뉴튼의 평행법칙을 이용한 차동구동 이동로봇의 동력학 모델링 구현

Realization of Differential Drive Wheeled Mobile Robot Dynamic Modeling Using Newton's Equilibrium law

정 용 욱[1], 정 구 섭†

Yong Oug Chung[1], Ku Seob Chung†

Abstract We presents a dynamic modeling of 4-wheel 2-DOF. WMR. The classic dynamic model utilizes a greatly simplified wheel motion representation and using of a simplified dynamic model confronts with a problem for accurate position control of wheeled mobile robot. In this paper, we treats the dynamic model for describes relationship between the wheel actuator force/torque and WMR motion through the use of Newton's equilibrium laws. To calculate the WMR position in real time, we introduced the Dead-Reckoning algorithms and the simulation result show that the proposed dynamic model is useful. We can be easily extend the proposed WMR model to mobile robot of similar type and this type of methodology is useful to analyze, design and control any kinds of rolling robots.

Keywords: dynamic model, Wheeled Mobile Robot, Newton's equilibrium laws, Dead-Reckoning algorithm

1. 서 론

이동로봇은 인간의 간섭없이 독단적으로, 지능적으로 움직일 수 있는 잠재적인 능력과 더불어 활용범위가 무한히 넓기 때문에 이에 대한 관심과 연구 또한 활발히 이루어지고 있다. 본 논문에서는 2자유도 바퀴형 이동로봇(WMR)의 동력학 모델을 구하고 이 동력학 모델을 바탕으로 하는 제어시스템을 구성한다.

이동로봇에서 몸체 동작과 바퀴의 구동 힘/토오크 사이의 관계를 표현하기 위한 동력학은 일반적으로, 라그랑지(Lagrangian)방식에 의한 간소화된 동력학 모델을 사용한다[1-2]. 하지만 실제 이동로봇에서 원하는 정확한 궤적의 추적을 위하여 본 논문에서는 뉴튼의 평행법칙(Newton's equilibrium laws)과 링크 자코비안 행렬로 결합된 전파행렬에 의하여 WMR의 동력학 모델을 구한다. 자동차와 유사한 구동형태를 갖는 경우 muir와 Newman에 의하여 뉴튼의 평행법칙을 이용하여 동력학 모델링의 유효성을 입증하였다[3]. 본 논문에서는 muir에 의해 입증된 뉴튼의 평행법칙을 이용하여 차동구동 이동로봇에 적용하여 동력학 모델링을 구한다.

일반적으로 이동로봇의 동력학은 해석상의 여러가지 복잡성을 가지고 있어 저속으로 움직인다는 가정하에서 목적위치와 조향각 사이의 관계만을 고려하는 경향이 있다[4]. 그러나 실제 이동로봇의 정확한 위치제어를 위해서는 동력학 해석이 매우 중요한 일부분을 차지한다.

4-바퀴 2자유도의 WMR에서 동력학을 기초로한 궤환제어 알고리즘의 구성에 의한 모의실험을 통하여 동력학 모델의 유효성을 입증하였다.

2. 4-바퀴 2자유도 WMR의 동력학 모델

2.1 WMR의 특성

이동로봇이 움직이는 평면에서, 바닥 좌표축 F는 고정된 기준 좌표축이며, 이동로봇은 몸체 기준점 B에 대하여 정의하고 좌표(x,y)는 이동로봇에 부착되어 있다고 가정한다.

Received : Aug. 03. 2010; Reviewed : Sep. 02. 2010; Accepted : Oct. 21. 2010
† 교신저자 : 한국국제대학교 기계자동차공학과 교수
[1] 한국국제대학교 기계자동차공학과 교수

WMR 몸체의 위치벡터 P는 다음과 같이 정의한다.

$$P = (x, y, \theta)^T \tag{2-1}$$

2.2 좌표시스템 할당

그림 1과 2에서 바퀴 1, 2는 각각의 구동모터에 의해 구동되고 바퀴 3, 4는 구동은 되지 않고 단지 바퀴 1, 2의 속도차에 의하여 자유로이 방향을 바꿀 수 있는 보조 바퀴이다.

바퀴 1, 2, 3과 4의 기하학적 특징은 다음과 같다.

바퀴 1: $R1 = R,\ d_{c1y} = l_b = 0,$

$d_{c1x} = l_a, \sin {}^B\theta_{c1z} = 0,\ \cos {}^B\theta_{c1z} = 1$

바퀴 2: $R2 = R,\ d_{c2y} = l_b = 0,\ d_{c2x} = -l_a,$

$\sin {}^B\theta_{c2z} = 0,\ \cos {}^B\theta_{c2z} = 1$

바퀴 3: $R3 = r,\ d_{c3y} = l_c,\ d_{c3x} = 0$

바퀴 4: $R4 = r,\ d_{c4y} = -l_c,\ d_{c4x} = 0$ (2-2)

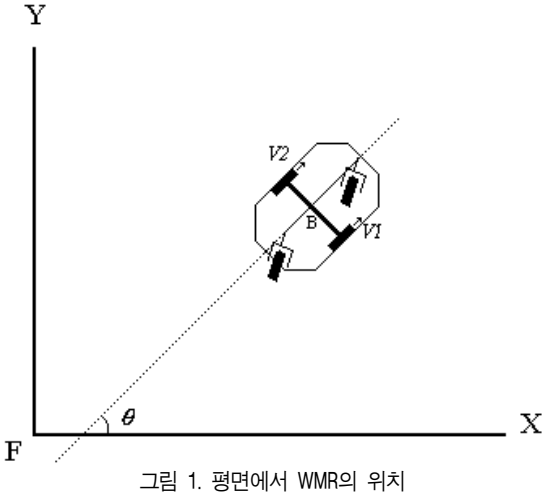

그림 1. 평면에서 WMR의 위치

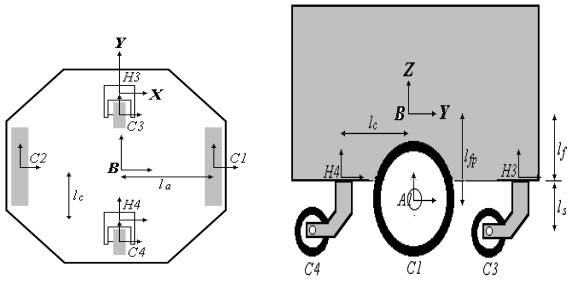

그림 2. 4-바퀴 2-자유도 WMR의 구성

여기에서 R:구동 바퀴(바퀴1,2)의 반지름, r:구동 되지 않는 바퀴(바퀴3,4)의 반지름, ${}^A\theta_B$:A좌표 시스템의 X-축과 B좌표시스템의 X-축 사이에서 회전 거리, ${}^Ad_B$:A좌표 시스템과 B좌표 시스템의 원점사이에서 시스템의 전이 거리를 각각 나타낸다.

WMR에 대한 상측과 좌측의 상세도는 그림 2와 같으며 이로부터 동력학 모델을 구한다. 4-바퀴 2자유도를 갖는 WMR의 3차원에서 구성도는 그림 3에서 보인다.

그림에서 F:고정된 기준좌표 시스템, B:로봇의 몸체와 함께 움직이는 몸체좌표 시스템, H_i:로봇의 몸체와 함께 움직이는 좌표 시스템, S_i:조종링크 i와 함께 움직이는 좌표 시스템, C_i: 바퀴 i의 접촉점과 함께 움직이는 좌표 시스템을 의미한다.

동력학 모델을 위해서 필요로 하는 구성원은 다음과 같다.

1) 위치벡터(6×1), 2) 힘/토오크 벡터(6×1), 3) 링크 자코비안 행렬(6×6), 4) 조인트 커플링 행렬(6×6), 5) 전파행렬(6×6), 6) 제1, 제2 힘/토오크 동작방정식

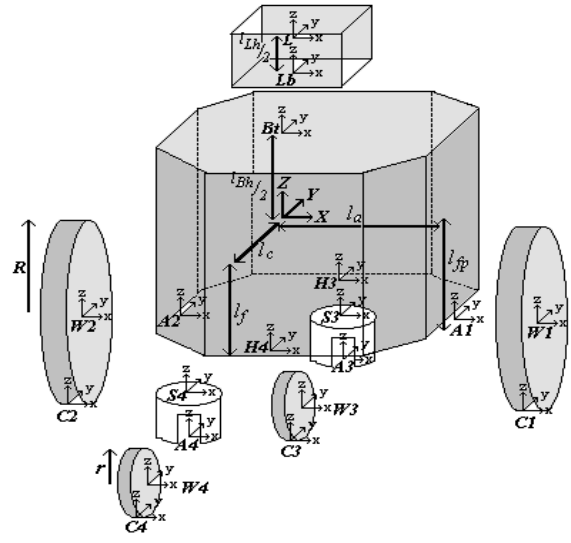

그림 3. 3차원에서 WMR의 형태

2.3 동력학 모델 구성원

그림 3의 WMR에 대한 각각 좌표시스템의 위치벡터(6×1)는 다음과 같다.

여기서 i=1, 2, 3, 4 : j=1, 2 : k=3, 4이며, 기준바닥 좌표시스템과 관계하는 WMR 몸체의 위치와 방향은 ${}^Fd_{By}$, ${}^Fd_{Bx}$과 ${}^F\theta_{Bz}$이고, 바퀴 각은 ${}^{A_i}\theta_{W_{iz}}$이며, 조향각은 ${}^{H_k}\theta_{S_{kz}}$

$$
{}^{F}P_{B}=\begin{bmatrix}{}^{F}d_{Bx} & {}^{F}d_{By} & l_{fp}+R & 0 & 0 & {}^{F}\theta_{Bz}\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{A}L_{B}=\begin{bmatrix}
c_yc_z & c_ys_z & -s_y & -c_ys_zd-s_zd & c_yc_zd_z+s_yd_x & -c_yc_zd_y+c_ys_zd_x\\
s_xs_yc_z-c_xs_z & s_xs_ys_z+c_xc_z & s_xc_y & -s_xs_ys_zd_z+-c_xc_zd_z+s_xc_yd_y & s_xs_yc_zd_z-c_xs_zd_z-s_xc_yd_x & -s_xs_yc_zd_y+c_xs_yd+s_ys_zs_xd+c_xc_zd_x\\
c_xs_yc_z+s_xs_z & c_xs_ys_z-s_xc_z & c_xc_y & -c_xs_ys_zd_z+s_xc_zd_y+c_ys_yd & c_xs_yc_zd_y+s_xs_zd_y-c_xc_yd & -c_xs_yc_zd_y-s_xs_zd_y+c_xs_ys_zd_x-s_xc_zd_x
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & c_yc_z & c_ys_z & -s_y\\
0 & 0 & 0 & s_xs_yc_z-c_xs_z & s_xs_ys_z+c_xc_z & s_xc_y\\
0 & 0 & 0 & c_xs_yc_z+s_xs_z & c_xs_ys_z-s_xc_z & c_xc_y
\end{bmatrix}
$$

$$
{}^{B}P_{B_R}=\begin{bmatrix}0 & 0 & l_{Bh}/2 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{B}P_{L_0}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{L_0}P_{L}=\begin{bmatrix}0 & 0 & l_{Lh}/2 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{B}P_{A_1}=\begin{bmatrix}l_a & 0 & -l_{fp} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{B}P_{A_2}=\begin{bmatrix}-l_a & 0 & -l_{fp} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{A_i}P_{W_i}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & {}^{A_i}\theta_{W_{ix}} & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{W_i}P_{Q_i}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & -{}^{A_i}\theta_{W_{ix}} & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{Q_j}P_{C_j}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -R & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{Q_i}P_{C_i}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -r & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{B}P_{H_1}=\begin{bmatrix}0 & l_c & -l_f & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{B}P_{H_k}=\begin{bmatrix}0 & -l_c & -l_f & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}
$$

$$
{}^{S_1}P_{A_1}=\begin{bmatrix}0 & -l_g & l_s & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^{T}\qquad {}^{H_k}P_{S_k}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{H_k}\theta_{S_k}\end{bmatrix}^{T}
\tag{2-3}
$$

이다.

WMR에 대한 (6×1)의 관성 힘/토오크 벡터는 부하, 몸체, 바퀴1, 2에 대하여 다음과 같이 구해진다.

$$
{}^{B}f_{iB}=\begin{bmatrix}-m_B\,\overline{{}^{B}a}_{Bx}\\-m_B\,\overline{{}^{B}a}_{By}\\0\\0\\0\\-I_{Bz}\,\overline{{}^{B}\alpha}_{Bz}\end{bmatrix}\qquad
{}^{L}f_{iL}=\begin{bmatrix}-m_L\,\overline{{}^{L}a}_{Lx}\\-m_L\,\overline{{}^{L}a}_{Ly}\\0\\0\\0\\-I_{Lz}\,\overline{{}^{L}\alpha}_{Lz}\end{bmatrix}
$$

$$
{}^{W_i}f_{iW1}=\begin{bmatrix}-m_W\,\overline{{}^{W_i}a}_{W1x}\\-m_W\,\overline{{}^{W_i}a}_{W1y}\\-m_W\,\overline{{}^{W_i}a}_{W1z}\\-I_{Wx}\,\overline{{}^{W_i}\alpha}_{W1x}\\-I_{Wy}\,\overline{{}^{W_i}\alpha}_{W1y}-(I_{Wx}-I_{Wy})\,\overline{{}^{W_i}\omega}_{W1x}\,\overline{{}^{W_i}\omega}_{W1z}\\-I_{Wy}\,\overline{{}^{W_i}\alpha}_{W1z}-(I_{Wy}-I_{Wx})\,\overline{{}^{W_i}\omega}_{W1x}\,\overline{{}^{W_i}\omega}_{W1y}\end{bmatrix}
$$

$$
{}^{W_2}f_{iW2}=\begin{bmatrix}-m_W\,\overline{{}^{W_2}a}_{W2x}\\-m_W\,\overline{{}^{W_2}a}_{W2y}\\-m_W\,\overline{{}^{W_2}a}_{W2z}\\-I_{Wx}\,\overline{{}^{W_2}\alpha}_{W2x}\\-I_{Wy}\,\overline{{}^{W_2}\alpha}_{W2y}-(I_{Wx}-I_{Wy})\,\overline{{}^{W_2}\omega}_{W2x}\,\overline{{}^{W_2}\omega}_{W2z}\\-I_{Wy}\,\overline{{}^{W_2}\alpha}_{W2z}-(I_{Wy}-I_{Wx})\,\overline{{}^{W_2}\omega}_{W2x}\,\overline{{}^{W_2}\omega}_{W2y}\end{bmatrix}
\tag{2-4}
$$

위식에서 m_B:몸체질량, $\overline{{}^{B}a}_{Bx}$:x축에 대한 몸체 가속도, ωwx를 x축에 대한 바퀴의 속도를 의미한다.

힘/토오크의 동작방정식을 구하기 위한 (6×6)의 링크 자코비안 행렬 ${}^{A}L_{B}$는 위치벡터 ${}^{A}P_{B}$의 각 원소를 속도와 가속도의 변환 행렬로부터 구해지는 다음의 행렬에 대입함으로서 구할 수 있다[12].

링크 자코비안의 전치행렬과 조인트 커플링행렬이 연속적으로 이루어지는 전파행렬은 다음과 같이 구한다.

$$
{}^{M(M)}P_{A1}=\begin{bmatrix}{}^{M1}L^{T}_{M(M)}\ {}^{M1}C_{ML}\cdots{}^{B1}L^{T}_{C1}\ {}^{B1}C_{BA1}\ {}^{A1}L^{T}_{B1}\end{bmatrix}
\tag{2-5}
$$

$$
{}^{B}P_{W1}={}^{A1}L^{T}_{B}\cdot{}^{A1}C_{BW1}\cdot{}^{W1}L^{T}_{A1}
$$

$$
=\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & C\theta_{W1x} & -S\theta_{W1x} & 0 & 0 & 0\\
0 & S\theta_{W1x} & C\theta_{W1x} & 0 & 0 & 0\\
0 & l_{fp}C\theta_{W1x}+\zeta_{CW1}S\theta_{W1x} & -l_{fp}S\theta_{W1x}+\zeta_{CW1}C\theta_{W1x} & 0 & 0 & 0\\
-l_{fp} & -l_aS\theta_{W1x} & -l_aC\theta_{W1x} & 0 & C\theta_{W1x} & -S\theta_{W1x}\\
0 & l_aC\theta_{W1x} & -l_aS\theta_{W1x} & 0 & S\theta_{W1x} & -C\theta_{W1x}
\end{bmatrix}
$$

$$
{}^{B}P_{G(W_j)}={}^{B}P_{W_j}\cdot{}^{W_j}P_{G(W_j)}
$$

$$
=({}^{A1}L^{T}_{B}\cdot{}^{A1}C_{BW1}\cdot{}^{W1}L^{T}_{A1})[({}^{W1}L_{A1}\cdot{}^{A1}L_{B}\cdot{}^{B}L_{F})P_{mask}]
$$

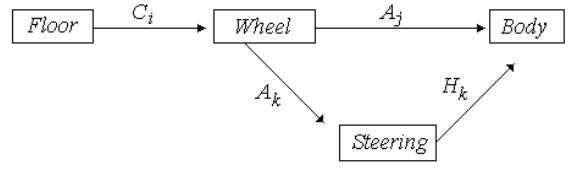

그림 4. 4-바퀴 2-자유도 이동로봇의 Joint-coupling 행렬 위치

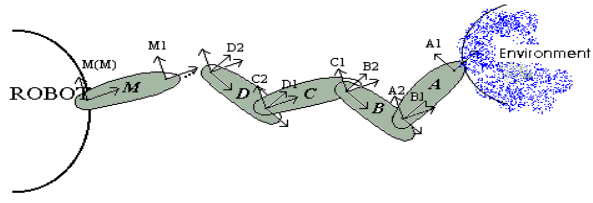

그림 5. 개-체인 로보트 형태

$$= \begin{bmatrix} C\theta_z + S\theta_z & C\theta_z + S\theta_z & C\theta_z + S\theta_z & A\ A\ A \\ C\theta_z - S\theta_z & C\theta_z - S\theta_z & C\theta_z - S\theta_z & B\ B\ B \\ 1 & 1 & 1 & C\ C\ C \\ l_{fp}C\theta_z - l_{fp}S\theta_z + \zeta_{cw1} & l_{fp}C\theta_z - l_{fp}S\theta_z + \zeta_{cw1} & l_{fp}C\theta_z - l_{fp}S\theta_z + \zeta_{cw1} & D\ D\ D \\ -l_a & -l_a & -l_a & E\ E\ E \\ -l_aS\theta_z + l_aS\theta_z & -l_aS\theta_z + l_aS\theta_z & -l_aS\theta_z + l_aS\theta_z & F\ F\ F \end{bmatrix}$$

$$A = -S\theta_z R + C\theta_z R - C\theta_z {}^f d_{By} + S\theta_z {}^f d_{Bx}$$

$$B = -C\theta_z R - S\theta_z R + C\theta_z {}^f d_{Bx} + S\theta_z {}^f d_{By} + l_a$$

$$C = {}^f d_{Bx} - d_{By} + l_a S\theta_z - l_a C\theta_z$$

$$D = -l_{fp}C\theta_z r - l_{fp}S\theta_z R + l_{fp}(S\theta_z d_{By} + C\theta_z {}^f d_{Bx} + l_a) + \zeta_{cw1}(d_{By} + l_a S\theta_z) + \zeta_{cw1}(-{}^{dy}l_a C\theta_z)$$

$$E = l_{fp}C\theta_z r + l_{fp}S\theta_z R - l_{fp}(-S\theta_z {}^f d_{By} + C\theta_z) - l_a(d_{By} + l_a S\theta_z) + l_a({}^f d_{By}$$

$$+ l_a C\theta_z) - C\theta^2 {}^{dy}l_{Bz} + C\theta^2 C\theta_z + S\theta^2 S\theta_z - S\theta^2 {}^{dy}l_{Bz}$$

$$F = -l_a C\theta_z R - l_a S\theta_z R + l_a(S\theta_z {}^f d_{By} + C\theta_z + {}^f d_{Bx} + l_a)$$

$$- 2C\theta_{w1x}C\theta_z + 2S\theta_{w1x}C\theta_z + 1$$

위식에서 ${}^M P_{A1}$:몸체중심에서 $A1$까지의 전파행렬, ${}^{M1}L^T_{M(M)}$:좌표M1에서 몸체중심까지의 링크자코비안 행렁, ${}^{M1}C_{ML}$:링크L에서 M으로의 조인트 커플링 행렬을 각각 나타낸다.

3. 힘/토오크 동작방정식

폐-체인을 갖는 로봇 메카니즘의 힘/토오크 동작방정식은 뉴튼의 평행법칙을 기초로 한다. 식(2-5)의 전파행렬에 의하여 전파되어지는 힘/토오크에 평행법칙을 적용하기 위하여 메인링크의 질량 중심좌표 M(M)을 공통 좌표시스템으로서 선택한다. 제1 힘/토오크 동작 방정식은 다음식과 같은 평행법칙의 적용에 의하여 구해진다.

$$\sum_X \sum_S \left({}^{M(M)}P_{N(S,X)} \; {}^{N(S,X)}f_{SX} \right) = 0 \qquad (3\text{-}1)$$

식(3-1)에서 x는 이동로봇에서 임의의 링크이고, S는 임의의 링크에서의 힘/토오크를 나타낸다. 여기서 각각의 링크에서의 힘/토오크는 조인트 커플링행렬과 링크 자코비안의 전치행렬이 연속적으로 이루어진 전파행렬을 통하여 WMR의 몸체 좌표시스템으로 전파된다.

그림 6에서 I:관성력, g:중력, e:구동력, v:점성마찰력, e:주위접촉 힘/토오크를 의미한다.

링크 A에서 WMR 몸체 좌표시스템으로의 전파는 다음과 같이 일반화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} {}^{M(M)}f_M &= [\,{}^{M1}L^T_{M(M)} \; {}^{M1}C_{ML} \cdots {}^{B1}L^T_{C1} \; {}^{B1}C_{BA} \; {}^{A1}L^T_{B1}]^{-A1} f_A \\ &= {}^{M(M)}P_{A1} \cdot {}^{A1}f_A \end{aligned} \qquad (3\text{-}2)$$

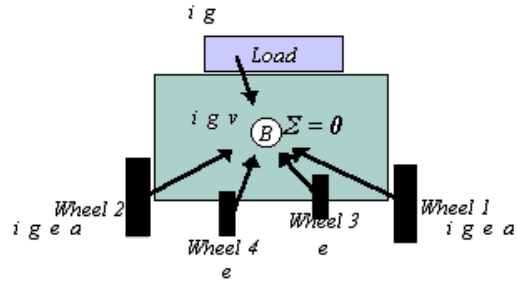

그림 6. 뉴튼의 평행법칙

동력학 모델의 구성원인 모든 힘/토오크는 WMR의 몸체 좌표시스템으로 전파되고, 전파된 모든 힘/토오크의 합은 식(3-1)로 부터 제1 힘/토오크 동작방정식을 구한다.

$$\begin{aligned} &{}^B P_{W_1} {}^{W_1}f_{iW_1} + {}^B P_{G(W_1)} {}^{G(W_1)}f_{gW_1} + {}^B P_{C_1} {}^{C_1}f_{eW_1} + {}^B P_{A_1} {}^{A_1}f_{aB} + {}^B P_{W_1} {}^{W_1}f_{aW_1} \\ &+ {}^B P_{W_2} {}^{W_2}f_{iW_2} + {}^B P_{G(W_2)} {}^{G(W_2)}f_{gW_2} + {}^B P_{C_2} {}^{C_2}f_{eW_2} + {}^B P_{A_2} {}^{A_2}f_{aB} + {}^B P_{W_2} {}^{W_2}f_{aW_2} \\ &+ {}^B P_{C_3} {}^{C_3}f_{eW_3} + {}^B P_{C_4} {}^{C_4}f_{eW_4} + {}^B P_L {}^L f_{iL} + {}^B P_L {}^L f_{gL} + {}^B f_{iB} + {}^B f_{gB} + {}^B f_{eB} = 0 \end{aligned} \qquad (3\text{-}3)$$

4. 동력학 동작방정식

6개의 제1 힘/토오크 동작방정식과 Ns=18의 제2 동작방정식을 구한다. 제1 힘/토오크 동작 방정식 (p1)-(p6)은 표 1.1에서 보이는데 (p1)-(p3)은 천이평행 방정식을 나타내며 (p4)-(p6)은 회전 평행(Rotational equilibrium) 방정식을 나타내는데 이는 특히 마찰계수, 구동력, 점성마찰력, 관성력과 주위접촉력의 함수로서 이루어진다.

18개의 제2 동작방정식은 표 1.2 에서 나타내는데 (s1)-(s12)는 바퀴의 접촉점에서 이루어지는 방정식으로 특히 (s1)-(s4)는 τ_{x_i} : (s5)-(s8)은 τ_{yi} : (s9)-(s12)는 τ_{zi} 에 대하여 구한다. (s13)-(s16)는 바퀴의 축에 대한 f_{x_i}, (s17)-(s18)은 조향축에 대한 f_{xk}를 구한다.

표 1. 제1 동력학 동작방정식

$$\begin{aligned} p1 =& -m_w a_{w1x} - m_L a_{Lx} - m_B a_{Bx} - m_w a_{w2x} - m_{w1} g - m_{w2} g + f_{x1} + f_{x2} + \\ & C^{HB}\theta_{S3z} f_{x3} - S^{HB}\theta_{S3z} f_{y3} + C^{HA}\theta_{S3z} f_{x4} - S^{HA}\theta_{S3z} f_{y4} - \mu_{rBz} \bar{V}_{Bx} = 0 \\ p2 =& -m_w a_{w1y} C\theta_{w1x} + m_w a_{w1z} S\theta_{w1x} - m_L a_{Ly-m_B} a_{By} - m_w a_{w2y} C\theta_{w2x} \\ & + m_w a_{w2z} S\theta_{w2x-m_w} g - m_{w2} g + f_{x1} + f_{y2} + S^{HB}\theta_{S3z} f_{x3} + C^{HB}\theta_{S3z} f_{y3} \\ & + S^{HA}\theta_{S4z} f_{x4} + C^{HA}\theta_{S4z} f_{x4} - \mu_{vBy} \bar{V}_{By} = 0 \\ p3 =& -m_w a_{w1y} S\theta_{w1x} - m_w a_{w1z} C\theta_{w1x} - m_w a_{w2y} S\theta_{w2x} - m_w a_{w2z} C\theta_{w2x} - m_{w1} g \\ & - m_{w2} g - m_L g - m_B g + f_{z1} + f_{z2} + f_{z3} + f_{z4} = 0 \\ p4 =& -m_w a_{w1y} (l_{fp} C\theta_{w1x} - \zeta_{cw1} S\theta_{w1x}) + m_w a_{w1z} (-l_{fp} S\theta_{w1x} + \zeta_{cw1} C\theta_{w1x}) \\ & + \frac{l_{Bh} + l_{Lh}}{2} m_L a_{Ly} - m_w a_{w2y} (l_{fp} C\theta_{w2x} - \zeta_{cw2} S\theta_{w2x}) + m_w a_{w2z} (-l_{fp} \\ & + \zeta_{Cw2} C\theta_{w2x}) - m_{w1} g (l_{fp} + \zeta_{Cw1}) - m_{w2} g (l_{fp} + \zeta_{Cw2}) + l_{fp} f_{y1} + \zeta_{Cw1} f_{z1} + l_{fp} f_{y2} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\zeta_{Cw2}f_{z2}+(l_f-l_s+r)S^{HB}\theta_{Sbz}f_{x3}+(l_f+1)C^{HB}\theta_{Sbz}f_{y3}+(l_C-l_gC^{HB}\theta_{Sbz})f_{z3}\\
&+\zeta_{cw3}C^{HB}\theta_{Sbz}f_{z3}-S^{HB}\theta_{Sbz}\tau_{y3}+(l_f-l_s+r)C^{HA}\theta_{Slz}f_{x4}+(l_f+1)C^{HA}\theta_{Slz}f_{y4}\\
&+(-l_C-l_gC^{HA}\theta_{Slz})f_{z4}+\zeta_{Cw4}C^{HA}\theta_{Slz}f_{z4}-S^{HA}\theta_{Slz}\tau_{y4}-\beta\tau_1-\beta\tau_2=0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p5 = {} & l_{fp}m_wa_{w1x}+l_aS\theta_{w1x}m_wa_{w1y}+l_aC\theta_{w1x}m_wa_{w1z}+C\theta_{w1y}(-I_{w1y}\alpha_{w1y}-(I_{w1x}\\
&-I_{w1y})\omega_{w1x}\omega_{w1z})-S\theta_{w1x}(-I_{w1y}\alpha_{w1z}-(I_{wy}-I_{wx})\omega_{w1x}\omega_{w1y}+l_{fp}m_wa_{w2x}\\
&-l_aS\theta_{w2x}m_wa_{w2y}-C\theta_{w2x}m_wa_{w2z}+C\theta_{w2y}(-I_{w2y}\alpha_{w2y}-(I_{w2x}-I_{w2y})\omega_{w2x}\\
&-\omega_{w2z})-S\theta_{w2x}(-I_{w2y}\alpha_{w2z}-(I_{w2y}-I_{w2x})\omega_{w2x}\omega_{w2y})-\frac{l_{Rh}+l_{Lh}}{2}m_La_{Lx}\\
&+m_{w1}g(l_{fp}+l_a)+m_{w2}g(l_{fp}-l_a)-(l_{fp}+R)f_{x1}-l_af_{z1}+l_af_{z2}\\
&+(-l_f+l_s-r)C\theta^{B}_{Sbz}f_{x3}+(l_f+1)S\theta^{B}_{Sbz}f_{y3}+(-l_g+\zeta_{cw3})S\theta^{B}_{Sbz}f_{z3}\\
&+C\theta^{B}_{Sbz}\tau_{y3}+(-l_f+l_s-r)C\theta^{A}_{Slz}f_{x4}+(l_f+1)S\theta^{A}_{Slz}f_{y4}+(-l_g+\zeta_{cw4})S\theta^{A}_{Slz}f_{z4}\\
&+C\theta^{A}_{Slz}\tau_{y4}=0\\
p6 = {} & -l_aC\theta_{w1x}m_{w1}a_{w1y}+l_aS\theta_{w1x}m_{w1}a_{w1z}+S\theta_{w1x}(-I_{w1y}\alpha_{w1y}-(I_{w1x}-I_{w1y})\omega_{w1x}\omega_{w1z})\\
&+C\theta_{w1x}(-I_{w1y}\alpha_{w1z}-(I_{w1y}-I_{w1x})\omega_{w1x}\omega_{w1y})+l_aC\theta_{w2x}m_{w2}a_{w2y}-l_aS\theta_{w2x}m_{w2}a_{w2z}\\
&+S\theta_{w2x}(-I_{w2y}\alpha_{w2y}-(I_{w2x}-I_{w2y})\omega_{w2x}\omega_{w2z})+c\theta_{w2x}(-I_{w2y}\alpha_{w2z}-(I_{w2y}\\
&-I_{w2x})\omega_{w2x}\omega_{w2y})-I_{Lz}\alpha_{Lz}-I_{Bz}\alpha_{Bz}-m_{w1}gl_a+m_{w2}gl_a+l_af_{y1}+\zeta_{cc1}f_{z1}-l_af_{y2}\\
&+\zeta_{cc2}f_{z2}-l_cC\theta^{B}_{Sbz}f_{x3}+l_cS\theta^{B}_{Sbz}f_{y3}+\zeta_{cc3}f_{z3}+l_cC\theta^{A}_{Slz}f_{x4}-l_cS\theta^{A}_{Slz}f_{y4}+\zeta_{cc4}f_{z4}=0
\end{aligned}
$$

표 2에서 ζ_{sij}:Stiction 마찰계수, ζ_{cij} :쿨롱의 마찰계수, ζ_{rij} :구름 마찰계수를 각각 나타낸다.

표 2. 제2 동력학 동작방정식

S1 - S4 : $\tau_{x1}+\zeta_{ri}f_{z1}=0$	$for\ \ i=1,...4$
S5 - S8 : $\tau_{yi}=0$	$for\ \ i=1,...4$
S9 -S12 : $\tau_{zi}+\zeta_{cci}f_{z1}=0$	$for\ \ i=1,...4$
S13-S14: $\beta\tau_j+R\,f_{yi}-\zeta_{cwj}\ m_wg+\zeta_{rj}f_{zj}+\zeta_{cwj}f_{zj}-I_{wx}{}^{Aj}\alpha_{wjx}=0$	
S15-S16 : $rf_{yk}+\zeta_{rk}f_{zk}+\zeta_{cwk}\ f_{zk}=0$	$for\ \ k=3,4$
S17-S18: $l_gf_{xk}+\zeta_{csk}f_{zk}+\zeta_{cck}\ f_{zk}=0$	$for\ \ k=3,4$

5. 동력학 해

힘/토오크 동작방정식은 구동기 힘/토오크 τ_a,주위 환경접촉 힘/토오크f_e와 이동로봇 메카니즘의 모든 링크에 있어 속도$\bar{v}_x$,가속도$\bar{a}_x$에 의한다.

$$f_1(\tau_a, f_e, {}^{\bar{x}}a_x, {}^{\bar{x}}v_x)=0 \qquad (5\text{-}1)$$

표 1.2에서 (s1)-(s4)는 τ_{x_i} : (s5)-(s8)은 τ_{yi} : (s9)-(s12)는 τ_{zi} : (s13)- (s16)는 f_{x_i} ,(s17)-(s18)은 f_{xk}에 대하여 각각 구하였다. 이로부터 간소화된 동력학모델이 구해지며 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$A\tau_a+Bf_e+C^{\bar{M}(M)}a_{M(M)}=b \qquad (5\text{-}2)$$

간략화 된 동력학 모델은 3개의 WMR 몸체 속도 ${}^{\bar{B}}a_{Bx}, {}^{\bar{B}}a_{By}, {}^{\bar{B}}a_{Bz}$와 8개의 독립 바닥 반작용력 $f_{z1},f_{z2},f_{z3},f_{z4}$와$f_{x1},f_{x2},f_{x3},f_{x4}$ 그리고 2개의 구동기 토오크 τ_1,τ_2로 이루어진다.

5.1 구동된 역동력학 해(Actuated Inverse Dynamic Solution)

메인링크가 ${}^{\bar{M}(M)}a_{M(M)}$으로 표현되는 원하는 궤적을 구동하기 위하여 바퀴 구동기 힘/토오크 τ_a 를 구하는 것이 필요하다. 식(5-2)의 동력학 동작방정식을 고전적인 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$A_iX_i=b_i \qquad (5\text{-}3)$$

여기서 행렬 $A_i=[AB]$이고 미지벡터 $X_i=[\tau^T{}_a f^T]^T$이고 벡터$b_i=b-C^{\bar{M}(M)}a_{M(M)}$이다. 즉,

$$[A\,[B1\,B2\,B3]]\begin{bmatrix}\tau^T{}_a\\ f_e{}^T\end{bmatrix}=[b]-[C]\begin{bmatrix}{}^{\bar{B}}a_{Bx}\\ {}^{\bar{B}}a_{By}\\ {}^{\bar{B}}\alpha_{Bz}\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{\beta}{R} & \frac{\beta}{R}\\ 0 & 0\\ \frac{\beta}{R}l_{pf}+\beta & \frac{\beta}{R}l_{pf}+\beta\\ 0 & 0\\ \frac{l_a}{R}\beta & -\frac{l_a}{R}\beta\end{bmatrix}$$

$$B1=\begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{-1}{R}(\zeta_{cw1}-\zeta_{r1}) & \frac{-1}{R}(\zeta_{cw2}-\zeta_{r2})\\ 1 & 1\\ \frac{-1}{R}(l_p+l_f)(\zeta_{cw1}-\zeta_{r1})+\zeta_{cw1} & \frac{-1}{R}(l_p+l_f)(\zeta_{cw2}-\zeta_{r2})+\zeta_{cw2}\\ -l_a & l_a\\ \frac{-l_a}{R}(\zeta_{cw1}-\zeta_{r1})+\zeta_{cc1} & \frac{l_a}{R}(\zeta_{cw2}-\zeta_{r2})+\zeta_{cc2}\end{bmatrix}$$

$$B2=\begin{bmatrix}\frac{1}{r}C^{HB}\theta_{Sbz}(\zeta_{cw3}-\zeta_{r3}) & \frac{1}{r}S^{HA}\theta_{Slz}(\zeta_{cw4}-\zeta_{r4})\\ \frac{-1}{r}C^{HB}\theta_{Sbz}(\zeta_{cw3}-\zeta_{r3}) & \frac{-1}{r}S^{HA}\theta_{Slz}(\zeta_{cw4}-\zeta_{r4})\\ 1 & 1\\ \frac{-1}{r}(l_s+l_f)C^{HB}\theta_{Sbz}(\zeta_{cw3}-\zeta_{r3})+l_c+\zeta_{cw3}C^{HB}\theta_{Sbz} & \frac{-1}{r}(l_s+l_f)C^{HA}\theta_{Slz}(\zeta_{cw4}-\zeta_{r4})-l_c+\zeta_{cw4}C^{HA}\theta_{Slz}\\ \frac{-1}{r}(l_s+l_f)C^{HB}\theta_{Sbz}(\zeta_{cw3}-\zeta_{r3})+\zeta_{cw3}C^{HB}\theta_{Sbz} & \frac{-1}{r}(l_s+l_f)C^{HA}\theta_{Slz}(\zeta_{cw4}-\zeta_{r4})+\zeta_{cw4}C^{HA}\theta_{Slz}\\ \frac{-1}{r}l_cS^{HB}\theta_{Sbz}(\zeta_{cw3}-\zeta_{r3})+\zeta_{cw3} & \frac{-1}{r}l_cS^{HA}\theta_{Slz}(\zeta_{cw4}-\zeta_{r4})+\zeta_{cw4}\end{bmatrix}$$

$$B3=\begin{bmatrix}1 & 1 & C^{HB}\theta_{Sbz} & C^{HA}\theta_{Slz}\\ 0 & 0 & -S^{HB}\theta_{Sbz} & -S^{HA}\theta_{Slz}\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & (l_s+l_f+r)S^{HB}\theta_{Sbz} & (l_s+l_f+r)S^{HA}\theta_{Slz}\\ -(l_s+l_f+R) & -(l_s+l_f+R) & (l_s+l_f+r)C^{HB}\theta_{Sbz} & (l_s+l_f+r)C^{HA}\theta_{Slz}\\ 0 & 0 & -l_cC^{HB}\theta_{Sbz} & l_cC^{HA}\theta_{Slz}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tau^T \\ a \end{bmatrix} f_e^T = [\tau_1 \;\; \tau_2 \;\; f_{z1} \;\; f_{z2} \;\; f_{z3} \;\; f_{z4} \;\; f_{x1} \;\; f_{x2} \;\; f_{x3} \;\; f_{x4}]^T$$

$$(.) = \zeta_{CW1} + m_w g + I_{Wx}^{A1} \alpha_{W1x}$$
$$(..) = \zeta_{CW2} + m_w g + I_{Wx}^{A2} \alpha_{W2x}$$

$$C = \begin{bmatrix} -(2m_W + m_B + m_L) & 0 & 0 \\ 0 & -(2m_W + m_B + m_L) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} m_L (l_{Rh} + l_{Lh}) - 2m_W (l_p + l_f) & 0 \\ 0 & \frac{-1}{2} m_L (l_{Rh} + l_{Lh}) & 0 \\ \frac{-1}{2} m_L (l_{Rh} + l_{Lh}) + 2m_W (l_p + l_f) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(m_W l_w^2 + 2I_{Wy} + I_{Rz} + I_{Lz}) \end{bmatrix}$$

위식에서 τ_1, τ_2는 미지의 구동기 토크, $f_{z1}, f_{z2}, f_{z3}, f_{z4}$는 바닥의 반작용력을 각각 나타낸다.

식(5-3)은 가우스 소거법에 의해서 $X_i = [\tau^T{}_a f^T{}_d]^T$를 구할 수 있다.

미지의 WMR 몸체 속도 $\bar{a}_{Bx}, \bar{a}_{By}$를 구하기 위하여 간소화된 동력학 모델의 y-전이와 z-회전 평행 방정식에 Gauss-소거법을 적용한다.

5.2 측정된 전향 동력학 해(Sensed Forward Dynamic Solution)

전향동력학 해에 대하여 식(5-2)의 동력학 동작방정식에서 미지수는 메인링크의 가속도 ${}^{\bar{M}(M)}a_{M(M)}$와 주위접촉 힘/토오크 f_e이다. 바퀴 구동기 힘/토오크τ_a는 입력값으로서 설정되어진다.

전향 동력학 해를 구하기 위하여 식(5-2)을 고전적형태로 표현하면 다음과 같다.

$$A_f X_f = b_f \tag{5-5}$$

여기서 행렬 $A_f = [CB]$이고 미지벡터 $X_f = [{}^{\bar{M}(M)}a_{M(M)}, f^T{}_d]^T$이고 벡터 $b_f = b - A\tau^T{}_a$이다. 즉,

$$[C[B1\,B2\,B3]] \begin{bmatrix} \bar{M} \end{bmatrix}^{(M)} a_{M(M)} f_e^T = [b] - [A] \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

여기서$[CB]$=[6×9], $\begin{bmatrix} {}^{\bar{M}(M)}a_{M(M)} \\ f_e^T \end{bmatrix}$=[9×1], [b]=[6×1], [A]=[6×2]이다.

전향동력학 해는 미지의 WMR 몸체 속도 ${}^{\bar{B}}a_{Bx}$, ${}^{\bar{B}}a_{By}$, ${}^{\bar{B}}\alpha_{Bz}$와 바닥 반작용력 $f_{z1}, f_{z2}, f_{z3}, f_{z4}$와 $f_{x1}, f_{x2}, f_{x3}, f_{x4}$에 대하여 간소화된 동력학 모델을 풀이함으로서 구할 수 있다. Gauss-소거법을 적용하여 식(5-5)에서 $X_f = [\bar{M}(M)a_{M(M)}, f^T{}_d]^T$를 구한다.

6. 궤환제어 시스템 구성

6.1 Dead-Reckoning

WMR은 'non-holonomic 제약'을 갖기 때문에 실시간에서 위치제어를 위하여 Dead -Reckoning 알고리즘을 사용한다[4]. WMR의 몸체 속도에서 바닥 좌표시스템에 대한 속도로 변환은 다음의 동작행렬에 의하여 이루어진다.

$$\dot{\bar{p}}_B = \begin{bmatrix} {}^F V_{Bx} \\ {}^F V_{By} \\ {}^F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^F\theta_B & -sin^F\theta_B & 0 \\ sin^F\theta_B & cos^F\theta_B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ \omega_{Bz} \end{bmatrix} = M \dot{\bar{p}}_B \tag{6-1}$$

$$\dot{\bar{p}}_B = M[(n-1)T]\dot{\bar{p}}_B(t) \tag{6-2}$$

마지막 샘플링 순간에서의 위치와 현재 샘플링 순간에서의 WMR 몸체속도에 의하여 현재의 WMR 위치를 표현한다.

$$\bar{p}_B(nT) = \bar{p}_B[(n-1)T] + \frac{T}{2} M[(n-1)T][\dot{\bar{p}}_B[(n-1)T] + \dot{\bar{p}}_B(nT)) \tag{6-3}$$

측정된 전향기구학 해를 식(6-3)에 대입하여 확장, 간략화하면 현재의 방향(Orientation) $\bar{\theta}_B(nT)$과 전이 $\bar{d}_{Bx}(nT), {}^F d_{By}(nT)$에 대한 순차적인 계산이 이루어진다.

$$\bar{\theta}_B(nT) = \frac{R}{2l_a}\theta(nT) + {}^F\theta_B(0) - \frac{R}{2l_a}\theta(0) \tag{6-4}$$

$$\begin{bmatrix} {}^F d_{Bx}(nT) \\ {}^F d_{By}(nT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^F d_{Bx}((n-1)T) \\ {}^F d_{By}((n-1)T) \end{bmatrix} + \frac{TR}{4} \begin{bmatrix} -C\theta - S\theta & C\theta - S\theta \\ C\theta - S\theta & C\theta + S\theta \end{bmatrix} [\dot{q}_s((n-1)T) + \dot{q}_s(nT)] \tag{6-5}$$

여기서 $C\theta = C\bar{\theta}_{Bz}(nT)$, $S\theta = S\bar{\theta}_{Bz}(nT)$이다.

6.2 제어 알고리즘

4-바퀴 2자유도의 이동로봇에서 동력학을 기초로한 궤환제어 시스템은 그림 7에서 보인다. 여기서 측정된 전향기구학해[16]와 Dead Reckoning은 WMR의 몸체속도와 위치를 평가하기 위하여 각각 사용된다.

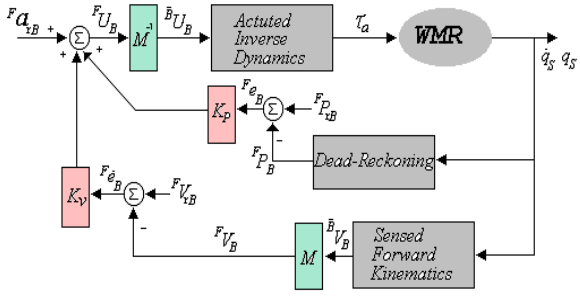

그림 7. WMR의 궤환제어 시스템

시간 nT에서 바퀴의 위치 $q_s(nT)$와 속도 $\dot{q_s}(nT)$는 바퀴의 센서 즉, shaft encoders로부터 구할 수 있으며 위치와 속도에 대한 오차는 다음과 같이 구해진다.

$$\overset{F}{e}_B(nT) = \overset{F}{p}_{rB}(nT) - \overset{F}{p}_B(nT) \qquad (6\text{-}6)$$

$$\dot{\overset{F}{e}}_B(nT) = \overset{F}{V}_{rB}(nT) - \overset{F}{V}_B(nT) \qquad (6\text{-}7)$$

여기서 r은 기준궤적을 의미한다.

위치와 속도에 대한 각각의 오차에 전향이득 벡터 K_P, K_V를 곱한값과 기준 가속도의 합은 ${}^F\dot{U}_B$로서 다음과 같이 표현된다.

$${}^F\dot{U}_B = \overset{F}{a}_{rB} + K_P\overset{F}{e}_B(nT) + K_V\dot{\overset{F}{e}}_B(nT) \qquad (6\text{-}8)$$

그림 7의 이동로봇의 궤환제어 시스템에서 위치, 속도의 오차와 기준 가속도의 합은 역동작행렬 $M^{-1}(nT) = M^T(nT)$에 의하여 이동로봇의 몸체 좌표시스템으로 변환되어지고 원하는 이동로봇의 가속도역할을 한다. 이러한 가속도 $\overline{\dot{U}}_B$는 구동된 역동력학 해를 구하기 위하여 적용되어진다.

$$\overline{\dot{U}}_B = M^T(\overset{F}{a}_{rB} + K_P\overset{F}{e}_B(nT) + K_V\dot{\overset{F}{e}}_B(nT)) \qquad (6\text{-}9)$$

전향이득 K_P, K_V는 기준궤적에 대한 과도응답이나 떨림을 없애고 이동로봇의 빠른 추적응답을 갖기 위해 선택되는 값으로서, 많은 경험에 의해 구해지게 된다.

7. 모의실험 및 고찰

실시간에서 WMR의 위치제어를 위하여 사용하는 궤환제어 알고리즘은 동력학을 기초로한 궤환제어 알고리즘의 기본적인 구성요소가 된다.

표 3. 2 D.O.F WMR의 매개변수 값

Name	Value	Unit	Meaning
$l_{Lh}/2$	0.25	m	Load Height
$l_{Bh}/2$	0.3	m	Body Height
l_a	0.32	m	Half body width
l_c	0.32	m	Caster y-displacement
l_f	0.22	m	Caster z-displacement
l_{fp}	0.24	m	Wheel z-displacement
l_s	0.1	m	Hip length
l_g	0.02	m	Caster steering link length
R	0.11	m	Wheel radius
r	0.03	m	Caster radius
m_B	90.0	Kg	body mass
m_L	0	Kg	nominal load mass
m_W	0.36	Kg	wheel mass
I_{Wx}	0.02	Kg m^2	wheel inertia about x-axis
I_{Wy}	0.02	Kg m^2	wheel inertia about y-axis
β	4		gear ratio
ζ_c	0.01		coulomb frictional constant
ζ_r	0.001		rolling frictional constant
μ_V	45.0	kg/sec	viscous frictional constant

이시스템에서의 기준궤적은 Floor 좌표에 대한 WMR 몸체의 위치 기준궤적으로 주어진다. 모의실험에서 사용된 이동로봇의 시스템 매개변수값은 표 3과 같다.

모의실험에서 그림 8-13은 일직선 기준궤적에 대한 제어 알고리즘의 실행결과를 보여주고 있으며, 그림 14-18은 기존의 방법과 뉴튼의 평행법칙을 사용한 동력학 모델링을 사용한 경우에 대한 각각의 궤적을 비교한 그림이다. 모의실험 결과에서 이득행렬 K_P, K_V의 선택이 실제궤적에 민감한 반응을 보임을 알 수 있는데 본 논문에서 사용

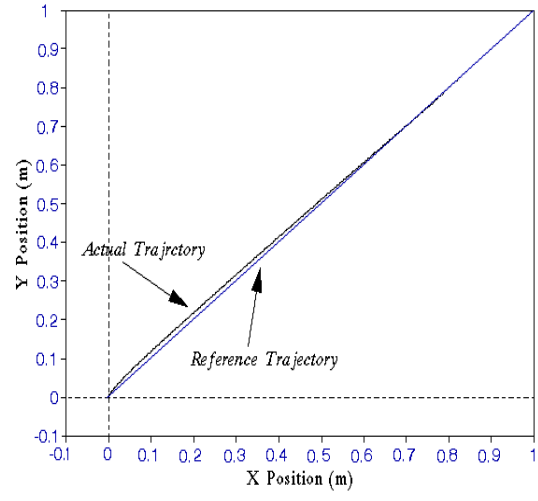

그림 8. 위치해 궤적(기준궤적:일직선)

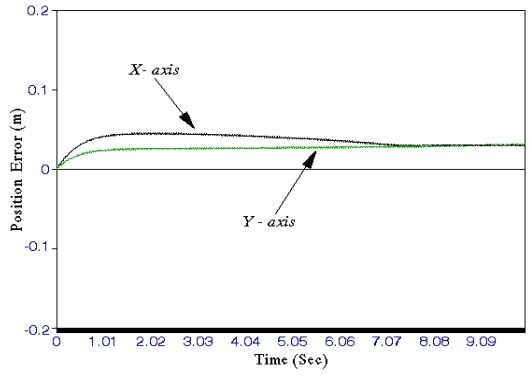

그림 9. X,Y축에 대한 위치 오차 궤적

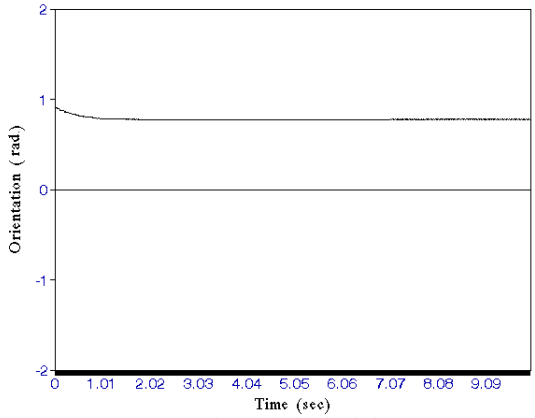

그림 10. 방향 해 궤적

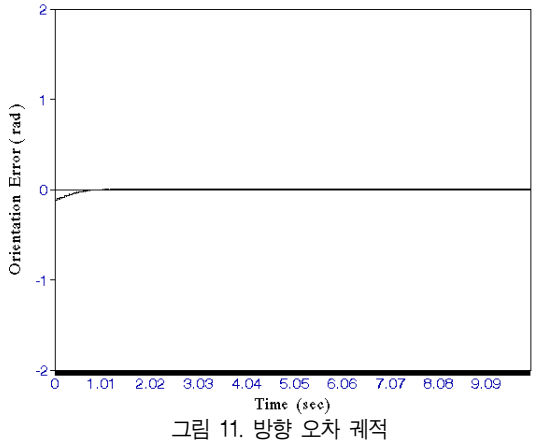

그림 11. 방향 오차 궤적

된 이득행렬 K_P, K_V는 33, 37을 각각 사용하여 실제궤적에 대한 이득 행렬의 추적을 비교평가 하였다. 수행초기에 있어서 이동로봇의 실제궤적에 대한 떨림은 기구학 및 동력학 모델의 불완전함과 초기치 오차에 의한 것으로 여겨진다.

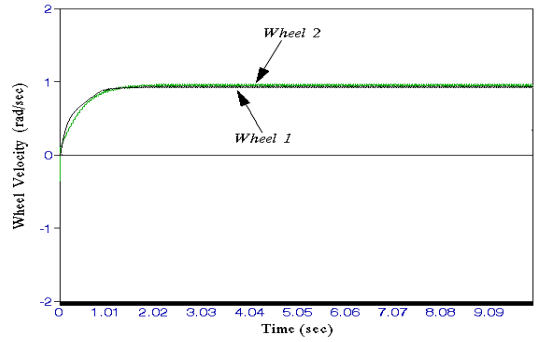

그림 12. 바퀴의 속도 해 궤적

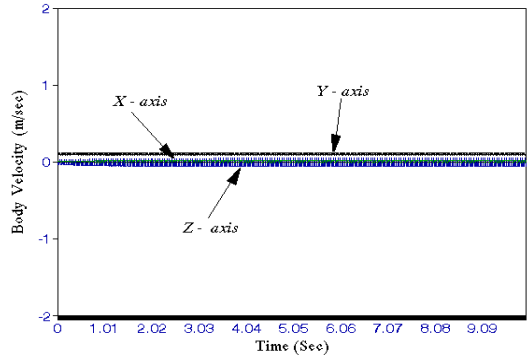

그림 13. X,Y,Z축에 대한 몸체 속도

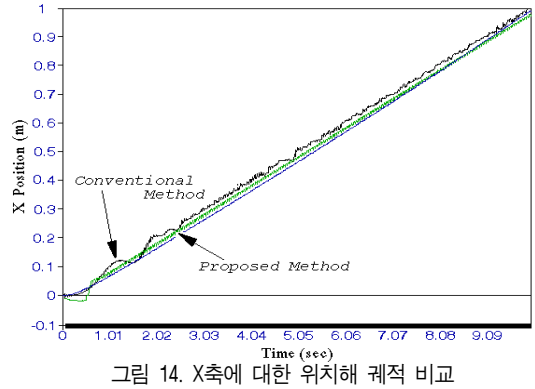

그림 14. X축에 대한 위치해 궤적 비교

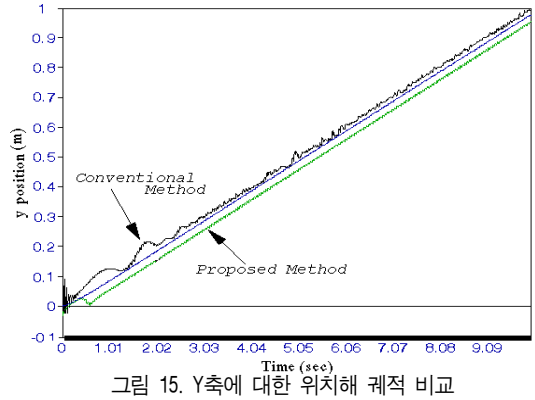

그림 15. Y축에 대한 위치해 궤적 비교

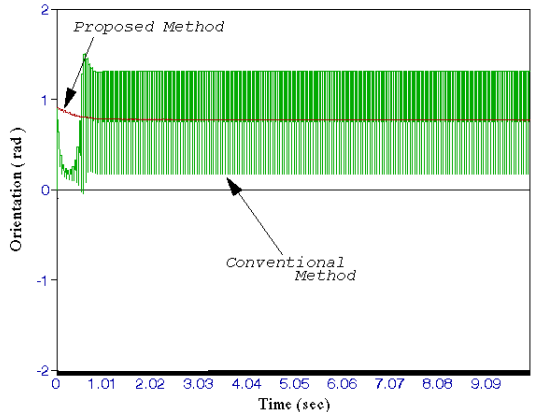

그림 16. 방향 해 궤적 비교

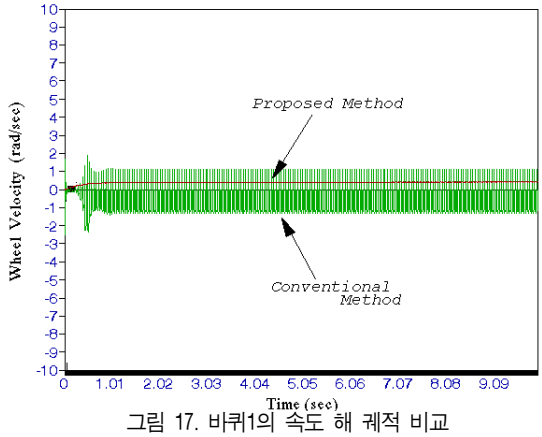

그림 17. 바퀴1의 속도 해 궤적 비교

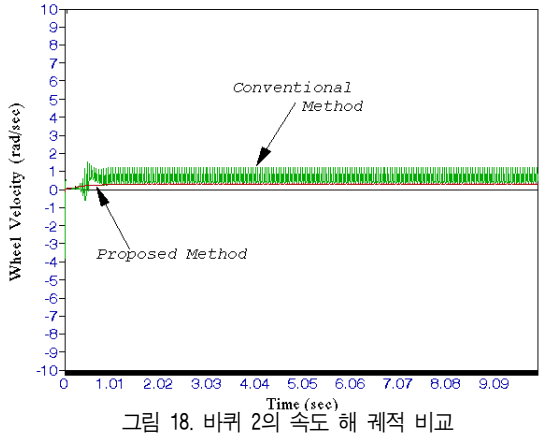

그림 18. 바퀴 2의 속도 해 궤적 비교

7. 결 론

본 논문에서는 대부분의 산업현장에서 고정된 로보트 매니퓰레이터의 기능 및 작업영역 확장을 위해 연구대상으로 각광받고 있는 이동로봇의 여러 종류 중에서 특히, 4-바퀴 2자유도를 갖는 바퀴형 이동로봇의 동력학 모델을 위하여 뉴튼의 평행법칙과 전파행렬의 사용에 의한 방법에 대해 논의하였고, 실시간에서 WMR의 위치를 파악하기 위하여 Dead-Reckoning 알고리즘을 도입하였다.

Dead-Reckoning을 사용한 궤환제어 알고리즘의 구성과 이에 대한 모의실험을 통하여 WMR에 대한 수학적 모델의 유효성을 입증하였다.

본 논문에서 바퀴의 미끄럼은 고려하지 않았지만 실제 WMR의 위치를 파악하기 위하여 사용된 Dead-Reckoning에서 바퀴의 미끄럼은 위치오차의 가장 큰 원인으로 대두되고 있다. 이점에 좀더 신중한 연구가 필요하며 지금까지의 모델과 제어 알고리즘을 기초로하여 계속적으로 Fuzzy 및 신경회로망을 이용한 이동로봇의 위치제어에 많은 연구를 하고자한다.

참고문헌

[1] P.tournassoud and O.Jehl, “Motion Planning for a Mobile Robot with Constraint ”, Proc.IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.1785- 1790,1988.

[2] Thomas and Hugh F.Durrant : “Kinematics for Modular Wheeled Mobile Robots.” Proc.IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.1130-1135, Apr.1991

[3] P.Muir and C.Newman,“Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots,” Proc.IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.1546-1553, April .1988.

[4] S.K.Shha and J.Angeles,“Kinematics and Dynamics of Three- Wheeled 2- DOF AGV”,Proc.IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.1572-1577, May.1989.

[5] P.Muir and C.Newman,“Kinematic Modeling of Wheeled Mobile Robots, ”Journal of Robotic Systems, Vol. 4, No.2, pp. 281- 333, 1987.

[6] Y.Zhao, “Theoretical and Experimental Studies of Mobile Robot Navigation ”, Ph.D.Thesis,the University of Michgan,1991.

[7] John J. Craig, “Introduction Robotics Mechnics & Control”

[8] D.E.Orin and S.Y.Oh,“control of force distribution in robotic mechanisms contaning closed kinematic chains ”transactions of the ASME Vol.102, June, pp134-141, 1981.

[9] P.N.Sheth and J.J. Uicker,Jr., “A generalized symbolic notation for mechatronics”,Journal of Engineering for

Industral,Vol.93, No7019, 102-112, 1971.
[10] A.Meystel : “Autonomous Mobile Robots ”, World Scientific Publishing.
[11] J.Alexander & J.Maddocks : “Autonomous Robot Vehicles”, Springer- Verlag.
[12] Yutaka Kanayama : “Two Dimensional Wheeled Vehicle Kinematics” Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.3079-3084,1994.
[13] Y.Zhao,“Theoretical and Experimental Studies of Mobile Robot Navigation”, Ph.D.Thesis, the University of Michgan, 2007.
[14] Z.Li and J.Canny,“Motion of two rigid bodies with rolling constraint” IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Vol.6, No.1, pp.62-72, 1990.
[15] J.Alexander and J. Maddocks,“On the maneuvering of vehicles”,SIME Journal of applied Mathematics, Vol.48, pp.38-51, February 1988.
[16] Nicosia,S.and Tomei,P.,“Model -Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots”, Automatica, Vol.20, No.5, pp. 635-644, 1984.
[17] Y.0.Chung, and C.K.Park,“A Position Control Differential Drive Wheeled Mobile Robot”, IEEE Transaction On Industrial Electronics, Vol.48, No.4, pp. 853-863, 2001.
[18] K.Tchon,“Optimal extended jacobian inverse kinematics algorithms for robotic manipulators” IEEE Transaction On Robotics, Vol.24, No.6, pp.1440-1445, 2008.

정 용 욱

1988 경희대학교 전자공학과 (공학사)
1992 경희대학교 전자공학과 (공학석사)
1999 경희대학교 전자공학과 (공학박사)
1996 ~ 현재 한국국제대학교 기계자동차공학과 교수
관심분야 : 자동제어, 제어시스템, 로보틱스 및 응용분야

정 구 섭

1992 부산대학교 생산기계공학과(공학사)
1995 부산대학교 생산기계공학과(공학석사)
2002 부산대학교 기계공학과 (공학박사)
1996 ~ 현재 한국국제대학교 기계자동차공학과 교수
관심분야 : 자동화 시스템, 내연기관제어 및 응용분야