

논문 2010-47SC-6-1

시간 지연 요소를 이용한 PI 제어기 자동 동조 알고리즘

(An Auto-tuning Algorithm of PI Controller Using Time Delay Element)

오 승 룩*

(Seungrohk Oh)

요 약

본 논문에서는 PI 제어기를 설계해야 하는 경우인 임계 주파수 부근에서 이득 감소가 적은 시스템을 구별할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 임계 주파수 부근에서 이득감소가 적은 시스템을 구별하기 위해 시간 지연 요소를 이용하여 이득 감소율을 구하는 방법을 제안하였다. 또한 크기 마진과 위상 마진이 주어진 경우 PI 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 시간 지연요소와 포화함수를 이용하여 PI 제어가 가능한 한점의 좌표값을 계산하는 방법을 사용하였다. 제안된 방법은 시뮬레이션을 통해 타당성을 검증하였다.

Abstract

We propose an algorithm which can classify the system should use a PI controller, which have a weak high frequency attenuation characteristics near the critical frequency. To classify the system, we use a time delay element to calculate a gain attenuation rate near the critical frequency. The proposed algorithm also can design PI controller with the given magnitude margin and phase margin specification. The proposed algorithm uses time delay element and saturation function to identify the one point information in frequency domain. We justify the proposed algorithm via the simulation.

Keywords : 이득 감소율, 시간 지연 요소, 고주파 특성, PI 제어기, 임계 주파수

I. 서 론

현대 제어이론이 많은 발전을 거듭하고 있지만 많은 산업 현장에서는 PID(Proportional Integral Derivative) 제어기를 선호하고 있다. 산업 현장에서 선호하는 이유는 정확한 수학적 모델이 없어도 제어기 사용이 가능하고 현장 기술자들이 제어기의 구조를 잘 알 수 있는 구조로 되어 있어 제어기 값의 설정(tuning)을 쉽게 할 수 있는 점 등을 들 수 있다. 따라서 제어기기인 PLC(Programable Logic Controller)나 DCS(Distributed

Control System)에 기본 함수 블록으로 주어져 있고 제어 기술자들은 제어기 값만을 입력하면 된다. 특히 최근에는 자동으로 제어기의 값을 설정할 수 있는 방법인 자동 동조 알고리즘(auto-tuning algorithm) 탑재한 제품들이 많이 사용하고 있다^[1]. 개발된 자동 동조 알고리즘 중에서 릴레이를 이용한 자동 동조 알고리즘은 릴레이를 이용하여 미지의 프로세서의 한 점의 좌표값을 찾아내서 제어기의 값을 결정하는 방법이다^[2]. 즉 프로세서의 Nyquist 그림에서 음의 실수축을 만나는 점의 좌표값을 구하고 구한 좌표값을 이용하여 PID 제어기 값을 계산하는 방법이다. 포화함수를 이용한 자동동조 알고리즘은 릴레이 대신 포화함수를 사용하여 Nyquist 그림의 한점의 좌표값을 찾는 방법이다^[3]. 포화함수를 이용하는 방법은 릴레이에서 발생할 수 있는 고주파 성분으로 인해 한 점의 좌표값을 찾는데 발생할 수 있는 오

* 정회원, 단국대학교 전자전기공학부
(Dankook University, Dept. of Electronics and Electrical Eng.)

※ 이 연구는 2009년도 단국대학교 대학연구비의 지원으로 연구되었음.

접수일자: 2010년7월15일, 수정완료일: 2010년11월15일

차를 줄이는 방법으로 제안되었다. 프로세스가 잡음을 증폭 시키는 경우 PID제어기 중 D 성분이 잡음을 증폭시킬 수 있기 때문에 D 성분을 제거한 PI 제어기 설계방법을 두 개의 릴레이를 이용하여 제안 하였다^[4]. PI 제어기는 위상마진을 줄이는 결과를 초래하므로 Nyquist 그림에서 음의 허수축을 통과하는 점을 기준으로 제어기를 설계하면 제어기를 포함하는 폐루프가 불안정한 결과를 초래할 수 있다. 따라서 제어기 설계의 기준점을 I 성분에 의한 위상 마진 감소분을 고려하여 설정하여야 한다. 즉 Nyquist 그림에서 음의 실수축을 만나는 점이 아닌 3/4분면 상의 한 점의 좌표값을 찾아야 한다. 3/4분면상의 한 점의 좌표값을 찾기 위해 두 개의 릴레이를 사용하였다^[4]. 두 개의 릴레이 사용은 구조가 복잡하고 정확성이 떨어지는 단점이 있다. 구조를 간단히 하면서도 정확성을 높이기 위해 시간지연 요소와 포화함수를 이용한 방법을 사용하였다^[5]. 프로세스의 주파수 응답에서 임계주파수 부근에서 프로세스의 주파수 증가에 따라 이득의 크기 변화가 적은 경우 D 제어기를 사용하지 않아야 한다^[4]. 자동동조를 위해서는 시험신호를 이용하여 D 제어 성분 사용여부를 결정해야 하나 논문^[4]에서는 방법이 제시 되지 않았다. 본 논문에서는 D 제어기를 사용해서는 안 되는 경우를 포화함수와 시간지연 요소를 이용하여 판단하였다. 즉 추가적인 시험 요소 없이 임계 주파수 부근에서 주파수 증가에 따라 이득의 감소 정도를 판단할 수 있는 방법을 제시하였다. 또한 이득 마진과 위상 마진을 동시에 만족하는 PI 제어기 설계 방법을 제시하였다. 제시된 방법의 성능을 모의실험을 통하여 검증하였다.

II. 본 론

1. 시간 지연 요소와 포화함수를 이용한 좌표값 계산

시간 지연 요소와 포화함수를 이용한 자동동조시스템은 플랜트의 Nyquist 그림에서 3/4 분면의 한 점의 좌표값을 구하기 위해 그림 1과 같이 시험 신호로 포화함수와 시간지연요소를 이용한다^[5]. 시간 지연 요소인 $d=0$ 인 경우 미지의 플랜트에 대한 Nyquist 그림에서 음의 실수축을 지나는 좌표값을 구할 수 있다. d 값을 증가시키면 음의 허수축 방향으로 더 가까워지는 한 점의 좌표값을 구할 수 있다. 사용되는 포화 함수를 식 (1) 이라 가정하고 사용되는 시간지연요소 $d = d_1$ 이라 하면 포화함수의 묘사함수(describing function)는 식(2)

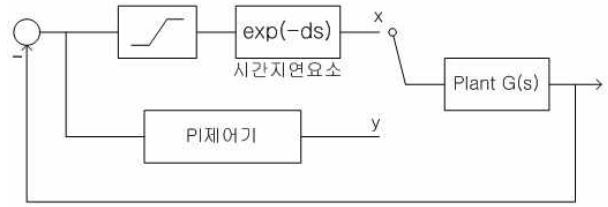


그림 1. 포화함수와 시간지연 요소를 포함한 자동 동조 시스템의 구조

Fig. 1. The structure of autotuning system using a saturation function and time delay element.

와 같다.

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} -h & x < -h/s \\ sx & -h/s \leq x \leq h/s \\ h & x > h/s \end{cases} \quad (1)$$

$$N_{\text{sat}}(a) = \begin{cases} s & \text{if } h > sa \\ p(a) & \text{if } h \leq sa \end{cases} \quad (2)$$

여기서 a 는 플랜트 출력으로부터 관찰 할 수 있는 크기값이고 $p(a) = \frac{2s}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{h}{sa}\right) + \frac{h}{sa} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{sa}\right)^2}$ 이다. 고조파 균형식(harmonic balance equation)를 이용하면 다음식과 같은 관계가 성립한다^[6].

$$1 + e^{-jw_1 d_1} G(jw_1) N_{\text{sat}}(a_1) = 0$$

위의 식으로부터 한점의 좌표값 $G(jw_1)$ 을 구할 수 있다. 여기서 w_1 은 플랜트 출력의 주파수이다. 즉 시간지연 요소를 변화시키면 플랜트의 출력값과 주파수를 이용하여 3/4분면상의 임의의 $G(jw)$ 좌표값을 구할 수 있다.

2. PI 제어기 사용 결정

플랜트의 주파수 응답에서 임계 주파수 근처 주파수 증가 시 이득의 변화가 적은 경우 PID 제어기의 D 성분이 다시 잡음을 증폭 시킬 수 있기 때문에 PID 제어기 대신 PI 제어기를 설계해야 한다^[4]. 그러나 논문[4]에서는 PI 제어기를 사용해야 할 경우를 제시하지 않았다. 본 논문에서는 플랜트의 이득 감소 변화 정도를 시간 지연 요소와 포화함수를 이용하여 측정하고 측정 결과값에 따라 PI 제어기를 사용해야 하는 경우를 판단하는 방법과 이득 마진과 크기 마진에 대한 사양이 주어진 경우 PI 제어기 설계 방법을 제시 하고자 한다. 그림 1에서 $d=0$ 이고 플랜트의 출력의 크기가 a_0 , 주기가 T_0

인 경우

$$1 + G(jw_0)N_{sat}(a_0) = 1 \tag{3}$$

의 관계식^[6]으로 부터 $|G(jw_0)|$ 를 구할 수 있다. 여기서 $w_0 = 2\pi/T_0$ 이다. $d = d_1$ 으로 변화 시킨 후 플랜트 출력의 크기 a_1 과 주기 T_1 를 측정 한 후

$$1 + e^{-jw_1d_1}G(jw_1)N_{sat}(a_1) = 0 \tag{4}$$

로부터 $|G(jw_1)|$ 를 구할 수 있고 플랜트의 이득 감소율은

$$\frac{20\log_{10}|G(jw_0)| - 20\log_{10}|G(jw_1)|}{\log_{10}(w_0/w_1)} \text{ (dB/dec)} \tag{5}$$

로부터 계산할 수 있다. 만약 감소율이 10(dB/dec) 이하 이면 PID 제어기 대신 PI 제어기를 설계하면 된다. 여기서 기준을 10(dB/dec) 로 정한 이유는 Bode 선도에서 이득 곡선이 감소하는 경우 20 dB/dec 이상 감소율로 감소 하기 때문이다. 플랜트가 $G_1(s) = \frac{1}{4s+1}e^{-2s}$ 인 경우 임계 주파수 부근에서 이득 곡선의 감소율을 계산하기 위해 $d = 0, 2$ 인 기울기가 4, 크기가 1인 포화함수를 사용하였다. 플랜트의 출력값은 그림 2, 3과 같다.

식(2), (3), (4), (5)를 이용하여 이득 감소율을 계산하면 18.4 (dB/dec)이 된다. 여기서 $T_0 = 6.9, a_0 = 0.3, d_1 = 2, T_1 = 12.1, a_1 = 0.56$ 를 사용하였다. 따라서 플랜트가 $G_1(s)$ 인 경우 PID 제어기를 사용해도 된다. 그림 4는 플랜트의 Bode 선도이다. 그림 4에서 임계주파수 부근의 이득 감소율은 약 20 dB/dec 임을 확인할

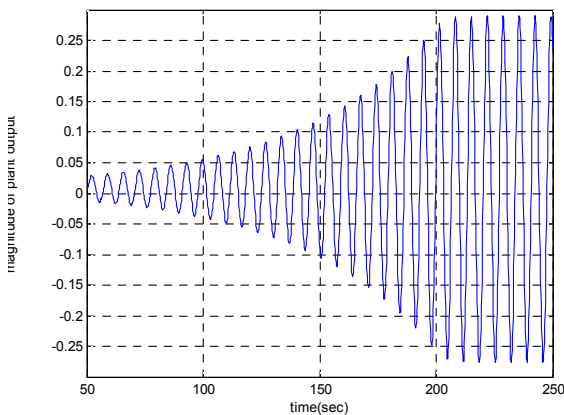


그림 2. $d=0$ 인 경우 $G_1(s)$ 의 출력값
Fig. 2. The output of $G_1(s)$ with $d=0$.

수 있다.

$$G_2(s) = \frac{-2s+1}{s^2+2s+1}e^{-s} \text{에 대해 기울기가 1, 크기}$$

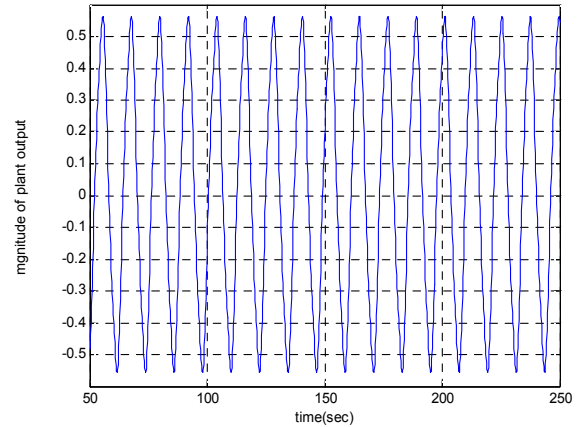


그림 3. $d=2$ 인 경우 $G_1(s)$ 의 출력값
Fig. 3. The output of $G_1(s)$ with $d=2$.

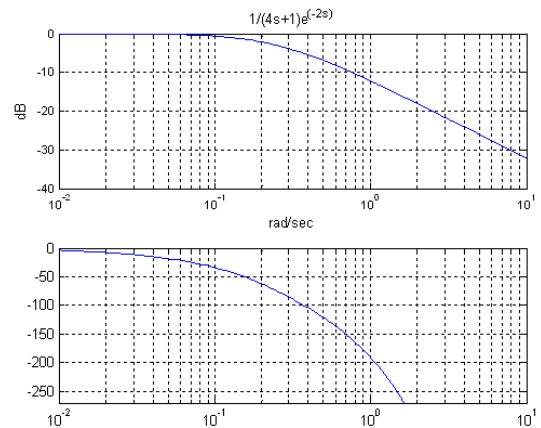


그림 4. $G_1(s)$ 의 Bode 선도
Fig. 4. The Bode diagram of $G_1(s)$.

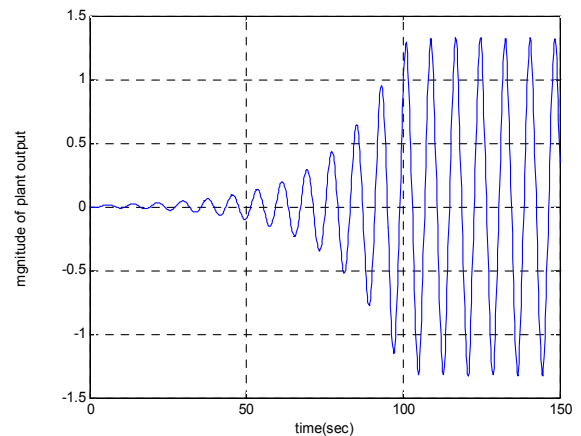
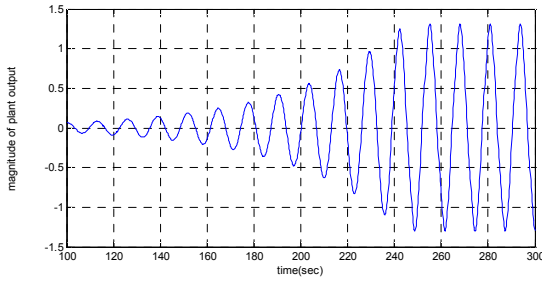
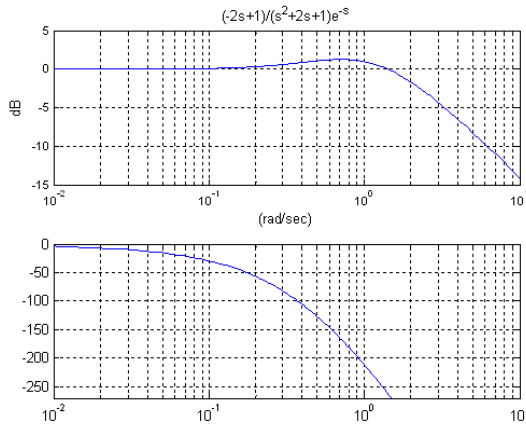


그림 5. $d=0$ 인 경우 $G_2(s)$ 의 출력값
Fig. 5. The output of $G_2(s)$ with $d=0$.

그림 6. $d=2$ 인 경우 $G_2(s)$ 의 출력값Fig. 6. The output of $G_2(s)$ with $d=2$.그림 7. $G_2(s)$ 의 Bode 선도Fig. 7. The Bode diagram of $G_2(s)$.

가 1인 포화함수와 $d=0, 2$ 를 사용한 경우의 플랜트의 출력값은 그림 5, 6과 같다.

$G_1(s)$ 와 같은 방법으로 이득 감소율을 계산하면 0.47(dB/dec)가 된다. 따라서 $G_2(s)$ 의 경우 PI 제어기를 선택하여 설계하여야 한다. 그림 7은 $G_2(s)$ 의 Bode 선도이다. 그림 7의 임계 주파수 부근에서 이득의 변화가 거의 없음을 확인할 수 있다. 또한 적절한 d_1 값의 선택은 다음 절에 기술되어 있다.

3. 제어기 설계

PI 제어기 설계 시 주의 해야 할 점은 I 성분에 의한 위상 마진 감소분을 고려하여 설계해야 한다. 임계 주파수를 기준으로 PI 제어기를 설계하면 제어기를 포함하는 폐루프 시스템이 불안정하게 되므로 플랜트의 Nyquist 그림에서 위상 마진 보다 큰 위상을 갖는 한 점을 기준으로 제어기를 설계하면 된다^[5]. 이를 위해 시간 지연 요소 d 는

$$d > \theta_m / \omega_o \quad (6)$$

만족하면 된다. 여기서 θ_m 은 위상 마진, ω_o 는 $d=0$ 인 경우의 플랜트의 출력값의 주파수이다. 부등식 (6)을 만족하는 d 값으로 d_1 을 선택한 경우 식(4)를 이용하여 플랜트의 한 점의 좌표값을 다음식과 같이 계산할 수 있다.

$$G(j\omega_1) = \frac{-1}{N_{sat}(a_1)} e^{j\omega_1 d_1} \quad (7)$$

PI 제어기가 $C(s) = k(1 + \frac{1}{T_i s})$ 이고 사양으로 위상 마진 $\geq \theta_m$, 크기 마진 $\geq 1/r_m$ 으로 주어진 경우 다음 식을 만족해야 한다.

$$C(j\omega_1)G(j\omega_1) = \frac{1}{r_1} e^{j(\pi + \theta_1)} \quad (8)$$

여기서 $r_1 \leq r_s$, $\theta_1 \geq \theta_m$ 을 만족하는 값이다. 식(8)을 만족하는 k, T_i 를 계산하면

$$k = \frac{r_1 \omega_1 T_i N_{sat}(a_1)}{\sqrt{(\omega_1 T_i)^2 + 1}}, \quad T_i = \frac{1}{\omega_1 \tan(\omega_1 d_1 - \theta_1)} \quad (9)$$

으로 구할 수 있다. 시간지연 요소와 포화함수를 이용하여 PI 제어기 자동 동조 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

- $d=0$ 에서 플랜트의 출력값의 주기(T_0)와 크기(a_0)를 구한다.
- 식(6)을 만족하는 $d = d_1$ 을 결정한다.
- $d = d_1$ 에서 플랜트의 출력값의 주기(T_1)와 크기(a_1)를 구하고 식(5)을 이용하여 이득 감소율을 구한다.
- 이득 감소율 ≤ 10 (dB/dec)이면 PI 제어기를 선택하고 식(9)에 따라 제어기를 설계한다.

제시된 알고리즘에 따라 $G(s) = \frac{-2s+1}{s^2+2s+1} e^{-s}$, $r_1 = 1$, $\theta_1 = 25^\circ$ 경우를 고려하였다. 첫 번째 절차에 따라 $d=0$ 에서 플랜트의 출력값의 주기(T_0)와 크기(a_0)를 구하면 그림 5로부터 $T_0 = 7.9$, $a_0 = 1.32$ 이 됨을 확인할 수 있다. 두 번째 절차에 따라 식 (6)을 이용하면 $d > 0.55$ 을 만족해야 하며 $d = 2$ 을 선택하였다. 세 번째 절차에 따라 식(5)을 이용하여 이득 감소율을 계

산하기위해 $d=2$ 인 경우 의 출력값의 크기와 주파수는 그림 6 으로부터 $T_1 = 12.8$, $a_1 = 1.31$ 이 됨을 확인할 수 있다. 식 (2), (3), (4), (5)를 이용하여 이득 감소율을 계산하면 0.47 (dB/dec)가 됨을 확인할 수 있고 PI 제어기를 선택해야한다. 식 (9)에 따라 PI 제어기를 설계 하면 $k=0.75$, $T_i=3.4$ 가 됨을 확인할 수 있다. PI 제어기가 포함된 페루프의 위상마진을 계산하면 32° 됨을 확인할 수 있다.

III. 결 론

본 논문에서는 플랜트의 특성상 PID 제어기를 사용하지 못하고 PI 제어기를 사용해야 하는 경우를 시간지연 요소와 포화함수를 이용하여 결정할 수 있는 방법을 제안하였다. 시간 지연 요소와 포화 함수를 이용하여 이득감소율을 계산하고 계산된 이득감소율로부터 PI제어기를 사용해야하는 경우를 판단할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한 위상 마진과 크기 마진이 주어진 경우 PI 제어기 설계방법을 제시하였다. 모의시험을 통해 제안된 알고리즘의 성능을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] K. J. Astrom, T. Haggglund, "PID controllers: Theory, Design, and Tuning", Research Triangle Park, 1995.
- [2] K. J. Astrom and T. Haggglund, and A. Wallenborg. "Automatic turning of digital controllers with application to HVAC plants," *Automatica*, 29(5):1333-1343, 1993.
- [3] Seung-Rohk Oh. "PID Autotuning Algorithm Based on Saturation Function Feedback," *Journal of IEEE Korea Council*, 2(2):98-104, 1998.
- [4] Mats Friman and Kurt V. Waller, "A Two Channel relay for autotuning," *Ind. Eng. Chem. Res.*, 36: 2662-2617, 1997.
- [5] 오승록, "포화함수를 이용한 PI제어기 설계", *대한 전자공학회논문지*, 45권 SC편, 제6호, 102-107쪽, 2008년 11월.
- [6] H. K. Khalil. "Nonlinear Systems, second edition," Prentice Hall, New Jersey, 1996.

저 자 소 개



오 승 록(정회원)

1980년 한양대학교
전기공학과 학사.

1988년 Ploytechnic University
(NewYork) Electrical
Eng. 석사.

1994년 Michigan State Univ.
Electrical Eng. 박사.

1982년~1996년 한국전력공사 원자력발전소,
전력연구원.

1996년~2010년 현재 단국대학교
전자전기공학부 교수

<주관심분야 : 자동제어, 통신용 신호처리>