

# 유전자 알고리즘을 이용한 정밀 스테이지의 슬라이딩모드 제어기 설계에 관한 연구

조백희\*, 성활경<sup>†</sup>

(논문접수일 2009. 11. 03, 심사완료일 2009. 11. 27)

## The Design of Sliding Mode Controller for Precision Stage using Genetic Algolithm

Baekhee Cho\*, Hwalgaeong Seong<sup>†</sup>

### Abstract

This paper presents motion control of the precision stage composed of the piezoelectric actuator and flexible hinges. The stage shows approximately 27% overshoot when the stage was applied to 30V square wave input voltage. Also, the stage shows nonlinear response characteristics including hysteresis. This paper proposes feedback control technique to suppress the phenomenon of hysteresis and overshoot using the sliding mode control scheme with the integrator. Also, this paper suggests the method that searches important parameters of sliding mode control and observer using Genetic Algorithm. To demonstrate the effectiveness of the proposed control algorithm, experimental validations are performed.

**Key Words :** Piezo Actuator(압전구동기), Precision Stage(정밀스테이지), Sliding Mode Control(슬라이딩모드제어), Genetic Algorithm(유전자알고리즘)

## 1. 서 론

초정밀 위치 결정 기술은 최근 반도체 장비, 디스플레이장비, 초정밀 공작기계 등의 고정도, 고정밀화, 소형화 추세와 함께 빠르게 발전하고 있으며, 그 활용 범위도 날로 증가 하

고 있다. 초정밀 위치 결정이 가능한 초정밀 스테이지를 구현하기 위해서는 첫째, 구조적인 강성, 안정성 등을 고려한 정밀한 기구 설계 기술이 필요하고, 둘째 기구물을 모터등과 같은 구동기를 이용하여 정밀한 위치를 제어하며, 정지시 떨림과 속도의 변동 없이 이동시키는 제어기술이 필요하다. 최

\* 김천대학 자동차기계계열 (chobhohc@gimcheon.ac.kr)

주소: 740-704 경북 김천시 삼락동 754

+ 창원대학교 공과대학 조선공학과

근에는 나노미터(nm)의 분해능을 가지는 유연한지(Flexible Hinge)와 빠른 응답성과 높은 정밀성을 가지는 압전 구동기의 조합으로 이루어진 스테이지가 가진 장점으로 인해 적용 범위가 넓어지고 있다.<sup>(1,2)</sup> 특히 압전소자는 기계적 에너지와 전기적 에너지를 양방향으로 변환할 수 있어 구동기 및 센서로 이용 가능하지만, 히스테리시스 특성과 크리프 특성 등의 비선형성이 문제점이 있어 이러한 문제점 보완을 위한 연구가 진행되고 있다.<sup>(1~4)</sup>

본 논문에서는 압전 구동기와 유연한지를 적용한 4각 초정밀 스테이지를 제작하였다. 또한 제작된 스테이지의 동특성을 주파수 영역에서 커브 피팅(Curve Fitting) 방법으로 모델링하고 그 특성을 검증하고자 한다. 또한 제작된 스테이지의 위치 제어를 위해 모델링 오차, 외란 등에 개인한 슬라이딩 모드 제어기를 도입하되, 기준 입력 신호에 추종 능력이 우수하도록 적분기를 포함한다. 한편, 슬라이딩 모드 제어기를 설계함에 있어 중요한 문제는 설계 파라미터들을 적절히 선정하는 것이나, 선정 시 고려되어야 하는 모델링되지 않은 시스템 동특성과 엑추에이터의 성능, 시스템 추종 궤적의 크기 및 주파수, 부하의 하중 등도 영향을 줄 수 있다.<sup>(4)</sup> 따라서 파라미터 선정은 해석적으로 하기에는 어려운 면이 있고 실제에 있어서는 시행착오 과정을 통해서 이루어지고 있다.<sup>(5,6)</sup> 본 논문에서는 시스템의 제어에 중요한 영향을 미치는 제어기 파라미터인 초평면의 고유값과 관측기 이득을 오버슈트(Overshoot)와 정착시간(Settling Time)을 반영한 목적함수를 최소화 하도록 유전자 알고리즘을 통한 최적해 탐색법으로 결정했으며 그 결과를 실험을 통해 검증하였다.

## 2. 시스템 모델링

### 2.1 시스템의 거동특성

본 논문에서는 스텀인레스 스틸(STS304)를 사용하여 유연한지 4개가 스테이지 사면에 대칭적으로 분포된 4각 스테이지를 제작하였다.

Fig. 1은 실제 제작된 정밀 스테이지이다. Fig. 2는 스테이지 위치 제어를 위한 제어계 구조도로서 이산신호 처리장치(dSPACE 1104)를 통해 기준 입력 및 제어 입력을 발생시키고, PZT Amp를 통해 15배 증폭된 신호를 압전 구동기에 인가하게 된다. 압전소자의 구동에 의해 발생하는 스테이지의 미소변위는 용량형 변위센서(Capacitance Gap Sensor)를 스테이지 중심부에 설치하여 측정하였고, 측정된 변위 신

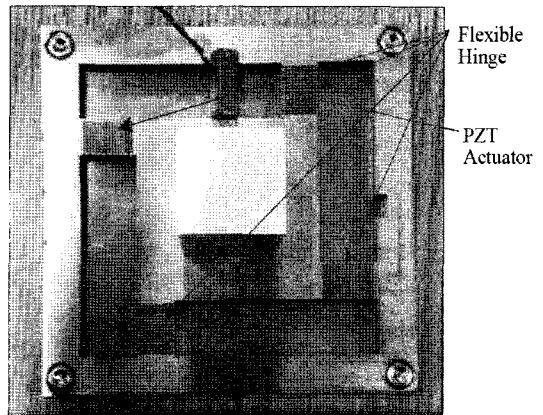


Fig. 1 Prototype of the Designed Stage

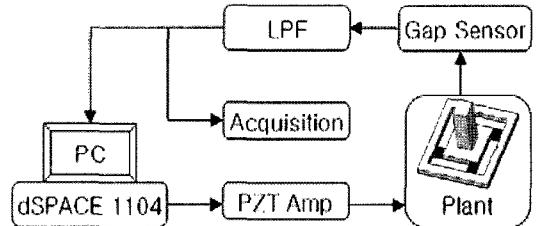


Fig. 2 Schematic diagram of experimental system

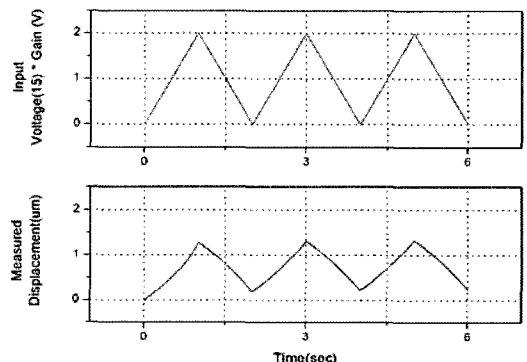


Fig. 3 Response of the Uncontrolled Stage System to Triangle Input

호는 아날로그 저역통과 필터를 거친 후 고속 이산신호 처리장치에 입력된다. 스테이지의 공진 주파수를 고려하여 제어 샘플링 주파수는 1kHz로 정하였고, 저역통과 필터의 차단 주파수는 0.5kHz로 정하였다.

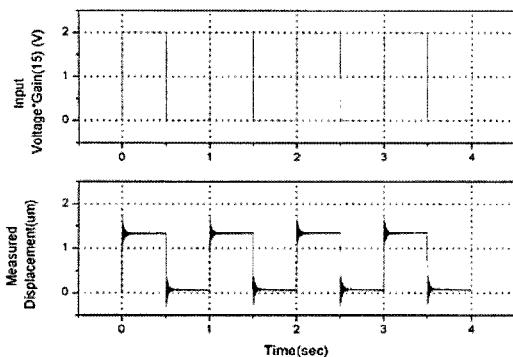


Fig. 4 Response of the Uncontrolled Stage System to Square Input

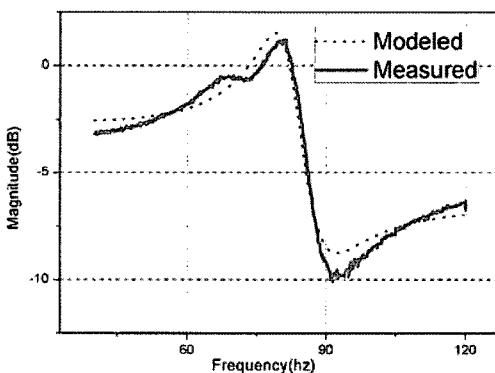


Fig. 5 Frequency Response of the Stage System

## 2.2 스테이지의 모델링

정밀 스테이지의 제어를 위하여 가능한 낮은 치수의 높은 정밀도를 갖는 수학적 모델링이 필요하다. 본 논문에서는 압전소자를 포함한 스테이지의 전달함수를 구하기 위하여 주파수 응답을 측정하고 이를 행렬분수표현(Matrix Fraction Description)을 이용한 커브 피팅 기법을 사용하여 시스템의 수학적 모델을 규명하였다.

## 3. 제어기설계

### 3.1 슬라이딩 모드 제어

상태 공간 가변구조 제어이론 중에서 체계화 되어 있는 것 중의 하나가 슬라이딩 모드 제어법이며 현재 다양한 형태의 서보계 설계에 널리 이용되고 있다. 슬라이딩 모드 제어

에서 가변구조는 시스템 상태변수가 전환함수의 경계지역 안에서 놓이도록 설계된다. 따라서 제어계의 동적특성은 전환함수의 선택에 의해서 결정되고 상태 모델의 불확실성에도 제어계가 강건하게 유지될 수 있다. 식 (1)은 시스템의 상태 공간 모델이다.

$$\dot{x}_a = Ax_a + Bu \quad (1)$$

(A,B)는 가제어형 시스템 행렬이고 B는 전 계수(full Rank)이다. 절환함수(Switching Function)를 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma = Sx_a \quad (2)$$

여기서  $S \in R^{m \times n}$ 은 전계수이며 초평면 (Hyperplane)은  $S = x \in R^n$ 로 정의 된다. 식 (1), 식 (2)의 시스템을 좌표변환  $x_a = Tx$ 를 통해 표준형 시스템으로 표현된다.

$$\begin{aligned} x_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \\ x_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma = S_1x_1 + S_2x_2 \quad (4)$$

식 (3)에서의 행렬들은 다음의 관계가 있다.

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} I_{n-m} - B_1B_2^{-1} \\ 0 \\ I_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

슬라이딩모드가 발생할 때 시스템은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}k)x_1 \quad (6)$$

식 (6)은 k를 설계하여 임의의 극배치가 가능해지며 여기서  $k = S_2^{-1}S_1$  이다. 이때

$$S = [S_1 \ S_2] = [S_2k \ S_2] = S_2[k \ I_m] \quad (7)$$

이 된다. 여기서 초평면 행렬  $S_2$ 는 임의의 값을 가진다.

슬라이딩 모드 제어가 되고 난 후 상태변수의 변동을 최소

로 하는 최적절환 초평면은 다음과 같은 평가함수를 도입하여 결정할 수 있다.

$$J = \int_{t_s}^t x^T Q x dt \quad (8)$$

여기서  $Q$ 는 양의 한정 대각행렬이며,  $t_s$ 는 슬라이딩 모드를 일으키기 시작 했을 때의 시간이며  $Q$ 는 다음과 같은 좌표변환에 의해 구성된다.

$$T Q T^T = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $Q_{21} = Q_{12}^T$ 이며 식 (9)는 다음과 같이 표현된다.

$$J = \int_{t_s}^t (x_1^T Q_{11} x_1 + 2x_1^T Q_{12} x_2 + x_2^T Q_{22} x_2) dt \quad (10)$$

$J$ 를 최소로 하는 해는 리카티(Riccati) 방정식의 양의 한정행렬  $P$ 를 통하여 다음과 같이 얻어진다.

$$x_2 = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^T P + Q_{21})x_1 \quad (11)$$

$$k = -Q_{22}^{-1}(A_{12}^T P + Q_{21}) \quad (12)$$

선형 입력 초평면을 설계한 후에는 비선형 입력인 슬라이딩모드 제어기를 설계해야 한다. 최종 슬라이딩모드 제어력은 선형상태 피드백 제어항  $u_l$ 과 비선형 제어항  $u_n$  두 개의 독립된 항으로 구성되어 있다.

기저(known)의 불확실 성분  $f(t, x, u)$ 를 포함하는 다음의 시스템을 가정하기로 하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f(t, x, u) \quad (13)$$

여기서  $f: R \times R^n \times R^m \rightarrow R^m$ 이고 불확실 성분  $f(t, x, u)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$f(t, x, u) = B\xi(t, x, u) \quad (14)$$

여기서  $\xi$ 는 불확실성 또는 비선형성이다. 제어법칙은 선

형 제어부  $u_l$ 와 비선형 제어부  $u_n$ 의 조합으로 식 (15)와 같이 표현된다. 제어입력에 대한 채터링을 억제하기 위하여 평활함수(Smoothing Function)  $\frac{\sigma}{\|\sigma\| + \delta}$ 를 사용하면 비선형 제어부는 식 (16)과 같이 표현된다.

$$u = u_l + u_n \quad (15)$$

$$u_l = -\Lambda^{-1}(SB - \Phi S)x$$

$$u_n = -(\eta \|\Lambda\|^{-1} \|\sigma\| + \beta) \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \delta} \quad (16)$$

여기서  $\Lambda = SB$ 이고  $\Phi$ 는 초평면의 고유값이다.  $\eta$ 과  $\beta$ 는 양의 비선형 제어계수이다.  $\delta$ 는 전환시간의 완급을 조절하는 평활함수의 계수이다.

### 3.2 관측기 설계

상태 되먹임 제어기를 구현하기 위해서는 시스템의 모든 상태 변수를 측정할 수 있어야 한다. 그러나 실제 상황에서는 시스템의 모든 상태를 정확히 알 수 없으며 대부분의 경우에 잡음이 섞인 측정값을 이용하게 된다. 이에 따라 잡음을 확률변수로 취급하여 상태 추정오차의 기대값이 최소가 되도록 상태변수를 추정하는 관측기가 필요하게 된다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \quad (17)$$

$$y = Cx + Du + v$$

$w$ 는 외란(Process Disturbance),  $v$ 는 측정 잡음(Measurement Noise)을 의미하며 이것들은 평균이 0이고 상호분산(Covariance)이 각각  $Q_0$ 와  $R_0$ 인 확률 변수로 나타낸다. 상태변수의 추정치를  $\hat{x}$ 라 하면 추정오차  $x_e$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$x_e = x - \hat{x} \quad (18)$$

이 추정오차의 분산을 성능지수로 사용하고 이를 최소화시키는 관측기 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x} - Du) \quad (19)$$

여기서  $L$ 은 관측기 이득행렬로서 다음과 같이 결정된다.

$$L = APC^T(R_0 + CPC^T)^{-1} \quad (20)$$

여기서  $P$ 는 관측기 리카티 방정식의 해이고, 다음과 같이 표현된다.

$$P = APA^T - APC^T(R_0 + CPC^T)^{-1}CPA^T + LQ_0L^T \quad (21)$$

### 3.3 유전자알고리즘

유전자 알고리즘의 기본 개념은 다수의 개체로부터 우수한 유전인자를 추출하는 무작위 탐색기법으로 기준의 최적화 기법들이 적용하기 어려운 실제의 문제에 적용이 가능하고 그 결과 또한 매우 우수하다. 따라서 최근 컴퓨터의 급속한 발전과 더불어 더욱더 많은 연구가 진행되고 있다.

최적화에 유전자 알고리즘을 적용하기 위해서 설계변수를 2진수의 유전인자로 구성된 개체(Chromosome)를 생성하고 설계변수의 함수인 목적함수와 제한식을 적합도(Fitness)로 나타내어 복제(Reproduction), 교차(Crossover) 및 돌연변이의 과정을 거쳐 우수한 형질을 가진 새로운 세대를 만들어 내는 과정을 반복한다. 이 과정을 단계별로 나타내면 다음과 같다.

- 1) 설계변수 값을 2진코드의 1차원 배열의 스트링(String)으로 표현, 초기 개체수에 대한 염색체길이(Chromosome Length)를 결정하고 이를 랜덤하게 구성하여 유전자집단(Population Size)을 형성한다.
- 2) 설계변수가 최적화에 가까울수록 값이 크도록 적합도를 정의한다.
- 3) 확률적으로 적합도가 높은 개체는 더 많은 복제(Reproduction)가 되어 교배율에 해당하는 수만큼의 교배쌍이 선택되며, 선택된 스트링을 상호교차(Crossover)시켜 새로운 유전자 집단을 생성한다.
- 4) 이진코드로 구성된 유전자 집단의 각 개체 중 확률적인 수단(돌연변이율)에 의해 염색체의 특정위치 비트(Bit)를 0은 1, 1은 0으로 치환한다.
- 5) 각 개체에 대한 적합도를 계산하여 평균 적합도를 고려하고, 여기에 각 개체의 선택확률을 결정해서 이를 기초로 선택된 개체들을 상호교차 시켜 새로운 유전자 집단을 만든다.
- 6) 상기 과정을 거치면 한 세대(Generation)가 끝나는 것

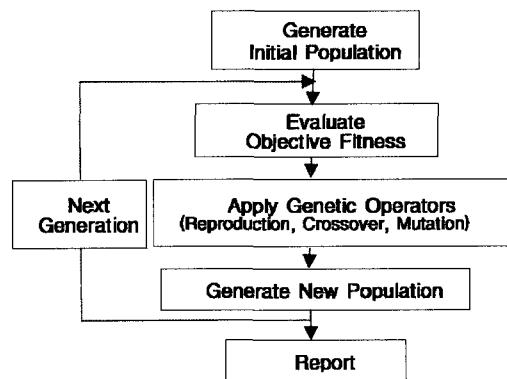


Fig. 6 A Computational Flow Chart for Genetic Algorithm

으로서 미리 정해진 세대수만큼, 또는 수렴 조건을 만족할 때까지 상기의 과정을 반복시키면 설계변수는 원하는 최적 해로 수렴하게 된다.

## 4. 실험 및 시뮬레이션

### 4.1 유전자 알고리즘을 통한 파라미터 결정

슬라이딩 모드 제어기를 설계함에 있어 3.1절에서 제시된 설계이론에서 비선형 계수와 평활함수 계수 등을 시행 오차법을 사용하여 결정하였다. 그러나 좀 더 정밀한 최적의 계수를 결정하기 위하여 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 결정하였다.

유전자 알고리즘을 사용하기 위한 목적함수는 오버슈트의 양( $f_1$ )과  $\pm 5\%$ 의 정착시간( $f_2$ )을 최소화하는 것으로 하였으며 설계변수는 시스템의 초평면의 고유값  $\Phi(\Phi)$ 와 불확실성에 대응하는 관측기 이득  $Q_0$ 와  $R_0$  값으로 하였다.

2개의 목적함수를 갖는 최적화 문제를 가중치를 도입하여 식 (22)와 같이 단일목적함수로 변환한다.

$$\text{Min } U(x) = w_1 f_1 + w_2 f_2 \quad (22)$$

여기서  $w_1, w_2$ 는 오버슈트( $f_1$ ) 와 정착시간( $f_2$ )에 대한 가중치이며  $f_1, f_2$ 는 목적함수를 나타낸다.

목적함수들의 단위는 서로 같으므로 직접적으로 계산 할 수 없어 식 (23)과 같이 단위의 무차원화를 위한 새로

운 목적함수  $F$ 를 정의 하여 최적화 문제를 식 (24)와 같이 다시 정의 하였다.

$$F_i(x) = \frac{f_i(x)}{f_i^*(x)} \quad (23)$$

$$\text{Min } U(x) = w_1 F_1 + w_2 F_2 \quad (24)$$

여기서  $x$ 는 설계변수이며  $f_i^*(x)$ 는 설계자에 의해서 결정되는 임의의 값이다.

최소화 문제를 최대화 문제로 변환하는 적합도(Fitness) 함수는 다음 식 (25)와 같이 하였다.

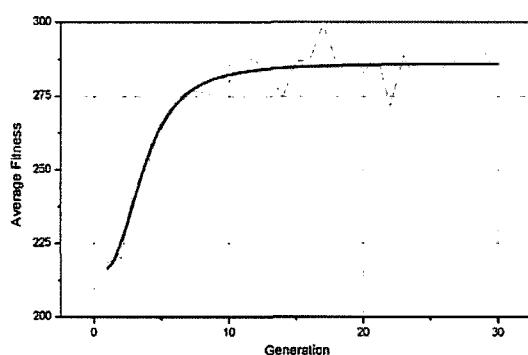
$$f = \frac{c_2}{U(x) + c_1} \quad (25)$$

여기에서  $c_1, c_2$ 는 임의의 상수로  $U(x)$ 의 변화가 적합도 함수의 변화로 나타날 수 있도록 한다.

Table 1에 유전자알고리즘을 위한 각종 계수의 값을 나타내었으며 유전자알고리즘은 약 10세대에서 최적 해에 도달하였고 Fig. 7은 각 세대별 평균 적합도 추이를 나타낸 것이다.

**Table 1. GA Optimize Coefficients**

|            |      |                |             |
|------------|------|----------------|-------------|
| Popsiz     | 20   | $f_1^*, f_2^*$ | 0.005, 0.13 |
| Cross-over | 0.85 | $c_1, c_2$     | 0, 1e3      |
| Mutation   | 0.15 |                |             |



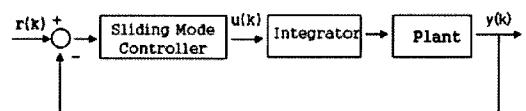
**Fig. 7 Average Fitness of Each Generations**

#### 4.2 스테이지의 슬라이딩 모드 제어

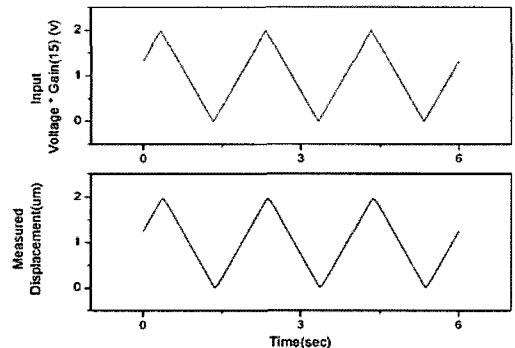
본 논문에서는 명령 추종능력 향상과 히스테리시스 보완을 위해 적분기를 포함하였다. Fig. 8은 적분기가 포함된 슬라이딩 모드 피드백 제어계의 블록 선도를 나타낸 것이다.

유전자 알고리즘을 통하여 오버슈트와 정착시간을 최소화하는 값을 텁색한 결과 3.1절에서 언급된 제어계수  $\Phi=0.80$ 이 결정되었으며, 관측기 이득 행렬  $R_0=0.97294$ ,  $Q_0=0.00100$ 로 결정되었다.

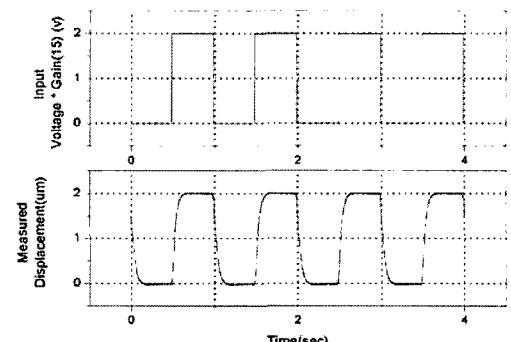
Fig. 9는 30V, 0.5Hz 삼각파형의 기준 입력에 대한 정밀 스테이지의 응답 변위를 용량형 변위센서로 측정한 것으로서 피드백 제어계의 우수한 명령 추종기능으로 인하여 응답



**Fig. 8 Schmatic Diagram of Sliding Mode Controller**



**Fig. 9 Triangle Input Response of Controlled System**



**Fig. 10 Square Input Response of Controlled System**

특성이 선형화 되어 히스테리시스 현상과 잔류변위가 제거되었음을 알 수 있다.

Fig. 10은 사각파형의 기준 입력에 대한 응답 변위를 측정한 것이다. 제어 후의 기준 입력 신호에 도달하는 정착시간(Setting Time)은 0.19초이며 오버슈트와 잔류진동은 발생하지 않으므로 상승시간과 정착시간이 같게 된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 압전소자 구동기와 유연한지의 조합으로 이루어진 정밀 스테이지를 제작하였다. 또한 압전구동기로 인해 발생하는 히스테리시스 특성과 사각파 입력에 대한 스테이지의 오버슈트를 제거하고 위치 추종 능력을 향상시키기 위해 적분기를 포함한 슬라이딩 모드 제어기를 도입하였다. 슬라이딩 모드 제어기의 설계에서 초평면 고유치와 관측기 이득을 최적으로 결정하기 위하여 위치 추종 능력의 기준이 될 수 있는 오버슈트와 정착시간을 목적함수로 하여 유전자 알고리즘을 통한 탐색을 시도하였고 최적값을 찾을 수 있었다. 탐색된 최적값을 슬라이딩 모드 제어기에 반영하여 설계 했을 때, 잔류 변위를 포함한 히스테리시스 현상을 제거 할 수 있었으며, 사각파형 기준 입력에 대해 정착시간은 제어전과 비교했을 때 길어졌으나 오버슈트는 완전히 제거되는 것을 확인할 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 2009 교육과학기술부 김천대학 교육역량강화 사업의 일환으로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Park, J. S. and Jeong, K. Y., 2006, "A Study on the Design, and Control of a Ultra-precision Stage,"
- Vol. 15, No. 3, pp. 111~119.

- (2) Kang, J. O., Baek, S., Han C. S., and Hong, S. W., 2004 "Development of 3-axis Fine Positioning Stage: part 2. Fabrication and Performance Evaluation," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 21, No. 3, pp. 155~162.
- (3) Kaizuka, H. and Byron, S., May, 1988, "A Simple Way to Reduce Hysteresis and Creep When Using Piezoelectric Actuators," *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 27, No. 5, pp. 773~776.
- (4) Park, E. C., Kim Y. S., and Kim, I. S., 2003, "Modeling and Motion Control of Piezoelectric Actuator," Proceeding of The Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference, pp. 630~637.
- (5) Ping G. and Jouaneh, M. 1995, "Modeling hysteresis in piezoceramic actuators," *Precision Engineering*, Vol. 17 No. 3, pp. 211~212.
- (6) Ryu, S. H. and Park, J. H., 2000 "Auto-tuning of Sliding Mode Control Parameters Using Fuzzy Logic," *Proceeding of The Korean Society of Precision Engineering Conference*, pp. 504~509.
- (7) Juang, J. N., 1994, *Applied System Identification*, Prentice-Hall, U.S.A.
- (8) Dhingra, A. K. and Lee, B. H., 1994 "A Genetic Algorithm Approach to single and Multiobjective structural Optimization with Discrete-Continuous Variables," *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 37, pp. 4059~4080.
- (9) Goldberg, D. E., 1989, *Genetic algorithm in search optimization and machine learning*, Addison Wesley, U.S.A.
- (10) Jin, K. G., 2004, *Genetic Algorithms and Their Applications*, Kyowoo, Republic of Korea.