

# 반복되는 구조물의 강성특성 연구

## A Study on the Stiffness Characteristic of Repeated Unit Cell Structure

박수<sup>1</sup>, 선광상<sup>1</sup>, 구재민<sup>2</sup>, 석창성<sup>2,✉</sup>, 박태정<sup>3</sup>  
Soo Park<sup>1</sup>, Kwang Sang Seon<sup>1</sup>, Jae Mean Koo<sup>2</sup>, Chang Sung Seok<sup>2,✉</sup> and Tae Jung Park<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 성균관대학교 기계공학부 대학원 (Department of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan Univ.)

<sup>2</sup> 성균관대학교 기계공학부 (Department of Mechanical Engineering, Sungkyunkwan Univ.)

<sup>3</sup> 두산중공업 증기발전기 설계팀 (Department of Steam Generator Design, Doosan Heavy Ind. & Constr.)

✉ Corresponding author: seok@skku.edu, Tel: 031-290-7477

Manuscript received: 2009.9.7 / Revised: 2010.1.14 / Accepted: 2010.1.19

*The repeated unit cell structure is applied to the composite, the carbon nano tube and sandwich panel. In this paper, a study on the stiffness of unit cell structure has been performed with the tube support plate of the steam generator. For this, repeated unit cell structure's equivalent elastic constant and poisson's ratio was evaluated through FEA and tests under the elastic range load. Also we evaluated the effect on the specimen size from results.*

Key Words: Equivalent Elastic Constant (등가탄성계수), Unit Cell (단위셀), Stiffness Characteristic (강성특성)

### 1. 서론

경량화를 위하여 항공기 등의 구조물에 사용되고 있는 복합재에서 기지 내에 섬유가 규칙적으로 반복되는 것처럼 탄성체내에 일정 형상이 주기적으로 반복되는 구조는 복합재 이외에도 탄소나노튜브, 섬유, 금속의 결정 구조, 샌드위치 판넬 등과 같이 불연속부가 다른 재질로 구성된 것과 이와는 달리 속이 빈 홀로 이루어진 것 등 여러 형태의 구조물이 실생활과 산업현장에서 널리 사용되고 있다. 이와 같이 반복되는 하나의 형상을 단위셀(unit cell)이라 하며, 단위셀로 이루어진 구조물의 경우 전체 크기에 비하여 미소한 불연속부가 계속 반복되는 데에 따르는 해석상의 어려움이 있기 때문에 많은 연구자들이 관심을 갖고 연구하고 있는 분야이다.<sup>1,2</sup>

이와 같은 단위셀을 포함하는 구조물의 경우 해석의 편리성을 위하여 균질재료로 가정하여 해석할 수 있도록 많은 연구자들이 등가강성계수를

구하는 문제에 대하여 연구하여 왔다.<sup>3,4</sup>

이 중 특히, 홀을 포함하는 단위셀로 이루어진 Fig. 1 과 같은 원자력 발전소의 증기발전기 전열관 지지판(tube support plate)은 Fig. 2 와 같은 단위셀이 반복적으로 모여서 형성된 구조물이다. 만약 전열관을 지지하는 지지판에 손상이 발생하게 되면, 내압이 작용하고 있는 전열관에 비대칭 하중이 발생하게 되고, 이로 인하여 회전 및 처짐이 발생한다. 또한 전열관 파손에 따른 냉각재의 누설, 방사능 유출 및 원자력 발전소의 가동 정지 등의 경제적, 사회적 문제가 유발될 수 있다.

이러한 내압과 외압이 작용하는 전열관의 회전 및 처짐을 제한하도록 구성된 지지판은 그 형상과 이에 따른 강성의 차이로 큰 성능의 차이를 발생시킬 수 있기 때문에 기존 원전 설계자 및 연구자들에 의해 최적의 형상을 찾고자 하는 노력이 진행 중이다.<sup>1,2</sup>

또한, 원전의 안전성 확보와 수명관리를 위해서는 지지판의 강성 특성에 관한 연구가 필수적인

데, 이를 위하여 단위셀 구조물의 강성평가를 수행하여야 한다.

따라서 본 연구에서는 원자력 발전소 증기발생기 B-TSP(broached tube support plate)의 강성을 평가하기 위하여 실제 지지판의 구속조건을 고려한 유한요소해석을 수행하여 지지판에 작용하는 하중방향에 따른 영향을 평가하였다. 또한 선형탄성 시험을 수행하여 시험편 크기가 강성에 미치는 영향을 분석하였다.

## 2. 반복되는 단위셀 구조물의 경계조건

Suquet<sup>1</sup> 에 의한 주기적 구조물의 변위장은 다음과 같다.

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = \bar{\epsilon}_{ik} x_k + u_i^*(x_1, x_2, x_3) \quad (1)$$

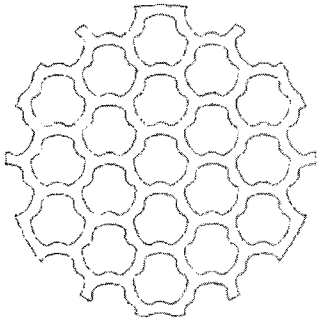


Fig. 1 Schematic figure of the tube support plates

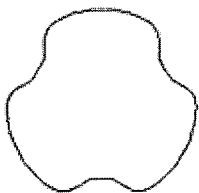


Fig. 2 Unit cell

이 식에서  $\bar{\epsilon}_{ik} x_k$  는 주기적 구조의 전체(평균) 변형률텐서를 의미하며, 선형 분포 변위장을 나타낸다. 두 번째 항, 즉  $u_i^*(x_1, x_2, x_3)$  는 하나의 셀로부터 인접한 셀 변위의 주기함수이나 일반적으로 미지의 함수이다.

반복되는 단위셀의 주기적 배열은 연속적이기 때문에, 인접한 단위셀의 경계에서 다음 두 개의 연속조건이 만족되어야 한다. 그 중 하나는 변위가 연속적이어야 한다는 것이다. 즉, 인접 단위셀은 변형 후에 경계에서 서로 분리될 수 없다는 조건이다. 두 번째 조건은 반복되는 한 쌍의 단위셀의 평행한 경계에서 힘의 분포가 같아야 한다는 것이다. 이 두 개의 연속조건이 만족된다면 무한판재에서 반복되는 단위셀의 주기적 배열이 연속이 된다.

그러나 식 (1)은 일반적으로  $u_i^*(x_1, x_2, x_3)$  를 모르기 때문에 경계에 직접 적용할 수 없다고 알려져 있다. 반복되는 단위셀 구조에서, 그 경계면은 항상 평행한 쌍이 되어야 하는데, 한 쌍의 평행한 경계면에서의 변위는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i^{j+} &= \bar{\epsilon}_{ik} x_k^{j+} + u_i^* \\ u_i^{j-} &= \bar{\epsilon}_{ik} x_k^{j-} + u_i^* \end{aligned} \quad (2)$$

$u_i^*(x_1, x_2, x_3)$  는 두 개의 인접 경계에서 서로 같기 때문에 두 식의 차는 다음과 같다.

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\epsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \bar{\epsilon}_{ik} \Delta x_k^j \quad (3)$$

$\Delta x_k^j$  가 평행한 경계면의 각 쌍끼리 일정하기 때문에, 특정  $\bar{\epsilon}_{ik} \Delta x_k^j$  에 대해서 우변은 일정하게 되며, 유한요소해석에서 nodal displacement constraint equation으로 적용할 수 있다.

또한, 힘의 연속 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_n^{j+} - \sigma_n^{j-} &= 0 \\ \tau_m^{j+} - \tau_m^{j-} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서  $\sigma_n$  과  $\tau_m$  는 평행 경계면에서의 수직과 전단응력이다. 이 식 (3)과 (4)는 일반적인 주기 경계 값 문제의 완전한 조건식이지만 변위에 기초한 유한요소법을 사용한다면 식 (3)만을 적용하여도 해의 유일성을 보증할 수 있으며, 식(4)는 자동적으로 만족하다고 하였다.<sup>3</sup>

### 3. 선형 탄성 해석

#### 3.1 유한요소해석 모델 구성 및 검증

증기발생기 지지판의 단위셀은 Fig. 2 와 다른 형태로 Fig. 3 과 같은 직사각형 형태와 Fig. 4 와 같은 육각형 형태로 고려할 수 있다. 두 가지 형상 중 어느 것을 사용하여도 관계없으나, 경계조건의 편의성을 위하여 본 연구에서는 직사각형 단위셀을 사용하였다. 이 단위셀의 좌우가 대칭이므로 대칭성을 고려하여 1/2 모델인 Fig. 5 와 같은 모델로 해석을 하였다.

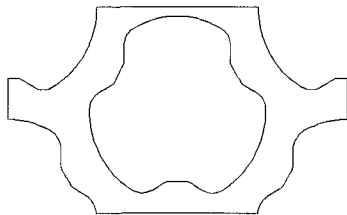


Fig. 3 Unit cell of rectangular type

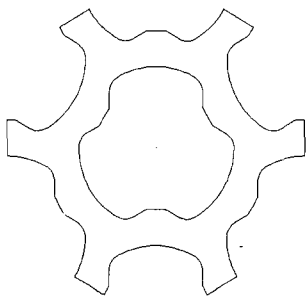


Fig. 4 Unit cell of hexagonal type

본 연구의 경우, Suqct<sup>1</sup> 의 반복되는 단위셀의 변위에 기초한 유한요소법을 이용하기 위해서는 반복되는 단위셀의 경계면이 항상 평행한 쌍을 이루어야 하기 때문에 경계조건을 다음과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned}
 u_{1x} &= 0, \quad \tau_1 = 0 & (\text{at side 1}) \\
 u_{2y} &= \text{const} & (\text{at side 2}) \\
 u_{3x} &= \text{const} & (\text{at side 3}) \\
 u_{4y} &= 0 & (\text{at side 4})
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

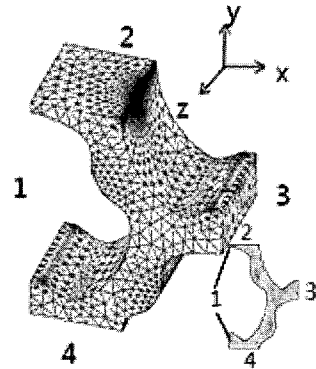


Fig. 5 Finite element model for unit cell

이 조건에 더 덧붙여 x 방향의 주기성은

$$u_{1y} = u_{3y} \tag{6}$$

의 조건과 y 방향의 주기성은

$$u_{2x} = u_{4x} \tag{7}$$

의 조건으로 충족할 수 있다.<sup>3</sup>

해석의 타당성을 검증하기 위하여 ASME 의 “Boiler and Pressure Vessel Code”의 유공판<sup>4</sup>에 대한 결과와 비교하였다. 피치(p)와 원공의 지름(2R)의 차를 피치로 나눈 피치효율이 0.5 인 경우(Fig. 6)에 ASME 에 의한 결과는 등가강성비가 0.51 이었으나, 본 연구의 단위셀의 경계조건을 부여하여 압축 해석을 수행한 후, 해석 모델이 직사각형으로 가득 차 있다는 가정을 하고, 해석 모델의 y 방향 변형량과 x 방향 변형량을 측정하여 Hook’s Law 를 적용하여 등가 탄성계수를 계산한 결과, 획득한 등가 탄성계수는 0.53 으로써, ASME 의 값과 유사함을 확인함으로써 방법의 타당성을 검증하였다.

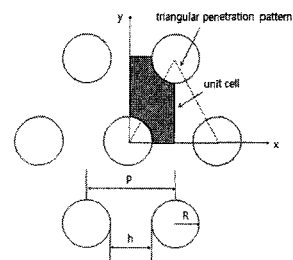


Fig. 6 Unit pattern

Table 1 Mechanical properties of the test material

Yield Strength (MPa)	Tensile Strength (MPa)	Elongation (%)	Rock-well Hardness (B Scale)	Young's modulus (GPa)
276	469	0.3	88	200

Table 2 Chemical composition of material

Material	Al	C	Cr	Fe	Mn	P	Si	S
SA240 Type 405	0.2	0.08	13	85	1	0.004	1	0.003

3.2 구조물 크기에 따른 단위셀과의 비교

본 연구에 사용된 재료는 ASME SA240 Type 405 stainless Steel Plate(UNS40500)이며, 단위셀에 대한 탄성 유한요소해석을 상용코드인 ANSYS 를 사용하여 수행하였다. Table 1 은 대상재료의 물성을, Table 2 는 대상재료의 화학적 구성을 나타내었다. Fig. 5 의 y 축 방향으로 압축하중을 가한 후, 해석 결과로부터 2 와 3 면의 y 축과 x 축 방향의 변형량을 각각 획득하여 등가강성계수와 등가프와송비를 구하였다.

폭의 변화에 따른 영향을 단위셀과 비교하기 위하여, 길이가 196mm 로 일정하고 폭이 97mm, 193mm 인 경우와 비교하였다. Fig. 7 에서와 같이 폭이 증가할 때 등가 탄성계수와 등가 프와송비의 차이가 없으며, 무한히 반복되는 unit cell 의 경우와 비교하여도 등가탄성계수는 약 6%, 등가프와송비는 약 3%의 편차가 발생되어 폭 변화에 따른 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

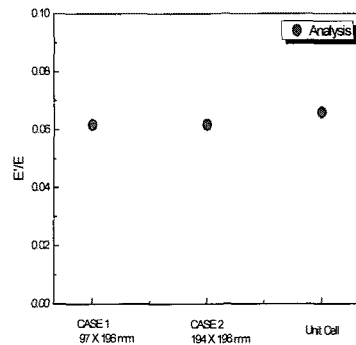
다음은 길이의 변화에 따른 영향을 단위셀과 비교하기 위하여 폭을 97mm 로 고정하고 길이를 196mm, 297mm 로 변화시켜 비교하였다. Fig. 8 에서와 같이 길이가 증가할 때 등가 탄성계수와 등가 프와송비의 차이가 없으며, 무한히 반복되는 unitcell 의 경우와 비교하여도 등가탄성계수는 약 6%, 등가 프와송비는 약 3%의 편차가 발생되어 폭 변화에 따른 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

이로부터 무한판에 근거한 단위셀과 해석결과들을 비교할 때 시편의 폭이나 길이에 따라 영향이 크지 않음을 알 수 있다.

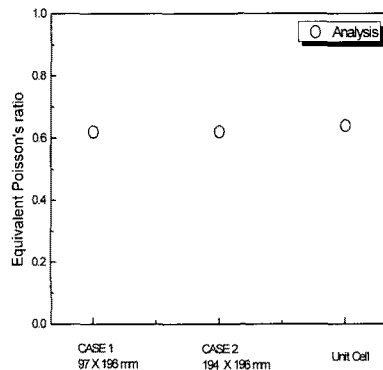
4. 선형 탄성 시험

4.1 시험편 및 압축시험

Table 3 은 시험편의 치수와 시험하중을 나타낸 것으로서 CS 1,2,3 시험편은 압축하중 하에서 폭변화에 따른 강성특성을, CS 2,4,5 시험편은 압축하중



(a) Equivalent elastic constant

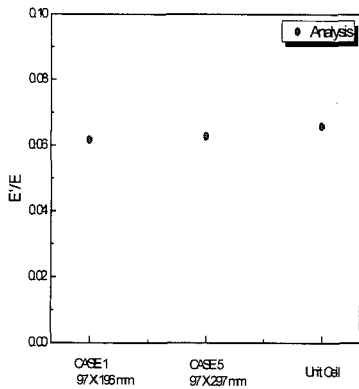


(b) Equivalent poisson's ratio

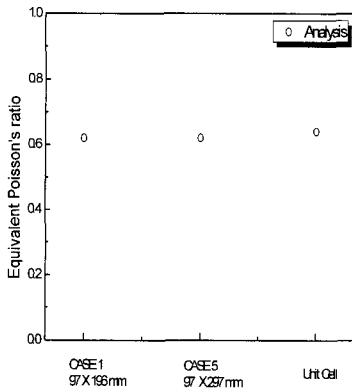
Fig. 7 Ratio of equivalent elastic constant and Poisson's ratio for variation of width

하에서 길이변화에 따른 강성특성을 평가하기 위한 구성이다. Fig. 9 는 시험편의 형상을 나타낸 것이다.

전열관 지지판의 압축 및 굽힘시험을 위해 25ton 용량의 전기 유압식 만능재료시험기(INSTRON model 8802)를 사용하였다. 그리고 변위 측정은 LVDT(Linear Variable Differential Transformer)를 사용하였다. Fig. 10 은 본 시험에 사용된 시험기를 나타낸 것이다.



(a) Equivalent elastic constant



(b) Equivalent Poisson's ratio

Fig. 8 Ratio of equivalent elastic constant and Poisson's ratio for variation of length

Table 3 Specimen size and test load

Specimen ID	Width (mm)	Length (mm)	Test Load (N)
CS 1	100	370	4900
CS 2	160	370	4900
CS 3	210	370	4900
CS 4	160	298	4900
CS 5	160	580	4900

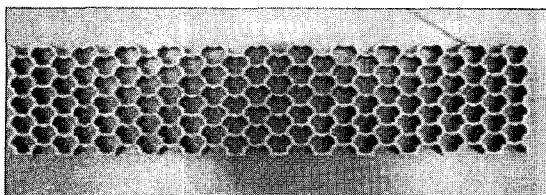


Fig. 9 The shape of specimen

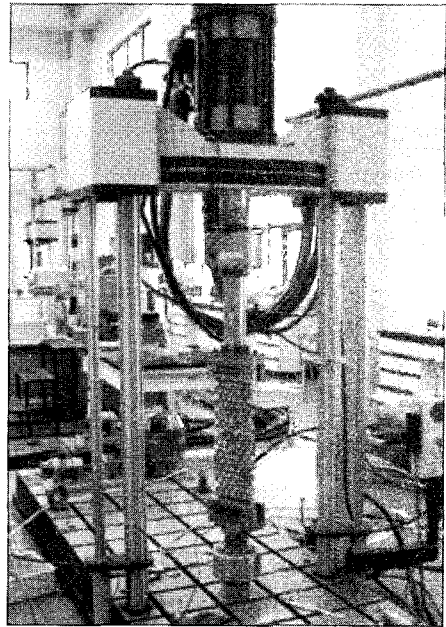


Fig. 10 25ton UTM(INSTRON model 8802)

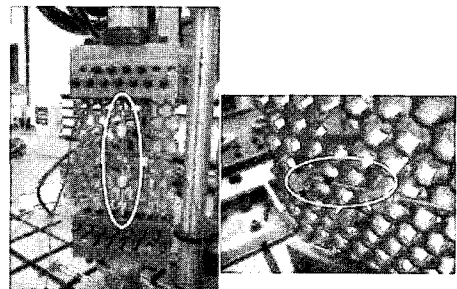


Fig. 11 Method to measure the displacement with LVDT in compression test

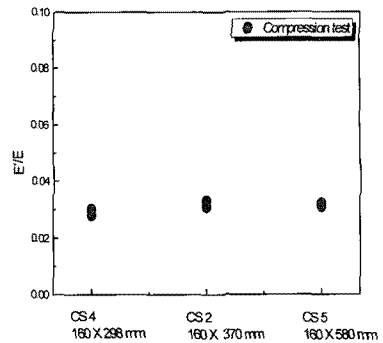
압축 및 굽힘시험은 지지판의 강성을 측정하기 위한 시험으로서 탄성구간에서 시험을 수행하였다. 압축시험은 0.06mm/min 의 속도로 시험편에 최대 4900N 의 하중을 부가하여 수행하였으며, 응력-변형률 곡선을 획득하였다. Fig. 11 에 압축시험 수행 시 변위측정방법을 나타내었다.

4.2 압축시험 결과

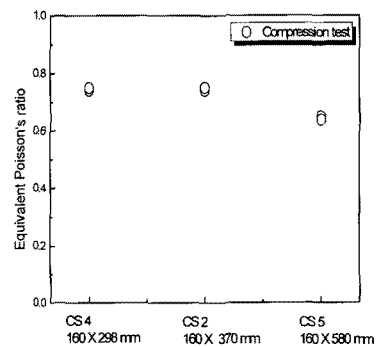
압축하중 하에서 폭 변화에 따른 강성 특성을 평가하기 위하여 길이를 370mm 로 고정하고, 폭을 100, 160, 210mm 로 변화시켜가며 등가강성을 평가한 결과 Fig. 12(a)와 같이 등가 탄성계수는 약 5% 정도의 편차를 보였으며, 등가 프와송비는 Fig. 12(b)와 같이 3% 정도의 편차가 있음을 확인하였

다. 따라서 시험편의 폭이 증가함에 따라 등가탄성계수와 등가 프와송비가 미소하게 증가하는 경향이 나타났지만, 최대 5% 미만이므로, 폭 변화에 따른 강성의 영향은 없다고 판단된다. 따라서 시험편 시험의 경우, 등가 탄성계수 및 md 가 프와송비는 폭에 영향을 받지 않는 것을 확인하였다.

압축하중하에서 길이 변화에 따른 강성 특성을 평가하기 위하여 폭을 160mm 로 고정하고, 길이를 298, 370, 580mm로 변화시켜가며 등가강성을 평가한 결과 Fig. 13(a)에서와 같이 등가 탄성계수는 약 3% 정도의 편차가 있었으며, 등가 프와송비의 경우는 Fig. 13(b)에서와 같이 약 12%정도의 편차가 있음을 알 수 있었다. 경계의 영향을 적게 받는 것으로 판단되는 폭 160mm, 길이 580mm 시험편의 경우, 등가 프와송비가 0.64 로 폭 160mm, 길이 298mm 시험편에 비해 낮게 측정되었다. 따라서 시험편 시험의 경우, 등가 탄성계수는 길이에 영향을 받지 않지만, 등가 프와송비는 길이에 따라 영향이 있는 것으로 나타나고 있다. 이는 길이의 증가에 따라 좌굴 등이 영향을 미치는 것으로 판단된다.

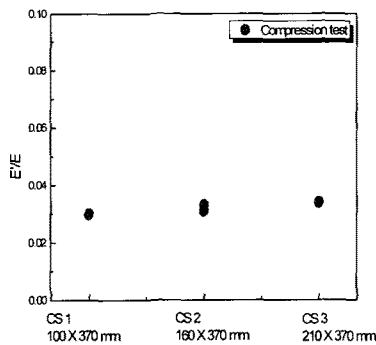


(a) Equivalent elastic constant

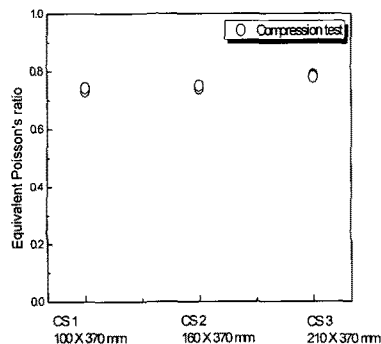


(b) Equivalent Poisson's ratio

Fig. 13 The length effect by the compression test



(a) Equivalent elastic constant



(b) Equivalent Poisson's ratio

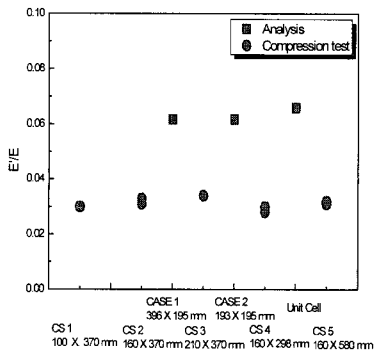
Fig. 12 The width effect by the compression test

### 4.3 시험결과와 해석결과 비교

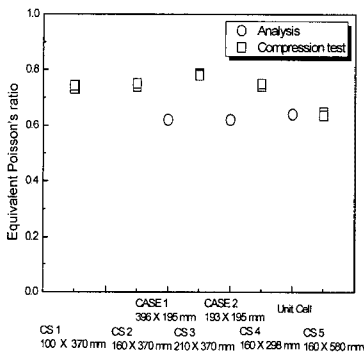
Fig. 14 에서 나타났듯이, 유한요소해석과 압축 시험에서 등가 탄성계수의 차이가 2 배가량 발생하였다. 이와 같은 압축시험 결과와 해석결과와의 차이는 Toshihiko Iwase 이 수행한 연구결과에서도 나타나고 있는데, 이의 차이를 고찰해보면 일반적인 절삭가공에서 공구와 공작물 사이에 심한 마찰 작용에 의한 열이 발생하고, 이 열에 의하여 공작물은 새로운 가공 변질층이 생기게 된다. 이러한 가공 변질층은 내부에 잔류응력을 가지며, 경도 변화 등이 발생하기 때문에 해석결과와 시험결과와의 차이가 발생하는 것으로 판단된다.<sup>6,7</sup> 또한, 시험편의 단위셀 형상이 단순한 원이 아닌 곡률이 복잡하게 변화되는 형상으로 조정밀가공이 필요한 형상이기 때문에, 가공상의 오차가 시험결과에 영향을 미친 것으로 생각된다.

### 5. 결론

이상으로부터 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.



(a) Equivalent elastic constant



(b) Equivalent Poisson's ratio

Fig. 14 The comparison of test and analysis

(1) 무한히 반복되는 단위셀에 의한 해석결과와 97mm, 194mm의 유한폭을 갖는 경우와 비교할 때, 시험편의 폭 변화에 따른 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

(2) 무한히 반복되는 단위셀에 의한 해석결과와 221mm, 320mm 길이의 모델과 비교할 때, 시험편의 길이 변화에 따른 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

(3) 길이를 370mm로 고정하고, 폭을 100mm, 160mm, 210mm로 변화시켜가며 압축시험에 의한 등가 강성을 평가한 결과, 등가 탄성계수는 약 5% 정도의 편차가 있었으며, 등가 프와송비는 약 3% 정도의 편차가 있었다. 이로부터 폭 변화에 따른 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

(4) 폭을 160mm로 고정하고, 길이를 298mm, 370mm, 580mm로 변화시켜가며 압축시험에 의한 등가 강성을 평가한 결과, 등가 탄성계수는 약 3% 정도의 편차가 있었으며, 등가 프와송비의 경우 최대 12% 정도의 편차가 있었다. 이로부터 시험편의 길이 변화에 따라 영향이 발생함을 알 수 있다.

(5) 유한요소해석과 압축시험에서 등가 탄성계수의 차이가 2 배가량 발생한 것은 가공에 의해 발생한 잔류응력과 경도변화, 그리고 가공상의 오차가 시험 결과에 영향을 미친 것으로 생각된다.

### 후 기

본 논문은 2 단계 두뇌한국 21 (BK21)사업 및 2009 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국 과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2007-0055842).

### 참고문헌

1. Sanchez-Palencia, P. and Zaoui, A., "Element of Homogenization Theory for Inelastic Solid Mechanics," Homogenization Techniques for Composite Media, pp. 194-278, 1985.
2. Spector, A. A., Ameen, M. and Popel, A. S., "Simulation of Moter-Driven Cochlear Outer Hair Cell Electromotility," Biophysical Journal, Vol. 81, No. 1, pp. 11-24, 2001.
3. Xia, Z., Zhou, C., Yong, Q. and Wang, X., "On Selection of Repeated Unitcell Model and Application of Unified Periodic Boundary Conditions in Micro-Mechanical Analysis of Composites," Journal of Solids and Structures, Vol. 43, No. 2, pp. 266-278, 2006.
4. ASME Standard, "Rules for the Design of Tuesheets," ASME Section VIII, Division 1, Non-mandatory Appendix AA, pp. 632-633, 1998.
5. Iwase, T., Sunami, T., Matsutani, K., Tomomatsu, K. I., Takaba, O., Watanabe, Y., Nakamura, T., Nakamura, K., and Tsuge, R., "Verification Test of High Performance Steam Generator," 5<sup>th</sup> International Conference on Nuclear Engineering(ICON 5), 1997.
6. Kim, J.-H., Woo, H.-S. and Chang, Y.-S., "A Study on the Mechanical States of Machined Surface by Considering Cutting Edge," J. of KSPE, Vol. 16, No. 7, pp. 188-195, 1999.
7. Ahn, B.-S. and Choi, K.-Y., "Effect of Strength and Residual Stress on Deformation during Line Heating," Proceeding of the Annual Meeting of Korean Welding Society, Vol. 1, pp. 91-93, 1990.