

논문 2010-47SC-6-10

시간지연을 가지는 비선형 상호연결시스템의 견실비약성 H_∞ 분산 퍼지모델 제어기법

(Robust and Non-fragile H_∞ Decentralized Fuzzy Model Control
Method for Nonlinear Interconnected System with Time Delay)

김 준 기*, 양 승 협**, 권 영 신***, 방 경 호****, 박 홍 배*****

(Joon Ki Kim, Seung Hyeop Yang, Yeong Sin Kwon, Kyung Ho Bang, and Hong Bae Park)

요 약

본 논문에서는 폴리토프 불확실성과 시간지연, 그리고 제어기 섭동을 가지는 비선형 상호연결시스템의 상태회환 제어기에 대한 견실비약성 H_∞ 분산 퍼지제어기 설계 방법을 다룬다. 먼저 시간지연을 가지는 비선형 상호연결시스템을 Takagi-Sugeno 퍼지모델로 나타내고, 이로부터 지연중속 견실비약성 H_∞ 퍼지제어기가 존재하기 위한 충분조건, 제어기 설계방법 및 비약성을 만족하는 제어기의 콤팩트 집합(compact set)을 제시한다. 이 때 제시한 조건은 변수치환과 슈어여수(Schur complement)정리를 통해 선형행렬부등식(LMI: Linear Matrix Inequality)의 계수가 콤팩트 집합 내의 파라미터의 함수로 정의되는 파라미터화 선형행렬부등식(PLMIs: Parameterized Linear Matrix Inequalities)으로 표현되며, 이를 완화기법(relaxation technique)를 사용하여 유한개의 선형행렬부등식으로 변환하고, 제어기와 비약성을 만족하는 제어기 영역을 구한다. 마지막으로 예제와 모의실험을 통해 불확실성과 시간지연, 제어기이득 섭동에도 불구하고 제안한 퍼지제어기가 페루프시스템을 안정화시키고 외란감쇠를 보장함을 확인한다.

Abstract

In general, due to the interactions among subsystems, it is difficult to design a decentralized controller for nonlinear interconnected systems. In this study, the model of nonlinear interconnected systems is studied via decentralized fuzzy control method with time delay and polytopic uncertainty. First, the nonlinear interconnected system is represented by an equivalent Takagi-Sugeno type fuzzy model. And the represented model can be rewritten as Parameterized Linear Matrix Inequalities(PLMIs), that is, LMIs whose coefficients are functions of a parameter confined to a compact set. We show that the resulting fuzzy controller guarantees the asymptotic stability and disturbance attenuation of the closed-loop system in spite of controller gain variations within a resulted polytopic region by example and simulations.

Keywords : H_∞ , nonlinear interconnected system, decentralized fuzzy model control

I. 서 론

지난 30년간 도시계획, 경제모델, 우주선 역학, 전원 시스템, 산업용 프로세스, 교통 네트워크 등에 대규모 상호연결 시스템 방법론의 효용성이 입증되었고, 그에 따라 상호연결시스템 제어에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다.

* 정회원-교신저자, *** 정회원, LIG 넥스원
(ISR R&D Lab, LIG Nex1)

** 학생회원, ***** 정회원, 경북대학교 전자공학부
(Dept. of Electronics Engineering, Kyungpook National University)

**** 정회원, 명지전문대학 컴퓨터전자과
(Dept. of Computer and Electronic Engineering,
Myongji College)

접수일자: 수정완료일:

일반적으로 실제 시스템상의 제어기와 플랜트간의 처리지연으로 인해 시간지연이 발생하므로 이를 고려하지 않는 경우 시스템의 불확실성과 함께 전체 폐루프시스템을 불안정하게 하는 요인이 되며, 시스템의 불확실성이나 모델링 오차 등이 증가하면 임펄스 등의 의도하지 않은 현상이 발생한다. 그리고 제어기를 실제로 구현할 때 디지털·아날로그간의 데이터 변환과정에서 발생하는 오차 및 컴퓨터 메모리의 한계와 디지털 워드길이의 한계 등으로 인해 제어기 이득에 변화가 발생함에 따라 전체 폐루프시스템의 성능 및 안정성을 해칠 수 있다^[1-5]. 상호연결시스템을 위한 제어기 설계의 목적은 향상된 성능, 모델링의 불확실성 및 외란에 대한 견실성을 가지는 시스템을 구축하는 것이다. 따라서 불확실성, 시간지연, 그리고 제어기이득 섭동 모두가 고려된 비선형 제어기 설계기법이 필요하다.

본 논문에서는 비선형시스템에 접근할 수 있는 적합한 방법으로서 Takagi - Sugeno 퍼지모델을 사용하고, 이로부터 구조적 불확실성을 가지는 시스템에 대하여 외란감쇠, 시간지연과 제어이득 섭동을 고려한 견실비약성 H_∞ 퍼지제어기가 존재할 충분조건 및 상태궤환 견실비약성 H_∞ 퍼지제어기 설계방법을 제시한다. 제어기 충분조건은 선형행렬부등식(LMI: Linear Matrix Inequality) 계수가 콤팩트 집합(compact set) 내의 파라미터 함수로 정의되는 파라미터화 선형행렬부등식(PLMIs: Parameterized Linear Matrix Inequalities)로 나타나는데, 이는 무한히 많은 LMI로 표현되므로 수치적으로 해를 구하는 것이 어렵다. 그러므로 완화기법(relaxation technique)^[6]을 이용하여 무한히 많은 LMI를 유한개로 형태를 변환하여 이러한 LMI의 한정해로부터 상태궤환 견실비약성 H_∞ 제어를 구한다. 마지막으로 예제를 통하여 제안한 상호연결시스템의 견실비약성 퍼지 H_∞ 퍼지제어기법이 시간지연과 구조화된 불확실성, 그리고 폴리토프 영역(polytopic region) 내의 제어기 이득변화가 존재함에도 불구하고 점근적 안정성과 폐루프시스템의 외란감쇠를 보장하는 것을 확인한다.

II. 문제 설정

비선형 상호연결시스템을 구성하는 N 개의 하위시스템 $S_i (i = 1, \dots, N)$ 는

$$S_i : \begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x_i(t)) + g_i(x_i(t))u_i(t) \\ &\quad + g_{id}(x_i(t))u_i(t - \tau(t)) \\ &\quad + \left\{ \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}(x_j(t)) \right\} + b_i(w_i(t)) \quad (1) \\ e_i(t) &= f_{io}(x_i(t)) + d_i u_i(t) \end{aligned}$$

이며 i 번째 하위시스템과 j 번째 하위시스템 사이의 상호연결에서, $x_i(t) \in R^n$ 는 상태벡터, $u_i(t) \in R^m$ 는 제어신호, $u_i(t - \tau(t)) \in R^m$ 는 지연된 제어신호, $w_i(t)$ 는 i 번째 하위시스템의 외란, $f_i(x_i(t))$, $g_i(x_i(t))$, $g_{id}(x_i(t))$, $a_{ij}(x_j(t))$, $b_i(w_i(t))$, $f_{io}(x_i(t))$ 는 평탄화 함수를 나타낸다.

Takagi - Sugeno가 제안한 연속 퍼지 동적모델은 비선형시스템의 로컬 선형 입출력의 관계를 나타내는 퍼지 IF-THEN 규칙으로 기술이 가능하므로,^[7] 매개변수 불확실성을 가지는 선형 시변 지연시스템을 고려하여 비선형 상호연결 하위시스템 S_i 를 위한 퍼지모델의 k 번째 규칙을 다음과 같은 형태로 제안한다.

플랜트 규칙 k :

IF $z_{i1}(t)$ is M_{ik1} ... and $z_{in}(t)$ is M_{ikn}

$$\begin{aligned} \text{THEN } \dot{x}_i(t) &= A_{ik}(t, \xi^1)x_i(t) + B_{i1k}(t, \xi^1)u_i(t) \\ &\quad + B_{dik}u_i(t - \tau(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ijk}g_{ij}(t, x_j) \\ &\quad + B_{i2k}(t, \xi^1)w_i(t) \\ e_i(t) &= C_{ik}x_i(t) + D_{ik}u_i(t) \\ k &= 1, 2, \dots, r, \\ x(t) &= 0, \quad t \leq 0 \quad (2) \end{aligned}$$

여기서 M_{ikn} 는 퍼지집합, $x_i(t) \in R^n$ 는 상태, $u_i(t) \in R^m$ 는 제어입력, $w_i(t) \in R^l$ 는 제한된 에너지를 가지는 외란입력, $e_i(t) \in R^p$ 는 제어된 출력, r 은 IF-THEN 규칙의 개수, $\xi^1(t)$ 는 플랜트의 불확실성을 나타내는 매개변수, 그리고 $z_{i1} \sim z_{in}$ 는 관측가능한 시스템변수이다. 시스템행렬 $A_{ik}(t, \xi^1)$, $B_{i1k}(t, \xi^1)$, $B_{i2k}(t, \xi^1)$ 는 각각 적절한 차원과

$$A_{ik}(t, \xi^1) = A_{ik0} + \sum_{l=1}^L \xi_l^1(t) A_{il}$$

$$B_{i1k}(t, \xi^1) = B_{i1k0} + \sum_{l=1}^L \xi_l^1(t) B_{i1l}, \quad (3)$$

$$B_{i2k}(t, \xi^1) = B_{i2k0} + \sum_{l=1}^L \xi_l^1(t) B_{i2l},$$

$$\xi^1(t) \geq 0, \quad \sum_{l=1}^L \xi_l^1(t) = 1, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

의 시변구조를 가지며 구조화된 불확실성(structured uncertainty)을 폴리토프 형태로 표현한다. 여기서 시변 시간지연은

$$0 \leq \tau(t) \leq h, \quad \dot{\tau}(t) \leq d < 1 \quad (4)$$

을 만족하며, 상호연결시스템의 안정화 조건을 구하기 위해 다음과 같이 가정한다.^[13]

가정 1: 알려진 상수행렬 W_{ij} 가 존재하면, 모든

$x_j \in R^{n_j}$ 에 관한 모든 $t \geq 0$ 에서 모든 i, j 에 대하여 $\|g_{ij}(t, x_j)\| \leq \|W_{ij} x_j\|$ 가 성립한다. 여기서 $\|\cdot\|$ 은 유클리디안 놈이다.

가정 2: 모든 i 에 대하여 $\sum_{j=1, j \neq i}^N W_{ji}^T W_{ji} > 0$ 이 성립한다.

이 두 가정은 선천적으로 상수행렬인 A_{ijk} 만을 허용하는 미지의 상호연결 벡터함수 g_{ij} 를 포함한다. 가정 1은 상태벡터 x_j 에 관하여 g_{ij} 가 선형구조를 가지도록 해주며, 가정 2는 뒤에서 잘 구성된(well-posed) 선형행렬부등식 표현을 가능하게 해준다.

주어진 $(x_i(t), u_i(t))$ 로 퍼지시스템의 최종 출력은

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & \sum_{k=1}^r h_k(z_i(t)) \{A_{ik}(t, \xi^1) x_i(t) + B_{i1k}(t, \xi^1) u_i(t) \\ & + B_{dik} u_i(t - \tau(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ijk} g_{ij}(t, x_j) \\ & + B_{i2k}(t, \xi^1) w_i(t)\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$e_i(t) = \sum_{k=1}^r h_k(z_i(t)) C_{ik} x_i(t) + D_{ik} u_i(t)$$

으로 유추할 수 있다. 여기서

$$\begin{aligned} w_k(z_i(t)) &= \prod_{j=1}^n M_{kj}(z_{ij}(t)), \\ h_k(z_i(t)) &= \frac{w_k(z_i(t))}{\sum_{k=1}^r w_k(z_i(t))}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$z_i(t) = [z_{i1}(t) \quad z_{i2}(t) \quad \dots \quad z_{in}(t)]^T$$

이며 $M_{kj}(z_{ij}(t))$ 는 M_{kj} 에서 $z_{ij}(t)$ 의 멤버십 등급이다.

$$w_k(z_i(t)) \geq 0,$$

$$\sum_{k=1}^r w_k(z_i(t)) > 0 \quad (7)$$

이라 가정하면, 다음과 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$h_k(z_i(t)) \geq 0,$$

$$\sum_{k=1}^r h_k(z_i(t)) = 1. \quad (8)$$

위 조건으로부터 퍼지시스템의 상태궤환 건설비약성 퍼지 H_∞ 제어 규칙을 다음과 같이 설정한다.

제어 규칙 k :

IF $z_{i1}(t)$ is M_{ik1} ... and $z_{in}(t)$ is M_{ikn}

$$\text{THEN } u_i(t) = K_{ik}(t, \xi^2) x_i(t) \quad (9)$$

여기서 $K_{ik}(t, \xi^2)$ 는 제어기 변동영역이고, K_{ik} 는 폴리토프 정점이다. 이로부터 제어기 변동영역을

$$\begin{aligned} K_{ik}(t, \xi) &= K_{ik0} + \sum_{l=1}^L \xi_{il}^2(t) \tilde{K}_{ikl}, \\ \tilde{K}_{ikl} &= K_{ikl} - K_{ik0}, \quad \xi_{il}^2(t) \geq 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_{l=1}^L \xi_{il}^2(t) = 1, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

으로 정의한다. 여기서 \tilde{K}_{ikl} 의 값은 제어기 이득변화에 대비한 비약성의 척도를 나타낸다. 이 퍼지제어기의 최종 출력은

$$u_i(t) = \sum_{i=1}^r h_k(z_i(t)) (K_{ik}(t, \xi^2)) x_i(t)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \hat{A}_i(z)x_i(t) + \hat{A}_{di}(z)x_i(t - \tau(t)) \\ &\quad + \hat{A}_{ijk}(z)g_{ij}(t, x_j) + \hat{B}_i(z)w_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$e_i(t) = \hat{C}_i(z)x_i(t)$$

와 같고, 각 변수는

$$\begin{aligned} \hat{A}_i(z) &= \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r h_k(z_i(t))h_m(z_i(t))\hat{A}_{ikm}, \\ \hat{A}_{di}(z) &= \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r h_k(z_i(t))h_m(z_i(t))B_{dik}K_{ik}(t, \xi^2), \\ \hat{A}_{ijk}(z) &= \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r h_k(z_i(t))h_m(z_i(t))A_{ijk}, \\ \hat{B}_i(z) &= \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r h_k(z_i(t))h_m(z_i(t))B_{i2k}(t, \xi^1), \\ \hat{C}_i(z) &= \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r h_k(z_i(t))h_m(z_i(t))\hat{C}_{ikm} \end{aligned} \quad (12)$$

이고,

$$\begin{aligned} \hat{A}_{ikm} &= A_{ik}(t, \xi^1) + B_{i1k}(t, \xi^1)K_{ik}(t, \xi^2), \\ \hat{C}_{ikm} &= C_{ik}(t, \xi^1) + D_{ik}K_{ik}(t, \xi^2) \end{aligned} \quad (13)$$

이다.

주어진 외란감쇠율 γ 를 만족하는 H_∞ 성능지수는

$$J_\infty := \int_0^T \|\tilde{e}_i(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w_i(t)\|^2 dt \quad (14)$$

이고, 여기서 $T > 0$, $w \in L_2[0, T]$, 그리고 $\|\cdot\|$ 은 유클리디안 노름이다.

III. 제어기 설계

본 절에서는 시간지연 (4)를 가지는 페루프 퍼지시스템의 안정화와 더불어 성능지수 (14)를 만족시키기 위해 제어기이득 $K_{ik}(t, \xi^2)$ 를 구한다. 정리 1은 LMI항으로서 불확실성 T-S퍼지모델의 건설 퍼지 H_∞ 제어문제를 위한 해법을 나타낸다.

정리 1: 시간지연 (4)를 가지는 퍼지시스템에 양한정 행렬(positive-definite matrices) Q_i , S_i , Y_{il} ($l = 1, 2, \dots, L$)가 존재하면 제어입력은 페루프시스템 (11)을 안정화시킨다.

$$\Xi_{(i,j)} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & A_{ijk} & B_{dik}K_{ik}(t, \xi^2) - G_i & B_{i2k}(t, \xi^1) \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -\tilde{d}I & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ \Phi_2 & Q & Q & \Phi_3 \\ A_{ijk}^T & 0 & 0 & 0 \\ K_{ik}^T(t, \xi^2)B_{dik}^T & 0 & 0 & 0 \\ B_{i2k}^T(t, \xi^1) & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{h}S_i^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -W_i^{-1} & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

여기서 *는 대칭행렬(symmetric matrix)의 주 대각선 아래 놓이는 요소이고 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= Q_i A_{ik}^T(t, \xi^1) + A_{ik}(t, \xi^1)Q_i + B_{i1k}(t, \xi^1)Y_{il} \\ &\quad + Y_{il}^T B_{i1k}^T(t, \xi^1) + hL_1 + G_i Q_i + Q_i G_i^T, \\ \Phi_2 &= Q_i A_{ik}^T(t, \xi^1) + Y_{il}^T B_{i1k}^T(t, \xi^1), \\ \Phi_3 &= Q_i C_{ik}^T + Y_{il}^T D_{ik}^T, \\ L_1 &= Q_i X_i Q_i, G_i = Q_i H_i, \\ \tilde{d} &= (1-d), \bar{h} = h/\tilde{d} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$Q_i = P_i^{-1}, Y_{i0} = K_{i0}Q_i, Y_{il} = \tilde{K}_{il}Q_i \quad (17)$$

이며, (15)의 L_1 , S_i 는

$$\begin{bmatrix} L_1 & I \\ * & S_i \end{bmatrix} \geq 0 \quad (18)$$

을 만족한다.

그러면 페루프시스템 (11)은 외란감쇠 γ 와 비약성을 가지며 점근적으로 지연 종속적인 안정성을 가진다.

증명: 안정성을 위하여 리아푸노프 함수를

$$V(x_i, t) = V_1(x_i, t) + V_2(x_i, t) + V_3(x_i, t) \quad (19)$$

와 같이 설정한다. 여기에서 각 함수들은

$$\begin{aligned} V_1(x_i, t) &= x_i^T(t)P_i x_i(t), \\ V_2(x_i, t) &= \frac{1}{1-d} \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}_i^T(s)S_i \dot{x}_i(s) ds d\theta, \end{aligned}$$

$$V_3(x_i, t) = \int_{t-\tau}^t x_i^T(s) x_i(s) ds \quad (20)$$

으로 정의하며, $P_i > 0$, $S_i > 0$ 을 만족한다.

$$\delta_1 \|x(t)\|^2 \leq V(x_i, t) \leq \delta_2 \sup_{\theta} \|x(t+\theta)\|^2 \quad (21)$$

을 만족하는 리아푸노프 함수로부터 쉽게 양수 δ_1 과 δ_2 를 얻을 수 있고, $w_i(t) = 0$ 인 폐루프 퍼지시스템 (11)은 모든 궤적이 $V(x_i, t) \leq 0$ 을 만족할 때 점근적으로 안정하므로^[8] H_∞ 성능을 만족시키기 위해

$$J_a(t) := V(x_i, t) + e_i^T(t) e_i(t) - \gamma^2 w_i^T(t) w_i(t) \quad (22)$$

와 같이 성능지수를 설정한다. 시간지연항에

$$x_i(t-\tau) = x_i(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}_i(s) ds \quad (23)$$

을 적용하고^[9] 가정 1, 2를 고려하여 (22)를 정리하면^[13]

$$J_a \leq \sum_{j=1}^N \sum_{i \neq j}^r \sum_{m=1}^r h_k h_m \begin{bmatrix} x_i(t) & x_j(t) & x_i(t-\tau) & w_i(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Phi_4 & P_i A_{ijk} + \bar{h} \hat{A}_{ikm}^T S_i A_{ijk} & \Phi_5 \\ * & -I + \bar{h} \hat{A}_{ijk}^T S_i A_{ijk} & \bar{h} \hat{A}_{ijk}^T S_i \tilde{A}_{di} \\ * & * & -\tilde{d} I + \bar{h} \hat{A}_{di}^T S_i \tilde{A}_{di} \\ * & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_i \tilde{B}_i + \bar{h} \hat{A}_{ikm}^T S_i \tilde{B}_i \\ \bar{h} \hat{A}_{ijk}^T S_i \tilde{B}_i \\ \bar{h} \hat{A}_{di}^T S_i \tilde{B}_i \\ -\gamma^2 I + \bar{h} \tilde{B}_i^T S_i \tilde{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ x_j(t) \\ x_i(t-\tau) \\ w_i(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

이며, 여기서

$$\begin{aligned} \Phi_4 &= \hat{A}_{ikm}^T P_i + P_i \hat{A}_{ikm} + h X_i + H_i^T + H_i \\ &\quad + I + \hat{C}_{ikm}^T \hat{C}_{ikm} + \bar{h} \hat{A}_{ikm}^T S_i \hat{A}_{ikm} + W_i, \\ \Phi_5 &= P_i \tilde{A}_{di} - H_i + \bar{h} \hat{A}_{ikm}^T S_i \tilde{A}_{di}, \\ \tilde{A}_{di} &= B_{dik} K_{ik}(t, \xi^2), \quad \tilde{B}_i = B_{i2k}(t, \xi^1) \end{aligned} \quad (25)$$

를 구할 수 있다. X_i , S_i 는

$$\begin{bmatrix} X_i & I \\ * & S_i \end{bmatrix} \geq 0 \quad (26)$$

을 만족한다.

$\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2$ 는 영이 아닌 외란을 의미하며 부등식 (24)는 S -절차(procedure)와 슈어 여수정리^[10]를 사용하고 (16)의 변수를 치환함으로써 구할 수 있다. ■

제한한 견실 H_∞ 상태제환 제어기 (9)가 존재하기 위한 충분조건은 PLMI의 사용으로 표현된다. 그러나 LMI와는 달리 무한히 많은 LMI를 포함한 PLMI의 실행가능성 문제는 완화기법(relaxation technique)을 사용하여 유한한 수의 LMI 문제로 변환함으로써 해결된다.

보조정리 1^[6]: 볼록 최적화 기법을 적용할 수 없는 행렬부등식 (15)를 변수치환을 통해 같은 다각형 집합으로 합쳐주면 다음과 같은 PLMI 형태를 구할 수 있다.

$$M_0(z) + \sum_{i=1}^L \theta_i M_i(z) + \sum_{1 \leq i \leq j \leq L} \theta_i \theta_j M_{ij}(z) < 0 \quad (27)$$

여기서 결정변수 z 는 $z : (Q, Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{ii}, \rho)$ 이며 파라미터 θ_i 에 1차적으로 종속되는 $M_i(z)$ 와 파라미터 θ_i 에 2차적으로 종속되는 $M_{ij}(z)$ 는 z 에 대한 어파인 대칭행렬함수이다. 그리고 파라미터 θ 는

$$\begin{aligned} \theta \in \Gamma := \{ \theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L) : \\ \sum_{i=1}^L \theta_i = 1, \theta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, L \} \end{aligned} \quad (28)$$

의 폴리토프이다.

이때 각각의 행렬 M_0 , M_i , M_{ij} 는 식 (15)에서 공칭 시스템행렬(nominal system matrix)로부터 이루어진

$$\begin{aligned} M_0 &= \Xi(0, 0), \\ M_i &= \Xi(i, 0) + \Xi(0, j), \\ M_{ij} &= \Xi(i, j) \end{aligned} \quad (29)$$

이며, 이들은 완화기법을 사용하면 유한한 파라미터에 대한 LMI로 변환할 수 있다.

정리 2^[6]: 식 (27), (29)의 PLMI에 대해서

$$\begin{aligned} x^T M_0(z) x + \sum_{i=1}^L \theta_i x^T M_i(z) x \\ + \sum_{1 \leq i \leq j \leq L} \max \{ -x^T M_{ij}(z) x \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{\theta_i^2 + \theta_j^2}{2} - \frac{\theta_i + \theta_j}{2} + 0.125 \right), \\ & \left. x^T M_{ij}(z) x \frac{\theta_i^2 + \theta_j^2}{2} \right\} < 0 \\ \forall \|x\| = 1, \theta \in \text{vert } \Gamma, \\ \theta \in \Gamma := \{ \theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L) : \\ & \sum_{i=1}^L \theta_i = 1, \theta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, L \} \end{aligned} \quad (30)$$

을 만족하는 행렬 $Y_{ij} (j = 1, 2, \dots, l)$ 와 양한정행렬 Q_i 그리고 양수 ρ 가 존재하면 비약성을 만족하는 제어기이득 섭동영역 내에서 페루프시스템은 외란감쇠 γ 를 만족하면서 점근적으로 안정하다.

식 (30)은 Y_{ij}, Q_i, ρ 에 대한 LMI로 나타나므로 건설 비약성 H_∞ 상태궤환 제어기 $K_{i0} = Y_{i0} Q_i^{-1}$ 와 비약성을 만족하는 제어기이득 섭동영역의 꼭지점 $\tilde{K}_{ij} = Y_{ij} Q_i^{-1}$ 을 얻을 수 있으며, $\gamma = \sqrt{\rho}$ 에서 외란감쇠율 γ 를 구할 수 있다.

IV. 모의실험

제안된 시스템제어기 설계기법의 유효성을 검증하기 위해 상태 시간지연 $h = 2, d = 0.1$ 을 가지는 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1}(t) &= -10.125x_{i1}(t) - 2x_{i2}(t) - 6.7x_{i2}^3(t) \\ & \quad + w_i(t) + u_i(t) + 0.01u_i(t - \tau) \\ \dot{x}_{i2}(t) &= -x_{i1}(t) + 8u_i(t) + 0.08u_i(t - \tau) \\ z_i(t) &= 3x_{i1}(t) + x_{i2}(t) + 0.1 \\ x_i(t) &= 0, t \leq 0 \end{aligned} \quad (31)$$

을 i 번째 하위 시스템으로 고려한다.

하위시스템의 비선형 모델을 두 개의 T-S 퍼지 룰 모델로 근사화하면,

플랜트 규칙 1:

IF \dot{x} is M_{11}

$$\begin{aligned} \text{THEN } \dot{x}_i(t) &= A_{i1}(t, \xi^1)x_i(t) + B_{i11}(t, \xi^1)u_i(t) \\ & \quad + B_{di1}u_i(t - \tau(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij1}x_j(t) \\ & \quad + B_{i21}(t, \xi^1)w_i(t) \\ e_i(t) &= C_{i1}x_i(t) + D_{i1}u_i(t), \end{aligned} \quad (32)$$

플랜트 규칙 2:

IF \dot{x} is M_{12}

$$\begin{aligned} \text{THEN } \dot{x}_i(t) &= A_{i2}(t, \xi^1)x_i(t) + B_{i12}(t, \xi^1)u_i(t) \\ & \quad + B_{di2}u_i(t - \tau(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij2}x_j(t) \\ & \quad + B_{i22}(t, \xi^1)w_i(t) \\ e_i(t) &= C_{i2}x_i(t) + D_{i2}u_i(t) \end{aligned} \quad (33)$$

이고, 여기서

$$M_{11}, M_{12} \in [0 \ 1], M_{11} + M_{12} = 1 \quad (34)$$

이다.

시뮬레이션을 위해 모든 시스템 불확실성을 식 (32), (33)의 $\pm 1\%$ 범위로 설정하고, $A_{ij1} = A_{ij2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $W_i = n \cdot A_{ij1}$, $n \geq 1$ 으로 가정한다.

(34)로부터 첫 번째 하위시스템의 퍼지 멤버십함수는

$$M_{11}(x_2(t)) = \frac{6.7}{15.075}x_2^2(t), \quad (35)$$

$$M_{12}(x_2(t)) = 1 - M_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{1}{2.25}x_2^2(t)$$

와 같이 구할 수 있고, 각 시스템행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} -10.125 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{12} &= \begin{bmatrix} -10.125 & -17.075 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_{111} = B_{112} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}, B_{121} = B_{122} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ B_{d11} = B_{d12} &= \frac{B_{111}}{100}, C_{11} = C_{12} = [3 \ 1], \\ D_{11} = D_{12} &= 0.1. \end{aligned} \quad (36)$$

페루프시스템내의 건설비약성 H_∞ 상태궤환 이득, 비약성을 만족하는 섭동의 정점, 그리고 외란감쇠는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{110} &= 10^4 \times [0.0377 \ -1.2835], \\ \tilde{K}_{111} &= 10^4 \times [0.1857 \ -5.9960], \\ \tilde{K}_{112} &= 10^4 \times [0.0983 \ -3.2064], \\ K_{120} &= 10^4 \times [0.0287 \ -1.1666], \\ \tilde{K}_{121} &= 10^4 \times [0.1740 \ -6.5523], \\ \tilde{K}_{122} &= 10^4 \times [-0.0502 \ 1.9064], \\ \gamma &= 0.9752. \end{aligned} \quad (37)$$

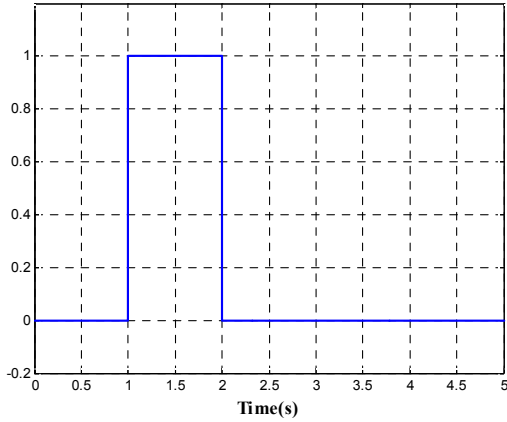


그림 1. 외란 ($w(t)$)
Fig. 1. Disturbance ($w(t)$).

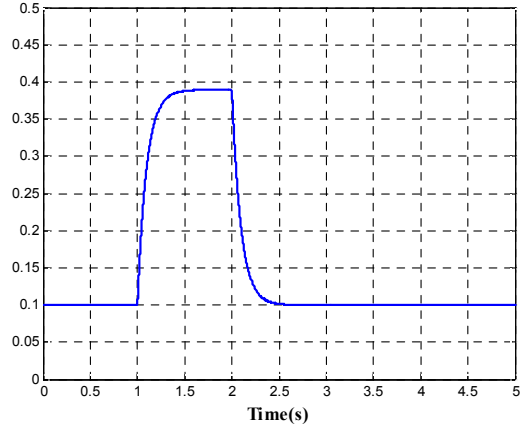
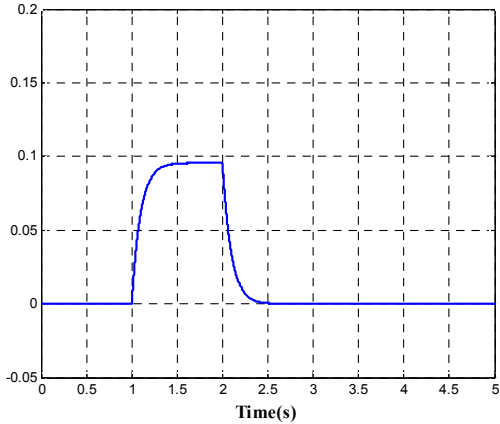
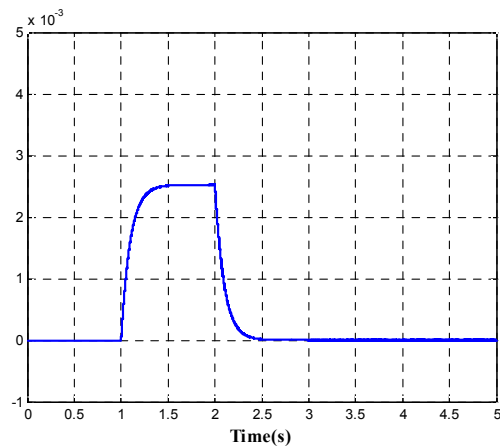


그림 3. 출력 ($z(t)$)
Fig. 3. Output ($z(t)$).



(a) $x_1(t)$



(b) $x_2(t)$

그림 2. 상태 ($x_1(t), x_2(t)$)
Fig. 2. States ($x_1(t), x_2(t)$).

여기서 \tilde{K} 는 제어기 이득 섭동에 대한 비약성의 척도를 나타내며, 첫 번째 하위시스템의 실제 이득 $K_1(t, \xi^2)$ 는 다음과 같이 표현한다.

$$K_1(t, \xi^2) = M_{11}(w') \{ K_{110} + \cos^2(t) \tilde{K}_{111} + \sin^2(t) \tilde{K}_{112} \} + M_{12}(w') \{ K_{120} + \cos^2(t) \tilde{K}_{121} + \sin^2(t) \tilde{K}_{122} \} \quad (38)$$

이 모의실험은 제안한 제어기가 점근적 안정성을 보장하는 것을 보여준다.

모의실험을 통해, 시간지연 종속 시스템을 위해 제안된 견실비약성 퍼지 H_∞ 제어기가 그림 1~3의 모의실험 결과로부터 점근적 안정성과 $\gamma = 0.9752$ 의 외란감쇠율을 보장하는 것을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 시간지연 비선형 상호연결시스템에 대한 T-S 퍼지모델을 제시하였다. 플랜트뿐만 아니라 제어기 이득의 불확실성을 PLMI를 이용하여 구조화된 불확실성의 형태로 표현하고, Lyapunov 함수를 이용하여 구조적인 제어기 이득의 섭동을 고려한 지연종속 상태채환 견실비약성 퍼지제어기가 존재할 충분조건 및 제어기 설계방법을 제안하였다. 이렇게 제안한 제어기 설계기법은 무한개의 LMI 형태로 나타나므로 직접 그해를 구하는 것이 거의 불가능하지만 완화기법을 통해 유한개의 LMI 형태로 변환하여 견실하면서도 최적화된 제어기 이득과 함께 제어기 이득의 섭동범위를 쉽게 구하였다. 그리고 예제를 통하여 제안된 제어기가 시간지

연과 불확실성 뿐만 아니라 제어기 이득의 섭동에도 불구하고 페루프시스템의 안정성과 함께 견실성과 비약성을 보장함을 검증하였다.

참 고 문 헌

- [1] P. Dorato, C. T. Abdallah, and D. Famularo, "On the design of non-fragile compensators via symbolic quantifier elimination," *World Automation Congress*, Anchorage, Alaska, pp. 9-14, 1998.
- [2] J. R. Corrado and W. M. Haddad, "Static output feedback controllers for systems with parametric uncertainty and controller gain variation," Proc. Amer. Contr. Conf., San Diego, California, pp. 915-919, 1999.
- [3] P. Dorato, "Non-fragile controller design: An overview," Proc. Amer. Contr. Conf., Philadelphia, Pennsylvania, pp. 2829-2831, 1998.
- [4] D. Famularo, C. T. Abdallah, A. Jadbabaie, P. Dorato, and W. M. Haddad, "Robust non-fragile LQ controllers: The static state feedback case," Proc. Amer. Contr. Conf., Philadelphia, Pennsylvania, pp. 1109-1113, 1998.
- [5] L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, "Robust, fragile, or optimal," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 42, no. 8, pp. 1098-1105, 1997.
- [6] H. D. Tuan and P. Apkarian, "Relaxation of parameterized LMIs with control applications," Int. J. of Robust Nonlinear Control, vol. 9, pp. 59-84, 1999.
- [7] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, vol. 15, no.1, pp. 116-132, 1985.
- [8] Y. S. Moon, P. Park, W. H. Kwon, and Y. S. Lee, "Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems," Int. J. Control, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [9] E. T. Jeung, D. C. Oh, and H. B. Park, "Delay-dependent control for time-delayed fuzzy systems using description representation," Int. J. of Control. Automation, and System, vol. 2, no. 2, pp. 182-188, 2004.
- [10] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [11] C. D. Walrath, "Adaptive bearing friction compensation based on recent knowledge of dynamic friction," Automatica, vol. 20, pp. 717-727, Nov. 1984.
- [12] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H_∞ control theory, and linear matrix inequalities," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 4, no. 1, pp. 1-13, Feb. 1996.
- [13] G. Pujol, J. Rodellar, J.M. Rossell. and F. Pozo, "Decentralised reliable guaranteed cost control of uncertain systems: an LMI design," IET Control Theory Appl., vol. 1, pp. 779-785, May 2007.

저 자 소 개



김 준 기(정회원)-교신저자
 1999년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업
 2001년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업
 2008년 경북대학교 전자공학과
 박사 졸업

2006년~2008년 Hitchi-LG Data Storage 연구원
 2008년~현재 LIG 넥스원 선임연구원
 <주관심분야 : 견실제어, 비약성제어, 서버시스템
 설계>



권 영 신(정회원)
 1995년 한양대학교 전자공학과
 학사 졸업
 1997년 서울대학교 전자공학과
 석사 졸업
 1997년~1998년 현대전자 전장
 사업부 근무

1998년~현재 LIG 넥스원 책임연구원
 <주관심분야 : 자동차 ECU 설계, 추적 레이더 및
 위성안테나 서버시스템 설계>



양 승 협(학생회원)
 2008년 경북대학교 전자공학부
 학사 졸업
 2010년 경북대학교 전자공학부
 석사 졸업
 2010년~현재 경북대학교 전자
 공학부 박사과정

<주관심분야 : 견실제어, 비약성제어, 임베디드
 시스템>



방 경 호(정회원)
 1991년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업
 1993년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업
 1997년 경북대학교 전자공학과
 박사 졸업

1997년~2001년 대우중공업, 한국항공우주산업
 시뮬레이터팀 선임연구원
 2001년~현재 명지전문대학 컴퓨터전자과 교수
 <주관심분야 : 제어시스템 컴퓨터 설계, 임베디드
 시스템, 견실제어>



박 흥 배(정회원)
 1977년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업
 1979년 경북대학교 전자공학과
 석사 졸업
 1988년 University of New
 Mexico 전자공학과
 박사 졸업

2004년~2006년 모바일단말상용화센터 센터장
 1988년~현재 경북대학교 공과대학 교수
 <주관심분야 : 임베디드시스템, 견실제어>