta \overline{w_0} &: \overline{w_0}'' + f_1 (\overline{u_0}'' + \theta_y') + g_1 \overline{w_0} = 0 \\ \delta \overline{u_0} &: \overline{u_0}'' + \theta_y' + f_2 \overline{w_0}'' + g_1 \overline{u_0} = 0 \\ \delta \theta_y &: \theta_y'' - f_3 \overline{w_0}' - f_4 (\overline{u_0}' + \theta_y) + g_3 \overline{\theta}_y = 0 \end{split}$$
(11)

$$\begin{array}{c} @ \eta = 0 \ ; \ \frac{w_0}{\omega_0} \cdot \frac{u_0}{w_0} \cdot \frac{v_y}{v_0} \cdot \frac{0}{v_y} = 0 \\ @ \eta = 1 \ ; \ \delta \overline{w_0} \cdot \frac{w_0'}{w_0'} + f_1(\overline{u_0}' + \theta_y) = 0 \\ \delta \overline{u_0} \cdot f_2 \overline{w_0'} + \overline{u_0'} + \theta_y = 0 \\ \delta \theta_y \cdot \theta_y' = 0 \end{array}$$
(12)

여기서 운동방정식에 사용한 무차원 변수 및 계수 는 다음과 같다.

$$\overline{u_0} = u_0/L, \ \overline{w_0} = w_0/L,$$

$$f_1 = \frac{a_{14}}{a_{11}}, \ f_2 = \frac{a_{14}}{a_{44}}, \ f_3 = \frac{a_{14}L^2}{a_{22}}, \ f_4 = \frac{a_{44}L^2}{a_{22}},$$

$$g_1 = \frac{b_1L^2}{a_{11}}, \ g_2 = \frac{b_1L^2}{a_{44}}, \ g_3 = \frac{(b_5 + b_{15})L^2}{a_{22}}$$
(13)

2.2 종방향굽힘-비틀림-종전단 연성 운동방정식

$$\begin{split} & \overline{\delta v_0} : \overline{v_0}'' + \theta_x' + f_9 p_y + g_4 \ddot{\overline{v}_0} = 0 \\ & \delta \theta_x : \theta_x'' + f_5 \phi'' - f_6 (\overline{v_0}' + \theta_x) + g_5 \ddot{\theta}_x = 0 \\ & \delta \phi : \phi'''' - f_7 \theta_x'' - f_8 \phi'' - f_{10} m_z - g_6 \ddot{\phi} + g_7 \ddot{\phi}'' = 0 \end{split}$$
(14)

 $\begin{array}{ll} @ \eta = 0 & ; & \overline{v_0} = \theta_x = \phi = \phi' = 0 \\ @ \eta = 1 & ; & \delta \overline{v_0} : \overline{v_0}' + \theta_x = 0 \end{array}$

한국소음진동공학회논문집/제20권제6호, 2010년/585

$$\begin{split} \delta\theta_x &: \theta_x' + f_5 \phi' = 0 \\ \delta\phi &: \phi''' - f_7 \theta_x' - f_8 \phi' + g_7 \ddot{\phi}' = 0 \\ \delta\phi' &: \phi'' = 0 \end{split} \tag{15}$$

여기서 운동방정식에 사용한 무차원 변수 및 계수 는 다음과 같다.

$$\overline{v_0} = v_0/L, \ f_5 = \frac{a_{37}}{a_{33}}, \ f_6 = \frac{a_{55}L^2}{a_{33}}, \ f_7 = \frac{a_{37}L^2}{a_{66}},$$

$$f_8 = \frac{a_{77}L^2}{a_{66}}, \ f_9 = \frac{L}{a_{55}}, \ f_{10} = \frac{L^4}{a_{66}},$$

$$g_4 = \frac{b_1L^2}{a_{55}}, \ g_5 = \frac{(b_4 + b_{14})L^2}{a_{33}},$$

$$g_6 = \frac{[b_4 + b_5 + b_{14} + b_{15}]L^4}{a_{66}}, \ g_7 = \frac{(b_{10} + b_{18})L^2}{a_{66}}$$
(16)

3. 수치해석

3.1 조화하중에 의한 동적응답

앞 장에서 유도한 H-형 보의 운동방정식에서, 종방향 (y방향)으로 조화하중이 가해질 때 확장된 Galerkin 방법을 이용하여 동적응답을 구하기 위하 여 식 (14), (15)의 해를 다음과 같이 가정하였다.

여기서 V(η), Y(η), Φ(η) 함수를 식 (18)과 같이 최소한 기하학적 경계조건을 만족하는 직교 함수의 N개 조합으로 근사화 하였다.

$$V(\eta) = \sum_{j=1}^{N} a_j v_j(\eta)$$

$$Y(\eta) = \sum_{j=1}^{N} b_j y_j(\eta)$$

$$\Phi(\eta) = \sum_{j=1}^{N} c_j p_j(\eta)$$
(18)

위 식을 해밀턴 원리식 (6)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 행렬식을 유도할 수 있다.

 $[A] \{x\} = \{f\}$ (19)

여기서 A 행렬은 $3N \times 3N$ 행렬이며, $\{x\}$ 와 $\{f\}$ 는

586/한국소음진동공학회논문집/제 20 권 제 6 호, 2010년

3N×1벡터이다. 벡터 {x}={ a₁,a₂,…,a_N,b₁,b₂,…, b_N,c₁,c₂,…,c_N}^T이다. 식 (19)에서 {x}에 대하여 풀 고, 구해진 {x}를 식 (18)에 대입하고 이를 다시 식 (17)에 대입하면 조화하중에 의한 강제진동응답 을 구할 수 있다.

3.2 비조화하중에 의한 동적응답

확장된 Galerkin 방법으로 비조화하중에 의한 동 적응답을 구하기 위해 식(14), (15)에 식(20a), (18)을 대입하여 정리하면 식(20b)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} v_0(\eta;t) \,,\, \theta_x(\eta;t) \,,\, \phi(\eta;t) \\ &= \left[V(\eta) \,,\, X(\eta) ,\, \Phi(\eta) \right] \, q(t) \end{aligned}$$
 (20a)

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = f(t)$$
(20b)

여기서 *M*은 질량행렬, *K*는 강성행렬이며, *f*(*t*)는 보에 가해지는 비조화 가진력 벡터이다.

식(20b)의 해를 구하기 위해 식(20b)를 상태공 간식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bf \tag{21}$$

여기서,
$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & 0 \end{bmatrix}$$
, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}$
 $I = 단위행렬$

식 (21)의 해는 식 (22)과 같은 이산시스템을 통 해 근사적으로 그러나 매우 정확하게 구할 수 있다.

$$x^i = \phi x^{i-1} + \psi q^i \tag{22}$$

여기서 $\phi = e^{A \Delta t}$, $\psi = \begin{bmatrix} e^{A \Delta t} - I \end{bmatrix} A^{-1} B$ 이며, 천이행 렬 $e^{A \Delta t}$ 는 다음 식으로 근사적으로 구한다.

$$e^{A\Delta t} = \sum_{k=0}^{N} \frac{(A\Delta t)^k}{k!}$$
(23)

4. 결과 및 고찰

수치해석에 사용한 보의 재질은 T300/5028 graphiteepoxy이며, 보의 크기는 0.254(b) × 0.254(c) × 0.01(h) × 2.032(L) m이고, 재질의 물성치는 Table 1과 같다. 수치해석을 위해 H-형 보에 가해지는 조 화하중과 비조화하중은 식 (10)과 관련하여 다음과 같이 가정하였다.

0.6

조화하중 : $g(t) = \sin \omega_f t$ (24)

비조화하중 :
$$q(t) = e^{-kt}$$
 (25)

Fig. 2는 종방향굽힘-비틀림-종방향전단 연성운동 에 대한 해석결과로서, 보 끝단에 작용하는 조화하 중의 가진주파수의 변화 (0 ≤ ω_f ≤ 1000) 및 섬유 각변화에 따른 보 끝단에서의 종방향 굽힘 변위의 크기 V(1)의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 가진주파수가 1차 고유진동수에 접근하 면 동적응답의 크기가 무한대로 접근하며 가진주파 수가 1차 고유진동수에서 멀어지면 그 크기가 다시 감소하는 것을 알 수 있다.

또한 섬유각 θ 가 증가할수록 고유진동수가 점차 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 굽힘강성계수 a_{33} 이 섬유각의 증가에 따라 증가되기 때문에 관찰되는

Table 1 Material properties

Item	Material properties
E_1	206.75 GPa
$E_{2} = E_{3}$	5.17 GPa
G_{12}	3.10 GPa
$G_{13} = G_{23}$	2.55 GPa
$\nu_{21} = \nu_{31}$	0.00625
ν_{32}	0.25
ρ	1528.15 kg/m ³

- · θ=0 $\theta = 30$ 0.5 $\theta = 4$ $\theta = 60$ $\theta = 7$ 0.4 0-0 (1) 0.3 0.2 0.1 0.0 600 n 100 200 300 400 500 700 800 900 1000 Forcing frequency (rad/s)

Fig. 2 Effects of the ply-angle, $\theta(\text{deg.})$ on the deflection at the beam tip V(1) for ω_f =0~1000 rad/s

현상이다. 이를 통해 보 구조물의 자체중량, 형상, 크기 등을 전혀 변화시키지 않고 섬유각만을 변화 시켜 동적응답 특성에 커다란 변화를 일으킬 수 있 음을 알 수 있다.

Fig. 3은 Fig. 2와 마찬가지로 섬유각과 가진주파 수 변화 (1400 ≤ ω_f ≤ 2600)에 따른 동적응답 변화 를 나타내고 있다. 그림에서 가진주파수가 2차 고유 진동수에 접근하면 동적응답의 크기가 급격하게 증 가하다가 가진주파수가 2차 고유진동수에서 멀어지 면 그 크기가 다시 감소하는 것을 알 수 있다.

Fig. 4(a),(b)는 횡전단변형의 고려 여부가 동적응 답에 미치는 효과를 나타내고 있다. Fig. 4(a)는 섬 유각 *θ*=90도 일 때 가진주파수 변화에 대한 종방 향 굽힘 변위의 크기 변화를 나타내고 있다. *θ*=90 도 일 때 굽힘강성이 가장 크고 또한 섬유각이 증 가할수록 횡전단 효과가 커짐에 따라 고유진동수가 횡전단 효과를 고려하지 않은 경우에 비해 낮게 나 타난다. 따라서 그립에서 횡전단 효과를 고려하지 않은 경우에 비해 공진이 발생하는 영역이 왼쪽으 로 이동하는 것을 알 수 있다. 그러나 Fig. 4(b)와 같이 *θ*=0도 일 때는 굽힘강성이 작으므로 횡전단 효과도 작아져 그 효과가 크지 않음을 알 수 있다. 따라서 공진주파수 영역도 횡전단 효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우가 거의 유사함을 알 수 있다.

Figs. 5, 6은 가진주파수 $\overline{\omega_f} = \omega_f / \omega_0 = 0.2$ 인 집중 조화하중이 가해질 때, 하중이 가해지는 위치 변화 에 따른 종방향 굽힘 변위 및 굽힘 회전각(bending



Fig. 3 The counterpart of Fig. 2 for ω_f =1400~2600 rad/s



Fig. 6 Spanwise distribution of X for three locations of the loading and for $\overline{\omega_f}$ =0.2



Fig. 7 Spanwise distribution of V for three amplitudes of the loading applied at $\eta_0=0.5$ and for $\overline{\omega_t}=0.2$



Fig. 8 Spanwise distribution of X for three amplitudes of the loading applied at $\eta_0=0.5$ and for $\overline{\omega_f}=0.2$

slope)의 축방향 분포를 나타내고 있다. 그림에서 집중하중의 위치가 보의 끝단으로 갈수록 종방향



Fig. 4 Effects of transverse shear(TS) on the beam tip deflection V(1); (a) $\theta=90$ deg, (b) $\theta=0$ deg.



Fig. 5 Spanwise distribution of V for three locations of the loading and for $\overline{\omega_f}$ =0.2

굽힘 변위와 굽힘 회전각이 모두 증가함을 알 수 있다.

또한 Fig. 6에서 집중하중의 작용점 오른쪽에는 굽힘 회전각의 변화가 없으며 이는 집중하중의 작 용점 오른쪽에는 굽힘 모멘트가 영이라는 사실과 부합되는 결과이다.

Figs. 7, 8은 $w_f = w_f/w_0 = 0.2$ 인 조화하중이 보의 중앙 η₀ = 0.5에 가해질 때 조화하중의 크기 변화에 따른 종방향 굽힘 변위 및 굽힘 회전각의 축방향 분포를 나타내고 있다. Figs. 5, 6과 마찬가지로 집 중하중의 크기가 커질수록 종방향 굽힘과 굽힘 회 전각의 변위가 증가함을 알 수 있다.

Fig. 9는 위치 $\eta_0 = 0.75$ 에 크기 $\overline{F_0} \equiv F_0 L/a_{55} = 5 \times 10^3$ 인 집중조화하중이 가해질 때 종방향 굽힘 변위 $V(\eta)$ 의 축방향 분포를 나타내고 있다. 저차 3개의 고유진동수는 $\overline{\omega} (\equiv \omega/\omega_0) = 1.66$: 7.11 : 15.12이며, 가진주파수가 고유진동수와 같아지면 변위는 무한 대로 증가하는 것을 나타낸다. 이러한 현상은 비틀 림 변위인 $\phi(\eta)$ 에서도 동일하게 나타난다.

Fig. 10은 크기 $\overline{F_0}=5\times 10^{-3}$ 인 집중조화하중이 위치 $\eta_0=0.75$ 에 가해질 때 비틀림 변위 $\phi(\eta)$ 의 분 포를 나타내고 있다. $\phi(\eta)$ 의 저차 3개의 고유진동 수는 $\overline{\omega}(\equiv \omega/\omega_0)=1.0$: 4.08: 9.85이며, 가진주파수 가 고유진동수와 같아지면 비틀림 변위는 무한대로 증가함을 알 수 있다.

Figs. 11, 12는 식 (24)와 같은 조화하중($\omega_f = 20$ rad/s)이 가해질 때, 다양한 섬유각에 따른 보 끝단 의 종방향 변위 $\overline{v_0}$ 와 굽힘 회전각 θ_x 를 나타내고 있다. 그림에서 섬유각의 변화가 동적응답에 크게 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 즉, 섬유각이 커지 면 굽힘강성 계수인 a_{33} 이 증가하게 되고 종방향 변위 및 굽힘 회전각의 크기가 작아지게 된다.

Figs. 13, 14는 식 (25)의 비조화 하중(k=10)이 가해질 때, 섬유각에 따른 보 끝단의 종방향 변위 $\overline{v_0}$ 와 굽힘 회전각 θ_x 를 나타내고 있다. 조화하중의 경우와 마찬가지로 비조화 하중에서도 섬유각의 적 층 각도가 보의 동적 변위에 크게 영향을 미치며 섬유각의 증가에 따라 종방향 변위 및 굽힘 회전각 의 크기가 작아지는 것을 알 수 있다.

Figs. 15, 16은 섬유각 θ=45도 일 때 식 (25)의





0.6 0.7

Span(η)

0.8 0.9 1.0

-0.010

-0.015

0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5



Fig. 10 Spanwise distribution of ϕ for selected excitation frequencies of the loading of amplitude $\overline{F_0}=5\times10^{-3}$ applied at $\eta_0=0.75$ (a) $1 \le \overline{\omega_f} \le 1.8$, (b) $7.3 \le \overline{\omega_f} \le 7.14$, (c) $14 \le \overline{\omega_f} \le 15.3$



Fig. 11 Influence of the ply-angle, $\theta(\text{deg.})$ on the beam tip deflection to sinusoidal loading(ω_f =20 rad/s)



Fig. 12 Influence of the ply-angle, $\theta(\text{deg.})$ on the beam tip bending slope to sinusoidal loading(ω_f =20 rad/s)



Fig. 13 Influence of the ply-angle, $\theta(\text{deg.})$ on the beam tip deflection time-history to exponentially decaying pulse(k=10)



Fig. 14 Influence of the ply-angle, $\theta(\text{deg.})$ on the beam tip slop time-history to exponentially decaying pulse(k=10)



Fig. 15 Influence of the decaying parameter on beam tip deflection time-history, (θ =45 deg.)



Fig. 16 Influence of the decaying parameter on beam tip slop time-history, (θ =45 deg.)

감쇠계수(decaying parameter, k)의 변화에 따른 보 끝단의 종방향 변위 v_0 와 굽힘 회전각 θ_x 를 나타내 고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 감쇠계수가 커짐 에 따라, 즉 힘의 크기가 빠른 속도로 작아질수록 v_0 와 θ_x 가 빨리 감소하는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 H-형 단면 복합재료 박판 보에 외 부 가진력이 작용 할 때 1차, 2차 와핑효과, 전단변 형 효과를 고려한 운동방정식과 경계조건을 유도하 였다. 유도한 운동방정식을 Extended Galerkin 방법 을 이용하여 동적응답을 수치해석 하였다. 수치해석 결과, H-형 박판 보에 동적 하중이 가해질 때 섬유 각이 증가할수록 공진영역이 점차 고주파 영역으로 이동하는 것을 알 수 있었다. 이를 통해 복합재료 박판 보의 설계 시 보의 형상에 어떠한 변화를 주 지 않고 단지 섬유각 만을 변화시킴으로써 고유진 동수를 자유롭게 조절할 수 있음을 알 수 있다. 또 한, 비조화하중이 보에 가해질 때 섬유각 변화에 따 른 보의 끝단의 동적거동을 살펴본 결과, 섬유각이 작은 경우에는 보의 강성이 낮아져 보의 끝단의 변 위 폭이 매우 큰 반면, 섬유각이 큰 경우에는 보의 끝단의 진폭이 크게 줄어드는 것을 알 수 있다. 또 한 비조화하중의 감쇠계수가 클수록 보의 끝단의 진폭이 크게 감소하는 것을 알 수 있었다.

해석 결과를 통해 복합재료 박판 보의 경우 와핑 효과와 전단변형 효과가 무시될 수 없음을 확인하 였으며 섬유각을 달리함에 따라 구조물의 고유진동 수가 대단히 크게 변화하는 것을 알 수 있었다. 따 라서 구조물의 중량, 형상, 재질 등을 변화시키지 않고도 복합재료의 이방성에 따른 각 거동간의 연 성효과를 적절히 이용함으로써 구조물의 사용조건 에 맞게 설계가 가능함을 확인하였다. 이 연구 결과 는 무게가 가볍고 높은 강성을 요하는 건축토목구 조물이나 자동차, 항공기 및 우주선 구조체의 구조 설계에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2009년도 충남대학교 학술연구비의 지 원에 의하여 연구되었음.

한국소음진동공학회논문집/제20권제6호, 2010년/591

참 고 문 헌

(1) Birman, V. and Bert, C. W., 1987, "Behavior of Laminated Plates Subjected to Conventional Blast," International Journal of Impact Engineering, Vol. 6, No. 3, pp. 145~155.

(2) Cederbaum, G., Librescu, L. and Elishakoff, I., 1988, "Dynamic Response of Flat Panels Made of Advanced Composite Materials Subjected to Random Excitation," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 84, No. 2, pp. 660~666.

(3) Librescu, L. and Nosier, A., 1990, "Response of Shear Deformable Elastic Laminated Composite Flat Panels to Sonic Boom and Explosive Blast Loadings," AIAA Journal, Vol. 28, No. 2, pp. 345~352.

(4) Librescu, L. and Na, S. S., 1998, "Dynamic Response Control of Thin-walled Beams to Blast and Sonic-boom Using Structural Tailoring and Piezoelectrically Induced Boundary Moment," Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 65, pp. 497~504.

(5) Icardi, U., Di Sciuva, M. and Librescu, L., 2000, "Dynamic Response of Adaptive Cross-ply Cantilevers Featuring Interlaminar Bonding Imperfections," AIAA Journal, Vol. 38, No. 2, pp. 499~506.

(6) Song, O. and Librescu, L., 1995, "Bending Vibration of Cantilevered Thin-walled Beams Subjected to Time-dependent External Excitations," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 98, No. 1, pp. 313~319.

(7) Librescu, L. and Na, S. S., 1998, "Dynamic Response of Cantilevered Thin-walled Beams to Blast and Sonic Boom Loadings," Journal of Shock and Vibration, Vol. 5, pp. 23~33.

(8) Na, S. S. and Librescu, L., 2001, "Dynamic Response of Elastically Tailored Adaptive Cantilevers of Nonuniform Cross-section Exposed to Blast Pressure Pulses," International Journal of Impact Engineering, Vol. 25, No. 9, pp. 1847~1867.

(9) Lim, H. S. and Yoo, H. H., 2006, "Analysis of an Impulsively Forced Rotating Cantilever Beam," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 226~232.

(10) Kim, N. E., Hyun, S. H. and Yoo, H. H., 2003, "Nonlinear Modeling Employing Hybrid Deformation Variables and Frequency Response Characteristics of a Cantilever Beam Undergoing Axially Oscillating Motion," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 3, pp. 210–216.