

완전궤환 비선형 계통에 대한 적응 신경망 제어기 Adaptive Neural Control of Nonlinear Pure-feedback Systems

박 장 현*, 김 성 환**, 장 영 학*

Jang-Hyun Park*, Seong-Hwan Kim**, Young-Hak Chang*

Abstract

A new Adaptive neural state-feedback controller for the fully nonaffine pure-feedback nonlinear system are presented in this paper. By reformulating the original pure-feedback system to a standard normal form with respect to newly defined state variables, the proposed controller requires no backstepping design procedure. Avoiding backstepping makes the controller structure and stability analysis considerably simple. The proposed controller employs only one neural network to approximate unknown ideal controllers, which highlights the simplicity of the proposed neural controller. Simulation examples demonstrate the efficiency and performance of the proposed approach.

요 약

본 논문은 논어파인 완전궤환 비선형시스템에 대한 적응 신경망 제어기를 제안한다. 제안하는 방법은 원래의 계통식을 새롭게 정의되는 상태변수에 대해서 표준 정규식으로 재구성하여 제어식을 구성함으로써 기존의 알고리즘에서 일반적으로 사용하는 백스테핑(backstepping)을 회피할 수 있다는 장점을 갖는다. 백스테핑을 회피함으로써 본 논문에서 제안하는 새로운 방법은 기존의 제어 알고리즘에 비해서 제어기 구조와 안정도 증명이 현저히 간략해 지게 되는 장점을 갖는다. 제안된 제어기는 미지의 이상 제어식을 근사화하기 위해서 오직 하나의 신경망만을 사용하며 이점 역시 기존의 제어알고리즘이 다수의 신경망을 사용하는 것과 구별되는 점이다. 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘의 성능과 효율을 보인다.

Key words : adaptive neural control, pure-feedback nonlinear system

1. 서론

과거 20여년 동안 비선형 계통에 내재된 불확실성에 대처하기 위해 신경망(neural network, NN)이나 퍼지 논리시스템(fuzzy logic system, FLS)과 같은 소위 범용 근사기(universal approximator, UA)를 이용한 제어기법에 대해서 매우 활발하게 연구되어 왔다. 입출력 선형화와 적응제어기법을 기반으로 [1-9]와 같은 초기의 연구결과들은 다음과 같은 정규식으로 기술되는 어파인 계통(affine system)의 안정도와 강인성의 증명에

집중되어졌다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, i=1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{x}=[x_1, \dots, x_n]^T$, u , y 는 각각 상태변수벡터, 제어입력, 계통출력이다. 함수 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 는 미지의 평활함수(smooth function)이다. 보통 직접 적응 제어기에서는 하나의 UA가 이상제어항을 근사화하기 위해서 사용되고 간접 적응 제어기에서는 두 개의 UA가 함수 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 추정하기 위해서 사용된다. 이후에는 다음과 같은 비어파인 계통(noaffine system)로 대상계통이 확장되었다.[10-15]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x_{i+1}, i=1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f(\mathbf{x}, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

* 木浦大學校 電氣制御新素材工學部
(Dept. of Control and Robot Engineering, Mokpo University)

** 교신저자 (Corresponding author)

※ 감사의 글 (Acknowledgment) : 이 논문은 2008학년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국대학교육협의회 한국대학교수 국내교류 연구비 지원에 의한 것임.

接受日:2010年 9月 4日, 修正完了日: 2010年 9月 28日

여기서 $f(\cdot, \cdot)$ 은 미지의 평활함수이다. 이 계통은 (1)과 달리 n 번째 계통식이 제어입력 u 에 대해서 음함수(implicit function)이므로 제어문제는 더 난해해진다. 하지만 위의 (1)식과 (2)식으로 기술되는 계통은 미지의 함수가 제어입력이 있는 미분식에 나타나는 소위 대응 불확실성(matched uncertainty)이 존재한다는 공통점이 있다.

적용제어 분야에서는 비대응 불확실성(unmatched uncertainty)이 존재하는 계통에 대해서 백스테핑(backstepping)[16], 튜닝함수(tuning function)[17], 비선형댐핑(nonlinear damping)[18] 등과 같은 획기적인 연구결과가 알려져 있다. 이러한 적용 백스테핑 기법들과 UA를 결합하여 좀 더 최근에는 비구조화된 불확실성이 존재하는 다음과 같은 비선형 계통의 제어기법에 대해서 연구가 진행되고 있다.[19-26]

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\mathbf{x}_i) + g_i(\mathbf{x}_i)x_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\mathbf{x}) + g_n(\mathbf{x})u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T$ 는 부분상태변수벡터이고 함수 $f_i(\cdot)$ 와 $g_i(\cdot)$ 는 미지의 평활함수(smooth function)이다. 참고문헌 [19-26]에서 제안된 제어기법은 모두 적용 백스테핑 기법과 UA기반의 제어기와의 결합으로서 적용가능한 계통의 범위를 더 넓히고 있다. 가장 최근에는 다음과 같은 완전제환(pure-feedback) 비선형 계통의 제어기법에 대해서 연구가 수행되고 있다.[27-31]

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(\mathbf{x}_i, x_{i+1}), i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(\mathbf{x}, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $f_i(\cdot, \cdot)$ 는 미지의 평활함수이다. 이 완전제환 계통은 (3)보다 더 일반적인 계통이며 가상제어항으로 쓰일 상태변수가 모든 식에서 음함수형태로 나타나는 비어과인 계통이다. 계통식 (1), (2), (3)은 모두 (4)의 특수한 경우로 볼 수 있다.

그러나 적용 백스테핑 기반의 지능제어기에는 단점이 있는데 가장 큰 단점은 매 설계단계에서 가상제어항과 그 시간도함수의 계산이 매우 복잡하다는 점이다. 모든 설계 단계에서 하나 혹은 두 개의 UA가 사용되어 가상제어항을 구성하게 되는데 이것은 n 차 시스템의 실제 제어식을 구성하는데 n 개 혹은 $2n$ 개의 UA가 요구되게 된다. 더욱이 UA의 출력식의 시간 도함수(혹은 편미분)가 매 설계 단계에서 사용되는데 이것에 실제 제어기의 구현을 더욱 어렵게 한다. 이러한 복잡도는 n 이 커질수록 지수함수적으로 증가하는데 종종 '복

잡도 폭발(explosion of complexity)'로 언급되기도 한다.

본 논문에서는 비선형 계통 (4)에 대한 적용 신경망 제어기를 제안한다. 이에 대한 몇몇 연구결과가 알려져 있기는 하지만[27-31] 모두 백스테핑 기반의 제어기법들이며 전술한 단점을 가지고 있다. 제안하는 신경망 제어기는 백스테핑이 필요치 않으며 그로 인해서 제어식과 안정도 증명이 상대적으로 매우 간결해진다. 더욱이 제어기에는 입력의 개수가 $n+2$ 개인 오직 하나의 신경망이 사용되며 이것이 제안하는 제어기법의 간결성을 대변한다.

II. 문제 정의

본 논문의 제어대상 계통 (4)가 가제어성을 가지기 위해서 다음과 같은 가정이 필요하다.

가정 1 . 편미분 $\partial f_i / \partial x_{i+1}$, $i = 1, \dots, n-1$ 과 $\partial f_n / \partial u$ 의 곱은 $\forall (\mathbf{x}, u) \in R^n \times R$ 에 대해서 0이 아니다. 즉, 이 함수는 strictly positive이거나 strictly negative이어야 하므로 다음과 같이 양의 값을 갖는다고 가정한다.

$$\left(\prod_{i=1}^{n-1} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \right) \frac{\partial f_n(\mathbf{x}, u)}{\partial u} > 0 \quad (5)$$

$, \forall (\mathbf{x}, u) \in R^n \times R$

본 논문과 유사한 계통을 다루는 다른 문헌들[26-30]의 함수 f_i 에 대한 가정은 보통 다음과 같이 각각의 미분이 양이고 유계라고 가정한다.

$$\begin{aligned} 0 &< \frac{\partial f_i(\mathbf{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} < \infty, i = 1, \dots, n-1 \\ 0 &< \frac{\partial f_n(\mathbf{x}, u)}{\partial u} < \infty \end{aligned} \quad (6)$$

하지만 본 논문에서는 오직 (5)의 조건식 하나만이 사용되며 이후에 제어기가 이 가정만을 이용하여 설계된다. 본 논문은 계통 (4)의 출력이 원하는 출력 $y_d(t)$ 를 잘 추종하고 모든 시변신호를 유계로 만드는 제어기와 신경망의 적응법칙을 도출하는 것이 목적이다.

1. 출력과 그 시간도함수에 대한 정규식 유도

본 절에서는 원계통 (4)를 출력 y 와 그 시간도함수들에 대한 정규식으로 재기술됨을 보인다. 먼저 $z_1 \equiv y$ 라고 정의하면 $\dot{z}_1 = f_1(\mathbf{x}_2)$ 이다. 다시 $z_2 \equiv \dot{y}$ ($= f_1(\mathbf{x}_2)$)라고 정의하고 그 시간도함수를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_2} x_2 \\ &= \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_1} f_1(\mathbf{x}_2) + \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_2} f_2(\mathbf{x}_3) \end{aligned} \quad (7)$$

만약

$$\begin{aligned} a_2(\mathbf{x}_2) &\equiv \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_1} f_1(\mathbf{x}_2) \\ b_2(\mathbf{x}_3) &\equiv \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_2} f_2(\mathbf{x}_3) \end{aligned}$$

라고 정의하면 식 (7)은 다음과 같다.

$$\dot{z}_2 = a_2(\mathbf{x}_2) + b_2(\mathbf{x}_3) \quad (8)$$

다시 $z_3 \equiv a_2(\mathbf{x}_2) + b_2(\mathbf{x}_3)$ 라고 정의하고 그 시간도함수를 다음과 같이 유도한다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} (a_2(\mathbf{x}_2) + b_2(\mathbf{x}_3)) \dot{x}_j \\ &\quad + \frac{\partial b_2(\mathbf{x}_3)}{\partial x_3} x_3 \\ &= \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} (a_2(\mathbf{x}_2) + b_2(\mathbf{x}_3)) f_j(\mathbf{x}_{j+1}) \\ &\quad + \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_2)}{\partial x_2} \frac{\partial f_2(\mathbf{x}_3)}{\partial x_3} f_2(\mathbf{x}_4) \\ &\equiv a_3(\mathbf{x}_3) + b_3(\mathbf{x}_4) \end{aligned} \quad (9)$$

다시 $z_4 \equiv a_3(\mathbf{x}_3) + b_3(\mathbf{x}_4)$ 로 정의하고 동일한 방식으로 진행하면 $i=2, \dots, n$ 에 대해서 다음과 같은 일반식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} z_i &= a_{i-1}(\mathbf{x}_{i-1}) + b_{i-1}(\mathbf{x}_i) \\ \dot{z}_i &= a_i(\mathbf{x}_i) + b_i(\mathbf{x}_{i+1}) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $a_1=0$ 이고 $b_1=f_1(\mathbf{x}_2)$ 이며

$$\begin{aligned} a_i(\mathbf{x}_i) &= \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial}{\partial x_j} (a_{i-1} + b_{i-1}) f_j(\mathbf{x}_{j+1}) \\ b_i(\mathbf{x}_{i+1}) &= \frac{\partial b_{i-1}}{\partial x_i} x_i \\ &= \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{\partial f_j(\mathbf{x}_{j+1})}{\partial x_{j+1}} \right) f_i(\mathbf{x}_{i+1}) \end{aligned} \quad (11)$$

이고 $\mathbf{x}_{n+1} = [\mathbf{x}^T \ u]^T$ 이다. 이 결과로 원래의 완전계통 (4)는 출력과 그 도함수 $z_i (i=1, \dots, n)$ 에 대한 다음과 같은 정규식으로 재기술될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= z_{i+1}, \quad i=1, \dots, n-1 \\ \dot{z}_n &= a_n(\mathbf{x}) + b_n(\mathbf{x}, u) \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (12)$$

위에서 기술한 결과로부터 원래 계통 (4)의 상태제환 제어문제는 정규식 (12)의 출력제환 제어문제로 변환하여 접근할 수 있다는 단서를 얻을 수 있으며, (12)에는 대응불확실성(matched uncertainty)만 존재하므로 백스테핑을 회피할 수 있다. 그 반대급부로서 출력 y 의 도함수는 측정가능하지 않으므로 이들을 추정하기 위한 도함수 관측기가 필요하다. 이후로 $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_n]^T$ 로 표기한다.

III. 제어기 설계 및 안정도 해석

본 장에서는 먼저 이상적인 제어식이 존재함을 보이고 RBFN (radial-basis function network)을 사용하여 미지의 이상제어항을 근사화하는 방법을 제안한다. 그리고 신경망의 적응법칙을 결정된 후 안정도 증명을 수행한다.

3.1 이상적인 제어식

이상적인 출력벡터 \mathbf{y}_d , 추종오차벡터 \mathbf{e} , 그리고 필터링된 추종오차 s 를 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_d &= [y_d \ \dot{y}_d \ \dots \ y_d^{(n-1)}]^T \\ \mathbf{e} &= \mathbf{z} - \mathbf{y}_d \\ s &= \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \mathbf{e} = [A^T \ \mathbf{1}] \mathbf{e} \\ e &= y - y_d \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\lambda > 0$ 은 설계상수이며 $A = [\lambda^{n-1} \ (n-1)\lambda^{n-2} \ \dots \ (n-1)\lambda]^T$ 이다. 필터링된 신호 s 의 시간도함수는 다음과 같다.

$$\dot{s} = a_n(\mathbf{x}) + b_n(\mathbf{x}, u) + v \quad (14)$$

여기서 $v = -\dot{y}_d^{(n)} + [0 \ A^T] \mathbf{e}$ 이다.

보조정리 1: 만약 가정1이 성립한다면, 다음 부등식을 만족하는 유일한 함수 $u^*(\mathbf{x}, v, s)$ 가 존재한다

$$a_n(\mathbf{x}) + b_n(\mathbf{x}, u^*(\mathbf{x}, v, s)) + v = -ks \quad (15)$$

여기서 $k > 0$ 은 입력이득으로써 설계상수이다.

증명: 이후에는 $\boldsymbol{\eta} \equiv [\mathbf{x}^T \ v \ s]^T \in R^m$ 으로 표기하며 $m = n+2$ 이다. 증명 과정은 $h(\boldsymbol{\eta}, u^*) = 0$ 을 만족하는 $\boldsymbol{\eta}$ 의 함수 u^* 가 존재함을 보이는 것이며 함수 $h(\cdot, \cdot)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$h(\boldsymbol{\eta}, u) \equiv a_n(\mathbf{x}) + b_n(\mathbf{x}, u) + v + ks \quad (16)$$

음함수정리(implicit function theorem)에 의하면 u 에 대한 h 의 기울기(gradient)인 $\partial h / \partial u$ 가 가역(invertible)이라면, 즉, 0이 아니라면 $h(\boldsymbol{\eta}, u^*) = 0$ 를

만족하는 u^* 가 존재하며 u^* 는 η 의 함수라는 것이 증명된다. 그런데 (11)을 이용하면 $\partial h/\partial u$ 은 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial u} &= \frac{\partial b_n(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \\ &= \left(\prod_{i=1}^{n-1} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \right) \frac{\partial f_n(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \end{aligned} \quad (17)$$

이 함수는 가정 1에 의해서 모든 $(\mathbf{x}, u) \in R^n \times R$ 에 대해서 0이 아니다. 따라서 $h(\eta, u^*) = 0$ 을 만족하는 $u^*(\eta)$ 가 항상 존재한다. ■

보조정리 1로부터 이상적인 제어항 u^* 가 리아프노브함수 $L_s = s^2/2$ 를 점근적으로 안정시킨다는 사실을 알 수 있다. 본 논문에서는 다음과 같이 이상제어항을 재배열한다.

$$\begin{aligned} u^* &= -ks - (-ks - u^*(\eta)) \\ &\equiv -ks - u_{ad}^*(\eta) \end{aligned} \quad (18)$$

그리고 하나의 RBFN을 이용하여 미지의 함수 u_{ad}^* 를 추정하게 된다. 주지할 사실은 s 와 v 는 측정불가이므로 이후에 추정치로 대신하게 될 것이며 그때까지 RBFN의 입력은 η 로 가정한다.

3.2 RBFN에 대한 간략한 기술

일반적으로 다입력 단일출력 RBFN (radial-basis function network)의 출력식은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\hat{u}_{ad}(\eta) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\eta) \quad (19)$$

여기서 $\hat{u}_{ad} \in R$ 은 RBFN의 출력, $\mathbf{w} \in R^L$ 은 가변 파라미터 벡터, $\boldsymbol{\phi}(\cdot) : R^m \rightarrow R^L$ 은 입력의 비선형 함수 벡터이다. 그리고 L 은 RBF의 계수를 나타낸다. 벡터 \mathbf{w} 의 i 번째 요소 w_i , $i = 1, \dots, L$ 는 은닉층의 i 번째 뉴런과 출력노드와의 연결강도이며 $\boldsymbol{\phi}(\eta)$ 은 다음과 같은 가우시안 함수이다.

$$\phi_i(\eta) = \exp\left(-\frac{|\eta - \mathbf{m}_i|}{2\sigma_i^2}\right) \quad (20)$$

여기서 $\mathbf{m}_i \in R^m$ 은 i 번째 기저함수의 중심을 나타내는 벡터이고 σ_i 는 그 기울기를 나타낸다.

RBFN의 주요 장점은 다음 정리에 기술된 바와 같이 원하는 정확도로 비선형 함수를 근사할 수 있는 능력에 있다.

정리 1 : (범용 근사화 이론) 어떤 콤팩트(compact) 집합 $\Omega_{\mathbf{x}_m} \in R^{n+1}$ 에서 정의된 연속인 실함수 u_{ad}^* 와 임의의 실수 $\epsilon_{re} > 0$ 에 대해서 다음의 부등식을 만족하는 (19)식과 같이 기술되는 RBFN과 최적의 파라미터 벡터 \mathbf{w}^* 가 존재한다.

$$\sup_{\eta \in \Omega_\eta} |u_{ad}^*(\eta) - \hat{u}_{ad}(\eta | \mathbf{w}^*)| < \epsilon_{re}. \quad (21)$$

위의 정리 1에서 ϵ_{re} 는 최적의 파라미터에 대해서도 구조적인 결핍으로 인해 불가피하게 내재하는 재구성오차(reconstruction error)를 나타내며 일반적으로 RBFN의 구조를 키우면 ϵ_{re} 는 작아진다. 본 논문에서 이 후 \mathbf{w}^* 의 추정치를 $\hat{\mathbf{w}}$ 로 표기한다.

3.3 고이득 관측기

유도된 정규식 (10)에서 알 수 있듯이 함수 $a_i(\cdot)$ 와 $b_i(\cdot, \cdot)$ 는 미지의 함수이므로 z_1 을 제외한 나머지 변수들 z_i ($i = 2, \dots, n$)는 계산이 불가능하다. 따라서 이들을 관측하기 위해서 다음의 정리에서와 같이 고이득 관측기 (high-gain observer, HGO)를 도입한다.[26][32]

보조정리 1 : 출력 $y(t)$ 와 그 $n-1$ 차 시간 도함수가 유계라고 가정하자. 이제 다음과 같은 선형계통을 고려하자.

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\xi}_i &= \xi_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \\ \epsilon \dot{\xi}_n &= -d_1 \xi_n - d_2 \xi_{n-1} \cdots - d_{n-1} \xi_2 \\ &\quad - \xi_1 + y(t) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 ϵ 은 양의 설계상수이다. 만약 (7)의 마지막 식의 계수들 d_1, \dots, d_{n-1} 을 다항식 $s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_{n-1} s + 1$ 이 Hurwitz이도록 선정하면 다음 부등식 (8)이 모든 $t > t^*$ 에 대해서 성립하는 양의 상수 h 와 t^* 가 존재한다.

$$\begin{aligned} |\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}| &\leq \epsilon h \\ \hat{\mathbf{z}} &= \left[z_1, \frac{\xi_2}{\epsilon}, \frac{\xi_3}{\epsilon^2}, \dots, \frac{\xi_n}{\epsilon^{n-1}} \right]^T \end{aligned} \quad (23)$$

위의 보조정리1의 증명은 [32]에서 찾아 볼 수 있다. 필터링된 추종오차 \hat{s} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{z}} - \mathbf{y}_d \quad (24)$$

$$\hat{s} = [A^T \mathbf{1}] \hat{\mathbf{e}} \quad (25)$$

이 정의식을 이용하여 RBFN에 인가되는 실제 입력은 $\hat{\eta} \equiv [\mathbf{x}^T \hat{v} \hat{s}]^T$ 로 결정한다.

3.4 제어입력과 안정도 해석

파라미터 추정치 $\hat{\mathbf{w}}$ 를 위한 학습법칙은 다음 정리와 같이 결정한다.

보조정리 2 : 파라미터 추정치 $\hat{\mathbf{w}}$ 의 학습법칙은 다음 식과 같다.

$$\dot{\hat{\mathbf{w}}} = \gamma (\hat{s}\phi(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - \sigma_s(t)|\hat{s}|\hat{\mathbf{w}}) \quad (26)$$

$$\sigma_s(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{cases} \frac{c_\phi}{\epsilon_w} & \text{if } |\hat{\mathbf{w}}| > \epsilon_w \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

여기서 γ 는 양의 학습률(learning rate)이고 ϵ_w 는 양의 설계상수이며 상수 c_ϕ 는 $|\phi(\cdot)| < c_\phi$ 를 만족시키는 최소 상수이다. 이 학습법칙은 $|\hat{\mathbf{w}}| \leq \epsilon_w$ 를 보장한다.

증명 : 리아프노브 함수를 $L_w = \frac{1}{2\gamma} \hat{\mathbf{w}}^T \hat{\mathbf{w}}$ 로 정하고 그 시간 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{L}_w &= \frac{1}{\gamma} \hat{\mathbf{w}}^T \dot{\hat{\mathbf{w}}} \\ &= \hat{\mathbf{w}}^T (\hat{s}\phi - \sigma_s(\hat{\mathbf{w}})|\hat{s}|\hat{\mathbf{w}}) \\ &\leq |\hat{s}|\hat{\mathbf{w}}^T (c_\phi - \sigma_s(t)|\hat{s}|\hat{\mathbf{w}}) \\ &= -|\hat{s}|\hat{\mathbf{w}}^T (\sigma_s(t)|\hat{\mathbf{w}}| - c_\phi). \end{aligned} \quad (28)$$

마지막 부등식에 의하면 만약 $|\hat{\mathbf{w}}| > \epsilon_w$ 이면 $\dot{L}_w < 0$ 이 되므로 $|\hat{\mathbf{w}}| \leq \epsilon_w$ 가 보장된다. ■

한 가지 주의할 사항은 스위칭함수 $\sigma_s(\hat{\mathbf{w}})$ 은 RBFN이 학습된 정보를 유지시키도록 하기 위해서 도입되었으며, 이것은 고전적인 적응제어에서의 switching- σ 기법[33]을 채용한 것이다. 이 기법은 만약 ϵ_w 가 $\epsilon_w > |\mathbf{w}^*|$ 를 만족하도록 충분히 크게 선정된다면 $|\hat{\mathbf{w}}|$ 의 유계를 보장하면서 동시에 학습된 정보의 손실도 막을 수 있다.

실제 제어입력은 다음과 같이 결정한다.

$$u = -ks - \hat{\mathbf{w}}^T \phi(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \quad (29)$$

제어입력은 두 부분으로 구성되는데 첫 번째 ks 는 선형화된 계통을 안정화시키는 역할을 하고 RBFN의 출력 $\hat{\mathbf{w}}^T \phi(\hat{\boldsymbol{\eta}})$ 은 미지의 비선형항을 상쇄시키는 역할을 한다.

정리 2 : 가정 1을 만족하는 계통식 (4)와 제어입력 (29) 그리고 적응법칙 (26)으로 이루어진 폐루프계통을 고려하자. 이 계통의 필터링된 추종오차신호 s 와 모든 시변신호는 UUB(uniformly ultimately bounded)이다.

증명 : 리아프노브 함수를 $L = s^2/2$ 로 선정하고 그 시간도함수를 유도해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= s\dot{s} \\ &= s(a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x}, u) + v) \\ &= s(a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x}, u^*) + v \\ &\quad b(\mathbf{x}, u) - b(\mathbf{x}, u^*)) \\ &= -ks^2 + s(b(\mathbf{x}, u) - b(\mathbf{x}, u^*)) \end{aligned} \quad (30)$$

함수 $f_i(\mathbf{x}, u)$, $i = 1, \dots, n$ 는 평활함수이므로 함수 $b(\cdot, \cdot)$ 은 u 에 대해서 지역적으로 Lipschitz이다. 따라서 임의의 콤팩트(compact) 집합에 대해 다음을 만족하는 Lipschitz 상수 l_b 가 존재함을 알 수 있다.

$$|b(\mathbf{x}, u) - b(\mathbf{x}, u^*)| \leq l_b |u - u^*| \quad (31)$$

따라서 (30)의 마지막 부등식을 다음과 같이 좀 더 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= -ks^2 + l_b |s||u - u^*| \\ &= -ks^2 + l_b |s| \\ &\quad \times |-k(s - \hat{s}) + \mathbf{w}^{*T} \phi - \hat{\mathbf{w}}^T \hat{\phi}| \\ &= -ks^2 + l_b |s| \\ &\quad \times |-k||\Lambda^T \mathbf{1}||e - \hat{e}| + \mathbf{w}^{*T} \phi - \hat{\mathbf{w}}^T \hat{\phi}| \\ &\leq -ks^2 + kl_b l_A |s| |\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}| + l_b |s| \epsilon_w c_\phi \\ &\leq -k |s| \left(|s| - l_b l_A \epsilon h + \frac{l_b \epsilon_w c_\phi}{k} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

여기서 $\hat{\phi} = \phi(\hat{\boldsymbol{\eta}})$, $l_A = \|\Lambda^T \mathbf{1}\|$, 그리고 $\epsilon_w = |\mathbf{w}^*| + \epsilon_w$ 이다. 부등식 (32)의 마지막 행으로부터 s 가 다음 집합에 대해서 positive invariant함을 쉽게 알 수 있다.

$$\Omega_1 = \left\{ s \mid |s| \leq l_b l_A \epsilon h + \frac{l_b \epsilon_w c_\phi}{k} \right\} \quad (33)$$

집합 Ω_1 의 반경은 관측기 설계상수 ϵ 과 제어입력 이득 k 를 조절함으로써 충분히 작게 만들 수 있다. ■

Remark 1 : 본 논문의 주요 장점은 완전계환 비선형 시스템의 제어기설계에서 백스테핑을 회피했다는 것이다. 이것은 원래의 계통 (4)를 출력과 그 시간미분신호에 대해서 정규식의 형식인 (12)로 변환함으로써 가능하게 되었으며 그로 인하여 제어식과 안정도증명이 매우 간단하게 됨을 보였다.

Remark 2 : 이전 연구결과에 의하면 백스테핑 기반의 제어기들은 매 설계단계마다 UA를 사용하므로 총 n 개 이상의 UA를 사용했으며 이것이 시스템의 차수가 증가할수록 제어알고리즘이 극도로 복잡해지는 한 원인이 되었다. 그러나 본 논문에서 제안한 제어기는

단 한 개의 RBFN만을 사용한다. 또한 설계상수들 k , λ , γ , ϵ_w , ϵ , d_i 상호간에 제약적인 조건이 필요치 않다.

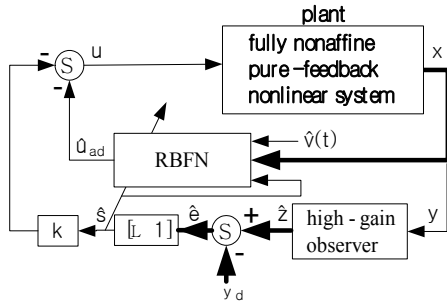


Fig. 1. Block diagram of the closed-loop control system

그림 1. 전체 페루프 계통의 블록다이어그램

IV. 모의실험

제안된 적응 신경망 제어기의 성능을 보기 위해서 다음과 같은 비선형계통에 대해서 모의실험을 수행한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 + 0.2x_2^3 \\ \dot{x}_2 &= x_1x_2 + u + u^3/7 \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (34)$$

계통 (34)는 완전제환계통이며 가정 1을 만족함을 쉽게 알 수 있다. 원하는 출력은 $y_d(t) = 2\sin(t)$ 이다. 예제 계통의 차수가 2차이기 때문에 다음과 같은 2차 HGO를 사용한다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_1/\epsilon \\ \dot{\xi}_2 &= -d_1\xi_2 - \xi_1 + y/\epsilon \end{aligned} \quad (35)$$

여기서 설계상수는 $\epsilon = 0.01$, $d_1 = 2$ 로 선정하였다.

RBFN의 입력변수 x_1 , x_2 , \hat{v} , \hat{s} 에 대한 RBF의 수는 각각 4, 4, 2, 2개로 선정하였고 중심과 기울기는 $(-2.9, -0.9, 1.1, 3.1; 2)$, $(-3 -1 1 3; 2)$, $(-4.75 5.25; 10)$, $(-6.8 3.2; 10)$ 으로 결정하였다. 따라서 총 뉴런의 개수는 64개이다. 이러한 RBFN의 파라미터들은 몇 번의 사전 모의실험을 수행하고 해당 변수들의 범위를 확인한 후 그것을 포함하도록 시행착오적으로 결정된 것이다. 제어기 상수는 $\lambda = 2$, $k = 5$, $\gamma = 20$, $\epsilon_w = 15$ 로 선정하였다. 초기 상태변수는 $\mathbf{x}(0) = [0.1 \ 0]^T$ 이고 HGO와 RBFN의 초기 변수값은 모두 0으로 하였다. 모의실

험 결과를 그림 2와 3에 도시하였으며 만족할만한 출력 추종 성능을 보임과 모든 시변신호들이 안정화되는 것을 확인할 수 있다.

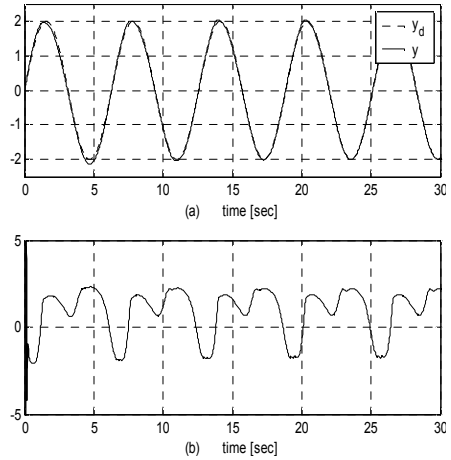


그림 2.(a) 출력과 원하는 출력, (b) 제어입력
Fig. 2.(a) Ouput and desired output, (b) control input

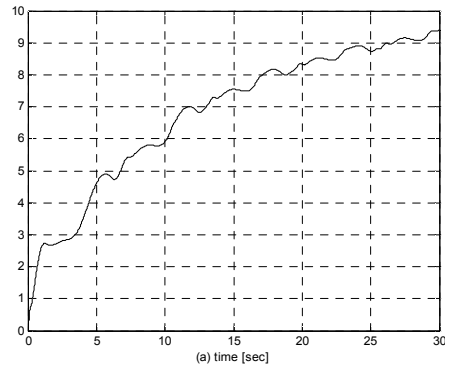


그림 3. ||w||의 궤적
Fig. 3. Trajectory of ||w||

V. 결론

본 논문에서는 불확실한 단일입력 단일출력 완전제환 비선형 계통에 대한 적응 신경망 제어기법을 제안하였다. 기존의 연구결과들이 모두 적응 백스테핑을 기반으로 한 제어기법인 것과 달리 본 논문은 원래의 계통을 출력과 그 시간 미분항들에 대한 정규식으로 변환하여 제어기를 설계하여 백스테핑을 회피하였다. 그 결과 백스테핑의 고질적인 문제점인 ‘복잡도 폭발’을 해결하고, 제어식과 안정도 증명이 현저히 간결해졌음

을 보였다. 오직 한 개의 RNFN만이 제어기에서 사용된다는 점이 본 논문에서 제안된 방식의 간결성을 대변한다. 또한 모의실험을 통해 제안된 제어기의 성능을 보였다.

참고문헌

- [1] E. Tzirkel-Hancock, F. Fallside, "Stable control of nonlinear systems using neural networks," *Robust and Nonlinear Control*, vol. 2, pp. 63-68, 1992.
- [2] L.-X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 146-155, 1993.
- [3] A. Yesildirek, F. L. Lewis, "Feedback linearization using neural network," *Automatica*, vol. 31, no. 11, pp. 1659-1664, 1995.
- [4] S. Fabri, V. Kadiramanathan, "Dynamic structure neural networks for stable adaptive control of nonlinear system," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, no. 5, pp. 1151-1167, 1996.
- [5] L.-X. Wang, "Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted tracking," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 5, pp. 677-691, 1996.
- [6] J. T. Spooner, K. M. Passino, "Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 339-359, 1996.
- [7] S. N. Huang, K. K. Tan, and T. H. Lee, "Further results on adaptive control for a class of nonlinear systems using neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 14, no. 3, pp. 719-722, 2003.
- [8] J.-H. Park and G.-T. Park, "Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear system Using Estimation of Bounds for Approximation Errors," *Fuzzy Sets & Systems*, vol. 133, no. 1, pp. 19-36, 2003.
- [9] J.-H. Park, G.-T. Park, S.-H. Kim and C.-J. Moon, "Output-feedback control of uncertain nonlinear systems using a self-structuring adaptive fuzzy observer," *Fuzzy Sets & Systems*, vol. 151, no. 1, pp. 21-42, Apr., 2005.
- [10] S. S. Ge and C. C. Hang and T. Zhang, "Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feedback," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, 1999.
- [11] A. J. Calise, N. Hovakimyan, M. Idan, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks," *Automatica*, vol. 37, no. 1, pp. 1201-1211, 2001.
- [12] J.-H. Park, S.-H. Huh, S.-H. Kim, G.-T. Park, "Direct Adaptive Controller for Nonaffine Nonlinear Systems Using Self-Structuring Neural Networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 16, no. 2, pp. 414-422, 2005.
- [13] J.-H. Park, S.-H. Kim, "Direct Adaptive Output-Feedback Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System," *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 1, pp. 65-72, 2004.
- [14] J.-H. Park, G.-T. Park, S.-H. Kim and C.-J. Moon, "Direct Adaptive Self-Structuring Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear Systems," *Fuzzy Sets & Systems*, vol. 153, no. 3, pp. 429-445, Aug., 2005.
- [15] J.-H. Park and G.-T. Park, "Robust Adaptive Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear Systems with Dynamic Rule Activation," *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, no. 2, pp. 117-139, 2003.
- [16] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and A. S. Morse, "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 36, no. 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [17] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, "Adaptive nonlinear control without overparameterization," *Syst. Control Lett.*, vol. 19, pp. 177-185, 1992.
- [18] I. Kanellakopoulos, "Passive adaptive control of nonlinear systems," *Int. J. Adapt. Control Signal Processing*, vol. 7, pp. 339-352, 1993.
- [19] M. U. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators," *Int. J. Control*, vol. 70, no. 3, pp. 363-384, 1998.
- [20] W.-Y. Wang, M.-L. Chan, T.-T. Lee and C.-H. Liu, "Adaptive fuzzy control for strict-feedback canonical nonlinear systems

- with H^{∞} tracking performance," IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, vol. 30, no. 6, pp. 878-885, 2000.
- [21] Y. Li, S. Qiang, X. Zhuang, O. Kaynak, "Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 15, no. 3, pp. 693-7001, 2004.
- [22] S. S. Ge, C. Wang, "Direct adaptive NN control of a class of nonlinear systems," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 13, no. 1, pp. 214-221, 2002.
- [23] J. Q. Gong, B. Yao, "Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form," Automatica, vol. 37, pp. 1149-1160, 2001.
- [24] Y. Yang, G. Geng, J. Ren, "A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems," IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics - Part A, vol. 34, no. 3, pp. 406-420, 2004.
- [25] Y. Yang, C. Zhou, "Adaptive fuzzy H^{∞} stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 13, no. 1, pp. 104-114, 2005.
- [26] J.-H. Park, S.-H. Kim, C.-J. Moon, "Adaptive Control for Strict-Feedback Nonlinear Systems Without Backstepping," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 20, no. 7, pp. 1204-1209, 2009.
- [27] S. S. Ge, C. Wang, "Adaptive nn control of uncertain nonlinear pure-feedback systems," Automatica, vol. 38, pp. 671-682, 2002.
- [28] D. Wang, J. Huang, "Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form," Automatica, vol. 38, pp. 1365-1372, 2002.
- [29] C. Wang, D. J. Hill, and S. S. Ge, G. Chen "An ISS-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems," Automatica, vol. 42, pp. 723-732, 2006.
- [30] T. P. Zhang, S. S. Ge, "Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unknown dead zone in pure feedback form," Automatica, vol. 44, pp. 1895-1903, 2008.
- [31] B. Ren, S. S. Ge, C.-Y. Su, T. H. Lee, "Adaptive Neural Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems in Pure-Feedback Form with Hysteresis Input," IEEE Trans. Sys. man, and Cybern.-part B: Cybern, vol. , no. , pp, 2008.
- [32] S. Behatsh, "Robust output tracking for nonlinear systems," Int. J. Control, vol. 51, no. 6, pp. 1381-1407, 1990.
- [33] P. A. Ioannou and J. Sun, Robust Adaptive Control, EnglewoodCliffs, NJ:Prentice-Hall, 1996.

저 자 소 개

박 장 현 (정회원)

1995년 : 고려대학교 전기공학과 졸업 (공학사)
 1997년 : 고려대학교 대학원 전기공학과 (공학석사)
 2002년 : 고려대학교 대학원 전기공학과 (공학박사)
 2003년 3월~현재 : 목포대학교 제어로봇공학과 교수

<주관심분야> 지능제어, 마이크로프로세서 응용.

김 성 환 (정회원)

1991년 : 고려대학교 전기공학과 졸업 (공학사)
 1995년 : 고려대학교 대학원 전기공학과 (공학석사)
 1998년 : 고려대학교 대학원 전기공학과 (공학박사)
 1999년 9월~현재 : 목포대학교 제어로봇공학과 교수

<주관심분야> 지능제어, AC전동기제어, DSP응용.

장 영 학 (정회원)

1981년 : 전남대학교 계측공학과 졸업 (공학사)
 1984년 : 전남대학교 대학원 전기공학과 (공학석사)
 1991년 : 전남대학교 대학원 전기공학과 (공학박사)
 1991년 3월~현재 : 목포대학교 제어로봇공학과 교수

<주관심분야> 전기기기, 전력전자