

철근콘크리트 플랫 플레이트의 뚫림전단 거동에 관한 해석적 연구

Analytical Study on Punching Shear of Reinforced Concrete Flat Plates

김민숙† 이영학* 김희철**
Kim, Min-Sook Lee, Young-Hak Kim, Heecheul

요 지

본 논문에서는 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단 거동을 평가할 수 있는 유한요소해석 모델을 제시하고 변수 해석을 통해 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단 거동에 영향을 미치는 인자들을 파악함으로써 향후 현행 설계식 보정에 있어 기초자료를 제공함에 그 목적을 두었다. 전단변형을 고려하기 위해 Reissner-Mindlin 가정이 도입된 퇴화 쉘 요소를 선택하였으며, 철근콘크리트의 재료적 비선형 거동을 고려하기 위해 적층쉘 개념을 적용한 유한요소해석 모델을 제시하였다. 유한요소해석 모델의 신뢰성을 검증하기 위해 기존 실험결과와 비교하였으며, 그 결과 유한요소해석 모델이 실험결과를 비교적 잘 예측하는 것으로 나타났다. 제시한 유한요소해석 모델을 사용한 변수해석을 통해 휨 철근비와 슬래브의 두께가 증가할수록 플랫 플레이트의 전단강도 또한 증가하는 것을 알 수 있었다.

핵심용어 : 플랫 플레이트, 뚫림전단, 철근콘크리트, 유한요소해석, 퇴화 쉘 요소

Abstract

A finite element model for punching shear of flat plate structures is presented. A parametric study also has been conducted to verification of influence of several parameters in terms of the flexural reinforcement ratio, slab thickness. Reissner-Mindlin assumptions are adopted to consider of shear deformation. Layered shell element is considered for the material non-linearities. The finite element model of this study was verified comparing with existing experimental results. The model is able to predict the capacity of the flat plate structures. The punching shear of flat plate structures varied depending on the flexural reinforcement ratio, slab thickness.

Keywords : flat plate, punching shear, reinforced concrete, finite element analysis, degenerated shell element

1. 서 론

플랫 플레이트 구조는 층고절감 및 거푸집 작업의 단축으로 인한 공기절감 등 경제성 및 시공성에 있어서 매우 유리한 구조 시스템이다. 그러나 보가 없이 기둥이 슬래브를 직접 지지하는 구조로 슬래브에서 기둥으로 전달되는 하중으로 인해 기둥 주위의 위험단면에 국부적인 응력집중현상이 발생한다. 이러한 응력집중현상은 뚫림전단을 유발한다. 이는 매우 취약적이며 구조물의 연쇄붕괴로 이어질 수 있기 때문에 국내외 연구자들에 의해 뚫림전단의 파괴메커니즘 및 전단강도 산정식, 전단보강법 등에 대한 연구가 지속적으로 수행되고 있다(최명신

등, 2005; Elstner 등, 1956; Moe, 1961; Polak, 2005; Muttoni, 2008).

ACI Building Code(ACI 318-08)에서 제시하는 기둥형상비 2 미만의 내부 기둥-슬래브의 뚫림전단강도는 식 (1)에 의해 산정된다. 기둥형상비 2를 초과하는 경우에는 식 (2)를 사용하도록 한다. 또한 기둥 위치에 따른 영향을 반영한 식 (3)을 제시하고 있으며 식 (1), (2), (3)중 가장 작은 값을 전단강도로 사용하도록 하고 있다.

$$V_c = 0.33 \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (1)$$

† 책임저자, 학생회원 · 경희대학교 건축공학과 박사과정

* 교신저자, 정회원 · 경희대학교 건축공학과 조교수
Tel: 031-201-2864 ; Fax: 031-204-3815

E-mail: leeyh@khu.ac.kr

** 종신회원 · 경희대학교 건축공학과 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2010년 10월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2010년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \sqrt{f_c} b_0 d \quad (2)$$

$$V_c = 0.83 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \sqrt{f_c} b_0 d \quad (3)$$

여기서, f_c 는 콘크리트 압축강도, b_0 는 기둥면에서부터 $d/2$ 만큼 떨어진 위험단면의 둘레길이, d 는 슬래브의 유효두께이다. β_c 는 기둥형상비, α_s 는 기둥 위치에 따른 계수로 내부기둥의 경우에는 40, 외부기둥은 30, 모서리 기둥은 20으로 규정하고 있다. 위의 식 (1), (2), (3)은 부재의 크기효과 및 휨 철근비를 고려하지 않은 식으로 뚫림전단강도를 정확히 예측하고 있지 못하다는 점에서 기존 연구자들의 지속적인 논의대상이 되고 있다(Menetrey 1996; Alexander 등, 1992; 최경규 등, 2004). 특히 뚫림전단 거동 및 파괴모드에 영향을 미치는 중요한 인자인 콘크리트 압축강도, 슬래브 두께, 철근비, 기둥형상비 등에 대한 연구를 통해 현행 설계 기준을 개선하고자 하는 노력이 지속되고 있다(Albercht, 2002; Vainiunas 등, 2002). 그러나 이러한 연구결과는 아직까지 현행 뚫림전단강도 산정식에 반영되지 않고 있다.

본 연구에서는 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단 거동을 평가할 수 있는 유한요소해석모델을 제시하고 변수해석을 통해 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단 거동에 영향을 미치는 인자들을 파악함으로써 향후 현행 설계식의 보정에 있어 기초자료를 제공함에 그 목적이 있다.

2. 유한요소해석

2.1 유한요소모델(Finite Element Model)

본 연구에서는 전단변형을 고려하기 위해 퇴화 쉘 요소(Degenerate Shell Element)에 아래의 Reissner-Mindlin 가정(Reissner, 1954)을 도입하였다.

- 1) 변형 전 중립면에 수직인 직선은 변형 후에도 직선을 유지하나 반드시 중립면에 수직일 필요는 없다.
- 2) 중립면에 수직인 방향의 응력은 무시할 수 있을 정도로 작다

퇴화 쉘 요소는 각 절점당 3개의 이동변위(u, v, w)와 2개의 회전변위(θ_x, θ_y)로 표현된다. 또한 퇴화 쉘 요소는 얇은 쉘을 해석할 경우 실제보다 요소 강성을 과대평가하는 전단 강성과대현상(Shear Locking)이 발생할 수 있으므로 이러한 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 선택적 감차적분

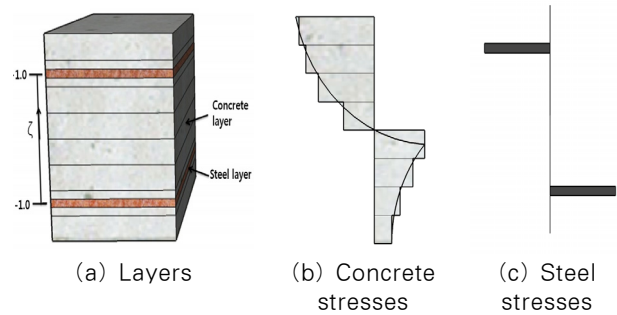


그림 1 적층셀 개념

법(Selectively Reduced Integration Method)을 적용하였다. 또한 철근콘크리트의 재료적 비선형성을 고려하기 위하여 그림 1과 같이 적층셀 요소(Layered Shell Element)를 사용하였다. 적층 셀 요소는 쉘을 두께방향의 여러 층으로 나누어 두께에 따른 응력을 산정할 수 있는 방법으로 철근 콘크리트 구조에서 철근의 위치에 따른 응력을 보다 정확하게 고려할 수 있다. 식 (4)를 이용하여 각 층에서 산정된 응력을 두께 방향으로 적분함으로써 각 힘을 구할 수 있다.

$$N_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i dz = \frac{h}{2} \sum_{l=1}^n \sigma_i^l \Delta \zeta^l \quad (4)$$

$$M_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i z dz = \frac{h^2}{4} \sum_{l=1}^n \sigma_i^l \zeta^l \Delta \zeta^l$$

$$Q_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_i dz = \frac{h}{2} \sum_{l=1}^n \tau_i^l \Delta \zeta^l$$

여기서, n 은 층의 수, h 는 쉘의 두께이다.

콘크리트 및 철근의 재료모델을 각 층에 적용하였으며 철근은 쉘 요소의 임의의 층에 존재하도록 하였다.

2.2 콘크리트 및 철근의 재료모델

콘크리트 재료모델은 균열 발생 전의 콘크리트와 균열 발생 후의 콘크리트로 구분하여 적용하였다. 콘크리트의 압축 영역을 나타내기 위해 Thorenfeldt 등(1987)이 제안하고 Collins 등(1989)이 수정한 식 (5)를 적용하였다.

$$\frac{f_c}{f_c} = \frac{\left(\frac{n\epsilon_c}{\epsilon_0}\right)}{(n-1) + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0}\right)^{nk}} \quad (5)$$

$$n = 0.8 + \frac{f_{c3max}}{17}$$

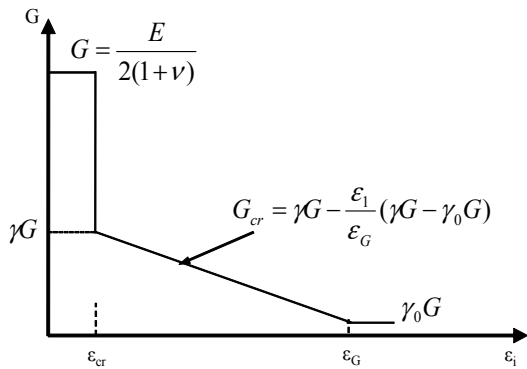


그림 2 균열이 발생한 콘크리트에서의 전단계수

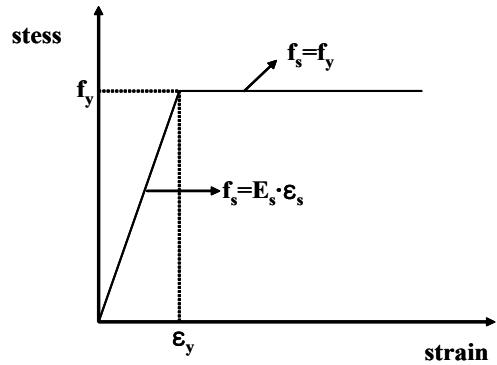


그림 4 철근의 응력-변형률 관계

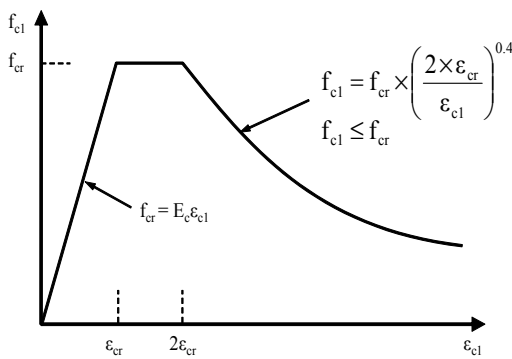


그림 3 인장강성 모델

$$k = 1, \epsilon_c < \epsilon_0$$

$$k = 0.67 + \frac{f_{c3max}}{62} \quad \epsilon_c > \epsilon_0$$

여기서, f_c 는 콘크리트 압축강도, f'_c 는 콘크리트 최대압축강도, ϵ_c 는 콘크리트의 변형률, ϵ_0 는 f_c 가 f'_c 에 도달할 때의 변형률이며 n 은 곡선적합계수, k 는 콘크리트 최대압축강도 도달 후 응력 감소를 고려하기 위한 계수이다.

균열 발생 전의 콘크리트는 등방성의 선형탄성 거동을 하는 것으로, 균열 발생 후의 콘크리트는 콘크리트의 주인장 응력이 인장강도에 도달하면 주 인장응력의 직각방향으로 제 1균열이 발생하고 균열에 수직한 방향으로의 탄성계수와 포와송비는 0으로 하는 직교 이방성 재료로 가정하였다. 균열 발생 후 균열이 발생된 콘크리트의 구성방정식에서 전단탄성 계수를 사용하여 균열발생 후 균열면에서 발생하는 전단전달 현상을 고려하게 되며, 균열이 발생한 콘크리트에서의 전단 계수 모델(Polak, 2005)은 그림 2에 나타내었다. 균열 정의를 위해 분산균열(Smeared Crack Model) 회전균열 모델(Rotating Crack Model)을 선택하였다.

또한 철근 콘크리트의 인장 영역은 균열 발생 후에도 철근과 콘크리트의 부착성능에 의해 어느 정도 인장력에 저항할 수 있

으며, 이러한 인장강성효과(Tension Stiffening Effect)를 해석모델에 고려하기 위해 Izumo(1992)의 모델을 적용하였다(그림 3).

철근의 응력-변형률은 항복응력 도달 전까지 탄성거동 하고 항복응력 도달 후에는 완전 소성 거동 하는 것으로 가정 하였으며 철근의 응력-변형률 관계는 그림 4에 나타내었다.

2.3 해석 알고리즘

해석 알고리즘은 할선계수를 사용한 직접 반복법을 적용하였다. 각 반복 단계(Iterative Step)에서 구조물에 전체 하중이 가해지면 식 (6)에 의해 전체 변위가 결정된다.

$$K_i d_{i+1} = R \tag{6}$$

여기서, K_i 는 i 번째 해석단계에서 계산된 전체 좌표계의 강성행렬이며 d_{i+1} 은 $i+1$ 번째 해석단계에서 계산된 변위 벡터, R 은 가해진 하중이다. 각 단계의 반복을 통해 변형률-변위 보간 행렬(B matrix)과 재료 강성 행렬(D matrix), 요소강성행렬(k matrix)이 재산정된다. 전체 하중이 다시 가해지면 위에서 언급한 과정은 수렴에 도달할 때까지 반복된다. 수렴은 식 (7)을 기준으로 하였다.

$$\left(\frac{\sum (d_{i+1} - d_i)^2}{\sum (d_{i+1})^2} \right)^{0.5} \times 100 < T \tag{7}$$

여기서, d_{i+1} , d_i 는 현재 및 이전 단계의 변위이며 T 는 오차로 본 연구에서는 0.5%로 하였다.

4. 해석모델의 검증

Yamada 등(1992)의 실험결과를 이용하여 본 연구에서

표 1 비교대상 실험체 일람

Code	f_c (MPa)	flexural reinforcement	Shear Reinforcement				
			shape	size	grade	ρ_w (%)	
T1	21.58	Size=D13 Grade=SD80 $\rho_c=1.23$ $\rho_t=0.62$	-	-	-	-	
T2	23.35		Hat-type	-	D10	SD30	0.51
T3	23.74				D10		0.75
T4	24.43				D13		0.97
T5	22.66				D13		1.27
T6	24.33				D16		1.53
K1*	26.00	Size=D16 Grade=SD50 $\rho_c=1.53$ $\rho_t=1.53$	-	-	-	-	
K2	27.17		Hook-type	-	D6	SD30	0.25
K3*	25.90				D6		0.50
K4	27.37				D10		0.55
K5	26.00				D10		1.11
K6	26.39				D13		0.99
K7*	27.76				D13		1.98

ρ_c : Top reinforcement ratio, ρ_t : Bottom reinforcement ratio
 ρ_w : Shear reinforcement ratio
 *: 해석모델의 비교대상 실험체

제시한 유한요소해석 모델의 신뢰성을 검증하고자 하였다. 그림 5에 나타난 바와 같이 2m×2m, 두께 0.2m 크기의 슬래브 중앙부에 단면 0.3m×0.3m, 높이 0.3m의 기둥을 가진 실험체에 대하여 전단보강근의 형태 및 전단보강비를 변수로 하여 뚫림전단강도를 평가하였다. Hat-type 및 Hook-type의 전단보강근과 0~1.53%, 0~1.98%의 전단보강비를 변수로 총 13개의 실험체를 제작하여 실험을 수행했으며, 실험체 일람은 표 1에 나타내었다.

실험결과 Hook-type의 전단보강근이 전단강도 향상에 더 효과적임을 알 수 있었다. Hat-type의 전단보강근을 가진 T-series 실험체는 정착의 문제로 전단보강근의 성능을 발휘하지 못하였기 때문에 전단보강근의 형태뿐만 아니라 정착 또한 전단강도에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 정착 등의 문제로 전단성능 평가가 정확히 이루어지지 않았다고 판단되는 Hat-type의 실험결과를 제외하고 Hook-type의 전단보강근을 가진 K-series 실험체 중 전단보강을 하지 않은 실험체와 전단보강비 0.5%, 1.98%를 가지는 실험체의 실험결과를 해석모델의 신뢰성 검증을 위한 비교대상으로 선택하였다.

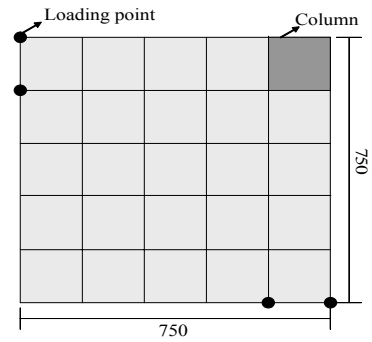


그림 6 해석 모델 평면

비교대상 실험체는 대칭조건(Symmetric Boundary Condition)을 고려하여 1/4 크기의 25개 요소로 모델링하였으며 슬래브 두께 방향으로 10개의 콘크리트 층과 4개의 철근층으로 구분하였다. 기둥의 절점 변위 및 회전자유도는 모두 구속하였으며 슬래브는 단순지지로 설정하였다. 가력 위치 및 요소의 크기를 나타낸 해석모델은 그림 6과 같다. 비교대상으로 삼은 실험체의 콘크리트 압축강도, 철근의 인장강도를 제외한 해석에 사용되는 재료물성치의 정확한 사항을 알 수 없기 때문에 콘크리트 탄성계수 $E_c = 4700\sqrt{f_c}$ (MPa), 포와송비 $\nu = 0.2$, 콘크리트 균열응력 $f_{cr} = 0.33\sqrt{f_c}$, 균열이 발생할 때의 콘크리트 변형률 $\epsilon_{cr} = \frac{f_{cr}}{E_c}$ 로 가정하였다.

실험과 해석의 하중-변위 비교 결과를 표 2와 그림 7에 나타내었다. 표 2에서 보는 바와 같이 최대하중은 0.8에서 0.88 사이의 값을 나타내었다. 그림 6에서 해석결과가 실험 결과에 비해 최대하중을 더 안전 측으로 예측하는 것으로 나

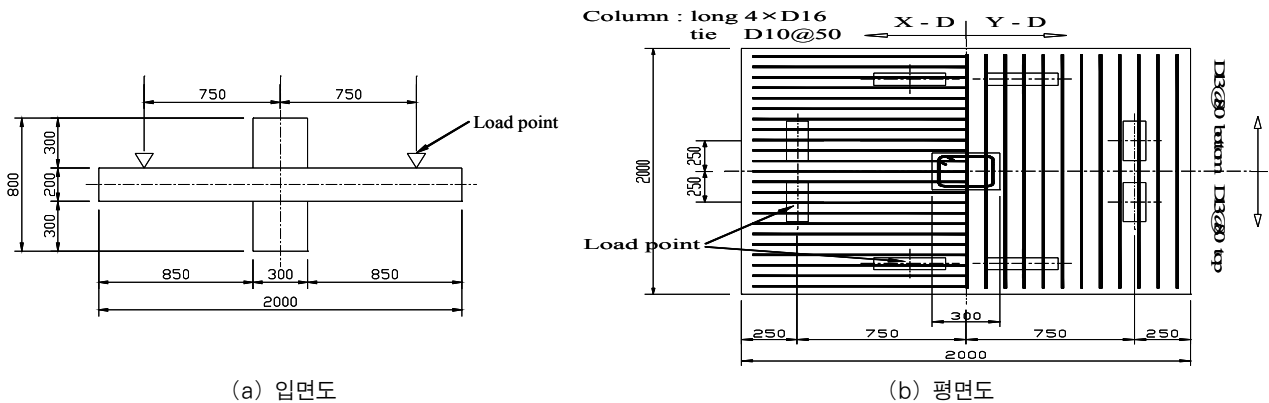


그림 5 비교대상 실험체의 상세

표 2 실험결과와 해석결과의 비교

specimen code	$V_{u, test}$	$V_{u, FEA}$	$V_{u, FEA} / V_{u, test}$
K1	658	529	0.8
K3	1183	993	0.84
K7	1498	1318	0.88

타났다. 전단 보강이 되지 않은 K1 실험체의 경우 전단보강이 된 K3, K7의 실험값에 비해 비교적 낮은 정확도를 보였다. 이는 전단 보강근이 없는 실험체의 경우 전단 보강을 한 실험체에 비해 콘크리트의 강성이 전체 강성에 있어 더 지배적이나 콘크리트의 인장강성 모델 또는 전단계수 모델에서 균열 발생 후 콘크리트의 강성을 다소 과소평가했기 때문으로 판단된다.

5. 변수해석

설계 변수들이 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단에 미치는 영향을 파악하고자 앞서 제시한 유한요소해석 모델에 슬래브 두께, 휨 철근비를 변수로 하여 해석을 수행하였으며, 변수해석결과를 통해 뚫림전단강도의 변화를 파악하였다.

5.1 휨 철근비의 영향

휨 철근비의 영향이 플랫 플레이트의 뚫림전단 강도에 미치는 영향을 평가하기 위하여 유한요소해석모델 검증에 사용되었던 해석모델을 바탕으로 휨 철근비 1.1%, 1.53%, 2.6%를 변수로 두어 유한요소해석을 수행하였다. 전단보강되지 않은 플랫 플레이트의 현행 전단강도식과 비교를 위해 전단보강근은 고려하지 않았다.

그림 8에서 보는 바와 같이 휨 철근비가 증가할수록 전단 강도 또한 증가하나 현행 설계기준은 휨 철근비의 영향을 고려하고 있지 않고 있어 휨 철근비에 따른 전단강도 예측의 정확성이 낮은 것으로 나타났다. 특히 휨 철근비가 적을수록 전단강도를 과대평가하여 불안정한 설계를 유도할 수 있다고 판단된다.

5.1 슬래브 두께의 영향

슬래브 두께가 플랫 플레이트의 뚫림전단 강도에 미치는 영향을 평가하기 위해 앞서 언급한 유한요소해석모델에 슬래브 두께를 150mm, 200mm, 250mm, 350mm를 변수로 하여 해석을 수행하였으며 현행 전단강도식과의 비교를 위해 전단보강근은 고려하지 않았다. 그림 9에서 보는 바와 같이 슬래브 두께가 증가할수록 현행 설계기준은 슬래브의 전단강

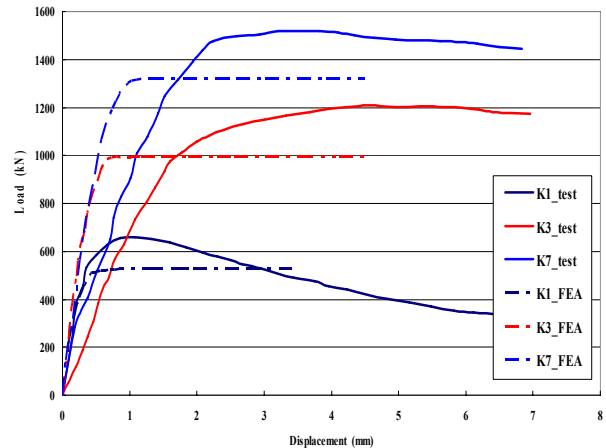


그림 7 실험 및 해석의 하중-변위 비교

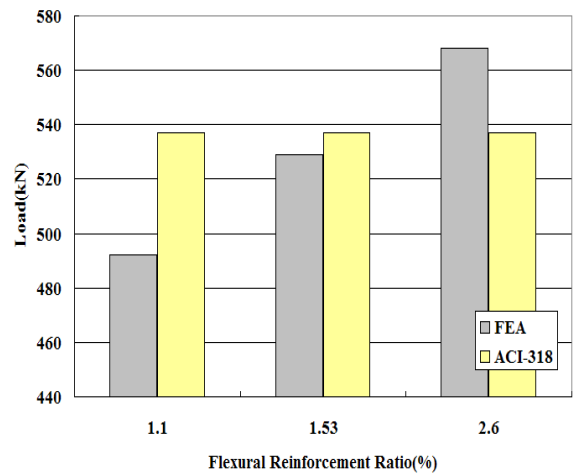


그림 8 휨 철근비에 따른 전단강도

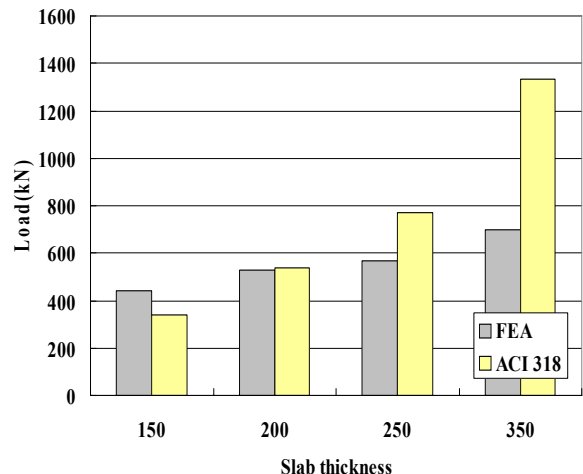


그림 9 슬래브 두께에 따른 전단강도

도를 정확히 예측하지 못하는 것으로 나타났다. 특히 슬래브 두께가 증가할수록 전단강도를 과대평가하여 불안정한 설계를 유도할 수 있다고 판단된다. 현행 전단강도식에 슬래브

두께를 고려함에도 불구하고 전단강도를 과대평가하기 때문에 슬래브 두께의 영향을 더 사실적으로 고려할 수 있는 설계식이 제안되어야 할 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 논문에서는 플랫 플레이트 구조의 뚫림전단 강도를 예측할 수 있는 유한요소해석 모델을 제시하여 모델의 타당성을 검증하고 변수해석을 통해 뚫림전단 강도에 영향을 미치는 인자들을 분석하였다. 이를 위해 제시된 유한요소해석 모델은 퇴화 셀 요소를 적용하였으며, 철근 콘크리트의 재료 비선형성을 고려하기 위하여 적층셀 요소를 도입하여 콘크리트의 압축거동, 인장강성효과 등을 포함한 콘크리트 구성모델을 사용하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 콘크리트의 비선형 거동을 고려하기 위해 압축강성 및 인장강성, 전단계수 등의 콘크리트의 구성모델을 각각 조합하여 적층 퇴화 셀 요소를 사용한 유한요소 모델에 적용하였다. 그 결과 플랫 플레이트의 뚫림전단강도를 비교적 잘 예측하는 것으로 나타났다.
- (2) 기존 실험결과와 해석결과를 비교한 결과 평균적으로 실험값의 약 84%에 해당하는 값을 예측하는 것으로 나타났다. 특히 전단보강비가 높은 실험체인 K3의 경우 실험값을 더 정확히 예측할 수 있었다. 이는 본 연구에서 적용한 콘크리트 구성방정식이 균열 발생 후 콘크리트의 강성을 과소평가하고 있기 때문으로 판단된다. 따라서 향후 균열 발생 후 콘크리트의 거동을 더 정확히 고려할 수 있는 콘크리트 구성방정식에 대한 연구의 수행이 요구된다.
- (3) 휨 철근비, 슬래브 두께에 대한 변수 해석 결과 휨 철근비와 슬래브 두께가 증가할수록 전단강도가 증가하는 것으로 나타났다. 또한 휨 철근비가 낮을수록, 슬래브 두께가 두꺼울수록 현행 전단강도 산정식이 전단강도를 과대평가하는 것으로 나타났다. 이는 현행 전단강도 산정식에 휨 철근비와 슬래브 두께의 영향이 정확히 고려되지 않았기 때문으로 판단된다.
- (4) 본 연구에서는 슬래브의 경계조건을 단순지지로 하여 해석을 수행하였으나 향후 슬래브의 경계조건을 변수로 한 추가적인 연구와 유한요소해석모델에 스티드 레일 등의 전단보강근을 도입할 수 있는 유한요소해석모델의 개발에 관한 연구가 추가적으로 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 첨단도시개발사업의 연구비 지원(과제번호#06 건설핵심 B03)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- 최경규, 박홍근** (2004) 플랫플레이트-기둥 접합부의 뚫림전단 강도, 한국콘크리트학회 논문집, 16(2), pp.163~174.
- 최명신, 안종문, 이광수, 신성우** (2005) 플랫 플레이트 슬래브-내부기둥 접합부의 뚫림전단강도에 대한 기둥 형상비의 영향, 대한건축학회 논문집, 21(10), pp.79~86.
- ACI Committee 318** (2008) Building Code Requirements for Structural Concrete(ACI 318-08) and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, pp.465.
- Albrecht, U.** (2002) Design of Flat Slabs for Punching-European and North American Practices, *Cement & Concrete Composites*, 24, pp.531~538.
- Alexander, S.D.B., Simmonds, S.H.** (1992) Tests Column-Flat Plate Connections, *ACI Structural Journal*, 89(5), pp.495~502.
- Collins, M.P., Porasz, A.** (1989) Shear Strength for High Strength Concrete, Bulletin D' Information, Design Aspects of High Strnegth Concrete, CEB, 193, pp.75~83.
- Elstner, R.C., Hognestad, E.** (1956) Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs, *ACI Structural Journal*, Proceedings, 53(2), pp.29~58.
- Izumo, J., Shin, H., Maekawa, K., Okamura, H.** (1992) An Analytical Model for RC Pannel Subjected to In-Plane Stress Concrete shear in Earthquake, Elsevier Applied Science, London and New York, pp.206~215.
- Menetrey, P.** (1996) Analytical Computation of the Punching Strength of Reinforced Concrete, *ACI Structural Journal*, 93(5) pp.482~498.
- Moe, J** (1961) Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads, Bulletin D45, Portland Cement Association, Skokie, pp.144.
- Muttoni, A.** (2008) Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement, *ACI Structural Journal*, 105(4), pp.440~450.
- Polak, M.A.** (2005) Punching Shear in Reinforced

Concrete Slabs, SP-232, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, pp.465.

Polak, M.A. (2005) Shell Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Plates Supported on Column, Engineering Computations : *International Journal of Computer Aided Engineering and Software*, in press.

Reissner, E. (1945) The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plate, ASME, *Journal of Applied Mechanics*, 12, pp.69~77.

Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J.J. (1987) Mechanical Properties of High Strnegth Concrete and Application in Design, Proceedings of the Symposium Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, Tapir Trondheim.

Vainitunas, P., Popovas, V., Jarmolajev (2002) A. Punching Shear Behavior Analysis of RC Flat Floor Slab-to-Column Connection, *Journal of Civil Engineering and Management*, 8(2), pp.77~82.

Yamada, T., Nanni, A., Endo, K. (1992) Punching Shear Resistance of Flat Slabs: Influence of Reinforcement Type and Ratio, *ACI Structural Journal*, 89(5), pp.555~563.

- 논문접수일 2010년 7월 9일
- 논문심사일
1차 2010년 7월 14일
2차 2010년 7월 28일
- 게재확정일 2010년 8월 5일