

MR제어기의 마찰력비에 따른 단자유도 구조물의 응답감소

Response Reduction of a SDOF Structure based on Friction Force Ratio of MR Controller

성 지 영* 민 경 원†
Seong, Ji-Young Min, Kyung-Won

요 지

본 연구에서는 MR(Magneto-Reological)제어기가 설치된 단자유도 구조물의 응답을 예측하기 위하여 구조물의 운동방정식을 해석적으로 분석하고 주요변수를 파악하였다. MR제어기의 수치 모델로는 마찰 및 점성감쇠로 단순모델한 Bingham모형을 사용하였다. 자유진동과 조화진동일때의 응답감쇠를 결정짓는 주요변수가 각각 마찰력과 최대정적복원력의 비 R_f , 마찰력과 최대조화가진력의 비 R_h 임을 파악하였다. 비선형 미분방정식을 등가의 선형 미분방정식으로 변환하기 위하여 마찰력에 의한 에너지 소산을 등가의 점성에너지로 치환하여 등가점성감쇠와 등가점성감쇠비를 유도하였다. 마지막으로 등가선형화과정을 검증하기 위하여 실제 지진에 대한 구조물의 응답을 비선형 미분방정식의 해와 비교하였다.

핵심용어 : MR제어기, 마찰 및 점성감쇠, Bingham모형, 등가감쇠비, 비선형 특성, 소산에너지

Abstract

This study presents key parameters for the structure installed with MR controller in reducing its responses. MR controller is regarded as Bingham model of which control forces are frictional and viscous ones. The parameters are identified as friction force ratios, R_f and R_h which are, respectively, ratio of MR controller friction force to static restoring force for free vibration and ratio of the friction force to amplitude of harmonic force. Structure-MR controller system shows nonlinear response behavior due to friction force. Energy balance strategy is adopted to transform the behavior to linear one with equivalent damping ratio. Finally, proposed equivalent linear process is compared to the nonlinear one, which turns out to give acceptably good results.

Keywords : *magneto-reological controller, coulomb and viscous damping, bingham model, equivalent damping ratio, nonlinear characteristics, dissipated energy*

1. 서 론

지진 등의 외력에 대한 구조물의 소산능력은 구조물 내진 설계의 중요한 요소이다. 구조물의 비탄성변형에 의한 소산 에너지는 구조물의 변형에 의한 것이다. 외부 입력에너지를 구조물의 대변형으로 흡수한 형태가 되기 때문에 바람직하지 못하다. 구조물에 내재되어 있는 점성에 의한 소산에너지를 크게 하여 입력에너지를 흡수하여야 하나 그 양이 작기 때문에 추가적으로 제어성능을 가지는 제어기를 설치하여 구조물의 제어성능을 증가시켜야 한다. 자기유변유체(Magneto

-Reological fluid, 또는 MR유체)를 이용하여 추가적으로 강성과 감쇠를 능동적으로 부가시키는 MR제어기는 제어의 효율로 기존 제어기의 새로운 대안으로 사용되고 있다. MR 제어기의 제어특성은 부가의 마찰감쇠와 점성감쇠로 이루어진다(Stanway 등, 1987). 마찰감쇠와 점성감쇠는 구조물의 에너지를 소산시켜주는 가장 대표적인 감쇠형태이다. 하지만 서로 다른 동적특성을 가지고 있다. 마찰감쇠는 구조물의 변위응답에 따라 외력을 소산시키는 반면 점성감쇠는 구조물의 속도에 의해 외력을 소산시킨다. 마찰제어기는 에너지 소산 능력이 우수하기 때문에 내진용으로 많이 쓰인다. 마찰제어

† 책임저자, 종신회원 · 단국대학교 건축공학과 교수
Tel: 031-8005-3734 ; Fax: 031-8005-3755
E-mail: kwmin@dankook.ac.kr

* 단국대학교 건축공학과 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 10월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

기의 최초의 적용은 건축이 아닌 Bogie 트럭의 레일에 사용되었고, 1980년대 중반이후부터 내진공학과 건축분야에 적용되기 시작하였다.

Pall 등(1980)은 구조물의 지진응답을 감소시키기 위하여 마찰제어기를 사용하였다. 정희산 등(2009)은 마찰제어기가 인방보에 설치된 전단벽의 제진효과에 대하여 비선형 시간이력 해석을 통해 마찰제어기의 에너지 소산능력 등의 측면에서 우수한 제진성능을 검증하였다. 마찰제어기는 비선형 제어기로써 제어성능 예측이 어렵고 하중 및 구조물의 특성에 따라서도 제어성능에 큰 차이를 보인다. 점성감쇠가 구조물에 항상 내재 되어있기 때문에 응답을 예측하는 것이 쉽지 않다.

마찰제어기가 설치된 구조물의 자유진동 및 조화가진에서의 응답의 정해(exact solution)는 Hartog(1931)에 의하여 구해졌다. 점성감쇠가 동시에 있을 때에는 정해를 구하는 작업이 매우 어렵다. 외력이 지진등과 같이 불규칙 할 때는 정해를 구하기가 더욱 어렵다. 대부분 연구에서는 마찰감쇠만 있을 때의 구조물의 자유진동에 관한 해석적인 분석과 조화가진일 때의 전달함수를 유도하였다(Feeny 등, 1996). Liang(2005)은 점성감쇠와 마찰력을 식별하는 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 마찰 및 점성감쇠로 단순모델한 MR제어기가 설치된 단자유도 구조물의 응답을 예측하기 위하여 비선형 미분방정식인 구조물의 운동방정식을 해석적으로 분석하였다. 자유진동과 조화가진일 때의 응답감쇠를 결정짓는 주요변수가 각각 마찰력과 최대정적복원력의 비 R_f , 마찰력과 최대조화가진력의 비 R_h 임을 파악하였다. 비선형 미분방정식을 등가의 선형 미분방정식으로 변환하기 위하여 마찰력에 의한 에너지 소산을 등가의 점성에너지로 치환하여 등가점성감쇠와 등가점성감쇠비를 유도하였다. 마지막으로 등가선형화과정을 검증하기 위하여 실제 지진에 대한 구조물의 응답을 비선형 미분방정식의 해와 비교하였다.

2. MR제어기가 설치된 구조물

MR제어기의 힘-변위와 힘-속도 관계를 모사하기 위하여 Bingham모델(Stanway 등, 1987), 이점성모델(Gamota 등, 1991), 이력 이점성모델(Wereley 등, 1998), 단순 Bouc-Wen모델, 질량요소를 가지는 Bouc-Wen모델(Dyke 등 1996), 그리고 현상학모델(Spencer 등, 1997) 등이 기존연구에 의하여 사용되었다. Bingham 모델 이외의 다른 모델은 MR제어기의 MR유체특성을 반영하기 위해 많은 변수를 사용하기 때문에 복잡하다. Bingham 모델은 MR제어기

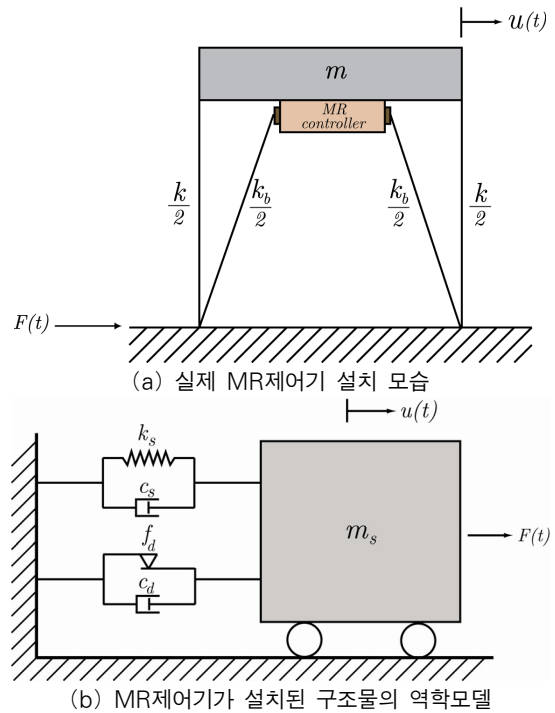


그림 1 MR제어기가 설치된 단자유도 구조물

의 제어력 F_{MR} 을 다음식과 같이 마찰력과 감쇠력으로 표현하여 단순하기 때문에 적용하기가 용이하다.

$$F_{MR} = f_d \operatorname{sgn}(\dot{u}) + c_d \dot{u} \quad (1)$$

여기서, f_d , c_d , \dot{u} 은 MR제어기의 마찰력, 점성감쇠계수, 속도응답이다. sgn 은 sign 함수로 $\dot{u} > 0$ 이면 1, $\dot{u} = 0$ 이면 0, $\dot{u} < 0$ 이면 -1이다. MR제어기는 구조물의 층사이에 설치되어 층간응답의 속도의 크기 및 방향에 따라 제어력이 발생한다. 응답크기에 따라 f_d 를 조절할 수 있기 때문에 준능동제어기로 이용된다. MR제어기가 설치되기 위해서는 그림 1(a)와 같이 층간연결용 가새에 연결시켜야 한다. 층간가새의 횡강성은 기둥의 횡강성보다 매우 크기 때문에 MR제어기가 층간에 직접 연결된 것으로 가정하여 그림 1(b)의 역학모델로 표현할 수 있다.

그림 1에서 m_s , c_s , k_s , k_b , $F(t)$, $u(t)$ 는 각각 구조물의 질량, 구조물 고유의 점성감쇠계수, 구조물의 강성, 층간가새의 횡강성, 외력, 구조물의 변위응답을 나타낸다. MR제어기가 설치된 구조물의 운동방정식은 식 (2)로 표현된다.

$$m_s \ddot{u} + c_s \dot{u} + k_s u + F_{MR} = F(t) \quad (2)$$

여기서, F_{MR} 은 MR제어기의 제어력을 나타낸다.

3. 자유진동의 등가감쇠비

3.1 응답특성

MR제어기가 설치된 구조물에 초기 변위를 가하면 복원력에 의해서 자유진동을 한다. 구조물의 마찰감쇠와 점성감쇠의 특성은 각각 마찰력 f_d 와 점성감쇠계수 c_t 로 규정된다. c_t 는 c_s 와 c_d 의 합으로 구조물의 통합 점성감쇠계수를 나타낸다. 자유진동일 때 식 (1)을 식 (2)에 대입하여 식 (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_s \ddot{u} + c_t \dot{u} + k_s u + f_d \text{sgn}(\dot{u}) = 0 \tag{3}$$

여기서, $f_d \text{sgn}(\dot{u})$ 는 외력의 역할을 하며 속도의 부호에 따라 작용방향이 달라진다. 구조물의 운동방향에 따라 마찰력의 방향이 바뀌므로 운동방향의 부호가 변화하는 각각의 구간에 대하여 변위응답을 구하면 아래와 같이 반주기(half cycle)에 따른 해를 얻을 수 있다(Feeny 등, 1996).

$$\begin{aligned} 0 \leq t \leq \pi/\omega_D \text{ 일 때,} \\ u(t) = \\ (1 - R_f)u_0 e^{-\xi\omega_n t_1} [\cos(\omega_D t_1) + \alpha \sin(\omega_D t_1)] + R_f u_0 \end{aligned} \tag{4}$$

여기서, $u_0, \xi_t, \omega_n, R_f$ 은 각각 초기변위, 구조물의 통합 점성 감쇠비, 구조물의 고유진동수, 마찰력비 f_d/ku_0 이다. α 는 $\xi_t/\sqrt{1-\xi_t^2}$ 이고 ω_D 는 $\omega_n \sqrt{1-\xi_t^2}$ 로 감쇠고유진동수이다. t_1 은 $t-t_0$ 이고 t_0 은 초기시간이다. 같은 주기 동안 가속도 응답의 식은 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다 (Liang, 2005).

$$\begin{aligned} \ddot{u}(t) = \\ \frac{\omega_n^2}{\omega_D} (1 - R_f) u_0 e^{-\xi\omega_n t_1} [\xi_t \omega_n \sin(\omega_D t_1) - \omega_D \cos(\omega_D t_1)] \end{aligned} \tag{5}$$

반주기가 지나면 구조물의 속도는 0이 되고, 그때 구조물은 반대방향으로 움직이게 된다. 다음 반주기 동안의 변위응답과 가속도응답의 식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \pi/\omega_D \leq t \leq 2\pi/\omega_D \text{ 일 때,} \\ u(t) = [2R_f - (1 - R_f)e^{-\alpha\pi}] \\ u_0 e^{-\xi\omega_n t_2} [\cos(\omega_D t_2) + \alpha \sin(\omega_D t_2)] - R_f u_0 \end{aligned} \tag{6}$$

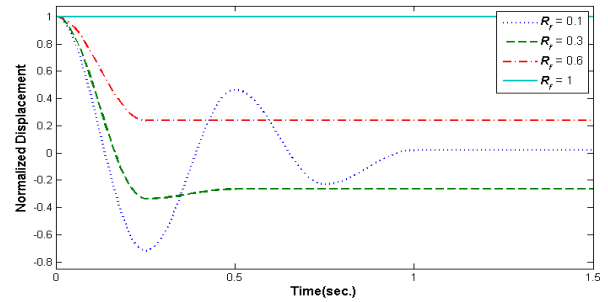


그림 2 R_f 변화에 따른 변위응답비

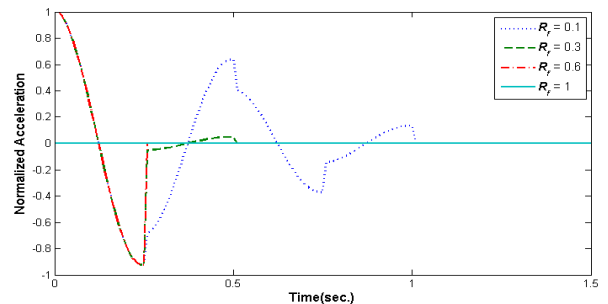


그림 3 R_f 변화에 따른 가속도응답비

$$\begin{aligned} \ddot{u}(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_D} [2R_f - (1 - R_f)e^{-\alpha\pi}] \\ u_0 e^{-\xi\omega_n t_2} [\xi_t \omega_n \sin(\omega_D t_2) - \omega_D \cos(\omega_D t_2)] \end{aligned} \tag{7}$$

여기서, t_2 는 $t - (\pi/\omega_D)$ 이다. 그림 2에 구조물의 통합 점성 감쇠비가 0.03이고 고유진동수가 2Hz일 때, 변위 $u(t)$ 를 초기변위인 u_0 로 나눈 변위비를 마찰력비 $R_f = f_d/ku_0$ 의 변화에 따라 나타냈다. 마찰감쇠와 점성감쇠의 영향을 동시에 받아 그래프의 감쇠형태는 선형이나 지수함수의 형태가 아닌 두 가지가 결합된 형태로 나타난다. 매 반주기마다 생기는 최대응답에 관한 식은 3.2절에 기술하였다. R_f 값이 클수록 마찰력 f_d 가 증가하므로 변위응답을 더 많이 줄여주고 안정 상태 도달시간(settling time)도 짧아지는 것을 알 수 있다. 마찰력보다 작은 복원력이 제어기에 작용하게 되면 정지상태가 되어 더 이상 운동하지 않는다. 구조물의 최종정지 위치는 원래의 평형위치를 벗어나 있으며 마찰력과 스프링힘이 서로 같아 영구변형을 가지며 정지상태가 된다. 영구변형을 가지며 정지하는 것은 마찰감쇠의 특징으로 두 감쇠가 동시에 작용하더라도 마찰감쇠의 특징이 나타나는 것을 알 수 있다.

그림 2에서 $R_f = 0.6$ 일 때는 반주기만에 구조물이 정지하며, $R_f = 0.1$ 일 때는 2주기에 정지한다. $R_f = 1$ 일 때는 처음부터 마찰력과 복원력이 같아서 움직이지 않는다는 것을 알 수 있다. 영구변형을 가지는 최종 정지 상태에 다시 작은 외력을 가하면 일반적으로 평형상태를 회복한다(Chopra, 2001).

그림 3은 그림2와 같은 조건에서 가속도 응답비를 나타낸다. 실제의 가속도 응답은 변위응답의 역위상으로 나타나지만 그림 3은 가속도응답을 R_f 의 변화에 따라 각각의 초기가속도로 나누어 무차원화하였기 때문에 같은 위상을 보이고 있다.

그림 2와는 달리 그림 3의 가속도 응답은 매 반주기마다 피크에서 응답이 급격히 점프(jump)하는 현상이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 구조물의 운동방향이 바뀌는 순간 MR제어기가 정지하는 것에 의한 현상이다. 마찰력의 증가로 인한 R_f 의 값이 커질수록 점프현상이 심해진다. $R_f = 0.1, 0.3, 0.6$ 일 때의 가속도응답비는 다르지만 무차원화하는 과정에서 각각의 초기가속도를 이용하였으므로 가속도응답비가 초기 반주기동안 같은 양상을 띠게 된다. $R_f = 1$ 일 때는 처음부터 정지 상태에 있기 때문에 가속도비가 0이다.

3.2 등가감쇠비

자유진동의 등가감쇠비는 반주기마다 변화하는 시스템의 특성을 고려해서 구할 수 있다. 자유진동에서의 입력에너지 E_I 는 초기변위 u_0 에 의한 구조물의 변형에너지인 $ku_0^2/2$ 와 같다. 마찰 및 점성감쇠를 지닌 구조물이 정지할 때까지의 소산에너지 E_D 는 입력에너지 E_I 와 영구변형이 가지는 잔류 변형에너지 $ku_n^2/2$ 의 차이와 같다. 소산에너지 E_D 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$E_D = \frac{1}{2}k(u_0^2 - u_n^2) \tag{8}$$

여기서, u_n 은 매 반주기의 최대응답을 나타낸다. 반주기마다 반복되는 식 (4)와 식 (6)에 의해 얻어지는 매 반주기의 최대응답을 연역법에 의해 일반화하여 나타내면 다음의 식으로 표현된다.

$$u_n = (-1)^n e^{-n\alpha\pi} u_0 + \left[(-1)^{n-1} \frac{(e^{-\alpha\pi} + 1)(e^{-n\alpha\pi} - 1)}{(e^{-\alpha\pi} - 1)} \right] u_k \tag{9}$$

n 은 자유진동에 의해 반복되는 반주기의 횟수를 나타낸다. n 이 짝수이면 주기의 배수에서 정지하게 되고 홀수이면 반주기의 배수에서 정지하게 된다. 식 (9)를 이용하면 매 반주기에서의 최대변위를 쉽게 구할 수 있다. 식 (9)를 검증하기 위하여 그림 4에 수치해석 결과와의 비교를 나타내었다.

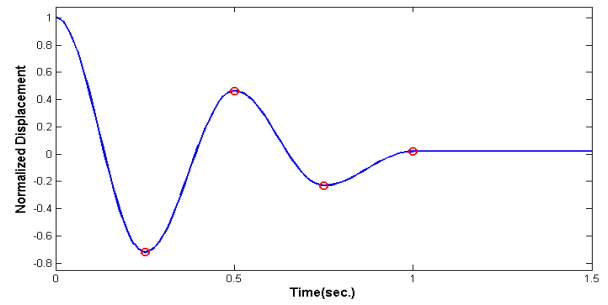


그림 4 반주기응답공식에 의한 응답 확인

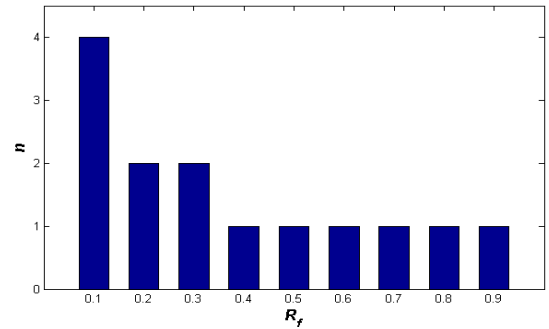


그림 5 R_f 의 변화에 따른 정지할 때까지의 반주기 횟수

그림 4는 마찰력비 $R_f = 0.1$ 일 때 식 (9)에 의하여 간단히 구한 값(○표시)과 미분방정식의 해인 식 (4)와 식 (6)을 이용한 값(실선표시)을 비교하는 그림이다. 유도된 식 (9)에 의한 변위응답이 미분방정식의 정해와 차이가 없이 정확한 것을 확인할 수 있다.

반주기마다 변화하는 변위응답 u_n 이 갖게 되는 복원력 $u_n k$ 가 마찰력 f_d 보다 작아지면 영구변형이 생기며 정지하게 된다. 구조물의 작용방향이 변화하는 구간이 아닌 곳에서는 속도가 작용하므로 운동하지만 각 반주기마다 속도가 0이 되므로 복원력이 마찰력보다 작아진 n 번째 반주기에서는 정지하게 된다. $u_n k \leq f_d$ 이면 구조물이 정지하게 되므로 식 (9)를 이용하면 다음의 관계식이 유도된다.

$$\frac{(-1)^n e^{-n\alpha\pi}}{R_f} + (-1)^{n-1} \frac{(e^{-\alpha\pi} + 1)(e^{-n\alpha\pi} - 1)}{(e^{-\alpha\pi} - 1)} \leq 1 \tag{10}$$

식 (10)으로부터 구조물이 멈춰지는 반주기 횟수 n 을 구하는 식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\gamma \leq n < \gamma + 1 \tag{11a}$$

$$\gamma = \frac{1}{\alpha\pi} \ln \left[\frac{R_f(e^{-\alpha\pi} + 1) - (e^{-\alpha\pi} - 1)}{2R_f} \right] \tag{11b}$$

반주기 횟수 n 은 정수이므로 식 (11a)를 만족하는 정수

값을 마찰 및 점성 감쇠를 지닌 구조물이 정지할 때까지 진동하는 반주기 횟수로써 구할 수 있다.

그림 5는 통합 점성감쇠비가 0.03일 때 식 (11a)에 의해 간단히 구해지는 구조물이 정지할 때까지 반복하는 반주기 횟수를 R_f 의 변화에 따라 나타낸다.

식 (11a)로 간단히 구해지는 반주기횟수 n 을 검증하기 위하여 식 (4)와 식 (6)에 의하여 구한 n 을 표 1에 나타내었다. 회색으로 표시한 부분의 n 이 그림 5의 n 과 일치하여 식 (11a)의 정확성을 알 수 있다.

구조물이 멈출 때까지의 시간 T_c 는 감쇠에 의한 반주기 시간 π/ω_D 과 식 (11a)에 의한 n 의 곱으로 나타낸다. 따라서 구조물의 소산에너지를 등가점성감쇠의 소산에너지로 나타내기 위하여 등가의 점성감쇠시스템을 초기변위가 가해진 시간부터 T_c 까지 적분하여 소산한 에너지의 합을 구하면 다음과 같이 나타낸다.

$$E_{D,vis} = \int_0^{\frac{n\pi}{\omega_n}} c_{eq,f} \dot{u}_v(t)^2 dt = E_I \left(1 - e^{-\frac{2\xi_{eq,f} n}{\sqrt{1-\xi_{eq,f}^2}}} \right) \quad (12)$$

여기서, $c_{eq,f}$ 와 $\xi_{eq,f}$ 는 자유진동일 때의 등가감쇠계수와 등가감쇠비이다. 등가점성감쇠만이 구조물에 적용되었을 때의 속도 응답은 운동방정식에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{u}_v(t) = -\omega_n u_0 e^{-\xi_{eq,f} \omega_n t} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\xi_{eq,f}^2}} \sin \omega_D t \right) \quad (13)$$

식 (8)에 나타나는 MR제어기가 설치된 구조물의 소산에너지와 식 (12)의 등가점성감쇠의 소산에너지가 같다고 하면 구조물의 등가감쇠비를 구할 수 있다.

$$\frac{1}{2} k (u_0^2 - u_n^2) = \frac{1}{2} k u_0^2 \left(1 - e^{-\frac{2\xi_{eq,f} n}{\sqrt{1-\xi_{eq,f}^2}}} \right) \quad (14a)$$

표 1 R_f 와 ξ_c 의 변화에 따른 정지할 때까지의 횟수

$R_f \backslash \xi_c$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.01	5	2	2	1	1	1	1	1	1
0.02	4	2	2	1	1	1	1	1	1
0.03	4	2	2	1	1	1	1	1	1
0.04	4	2	2	1	1	1	1	1	1
0.05	4	2	1	1	1	1	1	1	1
0.06	4	2	1	1	1	1	1	1	1
0.07	3	2	1	1	1	1	1	1	1
0.08	3	2	1	1	1	1	1	1	1
0.09	3	2	1	1	1	1	1	1	1
0.10	3	2	1	1	1	1	1	1	1

$$\xi_{eq,f} = \frac{1}{n\pi} \ln \left| \frac{u_0}{u_n} \right| \quad (14b)$$

위 식을 보면 영구 변위 u_n 과 초기변위 u_0 비의 로그함수를 반주기 횟수로 나눈 형태의 점성감쇠만 존재할 때의 자유진동의 점성감쇠비식과 유사한 것을 알 수 있다.

$\xi_{eq,f}$ 는 MR제어기의 마찰 및 점성 그리고 구조물이 지니고 있는 점성을 모두 합하여 등가의 점성감쇠비로 표현한 것이기 때문에 비선형 미분방정식 식 (3)을 다음과 같은 등가의 선형 미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$m_s \ddot{u} + 2m_s \omega_n \xi_{eq,f} \dot{u} + k_s u = 0 \quad (15)$$

4. 조화가진의 등가감쇠비

4.1 응답특성

가진진동수 ω 의 조화가진일 때 MR제어기의 특성인 마찰 및 점성감쇠를 동시에 가지고 있는 다음과 같은 비선형 미분방정식의 정해를 구하기는 매우 어렵다(Rao, 1995).

$$m_s \ddot{u} + c_s \dot{u} + ku + f_d \operatorname{sgn}(\dot{u}) = F_0 \sin(\omega t) \quad (16)$$

본 절에서는 우선 정해 대신 수치해석을 통하여 마찰력 f_d 와 조화가진 크기인 F_0 의 비인 마찰력비 $R_h = f_d/F_0$ 에 따른 변위와 가속도 특성을 파악하였다.

그림 6은 구조물의 점성감쇠비가 0.03일때 진동수비인 $\omega_r = \omega/\omega_n$ 의 변화에 따른 변위응답을 정적변위인 $u_{st} = F_0/k$ 로 무차원화한 변위응답비를 나타내었다. 모두 안정상태 도달 후의 변위응답비를 표현하였다.

그림 6과 같이 공진일 경우에는 안정상태 도달 시간이 상대적으로 길다. 이는 입력에너지가 소산에너지보다 초기의

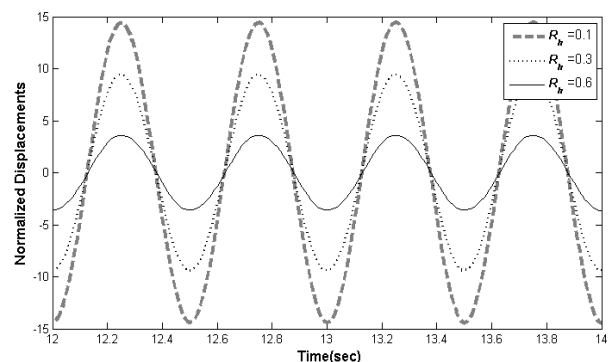


그림 6 R_h 의 변화에 따른 변위응답비 ($\omega_r = 1$ (공진)인 경우)

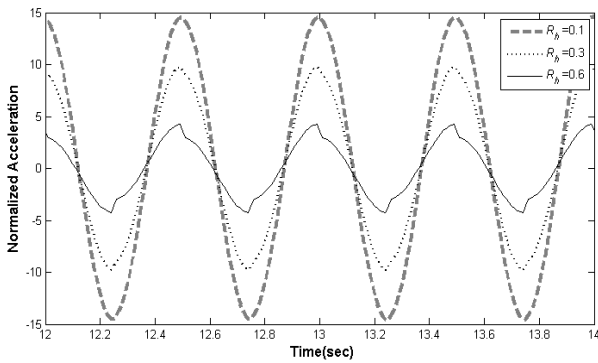


그림 7 R_h 의 변화에 따른 가속도응답비 ($\omega_r = 1$ (공진)인 경우)

상당시간 동안 크다는 것을 의미한다. 변위응답비는 공진이 아닐 경우에 비하여 15배정도 크다. 정지 현상이 거의 나타나지 않고 응답이 계속 증폭되었기 때문이다. 안정상태에 도달한 후에는 변위응답비가 증폭되지 않고 일정해진다. R_h 의 크기가 $\pi/4$ 보다 작을 경우에는 변위가 조화운동을 한다는 기존의 연구와 동일한 결과를 나타내었다(Chopra, 2001).

그림 7은 진동수비 변화에 따른 가속도응답을 F_0/m_s 으로 나타나는 시스템의 가속도에 의해 무차원화 하였다.

그림 7을 보면 속도가 0이 될 때마다 가속도 응답이 불연속적으로 점프하는 현상을 찾아 볼 수 있다. 자유진동에서와 마찬가지로 구조물의 운동방향이 바뀔 때마다 이러한 현상이 나타나고 있어 마찰감쇠의 고유한 특성이라 할 수 있다.

4.2 등가감쇠비

MR제어기가 설치된 구조물이 조화하중을 받을 때 한 주기 동안 소산되는 에너지가 점성감쇠에 의한 소산에너지와 같다고 가정하여 등가감쇠비를 쉽게 구할 수 있다. 조화가진인 경우의 등가감쇠계수 $c_{eq,h}$ 와 등가감쇠비 $\xi_{eq,h}$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{eq,h} = \frac{2k(\pi u_p \omega_r \xi_t + 2R_h u_{st})}{\pi \omega u_p} \tag{17a}$$

$$\xi_{eq,h} = \xi_t + \frac{2}{\pi} \frac{1}{u_p/u_{st}} R_h \tag{17b}$$

식 (17a)에 의해 식 (16)을 등가선형 운동방정식으로 나타내고 한 주기 동안 적분하여 구할 수 있다. 운동에너지와 변형에너지는 한 주기 동안의 에너지 변화가 없어 모두 0이다. 정상상태에서 한 주기 동안의 입력에너지는 모두 점성감쇠와 마찰감쇠에 의해 소산되어 정상상태일 때의 외력 가지는 운동이나 변형에너지로 작용하지 않고 모두 소산되어 응

답을 정상상태로 만드는 것이다. 에너지균형식을 이용하면 한 주기 동안의 소산에너지 $E_D = E_{D,fric} + E_{D,vis}$ 와 입력에너지 E_I 가 같게 된다. 등가점성감쇠계수 $c_{eq,h}$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$c_{eq,h} = \frac{F_0 \sin \phi + 2k \omega_r u_p \xi_t}{\omega u_p} \tag{18a}$$

$$\phi = \sin^{-1} \frac{2 \xi_{eq,h} \omega_r}{\left[(1 - \omega_r^2)^2 + (2 \xi_{eq,h} \omega_r)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{18b}$$

식 (17a)와 식 (18a)는 모두 등가점성감쇠계수 $c_{eq,h}$ 를 나타내므로 두 식으로부터 변위응답비 u_p/u_{st} 를 유도하면 다음과 같다(민경원 등, 2009).

$$\frac{u_p}{u_{st}} = \frac{-\left(\frac{8}{\pi}\right) \omega_r^2 \xi_t R_h + \left[(1 - \omega_r^2)^2 + (2 \omega_r \xi_t)^2 - \left(\frac{4 R_h}{\pi} (1 - \omega_r^2)\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(1 - \omega_r^2)^2 + (2 \omega_r \xi_t)^2} \tag{19}$$

등가감쇠비 식 (17b)에는 변위응답비항이 포함되어 있다. 변위응답비는 외력의 영향을 받아 고유진동수비 ω_r 에 따라 변화하게 된다. 변위응답비는 공진일 때의 응답이 가장 크게 나타나며 협소영역(narrow band)을 나타내므로 공진일 때의 변위응답비 u_p/u_{st} 를 고려하여 등가감쇠비를 구한다(민경원 등, 2009). 공진일 때의 변위응답비는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{u_p}{u_{st}} = \frac{1 - \frac{4 R_h}{\pi}}{2 \xi_t} \tag{20}$$

식 (15b)의 변위응답비에 식 (18)의 공진일 때의 변위응답비를 대입하면 고유진동수비 ω_r 의 영향을 받지 않는 근사화된 등가감쇠비가 다음과 같이 유도된다.

$$\xi_{eq,h} = \frac{\xi_t}{\left(1 - \frac{4 R_h}{\pi}\right)} \tag{21}$$

식 (21)을 통해서 등가감쇠비를 구하기 위해서는 R_h 가 $\pi/4$ 보다 작은 범위에서 유효하다는 것을 알 수 있다. 자유진

등의 경우와 마찬가지로 $\xi_{eq,h}$ 를 이용하면 식 (16)의 비선형 미분방정식이 등가의 선형 미분방정식으로 대체된다.

5. 등가감쇠비 검증

5.1 자유진동

수치해석에 사용된 구조물은 $f_n = 2Hz$, $\xi_t = 0.03$ 이다. 마찰력비 $R_f = 0.1, 0.3, 0.6$ 일 때 초기변위를 가해 시간이력에 따른 변위응답비의 변화를 식 (3)의 비선형 미분방정식의 해와 등가감쇠비로 치환한 선형해의 결과와 비교하였다. 그림 8은 R_f 의 변화에 따른 변위응답비를 시간이력으로 나타낸 그래프이다. MR제어기가 설치된 구조물은 제어기의 마찰력보다 작아지는 복원력이 가해지면 정지하지만 등가감쇠비를 적용한 구조물은 계속적으로 진동하게 된다. $R_f = 0.6$ 인 경우, 정지위치에서 가지는 위치에너지는 변위응답비가 양수일 때와 음수일 때가 같으므로 서로 반대에 위치하는 현상이 나타나게 되었다. 최종정지 위치에 있어서도 비선형해석과 최대 40%의 차이가 발생한다. R_f 가 0.5이상이 되면 MR제어기의 마찰력이 증가하게 되어 원점에 도달하지 않고 구조물이 멈추게 된다. 유도된 등가감쇠비는 구조물이 멈출 때까지

의 소산에너지가 같다는 가정 하에 적용되었다. R_f 가 0.5 이상이 되면 유효한 등가감쇠비를 얻을 수 없다. 점성감쇠만 있을 경우에는 구조물에 변위를 가했을 때 초기 위치에 도달하지 않고 정지하는 경우가 없기 때문이다. 하지만 제어기를 설치함으로써 추가될 수 있는 감쇠비는 한계가 있다. 일반적인 경우에 추가될 수 있는 감쇠비는 경제성과 효율측면을 고려하여 30%정도로 제한된다. 식 (14b)에 의해서 $R_f = 0.4$ 일때의 등가감쇠비가 61.25%이다. 일반적인 MR제어기는 이 범위 안에 포함되므로 $R_f < 0.5$ 일 때 유효한 등가감쇠비를 유도할 수 있다.

5.2 조화가진

식 (16)의 비선형해석을 통해 고유진동수비 ω_r 의 변화에 따른 최대변위를 구하였다. 또한 MR제어기가 설치된 구조물의 감쇠력을 등가감쇠비로 치환하여 등가선형해석으로 최대변위를 구하였다. R_h 의 변화에 따른 등가감쇠비는 식 (21)을 이용하여 구할 수 있다. 등가감쇠비는 R_h 이 0.1, 0.3, 0.6으로 변화할 때 각각 3.44%, 4.85%, 12.71%로 변화한다. R_h 의 변화율과 등가감쇠비의 변화율이 일정하지 않은 비선형 특성을 지니고 있음을 알 수 있다. 그림 9는 고유진

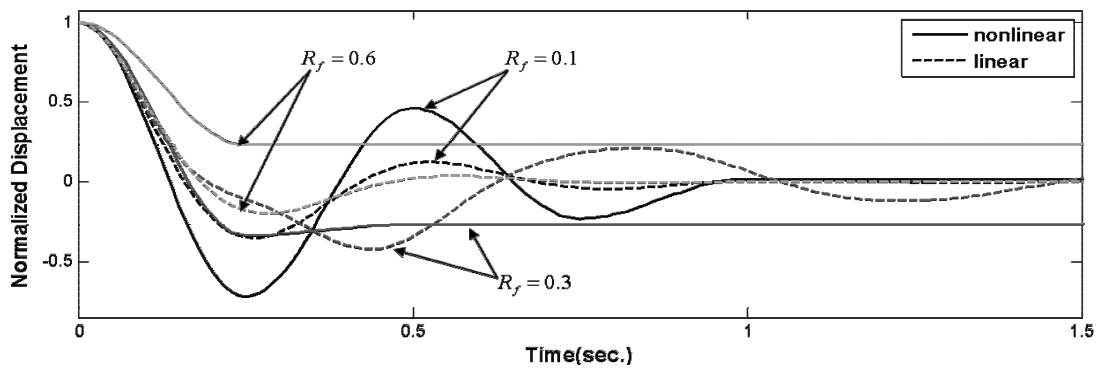


그림 8 R_f 의 변화에 따른 변위응답비 검증

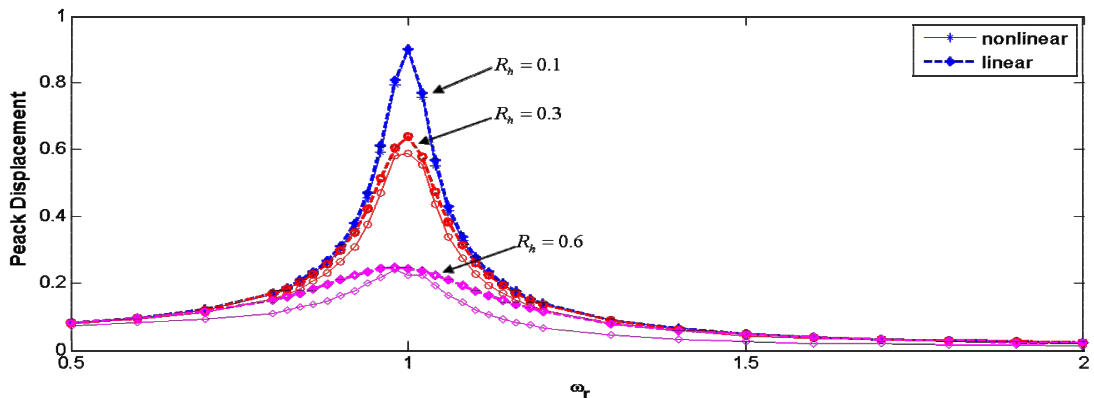


그림 9 고유진동수비 ω_r 변화에 따른 최대변위응답 비교

등수비 ω_r 의 변화에 따른 최대변위응답을 비선형해석의 결과와 비교하여 나타낸 것이다. R_h 이 작을 때는 등가감쇠비로 치환하여도 거의 차이가 없음을 알 수 있다. R_h 가 커질수록 등가감쇠비에 의한 결과가 크게 나타나나 오차율은 최대 4.8%로 미약하다.

6. 지진해석을 통한 검증

MR제어기는 지진하중에 대하여 변위응답을 효율적으로 줄여주는 제어기이다. 내진해석시 앞에서 유도된 등가감쇠비를 이용하면 등가점성감쇠를 갖는 구조물로 등가선형화하여 간단하게 해석을 수행할 수 있다. MR제어기의 비선형성을 고려한 비선형해석 결과와 등가감쇠비를 사용하였을 때의 등가선형해석을 비교하여 등가감쇠비 유도의 타당성을 입증하였다. 해석에 이용된 구조물은 5.2절과 동일한 변수를 사용하였다.

그림 10은 El Centro 지진하중에 대한 시간이력해석결과를 나타낸다. 마찰력비 R_h 는 외력가진의 진폭과 마찰력의 비율이다. 지진하중은 외력가진의 진폭이 일정치 않다. 외력은 구조물을 통해 응답을 나타내므로 고유진동수 부근의 협소영역(narrow band)을 나타낸다. 푸리에 변환을 통해 공진 일때의 외력진폭을 이용하여 R_h 이 0.3인 경우로 해석하였다.

표 2는 실제 지진하중인 El Centro, Hachinohe, Kobe 지진에 대하여 제어기가 없는 경우, MR제어기가 설치되었을 때 비선형해석을 한 경우, MR제어기가 설치되었을 때 등가감쇠비로 선형해석을 한 경우에 대하여 수치해석의 결과를 비교하여 나타낸 표이다.

표 2에 나타난 결과를 보면 지진하중별 특성이 다르기 때문에 같은 마찰력비, R_h 에서도 결과가 다르게 나타나지만 최대응답에 대한 오차율은 평균적으로 6.61%이고 RMS 응답

표 2 지진하중에 대한 검증결과 (단위:cm)

		El Centro	Hachinohe	Kobe
최대값	비제어	6.37	2.82	18.33
	비선형제어	5.34	2.37	15.40
	선형제어	5.24	2.53	13.35
	오차율(%)	1.87	6.75	13.8
RMS	비제어	1.24	1.03	3.48
	비선형제어	0.80	0.67	2.26
	선형제어	0.87	0.61	2.03
	오차율(%)	8.75	8.96	13.98

에 대한 오차율은 평균적으로 8.26%를 나타내고 있다. 마찰 및 점성감쇠가 설치된 구조물의 응답을 파악하는 비선형방정식을 풀기가 매우 어려우므로 유도된 등가감쇠비를 이용하여 간단한 설계절차를 제시하여도 오차율이 크지 않음을 보여주고 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 MR제어기가 설치된 구조물의 비선형운동방정식을 파악하기 쉽도록 자유진동과 조화가진일 때의 등가감쇠비를 제시하였다. 우선 MR제어기의 정지와 운동상태를 반복하는 특성에 따라 자유진동일 때와 조화가진일 때의 변위응답과 가속도응답 특성을 살펴보았다. 자유진동에서는 응답이 정지하는 식에 관한 정해를 유도하였고 수치해석을 통해 유도된 식을 확인하였다. 자유진동일 때는 마찰력과 최대 정적복원력의 비가 MR제어기 설계의 주요 변수임을 알았다. 조화가진일 때는 마찰력과 최대 조화가진력의 비가 설계 변수임을 파악하였다. 자유진동일 때는 구조물이 정지하는 횟수를 예측하는 식을 유도하였다. 에너지의 입·출력 및 소산 에너지의 관계를 통해 자유진동과 조화가진에서의 각각의 등가감쇠비를 구하였다. 제시한 등가감쇠비를 검증하기 위해

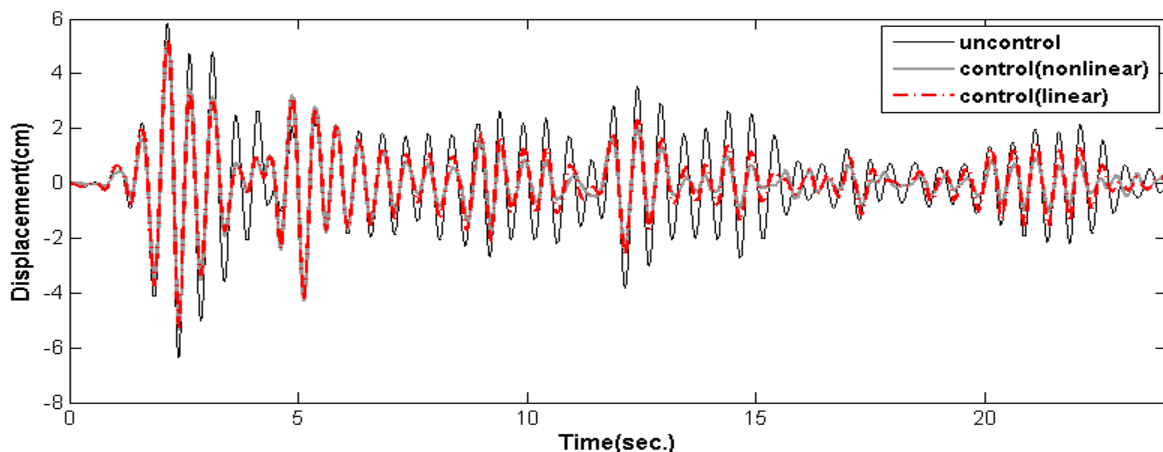


그림 10 El Centro 지진하중에 대한 검증 ($R_h = 0.3$)

비선형해석을 통하여 마찰력이 작용한 결과와 등가감쇠비를 사용한 결과를 비교하였다.

지진하중에 대한 검증에서 각각의 지진특성에 따라 오차율의 차이가 있지만 해석결과가 유효한 범위 안에 있음을 검증하였다. 추후연구로 지진하중 등 불규칙한 외력에 대하여 등가감쇠비를 적용할 때는 구조물의 특성이 적용될 수 있는 연구가 진행되어야 하겠다.

감사의 글

본 연구는 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원(과제관리번호 2010-0016231)을 받아 수행된 과제 내용의 일부를 정리한 것입니다. 연구비 지원에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

민경원, 성지영 (2010) 단자유도 구조물의 지진응답제어를 위한 마찰감쇠기 설계, 한국소음진동공학회 논문집, 20(1), pp.22~28.

민경원, 성지영, 이성경 (2009) 마찰감쇠기가 설치된 구조물 응답의 근사해 : 재고찰 및 새로운 결과, 한국소음진동공학회 2009 추계 학술발표대회 논문집, pp.850~854.

정희산, 민경원 (2009) 인방보에 마찰형 제어기가 설치된 전단벽의 제진효과, 한국전산구조공학회 논문집, 22(1), pp.105~115.

Chopra, A.K. (2001) Dynamics of Structures, Prentice-Hall, U.S.A., p.844.

Den Hartog, J.P. (1931) Forced Vibrations with Combined Coulomb and Viscous Friction, Trans. ASME, 53, pp.107~115.

Dyke, S.J., Spencer, Jr.B.F., Sain, M.K, Carlson, J.D. (1996) Modeling and Control of Magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction, *Smart Materials and Structures*, 5, pp.565~575.

Feeny, B.F., Liang, J.W. (1996) A decrement Method for the Simultaneous Estimation of Coulomb and Viscous Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 195(1), pp.149~154.

Gamota, D.R., Filisko, F.E. (1991) Dynamic Mechanical Studies of Electrorheological Materials: Moderate Frequencies, *Journal of Rheology*, 35, pp.399~425.

Hundal, M.S. (1979) Response of a Base Excited System with Coulomb Viscous Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 64, pp.371~378.

Liang, J.W. (2005) Identifying Coulomb and Viscous Damping from Free-Vibratio Acceleration Decrements, *Journal of Sound and Vibration*, 282, pp.1208~1220.

Pall, A.S., Marsh, C., Fazio, P. (1980) Friction Joints for Seismic Control of Large Panel Structures, *Journal of Prestressed Concrete Institution*, 25, pp.38~61.

Rao, S.S. (1995) Mechanical Vibrations, Addison-Wesley, U.S.A., p.912.

Shaw, S.W. (1986) On the Dynamic Response of a System with Dry Friction, *Journal of Sound and Vibration*, 108, pp.305~325.

Spencer, Jr.B.F., Dyke, S.J., Sain, M.K., Carlson, J.D. (1997) Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 123(3), pp.230~238.

Stanway, R., Sproston, J.L., Stevens, N.G. (1987) Non-linear Modeling of an Electro-rheological Vibration Damper, *Journal of Electrostatics*, 20, pp.167~184.

Wereley, N.M., Pang, L., Kamath, G.M. (1998) Idealized Hysteresis Modeling of Electrotheological and Magnetorheological Dampers, *Journal of Intelligent Material, Systems and Structures*, 9(8), pp.642~649.

Wu, Z., Liu, H., Liu, L., Yuan, D. (2007) Identification of Nonlinear Viscous Damping and Coulomb Friction from the Free Response Data, *Journal of Sound and Vibration*, 304, pp.407~414.

Yang, G. (2001) Large-scale Magnetorheological Fluid Damper for Vibration Mitigation: Modeling, Testing and Control, Ph.D dissertation, University of Notre Dame, Indiana.

- 논문접수일 2010년 7월 12일
- 논문심사일 2010년 7월 14일
- 게재확정일 2010년 8월 6일