

수학 교수-학습에서의 동양 수학사 활용에 관한 연구

양 성호 (제주대학교)
이 경언 (제주대학교)

I. 서 론

저명한 과학사가인 George Sarton(1957)은 “수학의 역사에 대한 연구는 나은 수학자를 만들 수는 없지만, 그들의 마음을 풍요롭게 하고 가슴을 부드럽게 하고 더 나은 자질을 드러나게 한다”고 말하였다(계영희 외 (2006), 재인용). 즉, 수학사는 수학의 교수학습에서 수학 학습의 효과를 높일 뿐만 아니라 수학에 대한 긍정적인 태도의 함양에도 매우 의미 있는 소재이다. 학생들은 수학사를 통해 수학이라는 학문이 오랜 세월 동안 수많은 수학자의 피나는 노력으로 발달되어온 학문임을 알게 되며, 수 천 년 전에 창조되고 발달된 수학적 사실이 현재에도 여전히 의미 있는 지식임을 알게 된다. 그 결과 학생들은 수학의 가치와 힘을 알 수 있으며 수학적 개념, 원리의 발달 과정에 대한 더 깊이 있는 학습이 가능하다.

이러한 수학사를 활용한 수업의 효과에 대하여 수학 교사들도 긍정적인 태도를 연구 결과가 많다. 김은미 (1996)의 수학사에 관한 실태조사와 교수자료 개발연구에 의하면 설문 대상 교사의 90%가 수업에서 수학사가 필요하다고 제시하고 있다. 그 이유로 학생들의 수학에 대한 흥미와 관심, 수학에 대한 친근감, 수업 내용이 풍부하고 재미있어진다는 이유를 들고 있다. 또한 주영희 (1997)의 연구에서도 비슷한 연구 결과를 찾을 수 있다. 중등학교 수학교사들은 수학사를 도입함으로써 기대할

수 있는 효과로 흥미를 유발시켜 학습 효과를 높일 수 있다는 기대를 가장 많이 하고 있으며 그 다음으로 수학의 발견 과정을 이해시키고 실생활과의 관련이 있음을 인식시키는데 효과가 있다고 생각하고 있다. 이밖에도 수학사를 활용한 수업이 학생들의 수업 태도에 미치는 영향을 살펴 본 엄상미·이경화(2006)의 연구에서도, 수학사를 활용한 수업이 학생들의 수학 수업 태도에 긍정적인 영향을 미쳤음을 보여주고 있다.

이러한 연구 결과를 보면 수학사를 활용한 수업은 수학의 교수-학습에 긍정적인 영향을 줄 수 있음을 분명히 알 수 있지만, 이은경(2002)은 수학사 관련 많은 선행 연구들이 대부분 학생들의 흥미와 동기 유발만을 강조한 연구들이 많고, 실제 교과서에 제시되고 있는 수학사의 내용 중 많은 부분이 흥미위주의 간단한 이야기 소재에 그치고 있음을 지적하였다. 덧붙여 수학사 관련 자료의 개발에서 수학적 개념을 형성하거나 이해하는데 도움을 줄 수 있는 자료를 개발하는 것이 필요하다고 제언하고 있다.

또한 수학사 활용 연구가 주로 서양 수학사를 대상으로 하고 있다는 사실을 살펴볼 필요가 있다. 물론 현재 학교에서 가르치고 배우는 수학이 그리스를 중심으로 하여 유럽에서 발달한 서양 수학적 전통에 따른 것이므로 공감할 수 있는 부분이기도 하다. 하지만 동양 수학사에서도 서양 수학 못지않은 연구 결과를 제시한 경우도 있으며 실제 교수-학습 상황에서 의미 있게 다루어 질 수 있는 동양 수학사 관련 소재들이 많은데도 불구하고, 동양 수학사를 주제로 한 학습 자료의 개발은 미비한 실정이다.¹⁾

* 접수일(2009년 12월 8일), 수정일(2010년 1월 22일), 게재확정일(2010년 2월 8일)

* ZDM분류 : A-33

* MSC2000분류 : 9703

* 주제어 : 동양수학사, 동양수학, 교과서분석, 수학사 학습 자료

1) 본고에서 다루는 동양 수학사의 범위는 “중국, 한국, 일본, 인도”의 수학사로 한다. 수학사를 고찰해보면 아라비아의 수학자 알파리즈미가 인도의 수학을 서양에 알리는 역할을 하였지만, 아라비아 수학 연구의 모태는 고대 그리스의 수학과

최근 동양 수학사와 관련하여 많은 번역 자료와 연구물들이 제시되고 있는 상황에서 이러한 연구 결과를 바탕으로 학교 수학의 교수-학습 상황에서 학습을 좀 더 의미 있고 풍성하게 하는데 도움이 될 수 있는 동양 수학사 관련 학습 자료의 개발 연구가 필요하다. 이런 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

1. 2006 개정 교육과정에 따른 중학교 1학년과 고등학교 1학년 수학교과서 및 수학의 힘책에 제시된 수학사 관련 내용을 분석한다.
2. 수학사에 대한 수학교사의 지식과 수업에서의 활용 정도를 조사한다.
3. 동양 수학사와 관련된 수학 교수-학습 자료를 개발한다.

II. 선행 연구 고찰

1. 수학사 관련 교과서 분석 연구

수학 교과서에 제시된 수학사에 대한 내용을 정리하여 분석한 연구로 김기원·노현주(2008)의 연구가 있다. 이 연구에서는 제7차 교육과정의 7단계 수학 교과서 17종에 나타나 있는 수학사부분을 조사하여 각 단원별로 정리, 분석하였다. 연구 결과를 보면 전체 17종 교과서에서 총 200개의 수학사 관련 내용을 다루고 있으나 이중 동양 수학사와 관련된 내용은 7개에 그치고 있다. 7개의 동양 수학사 내용은, 아름다운 인도의 수학 리라비티²⁾, 마방진 만들기(2회), 브라마굽타의 음수 도입, 한(漢) 숫자, 산법통증의 문제³⁾, 산학계몽에 있는 문제⁴⁾가 전부이다.

이에 대한 번역이 핵심적이므로 동양 보다는 서양 수학과의 관련성이 더 깊다고 생각된다. 아라비아의 수학사를 동양 수학사에 포함시킨 예로 장혜원의 「청소년을 위한 동양 수학사」 p. 6을 보면 “아라비아 수학”을 동양 수학사에 포함시키고 있다.

2) 선녀 같은 아름다운 눈동자의 아가씨여! 참새 몇 마리가 들판에서 놀고 있는데 두 마리가 더 날아왔어요. 그리고 저 푸른 숲에서, 그것의 다섯 배가 되는 귀여운 참새 데가 날아와서 함께 놀았어요. 저녁노을이 질 무렵, 열 마리의 참새는 숲으로 돌아가고 남은 참새 스무 마리는 밀밭에 숨었대요. 처음 참새는 몇 마리였는지 내게 말해주세요.

3) 이씨가 경영하는 여관에 손님이 밀려 왔다. 한 방에 7명씩

다. 동양 수학사를 다루고 있는 교과서도 5종에 지나지 않으며, 제시되고 있는 부분은 수와 연산, 일차 방정식 영역으로 제한되고 있다.

2. 수학사 관련 내용 체계화에 대한 연구

학교에서 가르치고 배우는 수학 내용에 대한 역사적 발달 과정과 의미에 대한 체계화 및 지도 방안에 관한 연구가 많이 제시되고 있다. 조윤동(2000), 한인기(2001), 민세영·박선용(2002), 김익표·황석근(2004), 최영기·홍갑주(2008), 김수미(2006), 유익승·신현용·한인기(2006), 최영기·이지현(2007), 이성현·정상혁·한인기(2008), 정연준·강현영(2008), 조한혁·송민호·최재연(2009)의 연구에서는 학교 수학에서 다루어지고 있는 내용에 대한 체계화 또는 역사적 발달 과정을 분석하고 있다.

이러한 연구들이 학교 수학의 교수-학습에서 수학사를 활용 및 학습 자료의 개발을 위한 기초 자료로 사용될 수 있지만, 연구의 주제가 주로 서양 수학사를 대상으로 하고 있다. 수학교육의 입장에서 동양 수학사에 대한 접근을 시도한 연구는 매우 적었다.

3. 동양 수학사에 대한 연구

최근 동양 수학사와 관련된 도서의 출판과 연구가 많이 진행되고 있다. 예를 들면, 장혜원의 「산학서로 보는 조선 수학」, 「청소년을 위한 동양 수학사」, 김용운·김용국의 「한국수학사」 등은 동양 수학에 대한 전체적인 내용을 개괄적으로 제시해주고 있다. 또한 동양 산학서에 대한 번역도서로서 한국수학사학회의 『조선 시대 산학총서』 10종과 허민의 「산학계몽 상, 중, 하」, 차종천의 「구장산술」, 「일본수학사」, 「산수서, 산경집서 상, 하」, 「양휘산법」, 박근덕의 「차근방동구」, 박영식·최길남의

들어가면 7명이 남는다. 그런데 한 방에 9명씩 들어가면 방이 하나 남고 다른 방에는 모두 9명씩 꽉 찬다. 손님의 수와 방의 수를 각각 구하여라.

4) 좋은 말은 하루에 240리를 달리고 둔한 말은 하루에 150리를 달린다. 둔한 말이 출발한 지 12일 후에 좋은 말이 달리기 시작하였다. 좋은 말은 달리기 시작한 지 며칠 만에 둔한 말을 따라잡을 수 있는가?

『산학정의 상편』 등은 한자로 쓰인 동양 산학서를 번역하여 제시함으로써 일반 독자들이 더욱 쉽게 동양 산학을 접할 수 있도록 하였다는 점에서 큰 의의가 있다.

이밖에도 한국수학사학회지의 유인영·고승준(2005), 박형빈·방주현(2005), 장혜원(2005, 2006a, 2008), 허민(2005a, 2005b, 2008), 홍영희(2005, 2006), 홍성사·홍영희·장혜원(2005), 김영욱·홍성사·홍영희(2005), 홍성사(2006), 홍성사·홍영희(2006, 2007, 2008a, 2008b), 김창일(2006), 이강섭(2006), 강신원(2006), 한용현(2007), 홍성사·홍영희·김창일(2008)의 연구는 모두 동양 산학, 산학자, 산학서, 산학 연구를 소재로 한 연구이다.

이처럼 수학사 특히 한국 및 동양 수학사에 대한 많은 연구가 진행되고 있으나 실제로 학교에서 수학의 교수-학습 상황에서 사용될 수 있는 학습 자료의 개발과 활용방안에 대한 연구는 서양 수학사와 비교를 하지 않더라도 아직 부족한 실정이다. 즉, 현재의 동양 수학사에 대한 연구는 기초 자료로서의 의미는 매우 크지만 실제 학교 현장에서 교수-학습 자료로 사용하기에 충분한 연구는 부족하다.

4. 수학교육에서 수학사 관련 자료 개발과 활용에 관한 연구

학교 수학 수업에서 수학사 관련 자료를 활용한 효과를 분석한 연구를 살펴보면, 김효금·김인수(2005)는 수학사를 활용한 학습지도가 효율적일 수 있는 내용을 선정하여 이를 역사 발생적 원리에 따라 학습지도하고 수업의 효과를 분석하였다. 선정된 학습 주제로는 기수법, 소수(素數), 무리수, 방정식 내용에 대하여 각각에 대한 역사 발생적 분석과 교과서의 지도 내용을 제시하였고, 수학사 자료를 이용한 수업의 효과를 제시하였다. 4개의 주제 모두 동양 수학사적인 관점에서도 충분한 자료가 제시될 수 있음에도 불구하고 방정식 부분에서 구장산술의 방정장을 언급한 것을 제외하고는 모두 서양 수학사를 중심으로 하였다는 점이 아쉬운 점이다.

엄상미·이경화(2006)는 중학교 3학년을 대상으로 수학사 활용 수업에서 나타나는 학습 태도와 학습 과정의 특성을 분석하는 연구를 실시하였다. 9단계 이차방정식과 피타고拉斯 정리 단원을 중심으로 수학사 자료를 활

용하여 수업을 한 결과 학생의 수학 태도에서 유의미한 변화가 있었으며 교사는 학생들의 탐구과정을 촉진시켜서 반성적으로 사고할 수 있도록 과제를 제시하였음을 보여주고 있다.

이밖에도 김상화(1999), 이성애(2002), 최진순(2003) 등의 연구에서 수학사를 활용한 자료의 개발과 수학사 활용에 대하여 다루고 있다. 그러나 이러한 연구에도 불구하고 실제 교과서나 지도서 또는 익힘책에 제시되는 수학사 관련 자료들은 앞서 살펴본 바와 같이 도입 부분에서 역사적 일화를 간략히 소개하고 단원의 내용과 관련되는 유명한 수학자를 소개하는 수준에서 사용되는 경우가 많다. 특히 동양 수학사의 경우에는 더욱 문제가 많다고 볼 수 있다. 이런 의미에서 동양 수학사를 활용한 체계적인 학습 자료의 개발은 매우 의미 있다고 볼 수 있다.

III. 연구 방법

본 연구에서 설정한 연구 문제의 해결을 위하여 교과서 분석, 설문지 조사, 자료 개발 연구를 진행하였다. 세 가지 연구 방법을 일관되게 진행하기 위한 기준을 마련하였다. 이러한 기준은 장혜원(2009)이 조선 산학 중 학교 수학에서 활용 가능한 사례로 제시한 4가지 범주-옛 산학 내용과 오늘날 학교 수학의 비교, 문제의 활용, 수학의 발달을 야기하는 조직화 및 체계화와 같은 수학하는 방법, 풀이 방법의 추측을 통한 수학적 사고 신장의 측면-와 Siu Man-Keung(2000), 계영희 외(2006) 재인용)이 대학수학교실에서 수학사 이용하기 ABCD에서 제시한 4 가지 범주-Anecdotes(일화), Broad outline(큰 틀), Content(내용), iDea(아이디어)-를 참고하여 다음과 같이 5가지로 설정하였다.

첫째, 학습 동기유발을 위한 일화이다. 일화는 학생들의 흥미를 끌어올리며, 어떤 개념이나 아이디어를 강조함으로써 수업에 이용될 수 있다. 일화에 포함되는 내용으로는 수학자의 일생, 수학자와 관련된 이야기, 수학자의 명언, 수학에서 사용되는 기호나 용어에 대한 소개 등을 포함하였다.

둘째, 학습 내용에 대한 조직화 및 체계화이다. 이는 수학의 발달 과정과 관련된다. 어떤 개념이 이론화되고

체계화 되는 과정에 초점을 맞춘 것으로 방정식론의 발달과정, 대수학 영역에서 문자의 사용의 역사, 미적분 연구의 역사적 과정 등과 같은 자료를 포함시켰다.

셋째, 문제의 활용이다. 고대의 역사적 유물이나 수학 저서, 동양의 산학서에 제시되는 문제를 직접적으로 이용하거나 그 아이디어를 이용하여 관련된 문제를 사용하는 경우이다.

넷째, 사고력 신장을 위한 자료이다. 이는 수학사를 소재로 하여 학생들로 하여금 추론을 요하는 문제로 구성한 경우로, 학생들이 선조들의 사고를 추측하고 탐구하는 과정에서 근거를 생각해보고 이유를 설명할 수 있도록 구성한 자료이다.

다섯째, 서양과 동양 수학 그리고 과거의 수학과 오늘날 학교 수학의 내용 비교 자료이다. 같은 수학적 주제에 대한 동·서양의 용어나 표현 방법, 풀이 방법에서의 차이를 다루는 자료와 고대의 수학과 현대의 수학의 차이점을 비교하는 자료들을 포함시켰다. 원주율에 대한 아르키메데스의 연구와 조충지의 연구를 비교하는 자료를 예로 들 수 있다.

이러한 다섯 가지 기준을 바탕으로 교과서 분석, 설문조사, 자료 개발을 다음과 같이 진행하였다.

1. 교과서 분석

2006 개정교육과정에 따른 중학교 1학년 수학교과서 6권과 수학익힘책 6권, 고등학교 1학년 수학교과서 6권과 수학익힘책 6권, 총 24권의 수학교과서와 수학익힘책에 소개되고 있는 수학사관련 내용을 분석해 보았다. 7차 교육과정 7단계 수학 교과서에 대한 김기원·노현주(2008)의 연구를 기초로 하였으나, 이 연구에서는 교과서 별, 영역별로 제시되고 있는 수학사 내용의 제목만을 제시하고 있어 실제 수학사 내용이 어떤 형식으로 도입되고 활용되고 있는지에 대하여 명확히 알기 어렵다. 이러한 제한점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 영역별 구분뿐만 아니라 제시되고 있는 수학사 내용이 앞서 설정한 다섯 가지 기준에 의하면 어떤 형식으로 교과서에서 도입되고 있는지 구분하여 제시하였다.

2. 설문 조사 및 분석

교사들의 서양 및 동양 수학사에 대한 이해 및 활용 정도를 알아보기 위하여 설문지를 제작하였다. 설문지는 크게 1. 수학사 자료의 효과 및 접근 방법, 2. 서양 수학사에 대한 이해 정도, 3. 동양 수학사에 대한 이해 정도, 4. 수업에서 동양 수학사 관련 자료 개발 방향에 대한 의견을 묻는 4개의 영역으로 구분하여 구성하였다. 1차적으로 제작한 설문지를 대학원에 재학 중인 중등교사 5명을 대상으로 예비 조사를 실시하였다. 예비 조사의 결과를 바탕으로 설문 문항을 수정하였다. 좀더 구체적인 설문 내용의 구성 방법과 절차는 다음과 같다.

먼저 설문지의 내용은 수학사의 활용에 대한 교사들의 인식을 조사한 주영희(1997)의 연구를 이용하였다. 주영희는 수학사의 활용의 필요성, 수학사의 이용실태, 수학사 활용의 효과에 대한 인식, 수학사 활용의 문제점과 개선안에 대하여 조사하여 분석하고 있다. 특히 수학사의 이용 실태에서는 동양 수학사에 대한 내용 분량에 대하여 조사하였는데 전체의 34.6%가 '부족한 편이다' 그리고 43.2%가 '많이 부족하다'라고 답하였음을 보여준다. 그러나 이미 10년 이상 이전의 자료이므로 현재의 교사들은 어떻게 생각하고 있는지에 대하여 조사하고자 하였다. 수학사의 이해 정도를 서양 수학사와 동양 수학사로 나누어 조사함으로써 특히 동양 수학사에 대한 이해 정도를 조사하고자 하였다. 자신의 이해 정도를 묻는 직접적인 질문을 통해 조사하기보다는 실제 교과서에 제시되고 있는 수학사 관련 내용을 제시하여 조사함으로써 좀더 정확한 이해 정도를 파악할 수 있다고 생각하였다. 총 18개의 항목을 선정하였으나 예비 검사를 통해 활용 정도가 지나치게 낮게 나온 3개의 항목을 제외하여 각각 15개 항목으로 구성하였다. 서양 수학사의 경우는 수학교과서에서 제시되고 있는 수학자, 일화, 문제를 선정하였으나 동양 수학사의 경우는 교과서에 제시되는 내용이 충분하지 않아 비교적 연구 결과가 많이 제시된 내용을 중심으로 하였다.

제작한 설문지를 제주도내 중등교사 103명(중학교 교사 33명, 고등학교 교사 70명)에게 설문지 작성률을 의뢰하였으며, 이중 회수된 설문지 81부(중 23부, 고 58부)중 분석이 용이하지 않은 3부를 제외한 78부(중 22부, 고

56부)를 분석하였다.

3. 자료 개발

본 연구는 교과서 분석과 교사 설문을 중심으로 하며 이후의 본격적 개발 연구를 위한 준비의 성격이라 하겠다. 이런 측면에서 수학 영역이나 학습 내용에 따른 전체적인 자료를 개발하고 제시하지는 않았다. 다만 후속 연구를 위해 “일화, 내용비교”의 2가지 형식에 따른 자료를 예시적으로 제시하였다.

4. 연구의 제한점

첫째, 교과서 분석 연구에서는 총 24권의 수학교과서와 수학익힘책을 선정하여 그 속에 포함된 수학사 관련 내용을 조사하였다. 교과서 집필진의 의도에 따라 수학사 관련 내용의 비율이 달라질 수가 있으므로 이 연구에서 제시된 비율이 모든 수학교과서의 일반적인 경향을 보여주지는 못한다. 특히 학교급별로는 중학교 1학년과 고등학교 1학년의 수학 교과서만을 대상으로 하였다. 다른 학년에서의 결과를 얻기 위해서는 후속 연구가 필요하다.

둘째, 설문조사는 제주도내 중학교 수학교사 22명과 고등학교 수학교사 56명을 대상으로 수학사에 대한 이해 정도를 조사하였다. 이 설문의 결과가 수학교사의 일반적인 이해 정도를 보여준다고 할 수 없다.

IV. 결과 분석

1. 교과서 분석

교과서에 제시된 수학사 내용을 첫째 일화소개, 둘째 체계화와 조직화, 셋째 문제활용, 넷째 탐구과제, 다섯째 내용 비교로 구분하여 제시하였다. 각 제시형식에 따른 예는 다음 <표 1>과 같다.

<표 1> 제시 형식에 따른 분류의 예

제시 형식	교과서의 예
일화 소개	<p><(주)도서출판 디딤돌 중학교 수학 I, p. 112> 조선의 수학자 홍정하와 중국의 사학자 허국주와의 일화</p>
체계화 조직화	<p><(주)천재교육 고등학교 수학익힘책, p. 113> 고차방정식의 역사</p> <ul style="list-style-type: none"> • 타르탈리아: 삼차방정식의 해법 연구 • 카르다노: 삼차방정식의 해법 연구, 허수발견 • 페라리: 사차방정식의 해법 연구 • 아벨: 오차 이상의 방정식은 일반 해법이 존재하지 않음을 증명
문제 활용	<p><좋은책신사고 고등학교 수학, p. 112> 다음은 중국의 옛 수학 책인 ‘구장산술(九章算術)’에 나오는 문제이다. 정사각형 모양의 성벽으로 둘러싸인 마을이 있는데, 성벽의 각 변의 중앙에 문이 하나씩 있다. 북문을 나와 북쪽으로 20보 걸어가면 큰 나무가 한 그루 서 있다. 이 나무는 남문을 나와 남쪽으로 14보를 걸어가서 다시 서쪽으로 1775보를 걸어가서야 비로써 보인다. 이 성벽의 한 변의 길이는 몇 보인가?</p>
탐구 과제	<p><금성교과서, 중학교 1 수학, p.100> 옛날 중국의 전설에는 강에서 올라온 거북이의 등에 가로, 세로, 대각선 방향에 있는 세 수의 합이 같은 9개의 숫자가 정사각형 모양으로 새겨져 있었다고 한다. 이러한 모양의 수의 배열을 마방진이라고 한다. 9개의 0을 정사각형 모양으로 배열한 것에서 출발하여 수를 하나씩 바꾸어 가면서 유리수의 마방진을 만들어보자.”</p>
내용 비교	<p><(주)고려출판, 고등학교 수학익힘책, p.137> 이차방정식의 옛 풀이</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 바빌론인들의 풀이 2. 브라마굽타의 풀이 3. 알파리즈미의 풀이

가. 중학교 1학년 수학교과서와 수학익힘책 분석

2006 개정 교육과정에 따른 중학교 수학교과서 6권과 수학익힘책 6권, 총 12권을 선정하여 분석한 결과는 <표 2>와 같다⁵⁾.

5) <표 2>와 <표 3>에서 밑줄 부분은 수학익힘책에서 그리고 밑줄이 없는 내용은 수학교과서에 제시되는 내용이다. 또 큰 점으로 표시된 내용은 동양수학사와 관련된 내용이다.

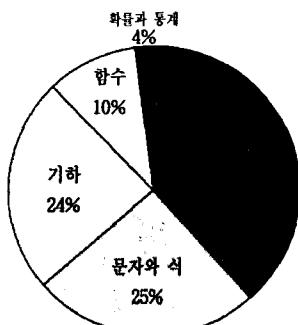
<표 2> 중학교 1학년 수학교과서와 수학의 힘책의 수학사 관련 내용

제시형적 출판사	영역							합계 소계 총계
		수와 연산	문자와 식	합수	화률과 통계	기하		
(주) 금성 출판사	일화 소개	· 기호 Φ · 벤 · 에라토스테네스 · 이산고삐막대 · 고대 문명의 계산도구 ● 산가지 계산 · 기호의 유래	· 오트레드(x) · 란(+) · 데카르트(x)	· 혹의 법칙 · 보이르이 법칙		· 유클리드 · π 데이 상정물	14	38
	조직화·체계화	· 유클리드 호제법 · 소수의 판정 · 고대 문명의 숫자 · 숫자의 진화		· 좌표의 발명		· 모스크바파피루스 · 유클리드 원론 · 삼대 작도불능 문제 · π 이야기	9	
	문제 활용	· 아라비아 삼인의 유언	· 디오판투스 묘비 ● 구장산술(나그네문제) · 알파리즈미 재산분배 문제 ● 활용석(산학입문, 나법가) · 피보나치 문제				6	
	탐구 과제	· 에라토스테네스 체 ● 아방진 · 벤다이어그램 · 실생활과 소수 · 이집트의 규법법	· 순자산경과 활용석 이수신편 난법가의 계도산			· 에라토스테네스의 지구둘레 구하기 ● 복제주령구	8	
	내용 비교	· 유리수, 분수, 소수					1	
(주) 도서 출판 디딤돌 * 수학사 신문 형식으로 제시	일화 소개	· 호루스의 눈 · 집합론과 무한론(칸토어, 힐베르트) · 수표현과 이진법 · 수체계의 발달 · 분수와 소수의 역사 · 수학과 음악(피타고라스)	· 디오판투스 · 데카르트 · 구일집 · 문자 x (데카르트) ● 흥정화	· 라이프니츠 · 오일러 · 피보나치 수열	· 필즈상 · 케틀레	· 아르키메데스 · 이집트(측량술과 기하학) · 자루트(파이데이) · 플라톤 · 삼대 작도불능 문제 · 아르키메데스의 묘비	22	33
	조직화·체계화	· 이집트인의 수표현과 계산 · 에라토스테네스	· 기호의 역사 · 문자 사용의 변천(디오판투스, 비에티, 해리엇, 데카르트)			● 목제주령구	5	
	문제 활용						1	
	탐구 과제	· 아라비아 삼인의 유언	● 바스카라의 리라버티 · 디오판투스의 나이		· 통계학의 역사와 활용		4	
	내용 비교		● 방정식의 역사				1	
(주) 교과서 다음 * 속표지에 수학사 낸표 제공	일화 소개	· 벤 · 에라토스테네스 · 가우스 · 여성수학자(히파티아, 코발레프스카야)	· 아테네 학당	· 라이프니츠 · 오일러 · 아르키메데스 · 데카르트와 좌표		· 유클리드 · 플라톤 · 원주율 · 이집트의 기하학 · 유클리드 원론 · 탈래스 · 아르키메데스	16	22
	조직화·체계화	· 바빌로니아 60진법	· 이집트의 방정식				2	
	문제 활용		· 디오판투스의 묘비 ● 구장산술 · 디오판투스의 묘비				3	
	탐구 과제						0	
	내용 비교	● 개화기 우리나라의 수학					1	

제시형식 출판사	영역	수와 연산	문자와 식	합수	확률과 통계	기하	합계	
							소계	총계
(주)교학사 (강신덕외)	일화 소개	<ul style="list-style-type: none"> 칸토어 ● 이 성계 와 무학대사 (2") • 에라토스테네스의 체 • 러셀, 페아노, 크로네커 • 수의 종류와 발달(● 브라마굽타, 비트만, 스테빈) • 기호드 C의 역사 • 자연수 정수의 사용 • 유리수, 분수의 사용 	<ul style="list-style-type: none"> 문자 표현의 발달(디오판투스, 비에트, 데카르트) • 문자의 사용 • 방정식의 활용 	<ul style="list-style-type: none"> 합수의 발달(캐플러, 갈릴레이, 데카르트, 라이프니츠) 	<ul style="list-style-type: none"> 통계학의 역사(그랜트, 페티) • 필즈상, 아벨상 	<ul style="list-style-type: none"> 기하학의 역사(탈레스, 유클리드) 	15	25
	조직화·체계화	<ul style="list-style-type: none"> 분수(아메스파피루스, 피타고라스) 	<ul style="list-style-type: none"> • 문자의 사용의 역사(디오판투스, 비에트, 해리엇, 데카르트) 	<ul style="list-style-type: none"> • 합수의 역사(바빌로니아, 갈릴레이, 데카르트, 라이프니츠, 오일러) 		<ul style="list-style-type: none"> • 3대작도불능문제 	4	
	문제 활용		<ul style="list-style-type: none"> • 디오판투스 묘비 			<ul style="list-style-type: none"> • 탈레스(배까지 거리) 	3	
	탐구 과제	<ul style="list-style-type: none"> • 아라비아상인의 유언 		<ul style="list-style-type: none"> ● 하노이탑 			2	
	내용 비교					<ul style="list-style-type: none"> • 원주율의 역사(이집트, 아르키메데스, 구장산술) 	1	
대교	일화 소개	<ul style="list-style-type: none"> 칸토어 · 벤 • 에라토스테네스 • 비트만(+,-) · 가우스 • 삼각수와 사각수 • 큰 수의 이름 • 0의 발견 • 이집트인의 단위분수 	<ul style="list-style-type: none"> ● 흥정하 	<ul style="list-style-type: none"> • 데카르트 		<ul style="list-style-type: none"> • 유클리드 • 에서 • 오일러 • 필즈상 	15	22
	조직화·체계화	<ul style="list-style-type: none"> • 가장 큰 소수 	<ul style="list-style-type: none"> • 방정식의 역사 ● 마방진 			<ul style="list-style-type: none"> • 점다각형의 작도 	4	
	문제 활용						0	
	탐구 과제	<ul style="list-style-type: none"> • 에라토스테네스의 체 	<ul style="list-style-type: none"> • 역사속의 방정식(이집트의 아하, 그리스의 디오판투스 묘비, ●인도, ●중국의 산법통증 방정식) 			<ul style="list-style-type: none"> • 이집트 파피루스의 원의 넓이 구하기 	3	
	내용 비교						0	
웅진씽크빅 * 각 단원 의 앞에 수 학자의 명 언을 소개	일화 소개	<ul style="list-style-type: none"> • 러셀의 명언 • 벤 · 이집트 숫자 • 골드바흐 • 소수와 악호 ● 인도와 중국에서의 정수 	<ul style="list-style-type: none"> • 아인슈타인의 명언 • 문자의 발달(피보나치, 오트레드, 비트만, 랜, 레코드) • 합수의 역사(라이프니츠, 오일러, 디리클레) • 린드파피루스 ● 구장산술, 구일진 	<ul style="list-style-type: none"> • 클라인의 명언 	<ul style="list-style-type: none"> • 웨스의 명언 	<ul style="list-style-type: none"> • 에르히스의 명언 • 칸토어의 명언 ● 독제주령구 • 에라토스테네스(지구둘래구하기) • 플라톤의 일체 	18	27
	조직화·체계화		<ul style="list-style-type: none"> • 문자 사용의 역사(디오판투스, 비에트, 해리엇, 데카르트) 				1	
	문제 활용	<ul style="list-style-type: none"> • 골드바흐의 추측 	<ul style="list-style-type: none"> • 아하문제 			<ul style="list-style-type: none"> • 3대 작도 불가능 문제 • 아르키메데스의 묘비 	4	
	탐구 과제	<ul style="list-style-type: none"> • 에라토스테네스의 체 • 정수의 발달과 활용 	<ul style="list-style-type: none"> • 마방진 • 디오판투스의 나이 				4	
	내용 비교						0	
	합계	63	42	16	6	40	167	

1) 영역별 비율

영역의 구분은 2006 개정 교육과정에서 제시하고 있는 “수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하”的 5개 영역으로 나누어 분석하였다. 12권의 수학교과서와 수학익힘책에서 모두 167개의 수학사 관련 내용이 제시되고 있었다. 교과서 별로 22개에서 38개가 제시되고 있다. 영역별 비율을 보면 수와 연산 영역에서 제시되고 있는 내용이 38%(63가지)를 차지하고 있으며 문자와 식 영역에서 25%(42가지), 기하 영역 24%(40가지)를 차지하고 있었다. 반면에 함수 영역과 확률과 통계 영역에서는 각각 10%(16가지)와 4%(6가지)만 제시되고 있었다.



<그림 1> 영역별 비율(중학교)

이는 김기원·노현주(2008)의 연구에서 총 200가지의 수학사 관련 내용 중에서 수와 연산 35%(69가지), 문자와 식 19%(38가지), 기하 32%(63가지), 함수 12%(24가지), 통계 3%(6가지)가 제시되고 있다는 분석 결과와 비슷한 비율을 보이고 있다.

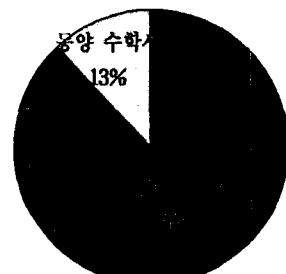
특히 확률과 통계 영역에서 제시되는 수학사 내용이 적은 것은 역사적으로 주사위 놀이와 같은 것이 오래전부터 행해졌으나 확률 이론이 발달은 다른 영역에 비하여 비교적 최근의 연구라는 점을 생각할 수 있다. 또한 함수와 확률 통계 부분에서는 특히 실생활과 관련된 내용이나 컴퓨터와 같은 공학적 도구를 사용한 학습 자료의 제시가 다른 부분보다 많이 제시되고 있다. 이러한 이유로 해서 상대적으로 수학사를 활용한 비율이 적다고 볼 수 있다.

또한 각 영역별로 가장 많이 사용되는 내용으로는 수와 연산 영역에서는 “에라토스테네스(8회), 벤과 벤다이어그램(5회), 아라비아상인의 유언문제⁶(3회)”에 관한 내

용, 문자와 식 영역에서는 “비에타와 테카르트의 문자의 사용(8회), 디오판투스의 묘비 문제(8회)”와 관련된 내용, 함수 영역에서는 “라이프니츠, 오일러에 의한 함수 용어와 기호 사용(5회), 테카르트의 좌표(4회)”에 관한 내용, 기하 영역에서는 “유클리드와 원론(5회), 삼대 작도 불능 문제(4회)”에 관한 내용이 가장 많이 제시되고 있다.

2) 동양 수학사 내용 비율

중학교 수학교과서와 수학익힘책에 제시된 전체 수학사 내용 중에서 동양 수학사 관련 내용은 21가지로 전체의 13%를 차지하고 있다. 이는 김기원·노현주의 연구에서 나타난 4%보다 9%가 증가한 것이지만, 서양 수학사 내용에 비하여 아직도 동양 수학사 관련 자료의 제시는 매우 부족함을 알 수 있다.



<그림 2> 동·서양 수학사 비율(중학교)

그러나 김기원·노현주의 연구에서는 동양 산학사 내용 중에서 조선 산학사와 관련된 내용이 마방진에서 간략하게 언급된 정도였으나 본 연구의 분석 대상 교과서에서는 “황윤석의 산학입문 난범가의 문제⁷)와 계토산 문제⁸, 조선시대 산학자 홍정하와 구일집, 개화기 우리나라의 수학, 목제주령구, 이성계와 무학대사의 일화⁹)”

6) 옛날 아라비아의 어떤 상인이 세 아들을 불러놓고 다음과 같이 유언을 남겼다. ‘내가 너희들에게 물려줄 유산이라고는 낙타 열일곱 마리밖에 없는 데, 큰 아들은 전체의 반을, 둘째는 전체의 3분의 1을, 막내는 전체의 9분의 1을 가지고 둘 하라’고 유언했다. 어떻게 나누어 가져야 할까?

7) 백 개의 만두와 백 명의 스님이 있다. 큰 스님 한 분이 3개 쪽의 만두를 먹고 작은 스님 3명이 한 개의 만두를 먹는다. 큰 스님과 작은 스님의 수는 몇 명인가?

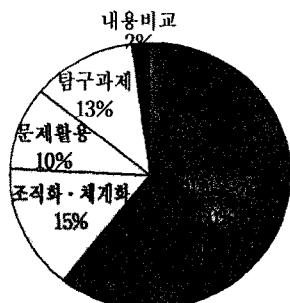
8) 닭과 토끼가 모두 100마리인데, 다리의 수를 세어보니 272개였다. 닭과 토끼는 각각 몇 마리인가?

과 같이 조선 산학에 대한 자료가 이전에 비하여 매우 증가하였음을 볼 수 있다.

영역별로 보면 수와 연산 영역에서 6가지, 문자와 식 영역에서 12가지, 함수 영역에서 1가지, 기하 영역에서 2 가지가 제시되고 있으며 확률과 통계 영역에 제시되는 동양 수학사 관련 내용은 없다.

3) 제시 형식에 따른 비율

수학사 관련 자료의 제시 형식을 나누어 살펴 본 결과 여전히 수학자 생애와 일화, 수학 용어의 소개와 같은 부분이 차지하는 비율이 매우 높았다. 전체 수학사 관련 내용 중 일화 소개의 형식이 100가지로 60%를 차지하고, 조직화·체계화와 관련된 형식은 25가지 15%, 문제 활용 형식은 17가지 10%, 탐구과제 형식은 21가지 13%, 내용 비교 형식은 4가지 2%를 차지하고 있다.



<그림 3> 제시 형식별 비율(중학교)

수학사 관련 일화가 수업에 주는 효과는 여러 연구에서 밝히고 있지만 교과서에 제시된 내용이 너무 일화 소개 형식으로 치우친 점은 문제라고 생각할 수 있다.

동양 수학사와 관련해서는 일화 소개와 탐구과제 형식이 각각 7가지, 문제 활용 3가지, 조직화·체계화와 내용 비교의 형식이 각각 2가지씩으로 제시되고 있다.

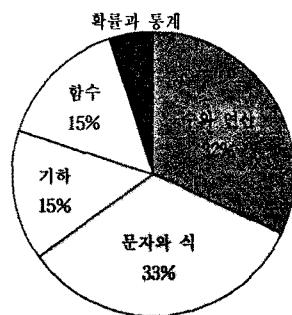
나. 고등학교 1학년 수학교과서와 수학의 힘책 분석

2006 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학교과서 6권과 수학의 힘책 6권, 총 12권을 선정하여 분석한 결과는 <표 3>과 같다.

9) 석왕사에서 무학대사가 태조 이성계에게 물었다. “이 명주실 한 가닥을 30번 접으면 그 두께는 얼마나 되겠습니까?”

1) 영역별 비율

12권의 고등학교 수학교과서와 수학의 힘책에서 모두 185개의 수학사 관련 내용이 제시되고 있었다. 교과서 별로 보면 17가지에서 49개가 제시되고 있는데, 앞서 살펴본 중학교의 경우보다 편차가 크다. 영역별로 보면 수와 연산 영역에서 제시되고 있는 내용이 32%(59가지)를 차지하고 있으며 문자와 식 33%(61가지), 기하 15%(27가지), 함수 영역은 15%(28가지), 확률과 통계 영역은 5%(10가지)가 제시되고 있었다. 앞서 살펴본 중학교의 경우와 비교하면 수와 연산은 6%, 기하는 9%가 줄어든 반면에 문자와 식 영역은 8%, 함수 영역은 5%가 증가하였다.



<그림 4> 영역별비율(고등학교)

각 영역별로 자주 활용되는 내용을 살펴보면 수와 연산 영역에서는 “러셀과 러셀의 역리”에 관한 내용이 7회, “수의 확장과 역사”에 대한 내용이 7회로 가장 많이 제시되고 있다. 이는 고등학교 교과서에 제시되고 있는 명제와 복소수의 학습을 돋기 위한 것으로 생각할 수 있다. 문자와 식 영역에서는 “알파리즈미의 방정식 풀이(4회), 구장산술의 방정식 문제10(4회), 유클리드호제법(3회)”과 관련된 내용이 많이 제시되고 있다. 함수 부분에서는 “삼각함수의 역사(5회)”, “함수의 역사(3회)”로 제시되고 있다. 기하부분에서는 “데카르트와 해석기하학(6회)”과 “단치히의 선형계획법(3회)”가 가장 많이 제시되고 있다.

10) 4개의 문제가 모두 구장산술에 제시되고 있지만, 교과서에 따라 제시하고 있는 문제는 다르다.

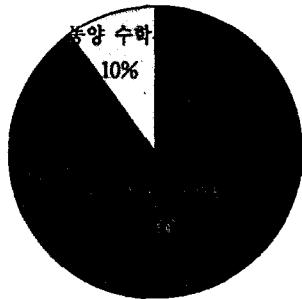
<표 3> 고등학교 1학년 수학교과서와 수학익힘책의 수학사 관련 내용

출판사 제시형식	영역	수와 연산	문자와 식	함수	확률과 통계	기하	합계	
							소계	총계
(주)교학사	일화 소개	• 러셀(이발사 패러독스) • 수의 확장	• 필즈상 • 문자사용(비에타) ●고려시대의 수학시험	• 삼각법과 삼각함수 • 에라토스테네스(지구크기 측정)	• 확률론의 기원	• 해석기하학(데카르트, 페르마) • 디카르트(해석기하학)	10	17
	조직화·체계화		• 유클리드 호제법	• 무리함수의 활용 (갈릴레이)			2	
	문제 활용	• 힐베르트 무한호텔	●브라마굽타(부러진 대나무 문제) ●구장산술의 문제				3	
	탐구 과제		• 황금비 • 알파리즈미 이차방정식의 풀이				2	
	내용 비교						0	
(주)두산 *단원의 도입부에 단원과 관련된 역사 소개, 수학자의 명언 소개	일화 소개	• 명언(드모르간, 볼) • 벤다이어그램 • 명언(오일러, 가우스) • 데카르트 • 프랙탈(만델브로트) • 이산한나라의 앤리스(찰스도지슨) • 이발사의 역설(러셀) • 컴퓨터의 발전 • 허수(아인슈타인, 가우스) • 수학과 자연과학	• 문자의 사용(비에타) • 명언(비에타, 페스탈로치) • 명언(데카르트, 클라인) • 명언(데카르트, 방정식) • 정유면체 배적 • 타르탈리아와 카르다노	• 명언(라이프니츠, 클라인) • 명언(푸리에, 갈릴레이) • 명언(래오나르도다빈치, 아인슈타인)		• 명언(푸시킨, 뒤리) • 아테네 학당	21	40
	조직화·체계화	• 수리논리학의 역사 (아리스토텔레스, 드모르간, 볼, 라이프니츠, 오일러, 벤) • 수의 확장 • 사원수(해밀턴)	• 방정식의 역사(타르탈리아, 아벨) • 유클리드호제법 • 데카르트(방정식사고 패턴) • 이차방정식의 풀이	• 함수의 역사(갈릴레이, 라이프니츠, 디리클레) • 삼각함수의 역사 (히파르코스, 레티쿠스, 푸리에)	• 확률의 역사 (베르누이, 파스칼)	• 해석기학의 역사 (데카르트) • 혜문의 공식 • 히포크라테스의 초생 • 진자의 둑시성(갈릴레이)	14	
	문제 활용		●구일집의 문제		• 4색 문제		2	
	탐구 과제	• 벤다이어그램과 추론					1	
	내용 비교		• 알파리즈미와 ●브라마굽타의 풀이 ●구장산술에서의 연립방정식				2	
(주)지학사	일화 소개	• 드모르간 • 프랙탈 • 고대의 수표현 • 삼단논법(아리스토텔레스, 유클리드)	• 고차방정식의 해법 • 아벨 · 가우스 • 시어핀스키 • 원주율과 무리수(비에타) • 알파리즈미공식	• 칸딘스키(선형계획법)		• 클라인병	12	22
	조직화·체계화						0	
	문제 활용	• 러셀의 파라독스 • 플라톤(티마이오스) • 외비우스 띠	●구장산술(방정장 문제)				4	
	탐구 과제	• 수의 역사 • 거짓말쟁이 패러독스	• 바빌로니아(삼차방정식의 풀이)	• 60분법(수메르인)	• 라틴마방진	• 오일러	6	
	내용 비교						0	

영 역 출판사 제시형식							합계
	수와 연산	문자와 식	함수	확률과 통계	기하	소계	총계
(주) 좋은 책 신사고 *대단원, 중 단원 도입시 수학사 내용 을 이용	일화 소개	· 칸토어 · 벤 · 드모르간 · 러셀 · 벤다이어그램과 논리 · 오일러 · 테데킨트 · 복소수(바스카라, 테카 르트) · 오일러 · 뉴 터	· 비에타 · 황금비 · 고차방정식 해법(카 르다노, 페라리) · 코시 · 카르다노vs타르탈리 아	● 구장산술, 해도산경	· 경우의 수(부 풍)	· 데카르트 · 평면좌표의 사용 · 파포스 ● 신편산학계몽 · 단치히(선형계획법)	22
	조직화·체 계화	· 실수(피타고라스) · 복소수계산의 역사	· 이차방정식의 역사 · 코시-슈바르츠 부등 식	· 함수의 역사(라이프 니츠, 오일러, 디리클 레) · 삼각함수의 역사(에 라토스테네스, 바라하미 히라, 푸리에)	· 원 연구의 역사	7	39
	문제 활용	· 정사각뿔대의 부피 · 단위분수의 성질	● 구장산술 문제	● 차근방몽구(중수선의 길이)	· 폴리아 (ABRACADABRA)	· 파포스의 중선정리 · 아폴로니우스의 원	7
	탐구 과제	· 아르키메데스(지태의 원리)	· 도형수				2
	내용 비교				· 해론과 ● 브라마굽 타의 공식	1	
(주) 고려출 판	일화 소개	· 칸토어 · 드모르간 · 벤다이어그램 · 러셀 · 헐베르트 · 카르다노 · 디오판투스 · 오일러 · 힐베르트 호텔 · 러셀의 역설 · 수의 확장 · 프랙탈	· 비에타 · 페르마 · 헐베르트 · 와일즈 ● 이상학 · 갈루아 · 필즈 · 피타고라스의 음계 ● 조선산학서(이상학)	· 오일러 · 갈릴레이 · 뉴턴 · 삼각함수의 역사(레 티쿠스, 오토) · sin, cos, tan 어원 · 헤론	· 파스칼	· 데카르트 · 유클리드 · 아르키메데스 · 가우스 · 단치히	32
	조직화·체 계화	· 복소평면	· 문자와 기호의 사용 · 유클리드 호제법 · 삼각방정식의 해법	· 디리클레 · 삼각함수의 역사 · 호도법의 역사 · 삼각법(래기오몬타누 스)		· 사색문제	10
	문제 활용		● 인도의 수학 문제 ● 브라마굽타(부러진 대나무 문제)		· 갈릴레이문제		3
	탐구 과제		● 차근방몽구의 이차 방정식 풀이		· 파스칼 삼각 형		2
	내용 비교		· 이차방정식의 옛 풀 이(바빌로니아, ● 브라 마굽타, 알파리즈미) ● 구장산술(연립방정 식)				2
(주) 천재교 육	일화 소개	· 데카르트 · 드모르간 · 오일러 · 집합론(아르키메데스, 칸토어, 테데킨트) · 수리논리	· 갈릴레이 · 데카르 트 · 배적문제 · 비에타	· 바빌로니아(60진법) · 푸리에 · 래기오몬타누스		· 데카르트 · 선형계획법	14
	조직화·체 계화		· 고차방정식의 역사 (타르탈리아, 카르다 노, 페라리, 아벨)	· 함수의 역사(라이프 니츠, 오일러, 디리클 레)			2
	문제 활용		· 이집트 파피루스 문 제	· 가우스의 하노버 삼 각측량			2
	탐구 과제						0
	내용 비교						0
	합계	59	61	28	10	27	185 185

2) 동양 수학사 내용 비율

고등학교 수학교과서와 수학의 힘책에 제시된 동양 수학사 관련 내용은 19가지로 전체의 10%를 차지하고 있는데 이는 앞서 살펴본 중학교와 비슷한 수준이다.



<그림 5> 동·서양 수학사 비율(고등학교)

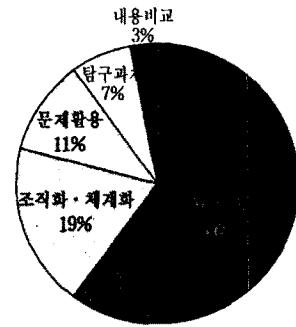
영역별로 보면 중학교에서는 수와 연산 영역에서 6가지가 제시되고 있었지만 고등학교의 경우에는 수와 연산 부분에서 제시되고 있는 동양 수학사와 관련된 내용이 없다. 이는 중학교의 경우에 음수의 도입과 관련하여 동양 수학사를 이용하였으나 고등학교의 경우 복소수의 도입이나 명제와 관련된 동양 수학사 관련 연구가 없기 때문이라고 생각된다. 그러나 문자와 식 영역에서는 전체 19가지 중 15가지가 제시되고 있다. 연립 방정식, 이차방정식, 근의 공식 등과 관련된 동양 수학의 연구와 산학서에서 제시되고 있는 문제를 직접 이용한 경우가 많다. 또한 중학교와 마찬가지로 확률과 통계 영역에서 제시된 동양 수학사 관련 내용이 없으며 함수와 기하는 각각 2 가지 경우를 다루고 있다.

3) 자료 제시 형식에 따른 비율

자료의 제시 형식에 따른 수학자 자료를 분석한 결과를 보면 중학교와 비슷한 결과를 얻었다. 전체 수학사 관련 내용 중 일화 소개의 형식이 111가지로 60%를 차지하고, 조직화·체계화와 관련된 내용은 35가지 19%, 문제 활용 형식은 21가지 11%, 탐구과제 형식은 13가지 7%, 내용 비교 형식은 5가지 3%를 차지하고 있다.

동양 수학사와 관련된 내용을 살펴보면 중학교와 달리 문제 활용 형식이 가장 많은 8가지, 일화 형식이 4가지로 나타났으며 내용비교가 3가지, 탐구과제 형식과 조

직화·체계화 형식은 각각 1가지씩으로 제시되고 있다.



<그림 6> 제시 형식별 비율(고등학교)

문제 활용 형식에서 제시되고 있는 문제로는 브라마굽타의 부러진 대나무 문제¹¹⁾, 구장산술의 연립방정식 문제¹²⁾, 구일집에 제시된 문제¹³⁾, 차근방몽구에서 제시된 이차방정식 문제¹⁴⁾와 중수선의 길이를 구하는 문제¹⁵⁾, 인도 수학에서 제시된 문제¹⁶⁾가 있다.

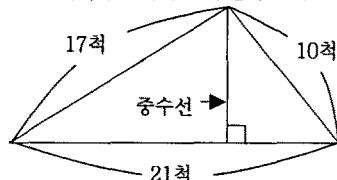
11) 높이가 18큐빗인 대나무가 바람에 부려져서 그 끝이 대나무가 땅위로 처음 나온 부분으로부터 6큐빗 떨어진 곳에 닿았다. 이때, 대나무가 부려져서 생기는 두 부분의 길이를 구 하여라.

12) 상풀 조 3다발, 중풀 조 2다발, 하풀 조 1다발에서 얻을 수 있는 췄쌀은 39kg이다. 상풀 조 2다발, 중풀 조 3다발, 하풀 조 1다발에서 얻을 수 있는 췄쌀은 34kg이다. 그리고 상풀 조 1다발, 중풀 조 2다발, 하풀 조 3다발에서 얻을 수 있는 췄쌀은 26kg이다. 이때 상풀, 중풀, 하풀 조 1다발에서 얻을 수 있는 췄쌀은 각각 얼마인가?

13) 크고 작은 두 개의 정사각형이 있다. 두 정사각형의 넓이의 합은 486cm^2 이고, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 작은 정사각형의 한 변의 길이보다 6cm 길다. 두 정사각형의 한 변의 길이는 얼마인가?

14) 4760문의 돈으로 과일 나무를 사려고 한다. 사려고 하는 나무 그루 수와 나무 한 그루의 값을 더한 것이 174일 때, 나무 그루 수와 한 그루의 값은 각각 얼마인가?

15) 삼각형의 대요(큰 옆변)는 17척, 소요(작은 옆변)는 10척, 저(밑변)는 21척이라고 하자. 중수선의 길이는 얼마인가?



2. 설문 결과 분석

설문지의 각 문항에 대한 분포를 살펴보기 위하여 빈도 분석을 실시하였다. 각 문항에 포함된 사례에 대한 선택 빈도와 전체 응답자들 중에 차지하는 비율을 제시하여 분포의 특성을 살펴보았다.

가. 수학사 자료의 효과 및 접근 방법

수학사 학습 자료를 활용한 수업에서 기대할 수 있는 효과에 대한 교사의 응답 결과는 <표 4>와 같다.

<표 4> 수학사 학습 자료 활용의 기대 효과

기대효과	매우 효과적	효과적	보통	그다지 효과적이지 않다	효과가 거의 없다
흥미와 학습 동기 유발	18 (23%)	55 (71%)	3 (4%)	2 (3%)	0 (0%)
개념과 원리의 이해	10 (13%)	44 (56%)	19 (24%)	4 (5%)	1 (1%)
개념의 발달과 정 이해	14 (18%)	50 (64%)	10 (13%)	3 (4%)	1 (1%)
수학에 대한 자신감	6 (8%)	32 (41%)	30 (38%)	9 (12%)	1 (1%)
수학과 실생활 관련성	10 (13%)	51 (65%)	13 (17%)	3 (4%)	1 (1%)

흥미와 학습 동기 유발에 있어서 94%, 개념과 원리의 이해 부분에서는 69%, 개념의 발달 과정의 이해에서는 82%, 수학과 실생활과의 관련성 부분에서는 77%의 교사가 '효과가 있다' 또는 '매우 효과적이다'라고 답하였다. 다만 수학에 대한 자신감부분에서는 상대적으로 낮은 49%의 교사가 효과가 있다고 답하였다. 수학사 활용이 수업에서 효과가 충분히 있다는 점에 동의하는 결과로 해석할 수 있다.

수학사와 관련된 자료를 입수하는 경로에 대한 설문 결과는 <표 5>와 같다.

<표 5> 수학사 자료 입수 경로(일부 복수선택)

도서·잡지	인터넷 사이트	교과서·지도서	교사 연수	대학·대학원 강의	기타
35 (37%)	39 (41%)	16 (17%)	1 (1%)	3 (3%)	1 (1%)

인터넷 사이트를 이용한다는 의견이 41%로 가장 많았다. 이는 컴퓨터 및 인터넷의 보급의 결과라고 예상할 수 있다. 하지만 인터넷에는 검증이 부족한 자료들도 많이 제시되고 있는 상황이므로 인터넷을 통한 자료의 활용에는 주의가 필요하다. 수학사 관련 도서와 잡지를 이용하는 비율이 37%였으나 도서의 경우 학습자의 수준을 고려하여 제시된 경우가 드물기 때문에 교사가 다시 수업에 사용하기 위한 분석과 정리의 과정이 필요하다고 말하고 있다. 또한 대학이나 대학원 강의에서 수학사와 관련된 자료를 얻었다는 비율이 3%에 그치고 있는 점으로 미루어 보아 수학교육과 교육과정에서 수학사를 다루고 있는 학교가 많지 않음을 알 수 있다. 특히, 임용교사에서 수학사 부분이 삭제됨으로써 이러한 경향은 더욱 커진 것으로 보인다. 교사 연수에서 수학사 관련 자료를 입수했다는 답변은 한 명밖에 없었다. 수학 교사 연수에서 교구, 공학 도구, 교수학습 이론에 대한 여러 가지 내용이 다루어지거나 수학사와 관련된 연수 내용이 없다는 것은 학습에서 수학사가 가지는 효과를 고려해 볼 때 아쉬운 점이다.

나. 서양 수학사에 대한 이해 정도

수학사에 대한 교사의 이해 정도는 서양 수학사와 동양 수학사 부분으로 나누어 조사하였다. 먼저, 서양 수학사에 대한 이해 정도를 조사하기 위하여 교과서에 자주 제시되고 있는 수학자 및 일화 15가지¹⁷⁾를 선정하여 조사하였다. 제시되어 있는 15개의 내용에 대하여 각각 수업에서 어느 정도 활용가능한 지에 대한 설문 결과는 다음 <표 6>과 같다.

16) 어떤 수의 세제곱에서 그 수를 빼면 그 수의 제곱의 2배에 서 2를 뺀 값과 같다. 현명한 사람들이여, 그 수가 얼마인지 알 수 있겠는가?

17) 칸토어, 에라토스테네스, 디오판투스, 라이프니츠, 데카르트, 피타고라스, 오일러, 비에트, 유클리드, 가우스, 페르마, 카르다노, 피보나치, 아하문제, 아르키메데스의 묘비

<표 6> 서양 수학사에 대한 이해(일부 미표시)

수업에 충분히 활용할 수 있다.	간략히 소개할 수 있다.	수업에 활용이 어렵다.
250 (21%)	532 (45%)	388 (33%)

수업에 충분히 활용할 수 있다는 비율이 21%인데 비하여 활용이 어렵다는 비율이 33%이다. 간략히 소개할 수 있다는 비율이 45%인데, 그 중에서 수학자의 이름이나 일화를 듣기는 하였지만 단편적인 사실 수준에서 알고 있는 정도로서 수업 내용과 관련하여 소개는 가능하나 적절하게 활용하기는 어렵다고 답하였다. 충분히 활용할 수 있다는 부분에서 비율이 높은 내용은 ‘피타고라스(36회)’, ‘유클리드(29회)’, ‘가우스(27회)’, ‘피보나치(26회)’ 순서였고, 이와 반대로 수업에 활용이 어렵다고 답한 부분에서 비율이 높은 내용으로는 ‘린드파퍼루스의 ‘아하’문제(45회)’, ‘비에트(42회)’, ‘카르다노(32회)’ 순서였다.

실제 수업 중에 활용해본 경험이 있는 서양 수학사 내용을 조사한 결과는 다음 <표 7>과 같다. 영역별로 보면 도형 단원에서 ‘유클리드’를 이용하였다는 교사가 13명으로 가장 많았다. 하지만 영역을 구분하지 않고 보면 ‘데카르트’와 관련된 내용을 이용하였다는 교사가 24명으로 가장 많았다. 데카르트와 관련된 내용은 문자와 식 부분, 함수의 그래프 부분, 고등학교 기하부분에서 다루어지고 있었다. 예를 들면, 문자와 식부분에서는 ‘문자 x 사용의 기원’에 대하여, 중학교의 함수와 그래프 부분과 고등학교의 도형 부분에서 ‘직교좌표계의 도입’과 관련된 일화를 다루었다고 답하였다. 이밖에도 미적분과 관련된 ‘뉴턴과 라이프니츠 사이의 일화’, ‘피타고라스 정리와 학파’, ‘피보나치 수열’ 등과 관련된 내용을 많이 사용하였다.

그러나 대부분의 교사들은 이러한 내용을 주로 일화 수준에서 다루었다. 즉, 관련 수학자의 연구 업적이나 일화의 간단한 소개 수준에서 사용하였다. 몇 명의 교사가 문제를 활용한 수업을 하였다고 답하였지만, 수학사 내용을 이용하여 개념을 가르친다거나 사고력 신장을 위해 사용하였다는 교사는 한 명도 없었다. 교과서에 수학사 내용이 일화 중심으로 제시되는 것과 같은 결과라고 할 수 있다.

<표 7> 수업에서 실제 활용한 서양 수학사 내용

영역	수학사 관련 내용	횟수	활용 방법
수와연산	칸토어	10	일화 25 문제 2
	수의 역사(음수, 무리수)	7	
	에라토스테네스	2	
	페르마	2	
	러셀	2	
	기타(이집트분수, 드모르간 등)	6	
문자와식	데카르트	8	일화 17 문제 4
	카르다노와 티르탈리아	6	
	디오판투스	8	
	비에트(문자의 사용)	3	
	기타(페르마, 갈루아)	3	
함수	뉴턴과 라이프니츠	9	일화 26 문제 2
	피보나치	9	
	데카르트	9	
	가우스의 수열	5	
	기타(디리클레, 오일러, 파스칼 등)	6	
	파스칼과 페르마	12	
학률과통계	카르다노	3	일화 12 문제 1
	통계의 역사	2	
	기타(카르다노, 가우스, 게임)	3	
	유클리드	13	
도형	피타고라스	11	일화 26 문제 1
	데카르트	7	
	오일러	2	
	기타(아르키메데스, 뮤비우스, 비유클리드기하학)	4	

다. 동양 수학사에 대한 이해 정도

앞서 살펴본 바와 같이 동양 수학사와 관련된 내용은 교과서에 많이 소개되어 있지 않다. 그러므로 동양 수학사에 대한 이해 정도를 조사하기 위하여 교과서에 제시되고 있는 내용뿐만 아니라 최근 많은 연구가 이루어진 내용을 중심으로 15가지¹⁸⁾를 선정하여 설문지를 구성하

18) 홍정하와 구일집, 최석정과 구수탁, 이상혁과 익산, 홍대용과 주해수용, 사원옥감의 고법칠승방도, 조충지(π), 양휘산법, 구장산술, 상구장산법의 부려진 대나무 문제, 천원술, 마방진, 산대계산법, 구고현의 정리, 브라마굽타 공식, 큰 수와 작은 수의 이름

였다. 제시되어 있는 15개의 내용에 대하여 각각 수업에서 어느 정도 활용가능한지를 묻고 이를 누적하여 제시하면 다음 <표 8>과 같다.

<표 8> 동양 수학사에 대한 이해(일부 미표시)

수업에 충분히 활용할 수 있다.	간략히 소개할 수 있다.	수업에 활용이 어렵다.
46 (4%)	159 (14%)	945 (83%)

수업에 충분히 활용할 수 있다는 비율이 4%에 그치고 있다. 이는 서양 수학사의 21%에 비해서도 매우 낮은 수준이다. 또한 수업에 활용이 어렵다는 비율이 83%에 이르고 있다. 교과서에 동양 수학사 관련 내용이 비율이 낮은 것과 마찬가지로 교사들의 동양 수학사와 관련된 내용에 대한 이해 수준도 매우 낮은 실정임을 알 수 있다. 충분히 활용할 수 있다는 부분에서 비율이 높은 내용은 '마방진(21회)', '큰 수와 작은 수의 이름(6회)', '구고현의 정리(5회)'의 순서였으나 서양 수학사에 비하여 그 비율의 매우 낮은 수준이다. 또한 흥정화와 구일집, 최석정과 구수략, 이상혁과 익산, 홍대용과 주해수용, 조충지(父), 양휘산법에 대해서는 90% 이상의 교사가 이를 들어본 수준으로 수업에 활용할 수 없다고 답하였다. 이중 최석정과 구수략은 마방진 연구와 관련 깊은 내용이며 실제 교사들이 가장 많이 활용하는 소재임에도 불구하고 많은 교사가 수업에 적절히 활용할 수 없다고 선택한 점에서 동양 수학사와 관련하여 기본적이고 체계적인 자료의 개발과 배포가 필요하다고 생각된다.

실제 수업 중에 활용해본 경험이 있는 동양 수학사 내용을 조사한 결과는 다음 <표 9>와 같다. <표 7>의 서양 수학사 내용과 비교해서 수업에 실제 사용한 동양 수학사 내용은 매우 적다. 가장 많이 사용한 것이 마방진과 구장산술의 방정식 문제, 구고현의 정리로 4명의 교사가 수업에서 사용하였다고 답하였다. 또한 서양수학사에 비해서 문제활용의 형식의 활용 비율이 상대적으로 높은데 이는 산학서에 제시된 문제가 교과서에 그대로 제시되면서 자연스럽게 다루게 된 내용이라고 생각할 수 있다.

<표 9> 수업에서 실제 활용한 동양 수학사 내용

영역	수학사 관련 내용	횟수	활용방법
수와연산	마방진	4	일화 4
	수의 역사	2	문제 2
문자와식	구장산술	4	문제 5
	구일집의 문제	1	
함수	브라마굽타 공식	1	내용소개 1
확률과통계	마방진	1	문제 1
도형	구고현의 정리	4	내용소개 4
	마방진	1	문제 1

라. 동양 수학사 관련 자료 개발 방향

현재 사용하는 교과서에 소개된 동양 수학사 관련 자료가 수업에 활용하기에 충분한가에 대한 설문 결과는 <표 10>과 같다.

<표 10> 교과서 내의 동양 수학사 내용 분량과 수준

매우 충분	충분	보통	부족	매우 부족
0 (0%)	3 (4%)	14 (18%)	35 (45%)	26 (33%)

78%의 교사가 '부족' 또는 '매우 부족'을 선택하였으며, '충분하다'를 선택한 교사는 3명(4%)에 그쳤다. 실제 수업에 동양 수학사를 활용하고 싶어도 교과서나 지도서에 많이 소개 되지 않으며, 소개되는 내용도 단편적인 내용이거나 학생들의 수준을 고려하지 않게 서술되어 활용이 어렵다고 지적하고 있다. 또한 실제 수업 내용과의 관련성이 부족하여 수업에 활용하기에 적합하지 않으며, 논문과 같은 학술적 수준의 자료는 수업에 활용하기에는 수준이 너무 높아 재구성의 필요성이 있으므로 적극적인 활용이 어렵다고 답하였다.

동양 수학사 관련 자료를 개발한 후 이를 어떤 형태로 제시하면 좋겠는가라는 질문에 대한 답변 결과는 <표 11>과 같다. 60%의 교사가 자료집 형태로 배포하는 것이 가장 좋다고 답하였고, 그 다음으로는 교사연수(20%), 인터넷 사이트 운영(10%)의 순이었다. 특히 교사연수의 경우에는 실제 교사 연수를 통해 수학사를 접한

교사가 한 명(1%)밖에 없었음에도 20%의 교사가 연수를 통해 동양 수학사 관련 자료를 제시하는 방향을 선호하는 점이 특이하다.

<표 11> 수학사 학습 자료의 제시 방법(일부 복수선택)

대학· 대학원 강의	교사연수	자료집 개발 배포	인터넷 사이트 운영	교내 수학사반 운영
6 (7%)	16 (20%)	49 (60%)	8 (10%)	2 (2%)

개발 자료의 유형과 사용의 목적에 대한 설문 결과는 <표 12>와 같다. 5개의 항목에 대하여 필요성을 1순위에서 5순위까지 조사하여 평균 순위를 결정하였다. 교사들이 가장 많이 원하는 동양 수학사 관련 자료의 유형은 '일화 중심의 읽기 자료'로서 평균 순위는 1.31이었으며 46명이 1순위로 선택하였다.

교사들은 소개되는 일화가 일화에서 그치는 것이 아니라 가르치고자 하는 개념 또는 내용과 연결될 수 있도록 체계적으로 자료를 제시해야 한다고 답하였다. 교과서에 제시된 내용이 인물 소개 정도의 단편적 내용에 그치고 있다거나 너무 간단한 내용만을 다루고 있다고 평가한 점을 고려한다면 좀더 체계적이고 내용이 풍부한 읽기자료 형태가 되어야 할 것으로 보인다. 일화 자료의 활용 목적으로는 동기 유발 자료로 선택한 교사가 93%에 이르렀는데 수업 분량을 고려할 때 수학사와 관련된 내용을 본 내용으로 직접적으로 다루는 데는 한계가 있으므로 교과서의 개념이나 내용에 대한 흥미를 유발하는 자료로 활용하고자 하는 의도라고 생각할 수 있다.

두 번째 순위로 선택한 유형은 수학사 문제를 활용하는 내용으로는 동양 수학에서 다루었던 문제를 활용하는 내용으로 평균 순위는 2.46이었다. 이 유형은 다른 유형 보다 수업 내용과 관련성이 풍부하므로 수업에서 교사들이 활용하기 적절한 유형이다. 앞선 유형별 수학사 내용의 비율을 제시한 <그림 3>과 <그림 6>의 결과에서 문제 활용 유형이 각각 10%와 11%를 차지하였는데, 이 부분의 비율을 좀더 높일 필요가 있다.

<표 12> 자료 유형과 목적(일부 미표시)

자료의 유형	필요성 (순위)	자료 사용의 목적			
		동기 유발	개념 도입	심화 학습	기타
일화 중심의 읽기 자료	1.31	54 (93%)	4 (7%)	0	0
동양 수학 내용에 대한 조직화와 체계화 자료	3.70	8 (15%)	26 (49%)	18 (34%)	1 (2%)
동양 수학사 문제를 활용하는 내용	2.46	14 (26%)	12 (23%)	27 (51%)	0
사고력 신장을 도모하는 자료	3.10	5 (9%)	15 (28%)	34 (63%)	0
서양과 동양 수학, 과거와 현재의 수학 비교 자료	3.59	18 (33%)	15 (27%)	17 (31%)	5 (9%)
기타 :					

3. 동양 수학사 관련 학습 자료 개발

자료 개발은 앞서 제시한 다섯 가지 형식 중에서 "일화, 내용 비교" 형식의 자료를 제시하였다. 하지만 여기서는 본격적인 개발 연구를 위한 예시적 자료 수준으로 간략히 제시하였다. 학습 자료의 내용은 아래의 <표 13>과 같다. 내용에 앞서 자료의 내용에 대한 개괄적 설명과 함께 각각의 자료에 대한 참고문헌을 제시하여 교사가 원하는 경우 관련 내용에 대한 접근이 용이하도록 하였다.

<표 13> 동양수학사 관련 학습 자료 개발의 예시

형식	개발 내용
일화	유휘 "유능한 인재에게 이 숙제를 남긴다"
내용 비교	동·서양의 유사한 문제

가. 일화 형식의 자료

1) 자료의 개관 및 참고도서

구의 부피를 구하는 방법에 대한 유휘의 추측과 이에

대한 조충지와 조원 부자의 해법을 이용한 일화자료를 구성하였다. 또한 유휘가 남긴 말을 도입하는 소재로 이미 많은 사람들이 알고 있는 페르마의 마지막 정리와 관련된 페르마의 메모를 이용하였다. 이 학습 자료와 학교 수학 내용은 중1 입체도형에서 구의 부피와 관련된 내용의 학습에서 활용할 수 있다. 참고도서로는 김용운·김용국(1996, p.92~93, p.146~147), 장혜원(2006c, p.47, p.70~79)의 자료를 참고하였다.

가-2) 유능한 인재에게 이 숙제를 남긴다.

근대 정수론의 창시자라고 불리는 페르마(Pierre de Fermat, 1601. 8. 17 ~ 1665. 1. 12)는 디오판투스의 「산학(Arithmetica)」의 복사본 여백에 “방정식 $x^n + y^n = z^n$ (x, y, z, n 는 양의 정수)은 n 이 3보다 클 때 해가 없다. 나는 경이적인 증명을 발견했지만 이 여백은 이 증명을 쓰기에는 너무 작다”라는 메모를 남겨 이후 350여 년 동안

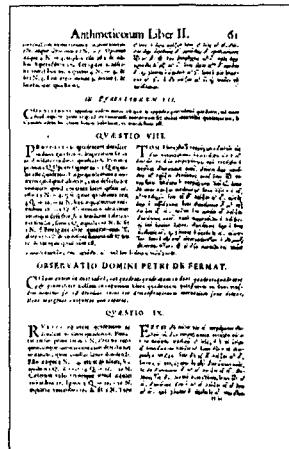
수많은 수학자들이 이 문제의 해결을 위해 도전하게 하였다.

1908년에는 독일의 수학자 볼프스케ல(P. F. Wolfskehl, 1856~1908)은 “2007년 9월 13일까지 이 정리를 증명하는 사람에게는 10만 마르크의 상금을 주라”는 유언을 남기기도 하였다. 결국

1995년 앤드류 와일즈는 그의 제자인 리처드 테일러의 도움을

받아 수학연보(Annals of Mathematics)에 이 증명을 제시함으로써 증명되었다.

동양 산학에서도 이와 유사한 일화를 볼 수 있다. 「구장산술」의 주해가로 유명한 유휘(劉徽, ?~?)는 중국 삼국시대 위나라의 수학자이다. 그는 「구장산술」이 다양한 문제와 풀이를 정당화 없이 제공하면서 다만 계산법 위주로 나열되고 있음을 지적하고 그러한 계산이

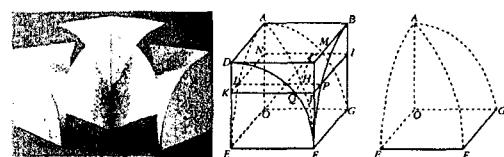


<그림 7> 산술 1670년판
(Wikipedia 일본, 페르마)

기초한 원리를 제공하여 엄밀한 의미의 증명은 아니지만 설명과 논의를 덧붙여 주해하였다. 특히 그는 「구장산술」에서 원주율을 3으로 통용하여 사용하였는데 고대 그리스의 아르키메데스가 하였던 방법과 같은 방법으로 원에 내접하는 정다각형을 이용하여 변의 수를 점차 2배로 하여 원에 접근해 가면서 좀더 정확한 원주율 값을 찾았다. 정6각형에서 시작하여 변의 수를 2배씩 늘리면서 정192각형까지 확장하여 원주율 값을 3.141014 를 얻었으며 실제 사용의 편리를 위해 근사값 $\frac{157}{50}$ 을 제시하였다.

당시 구의 부피를 구하기 위해 사용한 공식은 $\frac{9}{16}$ (지름)³ 인데, 이는 원주율을 3으로 생각하면 $\frac{3^2(2r)^3}{16} = \frac{\pi^2 r^3}{2}$ 가 되어 오늘날의 방법인 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 과 차이가 있음을 알 수 있다. 이에 대해 유휘는 구와 두 정사각우산(이 입체를 모합방개(牟合方蓋)라 했다)의 부피 비가 원과 외접 정사각형의 비라고 하였다. 그러나 유휘는 두 정사각우산의 부피를 계산할 수 없었기 때문에 “누구든지 참값을 구할 수 있는 유능한 사람에게 이 문제를 남겨 놓는다”라는 글을 남겼다.

이 문제의 참값을 구하는 영광은 250여년 후에 조충지(429~500)와 조원(450?~520?) 부자가 차지하게 된다. 이들이 사용한 방법은 구의 지름을 한 변으로 하는 정육면체, 즉 구의 외접 정육면체를 생각하여 그것을 같은 부피를 갖는 8개의 정육면체를 자르고 그 중 하나만을 고려하여 원기둥을 잘라내듯이 두 번 잘라 <그림 8> (a) 와 같은 4개의 더 작은 조각을 얻었다. 이때 <그림 8> (b)의 오른쪽이 정사각우산의 $\frac{1}{4}$ 에 해당한다.



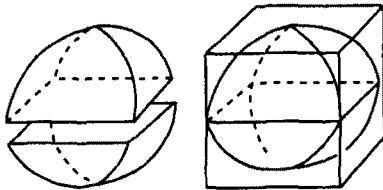
(a) 정육면체 자르기

(b) 모합방개 모형

<그림 8> 모합방개 모형 만들기(장혜원, 2006c, p.78)

따라서 이것을 4개 모아 정사각우산이 되고, 정사각

우산 두 개를 정사각형면으로 맞붙이면 <그림 10>과 같은 두 정사각우산이라 말한 도형을 얻는다.



<그림 9> 두 정사각우산의 합

조충지와 조원은 앞에서 정육면체를 자른 4개의 도형들을 다른 방법으로 합성함으로써 유휴가 말한 두 정사각우산의 부피는 한 모서리가 구의 지름과 같은 정육면체의 부피의 $\frac{2}{3}$ 와 같다라는 것을 찾아내어 해결의 실마리를 얻었다.

유휴가 지적한 대로 두 정사각우산과 같은 높이의 내접한 구의 단면적의 비는 정사각형과 내접원의 비 $4 : \pi$ 이므로 구의 부피는 정육면체 부피의 $\frac{2}{3}$ 인 두 정사각우산의 부피의 $\frac{\pi}{4}$ 인 $\frac{\pi}{4} \times \frac{2}{3}$ (지름) 3 으로 계산된다. 이것은 오늘날의 방법인 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 과 정확하게 일치하는 정확한 값이다(장혜원, 2006c, p.77-79).

나. 내용 비교 형식

1) 자료의 개관 및 참고도서

학교 수학에서 다루는 여러 개념들이 서양의 전통을 따르고 있으므로 학생들은 수학은 서양의 학문이며 동양에서는 수학과 관련된 연구가 없다는 오해를 하기 쉽다. 어떤 경우에는 동양의 수학적 성취가 서양에 비해서 훨씬 우수한 경우도 찾아볼 수 있다. 수학이라는 학문이 서양에서만 발달된 것이 아니고 동양과 서양을 막론한 보편적인 것임을 학생들에게 인식시키기 위하여 동·서양에서 유사하게 나타나는 수학문제를 소개하였다. 이 학습 자료와 학교 수학 내용은 고등학교 수학 I 수열에서 등비수열의 합과 관련된 내용의 학습에서 활용할 수 있다. 허민(2009), 장혜원(2006c), 佐藤健一(2009)을 참고하였다.

2) 동·서양의 유사한 수학 문제

동서양의 수학책을 살펴보면 동일한 문제가 공존함을 알 수 있다. 피보나치(1175~1250?)는 1202년 「산반서」을 썼는데 이 책에는 다음과 같은 문제가 있다.

문제 1. 산반서의 문제

로마로 가는 길에 일곱 명의 늙은 여자가 있다. 각 여자는 일곱 마리의 노새를 갖고 있다. 각 노새는 일곱 개의 부대를 운반한다. 각 부대에는 일곱 개의 빵 덩어리가 담겨 있다. 각 빵 덩어리는 일곱 개의 칼이 함께 있다. 각 칼은 일곱 개의 칼집 속에 있다.

여자, 노새, 부대, 빵 덩어리, 칼, 칼집을 모두 합해서 얼마나 많은 것이 로마로 가는 길에 있느냐?

이 문제의 답은 초항이 7이고 공비가 7인 등비수열의 6 항까지의 합임을 쉽게 알 수 있다. 이와 유사한 내용을 담고 있는 노래가 영국에서는 오늘날에도 있다고 한다.

문제 2. 영국의 동요

내가 성 이브스(St. Ives)로 가고 있을 때 일곱 명의 부인과 함께 있는 한 남자를 만났다. 각 부인은 일곱 개의 부대를 갖고 있었다. 각 부대에는 일곱 마리의 고양이가 들어 있었다. 각 고양이는 일곱 마리의 새끼를 갖고 있었다.

새끼고양이, 고양이, 부대, 부인, 얼마나 많이 성 이브스로 가고 있느냐?

그런데 이와 유사한 내용이 훨씬 전에 이미 나타났다는 주장이 있다. 기원전 1650년경에 작성된 아메스 파파루스의 79번째 문제는 <그림 10>과 같이 단순히 몇 개의 수와 그 합이 나타나 있다.

재산	
집	7
고양이	49
쥐	343
밀의 포기	2401
헤카트	16807
	19607

<그림 10> 아메스 파파루스

이 수들은 7의 거듭제곱이고, 마지막 수는 이것들의 합임을 알 수 있다. 이를 저명한 수학사학자인 모리츠 칸토어는 「산반서」에 있는 문제의 옛 형태라고 생각하고 다음 문제 3과 같이 해석하였다.

문제 3. 모리츠 칸토어의 아메스 파피루스 해석

어떤 재산이 일곱 채의 집으로 이루어져 있다.
각 집에는 일곱 마리의 고양이가 있다. 각 고양이는
일곱 마리의 쥐를 먹었다. 각 쥐는 일곱 포기씩 먹었
다.
밀의 각 포기로는 일곱 헤카트의 곡물을 생산할 수
있다.
집, 고양이, 쥐, 밀의 포기수, 곡물의 헤카트 수 등 이
이 재산에 포함되어 있는 모든 것을 합하면 얼마가
되느냐?

그런데 더욱 재미있는 사실은 동양 산학서에서도 이
와 같은 문제를 찾아 볼 수 있다는 것이다. 중국 4~5세
기의 산학서 『손자산경』 하권 제34문의 문제는 다음과
같다.

문제 4. 손자산경 하권 제34문

문을 나서서 바라보니, 9개의 제방이 있는데, 제방마
다 나무 9구루가 있고, 나무마다 9가지가 있고, 가지
마다 9개의 새집이 있고, 새집마다 새 9마리가 있고,
새마다 새끼가 9마리씩 있고, 새끼마다 털이 9개씩 나
있고, 털마다 9가지 색으로 되어 있다.
각각 얼마씩이나 되는가?

조선시대 산학서를 살펴보면, 황윤석(1729~1791)이
쓴 『산학입문(이수신편 21)』 난법가 4번째 문제에도 이
와 같은 문제가 있다.

문제 5. 산학입문 21 난법가 4번째 문제

제갈 승상은 여덟 명의 장수를 거느리고, 장수마다 여
덟 개의 군영을 나누어서, 영마다 뒤에 여덟 개의 진
을 쳐서, 전마다 여덟 명의 선봉이 있다. 선봉 한 사
람마다 여덟 명의 기두가 있고, 기두마다 여덟 명의
대장으로 이루어지고, 대마다 여덟 명의 갑이 있고,
갑마다 여덟 명의 병사가 있다.

난법가에는 이외에도 다음과 같은 유사한 문제들이
제시되어 있다.

문제 6. 산학입문 21, 난법가 6번째 문제

돈 1문이 있다. 날마다 1배씩 증가하여 30일 동안 많
아지면 돈은 모두 얼마인가?

문제 7. 산학입문 21, 난법가 7번째 문제

첫날에 돈 3전이 있다. 이후 매일 전날보다 3배가 된

다면 한달에 얼마인가?

이밖에도 일본 수학자인 요시다 코유(吉田 光由, 159
8~1672)의 『진겁기(塵劫記)』에는 아래의 문제8, 문제9
와 같은 쥐문제(鼠算), 까마귀 문제(カラス算)와 배로 증
가하는 상황을 다루는 문제(倍増し問題)로 문제 10, 문제
11, 문제 12와 같은 돈 문제(錢三十日), 쌀문제(米三十
일), 겨자문제(芥子三十日) 등이 있다.

문제 8. 진겁기의 서산(鼠算)

정월에 쥐 부부가 있다. 이 쥐 부부가 새끼를 12마리
낳았다. 자신들을 포함해서 14마리가 되었다. 이 14마
리가 2월에 7쌍의 부부가 되어 각 부부가 14마리의
새끼를 낳아서 모두 98마리가 되었다. 3월에는 이 쥐
들이 49 쌍의 부부가 되어서 각각이 새끼 12마리를
낳았다. 이런 식으로 매달 새끼를 낳으면 12월이 지났
을 때 모두 몇 마리가 되겠는가?

문제 9. 진겁기의 까마귀산(カラス算)

어떤 섬에 999개의 모래 언덕이 있습니다. 이 언덕마
다 999마리의 까마귀가 있고, 이 까마귀들이 999회씩
울었습니다.

까마귀는 모두 해서 몇 번 울었을까요?

문제 10. 진겁기의 돈삼십일(錢三十日) 문제

지금 돈이 1문 있다. 두 번째 날에는 2문, 세 번째 날
에는 4문, 네 번째 날에는 8문.... 이런 식으로 전일의
2배씩 준비한다면, 30일째에는 얼마가 되겠는가?

문제 11. 진겁기의 쌀삼십일(米三十日) 문제

쌀 한 틀을 매일 전일의 2배씩 증가하여 쌓는다면 30
일째는 얼마나 되겠는가?

문제 12. 진겁기의 겨자삼십일(芥子三十日)

겨자씨 한 알 있는데, 매일 전일의 2배씩 저장한다면
50일째는 몇 알이 되겠는가?

또한 인도 수학자 바스카라의 책에도 유사한 문제가
들어 있다.

문제 13. 바스카라의 조개껍질 문제

어떤 사람이 거지에게 처음에 2개의 조개껍질을 주었
다. 그리고 매일 2배로 늘려 주기로 약속하였다. 한
달이 지나면 얼마나 주었겠는가?

이처럼 동·서양의 수학에 똑같은 유형의 문제가 공존한다는 사실이 매우 흥미롭다. 이는 수학의 보편적 가치를 추가하는 한 예라고 생각된다.

V. 요약 및 결론

본 연구에서는 수학 학습을 좀더 의미 있고 풍성하게 하는데 도움이 될 수 있는 소재로 수학사, 그중에서도 특히 동양 수학사에 초점을 맞추어 교과서를 분석, 설문 조사, 자료 개발을 실시하였다.

교과서에 제시된 수학사관련 내용을 분석한 결과 중·고등학교 모두 서양 수학사 비율(87%, 90%)이 매우 높았다. 영역별로 보았을 때 주로 수와 연산, 문자와 식, 기하 영역에서 비율이 높았으며 함수와 확률과 통계 영역은 상대적으로 수학사 내용이 적게 제시되고 있었다. 또한 수학사 자료의 제시 형식별로 보면 주로 일화소개 형식이 60%로 가장 높은 비율을 차지하고 있었다. 일화의 경우에도 개념이나 학습 내용과 관련하여 충분히 활용할 수 있는 정도라기보다는 수학자의 이름이나 업적을 간단히 소개하는 정도로 제시되고 있어 실제 수업에서 활용하기에는 적절하지 못한 수준이었다.

수학사에 대한 교사의 인식과 활용 정도를 알아보기 위한 설문조사를 한 결과, 교사들은 수학사의 활용이 대체적으로 흥미와 학습 동기 유발, 개념과 원리의 이해 등의 항목에 대하여 효과가 있을 것으로 답하였다. 그러나 현재 수학교과서에 제시되고 있는 동양 수학사의 내용에 대해서는 수업에 활용하기에는 부족하다고 답한 비율이 78%에 이르고 있었다. 또한 서양 수학사에 대해서는 수업에 충분히 활용이 가능하다고 답한 비율이 21%였으나 동양 수학사의 경우에는 4%에 그쳐서 동양 수학사에 대한 자료의 개발과 보급이 더욱 필요함을 알 수 있었다. 수학사 관련 자료의 입수 경로로는 주로 수학 관련 도서나 잡지, 인터넷 사이트를 통하여 수학사 관련 자료를 입수한다고 답하였고, 동양 수학사 학습 자료를 개발한 후에는 자료집 형태의 배포나 교사 연수를 통한 교육의 방법을 선호하였다. 교사들이 가장 필요하다고 생각하는 자료의 유형은 '일화 중심의 읽기 자료'의 형식이었다. 현재 교과서의 내용이 일화 중심이긴 하지만 너무 짧고 수업 내용과 연결성이 부족하다는 의견을 통한

여 교사들은 개념이나 수업 내용과 관련을 지으면서 학습 동기를 유발할 수 있는 자료의 개발을 원하였다. 마지막으로 자료 개발은 예시적 수준으로 일화, 내용비교의 형식에 해당하는 2개의 자료를 제시하였다.

동양 수학사 관련 학습 자료의 개발과 이후의 연구에 대하여 다음과 같은 한 교사의 답변이 그 필요성을 대변해 주고 있다고 생각한다.

서양 수학사는 관련 내용을 접하면서나마, 조금 알게 되어 가끔 수업에 도입하기 되는데, 동양 수학사에 대해서는 전혀 들을 새가 별로 없기로 하면, 동양 수학사의 관점은 자료를 개발하여 봐야 한다면, 잘 활용해 보고 싶습니다. 그리고 저도 더 광범위하고,

최근 수학사 학회 등을 중심으로 동양 수학사와 관련된 기초 연구물들이 계속 제시되고 있다. 이러한 연구 결과들을 이용하여 수업에서 실제로 활용할 수 있는 체계적인 학습 자료를 개발하는 것이 필요하다고 생각한다. 학습 자료의 개발은 학습 내용, 개념, 원리 등과의 관련성뿐만 아니라 수업의 흐름이나 시간 등과 같은 요인에 대한 고려, 자료의 활용 목적 등에 대한 종합적인 고려를 통해 체계적으로 접근해야 할 것이다.

참고문헌

- 강신원 (2006). 歷史 社會 環境과 九章算術의 構造, 한국 수학사학회지, 19(4), pp.1-12.

김기원 · 노현주 (2008). 수학사를 도입한 수학교육-7단계 일차방정식을 중심으로-, 교육과학 연구, 13, pp.17-28.

김상화 (1999). 수학사를 도입한 초등학교 수학 교재 개발 및 적용에 관한 연구, 인천교육대학교 석사학위 논문.

김수미 (2006). 0처리 오류의 기원 및 0의 지도, 대한수학교육학회 학교수학, 8(4), pp.397-415

김영욱 · 홍성사 · 홍영희 (2005). 朴繕의 算學原本, 한국 수학사학회지, 18(4), pp.1-16.

김용운 · 김용국 (1996). 중국수학사, 서울: 민음사.
_____(2009). 한국수학사, 경기: (주)산림출판사.

- 김은미(1996). 수학사에 관한 교사들의 실태조사와 교수 자료 개발, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 김익표·황석근 (2004). 패스칼 삼각형, 계차수열 및 행렬의 연계와 표현, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 43(4), pp.391-398.
- 김창일 (2006). 중국 수학자와 산서, 한국수학사학회지, 19(4), pp.21-42.
- 김효금·김인수 (2005). 수학사를 활용한 중학교 수학 학습지도, Journal of Science Education Chunnam National University, 29(1), pp.25-38.
- 남병길 저, 박영식·최길남 옮김 (2005). 산학정의 상편, 울산: 울산대학교출판부
- 민세영·박선용 (2002). 쌍곡선의 구적법에 의한 자연로그의 도입에 관한 고찰, 대한수학교육학회 수학교육 학연구, 12(1), pp.81-93.
- 박형빈·방주현 (2005). 조선왕조실록으로 본 조선 시대의 수학교육, 한국수학사학회지, 18(1), pp. 11-32.
- 엄상미·이경화 (2006). 수학사를 활용한 수업에서의 수학학습 태도와 수학학습 과정, 한국교원대학교 교육 연구원 教員教育, 22(4), pp.135-150.
- 유익승·신현용·한인기 (2006). Viete 정리를 이용한 여러 문자 다항식의 인수분해에 대한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 20(4), pp.587-594.
- 유인영·고승준 (2005). 海鏡細艸解 概觀, 한국수학사학회지, 18(1), pp.1-10.
- 이강섭 (2006). 목제주령구의 제작기법 및 수학교육적 의미, 한국수학사학회지, 19(3), pp.43-56.
- 이상혁 저, 박근덕 옮김 (2004). 차근방몽구, 서울: 도서 출판 하우.
- 이성애 (2002). 수학사를 활용한 학습 자료가 수학 불안 해소에 미치는 효과, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 이성현·정상혁·한인기 (2008). 종이접기에서 Haga 정리의 증명과 일반화에 대한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 22(1), pp.65-77.
- 이은경 (2002). 수학사를 활용한 수행평가 과제 개발과 적용에 관한 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 장혜원 (2005). 동양의 영부족술과 서양의 가정법, 한국수학사학회지, 18(1), pp.33-48.
- _____(2006a). 동양 수학에서의 구결 및 그 교수학적 함의, 한국수학사학회지, 19(4), pp.13-30.
- _____(2006b). 산학서로 보는 조선 수학, 서울: 경문사.
- _____(2006c). 청소년을 위한 동양 수학사, 서울: 두리 미디어.
- _____(2008). 구의 부피에 대한 수학사적 고찰 및 교수학적 함의, 한국수학사학회지, 21(2), pp.19-38.
- _____(2009). 수학교육적 관점에서 조선 산학 바라보기, 수학과 교육, 75, pp.71-76.
- 정연준·강현영(2008). 정적분의 무한소 해석에 대한 고찰, 대한수학교육학회 학교수학, 10(3), pp.375-399.
- 조윤동 (2000). 수학사: 산술 삼각형의 구성 원리를 수업에 응용하기, 대한수학교육학회 학교수학, 2(2), pp.545-562.
- 조한혁·송민호·최재연 (2009). 수학사와 수학실험을 통한 다면체 탐구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 23(2), pp.297-312.
- 주세걸 지음, 허민 옮김 (2009). 산학계몽 上·중·하, 서울: 소명출판.
- 주영희 (1997). 수학 교육에 있어 수학사 활용에 대한 교사들의 인식, 강원대학교 석사학위 논문.
- 차종천 편역 (2006). 算經十書 下, 서울: 교우사.
- _____(2006). 算數書·算經十書 上, 서울: 교우사.
- _____(2006). 揚輝算法, 서울: 교우사.
- 최영기·이지현 (2007). 수학사적 관점에서 본 피타고라스 정리의 증명, 대한수학교육학회 학교수학, 9(4), pp.523-533.
- 최영기·홍갑주 (2008). 원주율의 상수성과 아르키메데스의 계산법, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 47(1), pp.1-10.
- 최진순 (2003). 수학사를 이용한 고등학교 수학과 교재개발 연구, 관동대학교 석사학위 논문.
- 한국수학사학회 옮김(2006). 조선 시대의 산학총서 9종 14권, 서울: 교우사.
- 한용현 (2007). 李尚勳(翼算)의 堆垛術과 부분합 복수열, 한국수학사학회지, 20(3), pp. 1-16.
- 한인기 (2001). 코시 부등식에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 40(1), pp.103-112.
- 허민 (2005a). 산대셈과 수판셈, 한국수학사학회지,

- 18(1), pp.49-66.
- ____ (2005b). 산학서의 직각 삼각형, 한국수학사학회지, 18(3), pp.25-38.
- ____ (2008). 산학계몽과 묵사집산법의 비교, 한국수학사학회지, 21(1), pp.1-16.
- ____ (2009). 수학의 보편성, 네이버 캐스트, 수학산책, <http://navercast.naver.com/science/math/778>
- 홍성사 (2006). 朝鮮 算學의 堆塚術, 한국수학사학회지, 19(2), pp.1-24.
- 홍성사 · 홍영희 (2006). 朝鮮 算學訓導와 算學教授, 한국수학사학회지, 19(3), pp.1-20.
- ____ (2007). 南秉吉의 方程式論, 한국수학사학회지, 20(2), pp.1-18.
- ____ (2008a). 洪吉周의 代數學, 한국수학사학회지, 21(4), pp. 1-10.
- ____ (2008b). 李尙憲의 借根方蒙求와 數理精蘊, 한국수학사학회지, 21(4), pp.11-18.
- 홍성사 · 홍영희 · 김창일 (2008). 19세기 조선의 구고술, 한국수학사학회지, 21(2), pp.1-18.
- 홍성사 · 홍영희 · 장혜원 (2005). 麻積과 益積의 歷史, 한국수학사학회지, 18(3), pp.1-24.
- 홍영희 (2005). 否定方程式의 歷史, 한국수학사학회지, 18(3), pp.1-24.
- ____ (2006). 朝鮮 算學과 數理精蘊, 한국수학사학회지, 18(3), pp.25-46.
- G. Sarton (1957). *The Study of the History of Mathematics and the Study of the History of Science*, reprinted by Dover, New York, 계영희 외 12인 옮김(2006), 수학교육에서 역사 활용하기, 서울: 교우사.
- 佐藤健一 역, 교주 (2009). 「진력기」 초판본, 일본: 研成社
- <중학교 수학 1 교과서와 수학익힘책 1>
- 정상권 · 이재학 · 박혜숙 · 홍진곤 · 서혜숙 · 박부성 · 강은주 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: (주)금성출판사.
- 김부윤 · 송영무 · 김춘실 · 이순주 · 김이언 · 권숙귀 · 이술선 · 김정희 · 정재훈 · 이미경 · 류준희 · 이지성 · 강선영 · 안은주 · 주신영 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: (주)교과서 다음.
- 박종률 · 유종광 · 이창주 · 홍분남 · 김덕진 · 박우량 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: (주)도서출판 디딤돌.
- 장신덕 · 함남우 · 홍인숙 · 김영우 · 이재순 · 전민정 · 라미영 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: (주)교학사.
- 박운범 · 남상이 · 최소희 · 홍유미 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: 용진싱크빅.
- 정광식 · 김정현 · 오종래 · 임윤영 (2009). 중학교 수학 1(수학익힘책 1), 서울: 대교.
- <고등학교 수학 1 교과서와 수학익힘책 1>
- 김수환 · 최영기 · 이중권 · 김진호 · 윤오영 · 김경현 · 최현근 · 이향수 · 김용준 · 안미숙 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)교학사.
- 우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재훈 · 신보미 · 최인선 · 박인 · 지은정 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)두산.
- 신황균 · 이광연 · 신범영 · 김홍섭 · 김정화 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)지학사.
- 황선욱 · 강병개 · 김수영 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)좋은책 신사고.
- 이만근 · 이재실 · 오은영 · 조성오 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)고려출판.
- 김서령 · 이정례 · 신우하식 · 이진호 · 조동석 · 김민정 · 박효정 (2009). 고등학교 수학(수학익힘책), 서울: (주)천재교육.

A Study on The Application of Oriental History of Mathematics in School mathematics

Yang, Sung-ho

Dept. of mathematics education, Jeju National University, Jeju, Korea

E-mail : shyang@jejunu.ac.kr

Lee, kyung-eon

Dept. of mathematics education, Jeju National University, Jeju, Korea

E-mail : lee0622@jejunu.ac.kr

In this study, we investigated the application of oriental history of mathematics in school mathematics teaching. We set up three study problems to achieve this purpose. First, we analyze the middle and high school mathematics textbooks and auxiliary books. Second, we survey the mathematics teacher's knowledge and degree of application on history of mathematics. Third, we develop the teaching and learning materials on oriental history of mathematics.

We performed three study-methods to settle above study problem. First, we analyzed 24 textbooks and auxiliary books for study problem 1. There were 6 middle school mathematics textbooks and 6 auxiliary books and also 6 high school mathematics textbooks and 6 auxiliary books. We categorized the contents into "anecdote", "systematization", "application of problem", "expansibility of thought", and "comparative of the contents". Second, we surveyed the 78 mathematics teacher's knowledge and degree of application using questionnaire about knowledge and application on history of mathematics. The questionnaire was made up of four types of question; the effect of material about history of mathematics, the understanding of western history of mathematics, the understanding of oriental history of mathematics; the direction of development of teaching material. Third, we exemplified the teaching and learning materials about three categories: "anecdote", "comparative of the contents".

* ZDM Classification : A33

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97-03

* Key Words : history of oriental mathematics, oriental mathematics, textbook analysis, teaching material with oriental mathematics