

비선형 열탄성 연성구조의 위상 최적설계

Topology Design Optimization of Nonlinear Thermo-elastic Structures

문 민 영* 장 홍 래** 김 민 근*** 조 선 호†
Moon, Min-Yeong Jang, Hong-Lae Kim, Min-Geun Cho, Seonho

요 지

본 연구에서는 정상상태의 비선형 열탄성 문제에 대하여 탄성 계수 및 열전도 계수에 대해서 보조변수법을 이용한 연속체 기반의 설계민감도 방정식을 유도하였고, 온도와 변위장이 연성된 보조방정식을 정의하여 효율적으로 설계민감도 해석을 수행하여 위상 최적설계에 적용하였다. 수치 예제를 통하여 열탄성 문제에서 위상 최적설계가 갖는 요소망 의존성을 살펴보고, 또한 열 하중이 지배적인 경우와 기계적 하중이 지배적인 경우를 비교하여 다중 물리 연성문제에서 위상 최적설계가 갖는 하중에 대한 의존성을 고찰하였다.

핵심용어 : 비선형 열탄성 문제, 보조변수법, 설계민감도 해석, 위상 최적설계, 밀도법, 요소망 의존성, 하중 의존성

Abstract

In this paper, we have derived a continuum-based adjoint design sensitivity of general performance functionals with respect to Young's modulus and heat conduction coefficient for steady-state nonlinear thermoelastic problems. An adjoint equation for temperature and displacement fields is defined for the efficient computation of the coupled field design sensitivity. Through numerical examples, we investigated the mesh dependency of the topology optimization method in the thermoelastic problems. Also, comparing the dominant loading cases of thermal and mechanical ones, the loading dependency of topology design optimization in coupled multi-physics problems is investigated.

Keywords : nonlinear thermo-elasticity, adjoint variable method, design sensitivity analysis, topology design optimization, density method, mesh dependency, load dependency

1. 서 론

위상 최적설계(Topology design optimization)의 시작은 레이아웃(Layout) 최적설계라는 이름으로 시작되었다(W. Prager 등, 1977). 이 개념은 유한요소의 모든 절점을 연결하는 트러스 구조물을 만든 후 각각의 트러스 요소에 대한 단면계수를 조정하는 것이었다. 이는 70년대에 이르러 균질화 기법(Homogenization method)이라는 명칭으로 등장하였다(Lions, 1981). 80년대에는 복합재료의 강성계수 계산법을 응용하여 연속체 구조물에 적용할 수 있는 이론이 발표되었다(Bendsoe 등, 1988). 그 이후 위상 최적설계는 재료 밀도함

수(Bulk material density function)를 이용하여 균질화법에 비해 다루기가 쉬운 밀도법(Density method)이 소개되면서 여러 공학 분야에서 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러나 대부분의 위상 최적설계는 하나의 분야(Discipline)에 국한되어 있어서 여러 분야가 복합되어 있고, 또한 비선형 거동을 보이는 비선형 연성 문제에 대해서는 상대적으로 연구가 미흡하였다.

본 연구에서는 비선형 열탄성 연성문제에 대해 위상 최적설계 문제를 정식화하고 연성에 따른 최적설계 결과를 고찰한다. 이를 위해서는 비선형 열탄성 연성문제에서 매우 효율적이고 정확한 설계민감도가 필요한데, 본 논문에서는 보조변수법(Adjoint variable method)으로 유도된 선형 열탄성

† 교신저자, 정회원 · 서울대학교 조선해양공학과/RIMSE 교수
Tel: 02-880-7322 ; Fax: 02-880-9298
E-mail: secho@snu.ac.kr

* 학생회원 · 서울대학교 조선해양공학과 대학원

** 학생회원 · 서울대학교 조선해양공학과 통합과정

*** 학생회원 · 서울대학교 조선해양공학과 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2011년 2월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

연성문제에서의 설계민감도식(Cho 등, 2005)을 확장하여 사용하였다.

2. 열-탄성 연성문제

그림 1과 같이 경계면 Γ , 열린 영역 Ω 로 구성되고, 등방성, 균질성을 갖는 열-탄성체를 생각하자. 경계는 표면력 (Traction) 경계 Γ_t , 변위(Displacement) 경계 Γ_d , 온도 (Temperature) 경계 Γ_T^0 , 열속(Heat flux) 경계 Γ_T^1 , 대류(Convection) 경계 Γ_T^2 로 구성된다.

온도장에서는 경계 Γ_T^0 에서 T_0 의 온도가 주어지고, 경계 Γ_T^1 에서는 q 의 열속이 주어진다. 그리고 경계 Γ_T^2 에서는 외부온도 T_∞ 에 대해서 열대류가 발생한다. 이 세 경계들은 서로 겹치지 않으며, $\Gamma_T^0 \cup \Gamma_T^1 \cup \Gamma_T^2 = \partial\Omega$ 을 만족한다. 변위장에서는 경계 Γ_t 에서 표면력 t 가 주어지고, 경계 Γ_d 에서 변위 z^0 가 주어지며 다음의 조건 $\Gamma_t \cup \Gamma_d = \partial\Omega, \Gamma_t \cap \Gamma_d = \emptyset$ 을 만족한다.

정상상태의 비선형 열전도 방정식과 경계조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-T_{,ii}\kappa(T) = Q \text{ in } \Omega, \tag{1}$$

$$T = T_0 \text{ on } \Gamma_T^0, \tag{2}$$

$$T_{,i}n_i\kappa(T) = q \text{ on } \Gamma_T^1, \tag{3}$$

$$T_{,i}n_i\kappa(T) + (T - T_\infty)h_c(T) = 0 \text{ on } \Gamma_T^2, \tag{4}$$

여기서, $\kappa(T)$ 는 온도의 함수인 열전도계수, Q 는 내부 발열율이다. 열전도 계수는 온도의 함수로 표현되어 물성치에서 비선형성을 가진다. 또한 탄성체의 평형 방정식과 경계조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \text{ in } \Omega, \tag{5}$$

$$\sigma_{ij}n_j = t_i \text{ on } \Gamma_t, \tag{6}$$

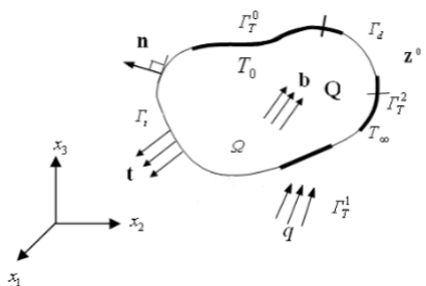


그림 1 열 탄성체

$$z_i = z_i^0 \text{ on } \Gamma_d, \tag{7}$$

여기서, σ 는 코시응력이고, b 는 체적력이다. 다음과 같은 응력-변형률 관계를 이용하여 열 문제와 탄성 문제를 연성한다.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}[\epsilon_{kl} - \alpha T\delta_{kl}] \tag{8}$$

여기서, C, α 는 각각 4차 탄성텐서, 열팽창 계수이다.

균일 경계조건을 만족하는 영역 \bar{Y} 에 속하는 가상함수 \bar{T} 를 사용하고, 경계조건을 대입해서 식 (1)을 약형식(Weak form)의 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$A(T, \bar{T}) = L(\bar{T}), \text{ for all } \bar{T} \in \bar{Y}, \tag{9}$$

$$A(T, \bar{T}) \equiv \int_{\Omega} T_{,i}\kappa(T)\delta_{ij}\bar{T}_{,j}d\Omega \tag{10}$$

$$+ \int_{\Gamma_T^2} (T - T_\infty)h_c(T)\bar{T}d\Gamma + \int_{\Gamma_T^1} (T - T_r)h_r(T)\bar{T}d\Gamma$$

$$L(\bar{T}) \equiv \int_{\Omega} Q\bar{T}d\Omega + \int_{\Gamma_T^1} q\bar{T}d\Gamma. \tag{11}$$

본 연구에서는 열 변형에 의해서 온도 분포가 변하지 않는다는 가정 하에 연구를 수행하였다. 즉, 온도분포는 변형에 영향을 미치지 않지만, 반대로 변형은 온도분포에 영향을 미치지 않는다. 변위장에 대해서도 가상일의 원리와 균일 경계조건을 만족하는 영역 \bar{Z} 에 속하는 가상함수 \bar{z} 및 경계조건을 이용해서 식 (5)을 약형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \alpha(\mathbf{z}; T, \bar{\mathbf{z}}) + l(\bar{\mathbf{z}}), \text{ for all } \bar{\mathbf{z}} \in \bar{Z}. \tag{12}$$

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} s_{ij}(z)\widehat{\epsilon}_{ij}(z; \bar{\mathbf{z}})d\Omega, \tag{13}$$

$$\alpha(\mathbf{z}; T, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} \beta T \delta_{ij} \widehat{\epsilon}_{ij}(z; \bar{\mathbf{z}})d\Omega, \tag{14}$$

$$l(\bar{\mathbf{z}}) \equiv \int_{\Omega} b_i \bar{z}_i d\Omega + \int_{\Gamma} t_i \bar{z}_i d\Gamma, \tag{15}$$

여기서, β 와 가상 변형률 텐서는 다음과 같다.

$$\beta = \alpha \frac{E}{1 - 2\nu}, \tag{16}$$

$$\widehat{\epsilon}_{ij}(z; \bar{\mathbf{z}}) \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{z}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{z}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial z_m}{\partial x_i} \frac{\partial z_m}{\partial x_j} + \frac{\partial z_m}{\partial x_i} \frac{\partial z_i}{\partial x_j} \right). \tag{17}$$

탄성문제에서는 변형률 텐서가 비선형 항을 갖는 기하학적 비선형성을 가지고 있다. 식 (9)과 (12)는 각각의 해에 관해 비선형 식이므로 점증 반복형 뉴턴랩슨 기법(Incremental-

iterative Newton-Rapshon method)을 사용하여 해를 구하였다. 외부 열 유속과 기계적 하중을 하중 스텝별로 점차 증가시키면서 이전 단계의 평형식을 사용하여 각 단계에서 수렴되는 해를 구하였다.

3. 보조변수 설계민감도 해석

열전도와 열탄성 문제에서 재료 특성치로 구성된 비형상 설계변수 u 를 고려할 때, 식 (9)과 (12)는 현재의 평형상태인 $(n+1)$ 번째에서 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_u^{(n+1)}(T, \bar{T}) = L_u(\bar{T}), \quad \forall \bar{T} \in \bar{Y}, \quad (18)$$

$$a_u^{(n+1)}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) - \alpha_u^{(n+1)}(\mathbf{z};^{n+1}T, \bar{\mathbf{z}}) = l_u(\bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{Z}. \quad (19)$$

식 (18)과 (19)에 대해서 설계변수 u 에 관한 1차 변분을 취하면 각각 다음의 식을 얻는다.

$$A_u^{*(n+1)}(T;^{n+1}T', \bar{T}) = L'_{\delta u}(\bar{T}) - A'_{\delta u}(^{n+1}T, \bar{T}), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} a_u^{*(n+1)}(\mathbf{z};^{n+1}z', \bar{\mathbf{z}}) - \alpha_u^{*(n+1)}(\mathbf{z};^{n+1}T, \bar{\mathbf{z}}) \\ = l'_{\delta u}(\bar{\mathbf{z}}) - \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) + \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z};^{n+1}T, \bar{\mathbf{z}}) \\ + \alpha_u(^{n+1}\mathbf{z};^{n+1}T', \bar{\mathbf{z}}) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, 식 (20)과 (21)는 $^{n+1}T'$ 와 $^{n+1}z'$ 에 대해서 선형식이므로 반복계산을 할 필요가 없고, 응답해석 $(n+1)$ 번째 상태에서 구했던 수렴된 탄젠트 강성(Tangent stiffness)만 필요로 한다.

적분형태로 표현된 일반적인 성능함수와 설계변수에 대한 1차 변분은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Psi = \int_{\Omega} g(\mathbf{u}, ^{n+1}\mathbf{z}, ^{n+1}T) d\Omega \quad (22)$$

$$\Psi' = \int_{\Omega} [g_{,u} \delta \mathbf{u} + g_{,z} ^{n+1}z' + g_{,T} ^{n+1}T'] d\Omega \quad (23)$$

식 (23)에서 암시적 종속항인 $^{n+1}T'$ 대신 균일 경계조건을 만족하는 가상의 온도 $\bar{\lambda}$ 를 채택한 후 선형화된 열에너지 형식 $A_u^{*(n+1)}(T; \bar{\lambda}, \lambda)$ 을 이용하면, 보조방정식(Adjoint equation)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_u^{*(n+1)}(T; \bar{\lambda}, \lambda) = \int_{\Omega} g_{,n+1} \bar{\lambda} d\Omega, \quad \forall \bar{\lambda} \in \bar{Y} \quad (24)$$

여기서, 보조응답(Adjoint response) λ 는 균일 경계조건을

만족한다. 열탄성 문제에 대해서도 마찬가지로 식 (23)에서 암시적 종속항(Implicit dependence term)인 $^{n+1}z'$ 대신 균일 경계조건을 만족하는 가상의 변위 $\bar{\xi}$ 를 취하고 선형화된 변형 에너지식인 $a_u^{*(n+1)}(\mathbf{z}; \xi, \bar{\xi}) - \alpha_u^{*(n+1)}(\xi; ^{n+1}T, \bar{\xi})$ 를 이용하여 보조방정식을 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$a_u^{*(n+1)}(\mathbf{z}; \xi, \bar{\xi}) - \alpha_u^{*(n+1)}(\xi; ^{n+1}T, \bar{\xi}) = \int_{\Omega} g_{,n+1} \bar{\xi} d\Omega, \quad (25)$$

여기서, 보조응답 ξ 는 균일 경계조건을 만족한다. 식 (24)과 (25)을 (23)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Psi' = \int_{\Omega} g_{,u} \delta \mathbf{u} d\Omega + L'_{\delta u}(\lambda) - A'_{\delta u}(^{n+1}T, \lambda) + l'_{\delta u}(\xi) \\ - \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z}, \xi) + \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z}; ^{n+1}T, \xi) \\ + \alpha_u(^{n+1}\mathbf{z}; ^{n+1}T', \xi) \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)을 계산하기 위해서는 전체 온도장에 대한 미분값인 $^{n+1}T'$ 가 필요한데, 계산에는 많은 시간이 소요되므로 이러한 문제를 해결하기 위해 추가적인 보조방정식을 고려한다. 열과 탄성문제가 연성되어 있는 영역에서 온도와 변위장 사이에는 에너지 손실이 없다고 가정하면, 온도장에서 발생하는 에너지는 변위장의 온도에 의한 에너지와 같다. 따라서 연성된 보조방정식은 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$A^{*(n+1)}(T; \bar{\eta}, \eta) = \alpha_u(^{n+1}z; \bar{\eta}, \eta), \quad \forall \bar{\eta} \in \bar{Y} \quad (27)$$

여기서 보조응답 η 는 균일 경계조건을 만족한다. 이를 활용하여 유도한 최종적인 목적함수의 설계민감도 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi' = \int_{\Omega} g_{,u} \delta \mathbf{u} d\Omega + L'_{\delta u}(\lambda + \eta) - A'_{\delta u}(^{n+1}T, \lambda + \eta) \\ + l'_{\delta u}(\xi) - \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z}, \xi) + \alpha'_{\delta u}(^{n+1}\mathbf{z}; ^{n+1}T, \xi) \end{aligned} \quad (28)$$

4. 위상 최적설계 정식화

온도장과 변위장이 동일한 영역에 존재하는 비선형 열탄성 연성문제에서 최소 컴플라이언스 구조를 얻기 위한 위상 최적설계를 다음과 같이 정식화하였다.

$$\begin{aligned} \text{minimize } \Pi = \int_{\Omega} \beta^{n+1} T \bar{\epsilon}_{,ii} (^{n+1}z; ^{n+1}z) d\Omega \\ + \int_{\Omega} ^{n+1}b_i ^{n+1}z_i d\Omega + \int_{\Gamma} ^{n+1}t_i ^{n+1}z_i d\Gamma \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{subject to } \int_{\Omega} u d\Omega \leq V_{allowable} \quad (30)$$

여기서, Π , $V_{allowable}$, u 는 각각 (n+1)상태에서의 컴플라이언스, 허용 재료량, 정규 재료밀도 함수를 나타낸다. 설계변수는 각 요소의 탄성계수, 열전도 계수와 관련되는 정규 재료 밀도 함수이다.

$$E_i = u_i^P E_0 \quad (31)$$

$$\kappa_i = u_i^P \kappa(T), (i = 1, 2, \dots, NE) \quad (32)$$

P는 집중된 재료 분포를 얻기 위한 벌칙인자(Penalty parameter)이다. 또한 위상 최적설계 과정에서 정규 재료밀도 함수 u 가 0이 되면 수치적 특이성(Numerical Singularity)이 나타나며 이를 피하기 위해 다음과 같이 최소점 u_{min} 을 부여하였다.

$$0 < u_{min} \leq u_i \leq 1 \quad (33)$$

식 (28)을 이용하여 식 (29)의 컴플라이언스에 대한 설계 민감도를 유도하면 다음과 같다.

$$\Psi' = 2\alpha'_{\delta u} (n+1z; n+1T, n+1z) + l'_{\delta u} (n+1z) - \alpha'_{\delta u} (n+1z, n+1z) + L'_{\delta u} (2\lambda) - A'_{\delta u} (n+1T, 2\lambda) \quad (34)$$

5. 수치예제

5.1 설계민감도 정확도 검증

앞서 유도된 설계민감도식의 정확도에 대한 검증을 위해서는 그림 2를 고려하자. 좌단은 단순지지 되어있으며, 좌단을 제외한 경계에서는 대류경계가 가해지고 있다. 설계영역은 가로 0.5, 세로 1.5의 크기를 가지며 400개의 4절점 요소로 분할되었다. 모델의 영률은 $E_0 = 1000(N/m^2)$, 푸아송 비는 $\nu = 0.33$, 내부 발열을 $Q = 5000(w/m^2)$, 외부온도는 $10^\circ C$, 열전도계수 $\kappa = 10.0 + 0.2T(W/m \cdot ^\circ C)$, 열팽창 계수 $\alpha = 5 \times 10^{-5}/^\circ C$ 이며 대류는 평면 내에서만 발생하는 것으로 가정하며 계수는 $h_c = 120(W/m^2 \cdot ^\circ C)$ 이다.

표 1에서는 보조변수법을 이용하여 구한 컴플라이언스의 설계민감도 값과 유한차분법을 이용하여 구한 설계민감도 값을 임의의 설계변수 u 에 대해서 비교하였다. 거의 일치한 결과를 보이므로 보조변수법에 의한 설계민감도는 매우 정확함을 알 수 있다.

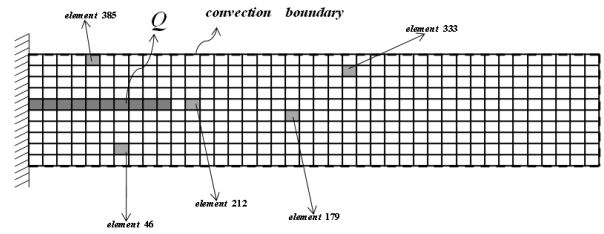


그림 2 2차원 직사각 평판모델

표 1 설계민감도의 비교

Design variable	FDM	AVM	Agreement(%)
u_{46}	-3.08384E-03	-3.08381E-03	99.999
u_{179}	6.66987E-04	6.66925E-04	99.991
u_{212}	2.18683E-03	2.18653E-03	99.987
u_{333}	-6.59016E-04	-6.58993E-04	99.997
u_{385}	5.44644E-04	5.44621E-04	99.996

5.2 외팔보 설계

그림 3의 외팔보 설계문제에서 설계영역, 경계 및 하중조건을 도시하였다. 외팔보의 좌단은 단순 지지되고 온도 경계 조건이 부여되어 있다. 중앙부에서는 발열을 Q가 있고 우단에서 열속 q가 유입되고 기계적 하중 F가 가해지고 있다. 설계영역의 크기는 가로 2, 세로 0.5, 400개의 4절점 요소로 분할되었다. 모델의 영률은 $E_0 = 2.1 \times 10^{11}(N/m^2)$, 푸아송 비는 $\nu = 0.33$ 이다. 열전도계수 $\kappa = 15.0 - 0.6664T(W/m \cdot ^\circ C)$, 열팽창 계수 $\alpha = 2.5 \times 10^{-5}/^\circ C$ 이다. 정규 재료밀도 함수 u 를 사용하여 영률과 열전도 계수에 대한 설계변수를 매개화 하였으며, 각각의 벌칙인자 NPE와 NPK는 독립적으로 부여 하였다.

$$E_i = u_i^{NPE} E_0, \kappa_i = u_i^{NPK} \kappa(T) (i = 1, 2, \dots, NE) \quad (35)$$

열탄성 연성문제의 경우, 열 문제와 탄성 문제가 컴플라이언스에 대한 영향의 비중이 다르기 때문에 탄성계수와 열전도계수의 벌칙인자 값을 적절히 조절하여야 한다. 가령, 열 조건이 지배적일 경우, 열전도계수의 벌칙인자 값을 탄성계수의 벌칙인자 값보다 크게 두도록 한다. 그림 4(a)와 (b)의 경우, NPK=5, NPE=1이며, 허용재료량은 원래 재료량의 40%로 하였다. 기계적 하중을 배제하고(F=0), 발열을 Q와 열속 q만이 존재하는 경우, 시스템의 열은 좌단의 온도 경계를 통해서만 유출되므로 위상 최적설계 결과는 그림 4와 같이 발열 및 열속과 온도경계 사이의 연결성이 나타나게 된다. 그림 4(a)는 열전도 문제에서 최소 열적 컴플라이언스를

갖는 위상 최적설계 결과이고, (b)는 열탄성 문제에서 최소 컴플라이언스를 갖는 위상 최적설계 결과이다. 열전도 문제 (a)에서는 설계영역으로 에너지 유입을 차단하기 위해 열원 Q 주변에 재료가 분포하지 않았으나, 열탄성 문제(b)에서는 탄성변형의 영향도 고려하므로 (a)와는 다른 위상을 제시함을 알 수 있다.

그림 4에서는 기계적 하중 $F=1000\text{kN}$ 가 고정된 상태에서 발열율 Q 와 열속 q 의 크기 변화에 따른 위상 최적설계 결과를 보여준다.

그림 5(a)와 (b)의 경우 $NPK=3$, $NPE=2$ 이다. 열 하중 q 의 비중이 작은 경우(a), 기계적 하중 F 가 가해지는 우측 하단으로 재료분포가 이루어지나, q 의 비중이 큰 경우

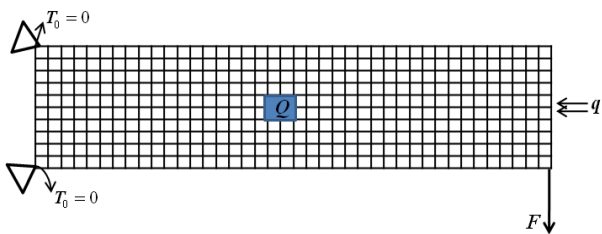
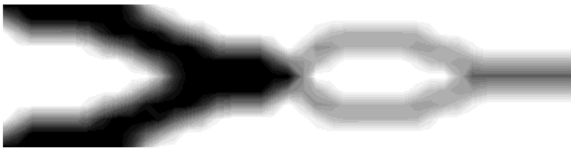


그림 3 외팔보 모델

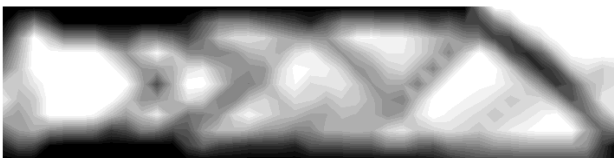


(a)



(b)

그림 4 열 해석의 영향



(a) $q=20$, $Q=100$



(b) $q=100$, $Q=20$

그림 5 하중 크기의 영향

(b), 열속 q 가 유입되는 우측 중앙부로 재료가 배치되고 있음을 알 수 있다.

5.3 사각 평판 설계

본 예제에서는 열탄성 문제에서 요소망과 하중조건에 대하여 위상 최적설계가 갖는 의존성을 고찰한다.

5.3.1 요소망 의존성

본 예제에 대한 설계영역, 하중 및 경계조건은 그림 6에 나타나 있다. 재료의 물성치는 앞서 예제와 동일하며, 요소 전체에 대해서 내부 발열율은 $Q=100(\text{w}/\text{m}^2)$ 로 주어진다. 네 모서리에 온도와 변위가 고정되어 있으며, 기계적 하중은 없는 상태이다. 벌칙인자 값은 $NPK=4$, $NPE=1$ 로 두었다.

위상 최적설계를 수행한 결과는 그림 7에 나타나 있다.

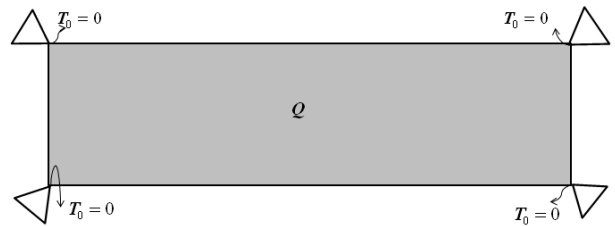
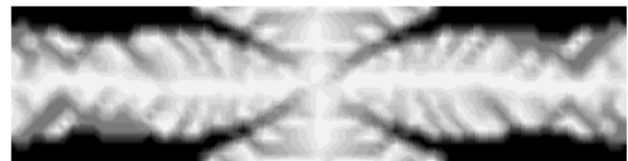


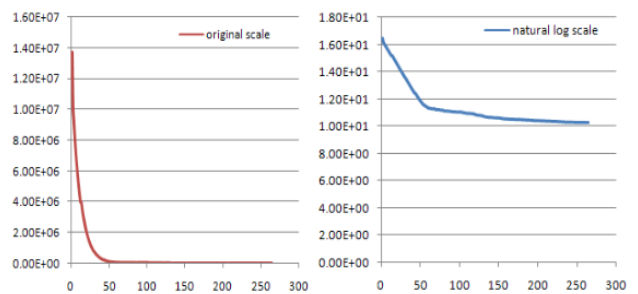
그림 6 내부 발열이 있는 사각평판



(a) 400(10×40)개의 요소



(b) 1600(20×80)개의 요소



(c) 목적함수의 수렴성

그림 7 요소망 의존성

400개의 요소를 사용한 경우(a)에는 설계영역 경계부근에 재료가 치우쳐서, 경계부근을 제외한 곳에서는 재료의 분포가 선명하지 않다. 그러나 1,600개의 요소를 사용한 경우(b)에는 재료의 분포를 뚜렷하게 나타내주고 있을 뿐 아니라 동일한 조건에서도 다른 위상설계 결과를 제시함을 알 수 있다. 이는 위상 최적설계가 근원적으로 가지고 있는 요소망 의존성을 보여주며 이로 인하여 위상 최적설계 정식화는 유일해(Unique solution)를 항상 제시하지는 않는 문제임(ill-posed problem)을 알 수 있는 결과이다. 최적설계 과정에서 그림 (c)와 같이 목적함수가 설계변경에 대하여 단순감소하는 경향을 보였다.

5.3.2 하중 조건 의존성

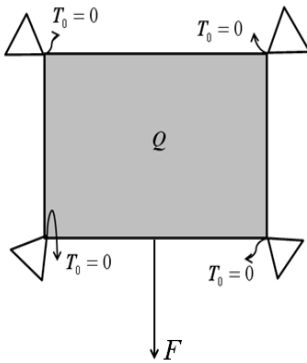
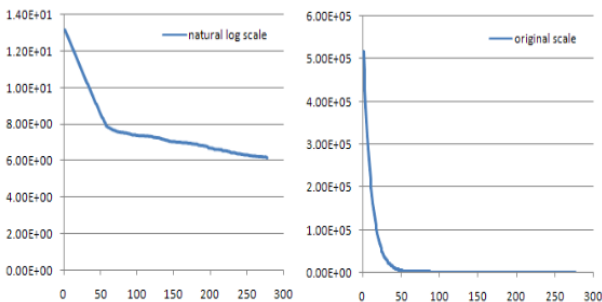


그림 8 정사각 평판 모델



(a) 지배적인 열 하중 (b) 지배적인 기계적 하중



(c) 목적함수의 수렴성

그림 9 하중조건 의존성

본 예제에서는 정사각평판에 대해 열 하중이 지배적인 경우와 기계적 하중이 지배적인 경우에 대해 고찰하였다. 설계영역, 하중 및 경계조건은 그림 8과 같다.

이 예제에 대한 위상 최적설계 결과는 그림 8과 같으며 사용된 재료의 물성치는 앞서 예제와 동일하다. 열 조건이 지배적인 경우(그림 9(a))에는 외력을 가하지 않았으며 벌칙인자 값은 $NPK=4$, $NPE=1$ 로 두었다. 한편, 기계적 하중이 지배적인 경우(그림 9(b))에는 외력 $F=10000N$ 를 가하였으며, 벌칙인자 $NPK=2$, $NPE=3$ 으로 두었다. 두 가지 경우에 대해 벌칙인자를 다르게 준 것은 각각의 문제에 대해 얼마나 지배적인 영향을 받고 있는지를 나타내 준다. 또한 열조건과 기계적 조건 문제 각각의 차수 차이로 인하여 동일한 영향을 미치더라도 다르게 부여하여야 한다.

열 조건이 지배적일 경우(a)에는 재료는 전체 요소에서 발생하는 열을 최대로 방출시키기 위한 형상을 하고 있는 반면에 기계적 하중이 지배적일 경우(b)에는 기계적 하중점과 경계를 연결하는 역학적으로 효율적인 재료분포를 제시함을 알 수 있다. 특히, 열 조건이 지배적일 경우에는 실제 생활에서 발견되는 방열판의 단면 형상과 유사하다. 이는 위상 최적설계의 결과가 물리적으로 타당한 결과를 제시함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 정상상태의 비선형 열탄성 문제에 대한 지배 방정식에서 출발하여 유한요소법을 이용한 열전도와 열탄성 해석을 수행하였다. 탄성 계수 및 열전도 계수에 대해서 보조변수법을 이용한 연속체 기반의 설계민감도 방정식을 유도하였고, 온도와 변위장이 연성된 보조방정식을 정의하여 효율적으로 설계민감도 해석을 수행하여 위상 최적설계에 적용하였다. 기존의 위상 최적설계가 대부분 열 문제 또는 탄성 문제만을 다룬 반면, 본 연구에서는 열문제와 탄성문제 모두를 고려하였다. 열탄성 문제의 수치 예제를 통하여 위상 최적설계에서 요소망 의존성을 살펴보았으며, 다중 물리 연성문제에서 하중에 대한 의존성을 고찰하였다. 기존의 탄성 문제와는 달리 본 연구에서는 비선형성이 강한 연성문제의 위상 최적설계를 다루므로 벌칙인자의 값이 너무 큰 경우 해석의 수렴성 문제가 발생한다. 따라서 수치예제의 재료분포에 있어서 중간밀도가 발생하는 문제점이 있으나 전체적인 위상의 파악에는 유용하다. 본 연구에서 개발된 연성문제에 대한 위상 최적설계 방법론은 실제 물리현상에서 많이 발생하고 있으므로 공학적 의미가 있으며, 열탄성 이외의 다른 연성문제에도 동일한 방법론이 적용될 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다(No. R32-2008-000-10161-0).

참 고 문 헌

- 임오강, 김대우, 최은호** (2007) 열-탄성계를 고려한 액추에이터 위상최적설계, 한국전산구조공학회 논문집, 20, pp.663~690.
- Bathe, K.J.** (1982) Finite Element Procedures, Prentice Hall, NJ, p.485~547.
- Bendsoe, M.P., Kikuchi, N.** (1988) Generating Optimal Topologies in Structural Design Using Homogenization Method, *Computer Methods Applied Mechanics and Engineering*, 71, pp.197~224.
- Cho, S., Jung, H.** (2003) Design Sensitivity Analysis and Topology Optimization of Displacement-Loaded Nonlinear Structures, *Computer Methods Applied Mechanics and Engineering*, 192, pp.2539~2553.
- Cho, S., Choi, J.Y.** (2005) Efficient Topology

Optimization of Thermo-Elasticity Problems Using Coupled Field Adjoint Sensitivity Analysis Method, *Finite Element in Analysis and Design*, 41, pp.1481~1495.

- Haug, E.J., Choi, K.K., Komkov, V.** (1986) Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, *Academic Press, New York*.
- Lions, J.L.** (1981) Some Methods in Mathematical Analysis of Systems and Their Control, *Harwood Academim*, p.572.
- Prager, W., Rozvany, G.I.N.** (1977) Optimal Layout of Grillages, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 5, pp.1~18.

- 논문접수일 2010년 5월 4일
- 논문심사일
 - 1차 2010년 5월 4일
 - 2차 2010년 7월 2일
- 게재확정일 2010년 7월 6일