대한수학교육학회지 <학교수학> 제 12 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.12, No.4 531-545. Dec. 2010

중학교 수학학습부진아의 CAS[1] 계산기를 사용한 활동에서 나타나는 메타인지 활동 분석

김 인 경*

본 논문은 중학교 수학학습부진아가 대수 학습에서 CAS 계산기를 사용한 활동을 하여 어떠한 메타인지 활동을 할 수 있는지 살펴보았다. 이를 위해 수학학습부진아를 선정하여 두 그룹으로 나누었다. 한 그룹은 처치그룹으로 지필과 CAS 계산기를 사용하여 활동지를 학습하고, 다른 그룹은 통제그룹으로 지필만을 사용하여 활동지를 학습하였다. 각 그룹 학생들의 활동지를 살펴본 결과, 처치그룹이 통제그룹보다 메타인지 활동이 더 활발히 일어났으며 몇 가지 측면에서 더 나은 효과를 나타내는 것을 확인하였다.

I. 서론

시대의 흐름에 맞추어 컴퓨터와 계산기는 세계의 교실에서 널리 사용되고 있다. 무엇보다, 계산기는 수학교실에서 영향력을 가지게 되었고 현재 수학교육 연구의 가장 큰 초점이 되었다(Blozy, 2002; Waits & Demana, 2000). 또한, 제7차 교육과정과 개정안에서 수학적인 힘의 신장을 구현하기 위한 실천 항목으로 계산기와 컴퓨터 등 구체적인 조작물의 적극적인 활용을 권장하고 있다(교육과학기술부, 2008; 교육부, 1998).

현재, 기술공학에 관련된 대부분의 연구는 교수와 시험을 위한 계산기의 사용이 학습, 산술적인 개념과 기술, 문제해결, 학생들의 태도를 증진시킨다는 결론을 내리고 있다(Hembree & Dessart, 1992). Heid, Choate, Sheets, & Zbick(1995)은 “기술공학이 수학적 의미를 없애거나 조작적인 기호 표현의 기술을 습득하는 것보다 함수, 변수, 관계에 대해 의미 있고 상호 관련된 표현으로 대수를 학습하도록 한다.”고 주장한다. 이는 ‘기술공학이 개념의 형식적인 수학적 표현과 비형식적인 이해에 대해 학생들이 가진 도식을 연결할 수 있도록 그래프, 표, 기호 표현을 실세계 맥락과 연결한 몇 가지 표상적 모드에 접근을 쉽도록 해준다.’(Kaput, Noss, & Hoyles, 2001; Herbert & Pierce, 2005 재인용)고 보기 때문이다.

이러한 세계적인 흐름에 따라, 우리나라의 수학수업에도 기술공학을 도입해보고자 하였다. 특히, CAS을 이용하면, 수학학습부진아들이 메타인지를 하는데 도움이 되는지 살펴보고자 하였다. 그 이유는 무엇보다 수학학습부진아가 메타인지 활동을 하는데 현재 사용되고 있는 전통적인 방법 외에 수학학습부진아의 주의 환기, 인지적인 측면과 정의적인 측면에 모두 도움을 줄 새로운 방법이 필요하다고 생각했기 때문이다. 이에 CAS 계산기와 지필을 같이 이용하는 것이 수학학습부진아가 메타인지를 하

* 청주대학교 (margikim@naver.com)
1) CAS : Computer Algebra System (컴퓨터 대수 체계)

도록 도울 수 있는 새로운 방법이 될 수 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

이 절에서는 본 연구에서 살펴볼 6가지 메타인지 지식과 기능을 살펴보고자 한다.

1. 메타인지와 수학학습부진아

메타인지에 관한 연구는 메타기억에서 메타주의로, 다시 메타이해로 발전하였다. 일반적으로 메타인지는 인지에 관한 인지(Forrest-Pressley 외, 1985)로 정의하고 있다. 메타인지는 크게 메타인지적 지식과 메타인지적 기능으로 분류할 수 있다(Garofalo & Lester, 1985). 메타인지적 지식은 인간, 과제, 전략으로 분류하고, 메타인지적 기능은 감시, 평가, 제어로 분류한다.

메타인지적 지식 중 인간은 인지활동의 주체자로서 인간이 소유하고 있는 기능이나 능력이 자신의 인지작용에 어떻게 영향을 미치는가에 관한 것이다. 또한, 인지적 활동의 수행자로서 자신과 다른 사람에 대해서 믿고 있는 것을 말한다. 이는 자신의 학습과정에 대한 개인적인 지식뿐만 아니라 정보를 학습하는 방법에 관한 일반적인 지식을 말한다. 과제는 과제의 본성이 인지작용에 어떻게 영향을 미치는가에 대한 지식으로 과제의 필요조건, 과제의 성질, 정보의 성질을 포함한다. 또한, 과제가 주어질 때 개인이 요구하는 과정뿐만 아니라 과정의 성격에 관한 지식을 포함한다. 과제에 관한 지식은 과제 수행에 영향을 주는 과제의 특성에 대한 개인의 의식으로 내용, 상황, 구조, 구문, 과정 등이 있다. 전략은 주어진 과제의 수행이나 인지적 목적을 이루는데 유용한 전략적 지식이다. 또한, 전략을 사용할 때와 장소에 관한 조건적 지식뿐만 아니라 인지적, 메타인지적 전략에 관한 지식을 포함한다. 전략에 관한 지식은 이해, 조직, 계획, 실행, 검사, 평가 등에 도움을 주는 전략에 대한 개인의 인식과 관련된 것이다(조재영, 1996).

메타인지적 기능 중 감시는 인지작용의 진행 상태를 직접적으로 확인하며, 메타인지적 지식에 비추어 자기의 인지활동을 진행한다. 평가는 인지작용의 결과를 메타인지적 지식과 조합해 직접적으로 판단하는 기능이며, 자신의 인지활동 성과를 평가하는 기능이다. 제어는 평가에 기초하여 인지 작용을 직접적으로 제어하는 기능이며, 수학적 문제 상황을 성공적으로 이끌기 위하여 유용한 인지적 자원의 정리와 그에 따른 후속적인 조치, 문제를 해결하는 동안 자기 행동의 조정과 관련된 작용을 포함한다. 특히, 제어는 문제에서 주어진 조건을 해석하고 탐구하는데 필요한 인지 활동의 과정을 위하여 계획을 세우거나 전략을 선택하고 조직하는 활동, 문제해결 활동의 진전을 통제하는 활동, 비생산적인 계획과 전략을 수정하거나 포기하기 등의 활동과 관련이 있다(조재영, 1996).

이러한 메타인지적 지식과 기능을 Polya의 문제해결 4단계와 메타인지를 연결해보면 다음 표와 같다.

<표 II-1> 메타인지와 문제해결의 관계

단계	메타인지 영역
문제 이해	메타인지적 지식 : 인간, 과제, 전략
계획 수립	메타인지적 지식 : 과제, 전략
계획 실행	메타인지적 기능 : 감시, 평가
반성	메타인지적 기능 : 제어, 평가

수학학습부진아가 이러한 메타인지 활동을 하는지에 관한 연구들을 살펴보았다. Slife, Weiss, & Bell(1985)은 메타인지가 문제해결에 미치는 효과에 관한 연구에서 학습부진아와 정상아를 비교한 결과, 학습부진아는 메타인지적 지식과 제어 기능이 뒤떨어졌다고 주장한다. 또한, 학습부진아는 일반적으로 심리처리과정에 문제가 있고 메타인지 전략 사용에서 융통성이 부족하며, 문제해결시 충분하고 깊은 사고를 하지 않으며 충동적으로 행동하는 경향을 보인다는 것이다(Dickman, 1990). 주로 학습부진아의 메타인지에 관한 연구들은 문제해결 상황에서 수동적이며, 비활동적이고, 비조직적인 특성을 나타내기 때문에 전략상의 결함이 있다고 한다(Torgensen, 1977). 그러나 O'Sullivan과 Pressley는 구체적인 전략 지식의 제공이 전략 행동에 긍정적 효과가 있고, 특히 일정 수준의 메타인지를 획득하지 못한 학생들에게 전략에 대한 지식이 학습 과제에 대한 성취도를 더욱 향상시킬 수 있음을 주장하였다. 학습자가 전략의 효과나 가치를 인정하게 되면, 훈련 후에도 전략을 계속 사용할 가능성이 커지기 때문에 학습의 파지효과 및 전이효과도 높아진다는 것이다(김재찬, 2004, 재인용). 이러한 연구들을 바탕으로, 본 연구는 수학학습부진아가 CAS 계산기를 사용하여 6가지 메타인지 중 어떠한 메타인지 활동을 하는지 살펴보았다.

2. 컴퓨터 대수 체계(CAS)와 쓰기

최근 세계 여러 나라에서 CAS가 중등수학교육과정에 도입됨으로 인해, 기술공학의 측면뿐만 아니라 지필 기술과의 관계에도 관심을 가지 시작했다. CAS 계산기가 도입이 되면, 수많은 상황에서 "학생들은 수학 활동에 CAS를 사용할 것이다. 그 때, 학생들은 개인적인 상호작용을 통하여 CAS를 어떻게 사용할 것인가와 CAS와 지필 중 어느 것을 사용하는 것이 더 나을 것인가를 결정해야만 한다."(Thomas et al., 2004) 그러므로 학생들은 CAS를 사용할 때와 지필 기술을 사용할 때를 판단할 수 있어야 한다. 무엇보다 학생들이 손으로 푸는 대수적 기술에 능숙하도록 발달시키는 것에 CAS가 도움이 될 것이다(Flynn, Berenson, & Stacey, 2002). 하지만 다른 주장을 하는 Lagrange(1999)는 전통적인 기술이 CAS 활동으로 대체되었다고 선언하였다. 그는 학생들이 새로운 기술을 숙달하는 것이 필요하고 수학을 학습하기 위해서 기술공학을 어떻게 사용하는지 이해하는 것이 중요하다고 주장했다.

CAS 계산기는 학생들이 수학을 무엇보다 대수적으로 탐구할 수 있도록 해준다. 그렇지만 지필로 수행할 수 있는 기술은 가져야 한다. 지필능력을 가지는 것이 종종 시간 낭비이거나 성가시다고 느낄지라도 학생들이 계산기만 사용한다면 계산 능력이 떨어지거나 실세계 문제나 개념의 통찰력이 떨어지게 된다(Blozy, 2002). 즉, CAS 계산기 사용과 지필기술 둘 다 중요하다는 것이다. 그래서 지필 계산을 익히고 CAS 계산기를 도입하거나, CAS 계산기를 도입한 후에 지필 기술을 익히는 방식처럼 두 가지 방법 모두 학생들이 할 수 있어야 할 것이다. 그 이유는 CAS 계산기를 도입한다고 해서 지필 기술을 소홀히 다루어서는 안 되며, 지필 기술만을 강조하여 새로운 형식인 CAS를 도입하지 않는 것은 수학적 진보를 막는 것이기 때문이다.

여러 수학교육학자들이 CAS를 활용한다면 학생들이 다음과 같은 학습을 가능하게 한다고 제안한다(Bennett, 1995; Heid, 1988; Heid & Zbiek, 1995; Hirschorn & Thompson, 1996; Llorens-Fuster, 1995; Mayes, 1993; Palmiter, 1991; Taylor, 1995). 첫째, 짧은 시간에 많은 예와 반례를 제시할 수 있도록 해준다. 둘째, 세

부적인 관찰과 추측을 장려한다. 셋째, 귀납적으로 규칙들을 발전시킬 수 있다. 넷째, 다양한 표상—그래프, 수치, 기호—을 제시할 수 있다. 다섯째, 태도와 수업 참여를 향상시킬 수 있다. 여섯째, 실수를 하는 것에 대한 불안을 감소시킬 수 있다. 본 연구에서는 넷째, 다섯째, 여섯째 측면을 위해 CAS 계산기를 사용할 것이다. 또한, 수학학습부진아가 CAS 계산기를 이용하여 계산하는 과정을 살펴보면 다양한 위와 같은 효과들을 볼 수 있을 것이며, 메타인지 활동을 하는데 도움이 될 것이다.

III. 연구방법 및 절차

중학교 2학년 수학학습부진아 15명을 CAS 계산기를 사용하여 학습하는 처치그룹과 지필 계산을 하는 통제그룹으로 나누어, 각 그룹의 학생들이 메타인지를 하는지 살펴보았다. 먼저 활동지를 구성하고, 대상학생을 선정하여, 본 실험을 실시하였다. 학생들의 활동지와 간단한 인터뷰를 중심으로 자료 분석이 이루어졌다. 각각에 해당하는 세부설명은 다음에 제시하였다.

1. 연구대상

면 소재 중학교 2학년 학생 중 수학학업성취도(1학기 학기말고사)가 하위 40%에 속하는 학생들을 대상으로 수학교사와 담임교사의 동의 하에 15명의 학생을 선발하였다. 이렇게 선정한 이유는 연구자가 임의로 선정한 것이 아니라, 학교 내에서 운영하는 수학학습부진아를 대상으로 한 수업에 참여하여 실시하였기 때문이다. 이 학생들은 2개의 그룹－통제그룹과 처치그룹－으로 나누어졌다. 두 그룹으로 나눈 이유는 통제그룹의 학생들이 지필로 활동을 할 때 어떤 메타인지 활동이 나타나는지 살펴보고 이를 처치그룹과 비교해보기 위한 것이다. 대상학생 모두 CAS 계산기를 한 번도 접해보지 못한 학생들이었다. 그리하여, 대상학생 모두에게 CAS 계산기 사용법에 관한 수업을 실시한 후, 대상학생들이 각자 원하는 그룹에 들어가도록 하였다. 학생들의 선호도에 따라 나누어졌으므로 정확하게 반으로 나누어지지 않았다. 처치그룹의 학생은 9명, 통제그룹은 6명이었다. 처치그룹의 학생 중 2명은 일반적인 학습을 하는데 어려움이 있는 학생으로 수업에 참여하는데 의의를 두었다. 그리하여, 본 연구에 직접적인 대상이 되는 학생은 처치그룹 7—남학생 1명, 여학생 6명—명, 통제그룹 6—남학생 4명, 여학생 2명—명이 되었다. 또한, 두 그룹으로 나눌 때 학생들의 선호에 의해 나누었기 때문에, 두 그룹이 약간의 차이를 나타내었다. 통제그룹의 학생들은 학기말고사 수학점수와 사전검사 점수가 처치그룹의 학생들보다 높았다. 그 학생들에게 CAS 계산기 사용법에 관한 수업을 하고서도 지필을 택한 이유를 물어보았더니 익숙하지 않은 계산기를 사용하는 것보다 지필이 나을 것 같다고 말했다. 이 학생들은 약간의 지필 계산 능력을 가지고 있었으므로 계산기보다 지필을 더 의지하는 것으로 보였다. 이에 반해, 처치그룹의 학생들은 지필보다 새로운 방법인 CAS 계산기를 택하여 학습하기 원했다.

2. 연구절차

가. 활동지 개발

중학교 1학년과 2학년 각각 3종 교과서의 식의 계산, 방정식, 부등식, 일차함수 내용을 분석하여 가장 기본적이고 핵심적인 내용을 선별하였다. 활동지의 전체 주제는 이 내용 중 기

본적인 개념과 알고리즘을 이해하여 주어진 문제를 해결할 수 있도록 하는 것이다. 실험 대상 학교가 실시하는 보충 수업의 시간이 총 15차시였기 때문에 전체 수업 시간 총 15차시로 구성되었다. 처치그룹과 통제그룹 모두 각 차시별 활동지에 따른 학습요소와 학습내용은 <부록 1>과 같다.

두 그룹의 활동지는 답안을 작성하는 방식이 다르게 제시되었다(<표 III-1>, <표 III-2>). 처치그룹은 지필로 문제를 풀고 계산기로 다시 풀어서 두 과정을 비교하여 반성하도록 하였고, 통제그룹은 지필로 문제를 풀고 나서 정답지를 확인하여 자신이 푼 과정을 반성하도록 하였다.

처치그룹의 활동지의 ‘CAS 계산기로 해보기’ 칸에는 직접 CAS 계산기로 계산한 과정이나 결과를 적도록 하였다. CAS 계산기 사용법 지도시 관련 명령어는 전혀 가르쳐주지 않았으며, 모든 단계를 학생스스로가 해결해나가도록 하였다. 만약 $y=3x-2$를 x에 관하여 CAS 계산기로 푼다면, 계산기상의 계산과정은 다음과 같이 나타날 것이다.

$$(y=3x-2)+2$$
$$y+2=3x$$
$$(y+2=3x)/3$$
$$x=\frac{y+2}{3}$$

나. 본 실험

수업은 2학년 담당 수학교사의 진행아래 실시되었다. 담당 수학교사는 교육실습부 부장교사로서 교사 경력이 약 20년이고, 본 연구이전에도 몇 번의 다른 실험에 참여한 경험이 있다. 본 연구자는 보조교사로서 수업에 참여하여 학생들이 계산기 사용에 대한 질문을 할 때 도움을 주었다.

수업의 전체적인 흐름은 먼저 담당 수학교사가 그날 학습할 내용을 15분정도 설명하는 것으로 시작되었다. 그리고 각 그룹별로 활동지를 사용한 개별학습이 30분간 이루어졌다. 이 30분 중 후반 10분에 통제그룹에게 정답지를 나누어 주고, 문제의 답을 확인하여 자신의 활동을 되돌아보도록 하였다. 수업이 끝남을 알리면 각 그룹의 활동지와 계산기를 제출하도록 하였다. 수업은 과학실에서 실시되었으며, 처치그룹과 통제그룹은 각각 다른 분단에서 학습하였다. 그리고 본 연구자가 수업 중의 관찰과 대상학생들의 활동지와 학생과의 간단한 인터뷰를 통해서 자료를 수집하고 분석하였다. 또한, 분석시 부족한 부분의 보완을 위해 사전검사와 사후검사를 실시하였다.

<표 III-1> 처치그룹의 활동지상 답안지

직접해보기	CAS 계산기로 해보기	두 값 비교해보기 (차이가 있다면, 무엇인지 써보세요.)

<표 III-2> 통제그룹의 활동지상 답안지

직접해보기	정답과 비교하여 보기

Ⅳ. 결과분석

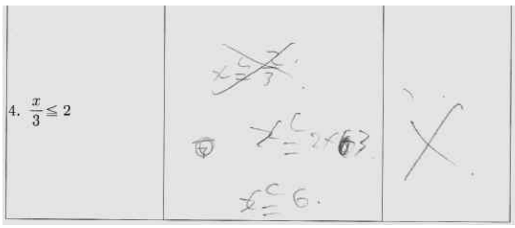
본 실험을 실시한 결과, 원래 대상이었던 15명의 학생 중 시작부터 2명은 예외로 설정하였고, 한 명은 사후검사에 참여하지 않았고, 두 명은 활동지 1부터 12까지 모두 참여하지 않아서 제외하였다. 그리하여, 처음 15명 중 10명이 분석의 대상이 되었다. 본 연구자가 의도하지 않았음에도, 처치그룹이 5명, 통제그룹이 5명이 분석 대상이 되었다. 각 그룹의 학생들이 수학학습부진아이기 때문에 12차시의 활동지를 했음에도 불구하고, 각 학생의 활동지에서 많은 메타인지 활동을 찾아볼 수 없었다. 그러나 그 중 대표적인 특징을 살펴보았다.

1. 통제그룹 학생들의 활동지 분석

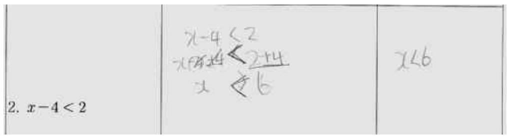
일반적으로 수학학습부진아가 지필로 활동을 했을 때, 어떠한 메타인지 활동을 하는지 확인해보기 위해 통제그룹의 활동지를 살펴보았다. 수학학습부진아인 통제그룹의 학생들은 기존과 다름없이 지필로 활동지를 하는 것이기 때문에 메타인지 활동을 찾아보기 힘들었다. 통제그룹에서 찾을 수 있는 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, Slife, Weiss, & Bell(1985)이 학습부진아는 메타인지적 지식이 뒤떨어졌다고 주장한 것처럼, 통제그룹의 학생들의 활동지에서 메타인지적 지식에 관한 활동을 찾아볼 수 없었다. 먼저, 메타인지적 지식 중 인간에 관하여 살펴보면, 학생들이 인지활동의 주체자로서 기존의 지필과정을 통하여 학생들의 인지작용에 준 영향을 찾아볼 수 없었다. 즉, 실험을 하기 전이나 하고난 다음의 학생 자체의 변화는 찾아볼 수 없었다. 과제에 관해서 살펴보면, 과제의 필요조건, 과제의 성질, 정보의 성질을 학생들이 찾았다고 보기도 힘들었다. 또한, 학생들이 평소와 같이 별다른 변화 없이 주어진 활동지의 문제를 파악하려고 노력한다거나 어떠한 정보를 습득하였다고 보기 힘들었다. 전략에 관해서 살펴보면, 학생들이 기존에 가지고 있는 지식에서 더 나은 전략을 가졌다고 보기 힘들었다. 사실 학생들이 기존에 가지고 있는 전략이 거의 없었기 때문에 12차시로 새로운 전략을 습득하는 것이 쉬운 일이 아니었다.

둘째, Slife, Weiss, & Bell(1985)이 학습부진아는 제어 기능이 뒤떨어졌다고 주장한 것처럼, 제어활동은 찾아볼 수 없었다. 그러나 메타인지적 기능 중 평가와 감시는 찾아볼 수 있었다. [그림 Ⅳ-1]을 살펴보면, 학생 1이 처음에 답을 $x \leq \frac{2}{3}$라고 썼음을 알 수 있다. 학생이 답과 비교하는 세 번째 칸에 자신의 답이 틀렸음을 X로 표기를 했다. 그리고 자신이 답이 틀렸음을 깨닫고, 풀이과정을 다시 제시하고 수정했음을 알 수 있다. 여기서, 자신의 결과가 정답과 비교하여 평가하였고, 계산과정을 확인하는 감시하는 활동을 했음을 알 수 있다. 이러한 활동은 다른 학생([그림 Ⅳ-2])에서도 찾아볼 수 있었다.



[그림 Ⅳ-1] 학생 1의 활동지



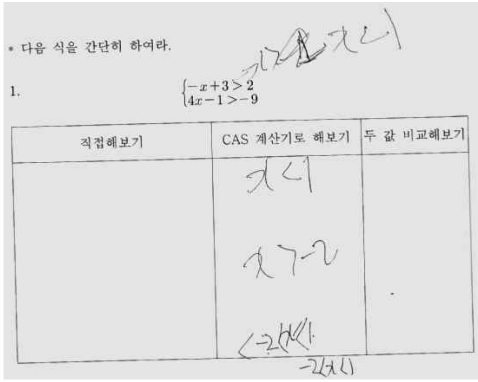
[그림 Ⅳ-2] 학생 2의 활동지

수학학습부진아가 기존의 지필 활동을 통해서 혼자서 메타인지 지식과 메타인지 기능 중 제어를 하는 일은 쉬운 일이 아님을 기존의 연구를 통해서도 알 수 있었지만, 본 연구를 통해서 다시 한 번 확인할 수 있었다.

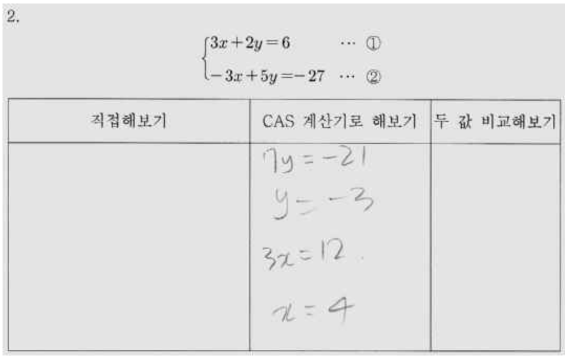
2. 처치그룹 학생들의 활동지 분석

CAS 계산기를 이용하여 처치그룹의 학생들이 어떠한 메타인지 활동을 하는지 활동지를 분석하여 보았다.

첫째, 처치그룹 학생들의 활동지에서 메타인지적 지식에 관한 활동을 찾을 수 있었다. 먼저, 인간이 소유하고 있는 기능이나 능력이 자신의 인지작용에 어떻게 영향을 미치는가에 관한 것인 인간에 대하여 살펴보았다. [그림 IV-3]은 학생 3의 활동지를 나타낸 것이다. 이 학생의 활동지를 살펴보면 지필로 직접 풀어보는 부분에 풀지 못했다. 하지만, CAS 계산기로 풀어보는 곳에 풀이가 되어있다. 첫 번째 부등식의 답인 $x \geq -5$과 두 번째 부등식의 답인 $x<2$를 계산하였다. 사실 이는 학생 3이 계산기로 답을 하였기 때문에, 실제로 지필로 계산을 할 수 있는 지식을 가졌는지 알 수는 없다. 하지만, 이 두 부등식을 계산하여 $-5 \leq x < 2$을 썼음을 알 수 있다. 여기서 학생 3은 계산기를 사용하여 식을 계산하는 방법을 알고, 두 부등식의 공통인 부분을 찾는 방법도 알고 있음을 확인할 수 있다. 이러한 활동은 다른 활동지에서도 찾아볼 수 있다. 또한, 다른 학생의 활동지에서도 찾아볼 수 있다. [그림 IV-4]는 학생 4가 계산기만을 이용하여 연립방정식의 해를 구하였다. 학생 4가 이러한 활동을 반복적으로 하여 문제를 푸는 방법을 습득하였음을 사후검사에서 알 수 있었다. 또한, 이러한 활동을 통하여 학생들이 지식을 습득하였음을 알 수 있었다.



[그림 IV-3] 학생 3의 활동지

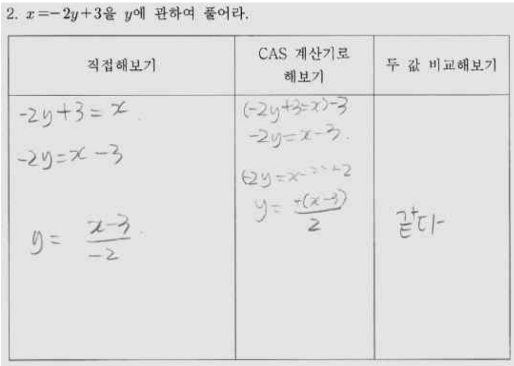


[그림 IV-4] 학생 4의 활동지

둘째, 과제 수행에 영향을 주는 과제의 특성에 대한 개인의 의식으로 내용, 상황, 구조, 구문, 과정 등을 말하는 과제는 학생들의 활동지만으로 파악하기가 힘들었다. 왜냐하면, 학생들이 수학학습부진아이기 때문에 활동지에 많은 활동을 생략하는 경우가 많았기 때문이다. 또한 개인의 의식을 파악하기 위해서는 개별 인터뷰를 실시하기 위해 몇 명의 학생에게 예비인터뷰를 시도하였다. 그러나 학생들의 대답은 '그냥요.' '기억이 안나요.' '모르겠어요.' 등 이었다. 그래서 대상학생들의 개인의 의식을 파악할 수 없었다.

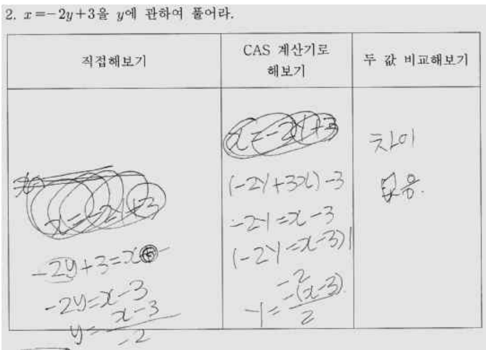
셋째, 주어진 과제의 수행이나 인지적 목적을 이루는데 유용한 전략적 지식을 찾을 수 있었다. 이는 학생들이 계산기를 이용하여 문제

를 푸는 방식을 습득하게 되므로 새로운 전략적 지식을 습득하는 것이라고 볼 수 있다. 또한, 전략에 관한 지식은 이해, 조직, 계획, 실행, 검사, 평가 등에 도움을 주는 전략에 대한 개인의 인식과 관련된 것이다. 이는 학생들이 계산기를 이용하여 문제를 이해하고 푸는데 도움이 된 활동들에서 찾아볼 수 있다.



[그림 IV-5] 학생 4의 활동지

[그림 IV-5]는 학생 4가 전략적 지식을 습득한 것을 나타낸 것이다. 학생 4는 문제를 풀 때, 즉 문제 풀이 계획을 실행할 때, 기존의 지필 계산 방법뿐만 아니라 계산기로 문제를 푸는 방식을 습득하는 것이다. 이는 지필 계산 방법과 다른 계산기로 푸는 방법을 습득하였음을 알 수 있다. 이러한 활동은 학생 5의 활동지([그림 IV-6])에서도 찾아볼 수 있다.

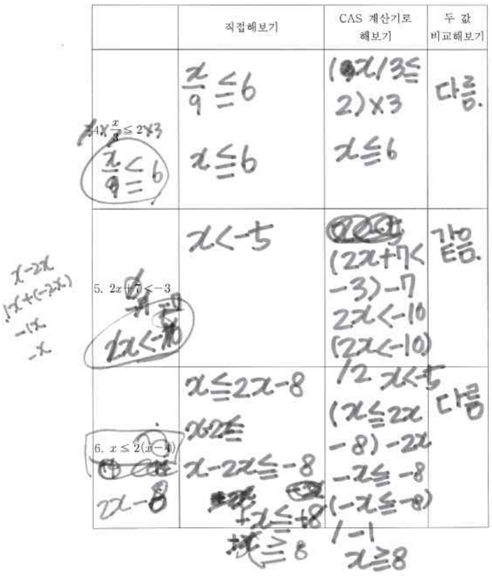


[그림 IV-6] 학생 5의 활동지

넷째, 메타인지 기능 중 평가와 감시가 이어서 일어났다. 학생들이 문제를 다 풀고 난 다음 지필 계산으로 낸 답과 계산기를 사용하여 낸 답을 비교하는 것을 평가라고 볼 수 있다. 그래서 답이 다르면, 학생들은 두 풀이 과정을 검토하게 된다. 이 활동이 감시이다. 그래서 대부분의 활동이 평가가 일어나고 이어서 감시가 일어나게 된다. 하지만, 통제그룹의 학생들은 평가가 일어난 다음에, 정답으로 고쳐 적기만 하였다. 하지만 처치그룹의 학생들은 풀이과정까지 살펴보는 활동들을 살펴볼 수가 있다.

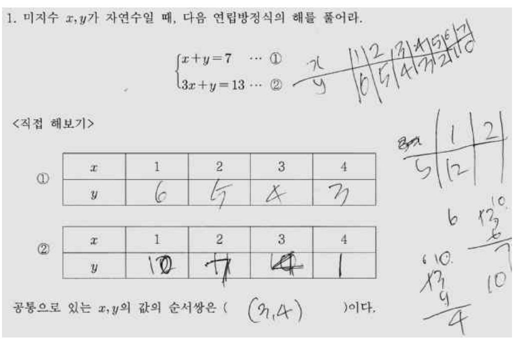
[그림 IV-7]은 학생 6의 활동지이다. 문제 4를 살펴보면 지필로 구한 첫 번째 답은 $\frac{x}{9} \leqq 6$임을 알 수 있다. 그래서 '두 값 비교해보기'에 다름이라고 적었다. 그 다음 지필과 계산기로 푼 과정을 비교하면서 맨 왼쪽 문제에 다시 풀었다. 양변에 3을 곱하였는데 분모에 3을 잘못 곱했음을 알았다. 그래서 그 부분에 빗금을 그어서 표시하고, 9를 지웠다. 그래서 다시 지필 계산 부분에 $x \leqq 6$을 적었음을 알 수 있다. 문제 6에서도 이러한 활동을 찾아볼 수 있다. 지필 계산의 결과로 $-x \leqq -8$을 적었다. 그러나 계산기로 구한 답을 살펴보니 다른 것을 알았다. 그래서 양변에 -를 +로 만들고, 부등호 방향을 바꾸어 다시 답을 적었음을 알 수 있다.

이러한 활동은 다른 학생의 활동지에서도 확인할 수 있다. [그림 IV-8]과 [그림 IV-9]는 학생 3의 활동지를 나타내었다. 이 그림은 연립방정식을 가감법이나 대입법으로 푸는 방법을 배우기 전에 표를 이용하여 공통인 해를 찾는 문제의 답을 구하는 과정이다. 학생 3은 식 ①의 표를 문제 옆에 x가 7일 때까지 구하여 ①번 표를 완성하였다. 그리고 나서 식 ②의 표를 채우기 위해 ①번 표 옆에 x가 1일 때의 값을 구하였다. 그러나 x가 2일 때와 그 이후

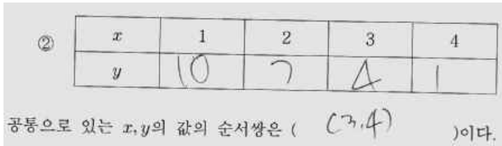


[그림 IV-7] 학생 6의 활동지

의 값들은 구하지 않았다. 학생 3은 식 ①의 패턴을 식 ②에도 적용하여 y의 각 값을 1씩 감소시켜서 적었다. 그래서 고치기 전의 y의 값이 12, 11, 10로 적혀 있음을 알 수 있다. 그러나 [그림 IV-9]에서 계산기로 정확한 답을 얻고 난 다음에 답을 수정하였다. 여기서 답만 수정한 것이 아니라 [그림 IV-8]의 식 ②의 표 옆에 계산을 하여 y값인 7과 4를 구했음을 확인할 수 있다. 1은 앞에서 했던 방식대로 3씩 감소시켜서 적은 것이다. 그래서 y의 패턴까지 익혔음을 알 수 있다.



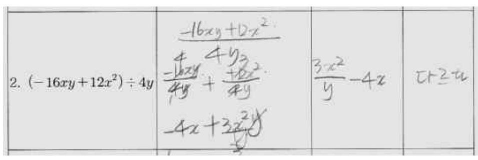
[그림 IV-8] 학생 3의 활동지



[그림 IV-9] 학생 3의 활동지

학생 4의 활동지([그림 IV-10])를 살펴보면, 비록 간단한 문제이지만 -6이 아니라 왜 -1이 나오게 되었는지도 설명하고 있다. -2와 3을 곱하여야 답이 되지만, -2와 3을 뺐다고 적고 있다. 사실 -2와 3을 어떻게 빼어도 -1은 나오지 않는다. 하지만 학생 4와 이야기해본 결과 -에 부호를 땐 두 숫자의 차를 적었다고 하였다. 정확하게 1을 제시한 것은 아니지만 평가를 통하여 감시를 시도하였다는 것은 확인할 수 있다. 또한, [그림 IV-11]에서도 두 답이 다르다고 적은 후에, 지필 계산의 답에서 y가 분자의 아니라 분모임을 알고 수정하였다. 사실, 지필의 답 바로 앞부분에 약분을 제대로 했음에도 불구하고, 답을 정확하게 적지 못한 것을 알 수 있다.

[그림 IV-10] 학생 4의 활동지

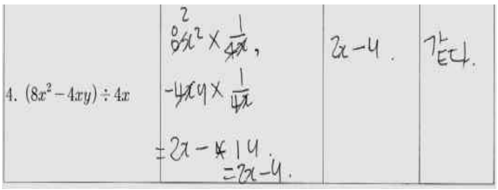


[그림 IV-11] 학생 4의 활동지

다섯째, 메타인지 기능 중 제어 활동을 찾을 수 있었다. 제어는 앞에서 언급한 활동 중에서 후속적인 조치 활동정도만 찾아볼 수 있었다. 이는 개개의 학생마다 전체적인 흐름에서 확인

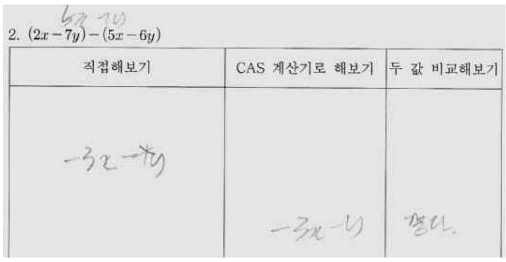
할 수 있었다. 12차시의 활동지를 살펴보면, 이전에는 잘못 푼 문제를 이후에는 제대로 풀게 되는 것을 확인할 수 있었다. 통제그룹의 학생들은 한 번 틀린 문제를 교사가 수정해주지 않으면 계속 틀리게 된다. 하지만, 처치그룹의 학생들은 계산기를 통하여 몇 번의 수정을 거치면서 그 이후에는 스스로 문제를 제대로 풀게 되는 것을 확인할 수 있었다.

처치그룹의 활동지에서 메타인지 활동 외에 다른 특징도 찾을 수 있었다. 일반적으로, 계산기나 컴퓨터 프로그램을 사용하여 활동을 하면, 공학의 특수한 표현들을 학생들이 이해할 수 없거나 지필 계산시 혼란스러워할 것이라고 생각한다. 그러나 그러한 우려와 달리 대상학생들이 수학학습부진아임에도 불구하고, 계산기상의 표현과 지필 계산의 표현을 연결해서 잘 이해하였다. [그림 IV-12]와 [그림 IV-13]은 수학학습부진아들이 $1y$를 y와 같다는 것을 이해했음을 알 수 있다. 이들은 주로 계산하여 $1y$가 나왔을 때 그것을 적어서 활동을 마치게 된다. 하지만 이 값이 y로 표현할 수 있음을 알고 수정한 것이다. [그림 IV-14]는 $6x$가 $6 \cdot x$가 같음을 이해했다는 것을 알 수 있다. 수학학습부진아들이 $6x$가 $6+x$인지 $6\times x$인지 혼돈스러워 하는 경우가 많다. 그렇지만, CAS 계산기를 사용함으로써 $6x$가 $6\times x$이고 $6 \cdot x$임을 자연스럽게 이해하였음을 알 수 있다. [그림 IV-15] 역시 답에서 표기되는 두 식이 같다는 것을 이해했음을 알 수 있다.



4. $(8x^2-4xy)\div 4x$	$8x^2\times\frac{1}{4x}$, $-4xy\times\frac{1}{4x}$ $=2x-1y$ $=2x-y$	$2x-y$	같다.

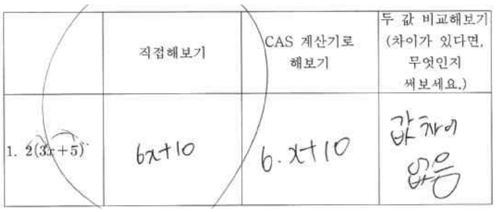
[그림 IV-12] 학생 6의 활동지



2. $(2x-7y)-(5x-6y)$

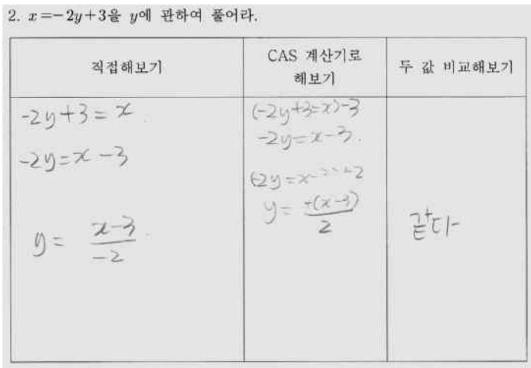
직접해보기	CAS 계산기로 해보기	두 값 비교해보기
$-3x-y$	$-3x-y$	같다.

[그림 IV-13] 학생 7의 활동지



	직접해보기	CAS 계산기로 해보기	두 값 비교해보기 (차이가 있다면, 무엇인지 써보세요.)
1. $2(3x+5)$	$6x+10$	$6\cdot x+10$	값 차이 없음

[그림 IV-14] 학생 3의 활동지



2. $x=-2y+3$을 y에 관하여 풀어라.

직접해보기	CAS 계산기로 해보기	두 값 비교해보기
$-2y+3=x$ $-2y=x-3$ $y=\frac{x-3}{-2}$	$(-2y+3=x)-3$ $-2y=x-3$ $(-2y=x-3)\div -2$ $y=\frac{-(x-3)}{2}$	같다

[그림 IV-15] 학생 4의 활동지

V. 결론

본 연구는 수학학습부진아를 CAS 계산기와 지필로 활동지를 학습하는 처치그룹과 지필로만 활동지를 학습하는 통제그룹으로 나누어 학습하고 난 후, 각 그룹 학생들의 활동지에서 메타인지 활동이 얼마나 활발하게 일어나는지를 살펴보았다. 처치그룹의 활동지에서 나타나는 특징을 다음과 같다.

첫째, 처치그룹 학생들의 활동지에서 메타인지 지식 중 인간과 전략에 관한 활동을 찾을 수 있었다. 그렇지만, 과제에 대한 활동을 찾을 수 없었다.

둘째, 처치그룹 학생들의 활동지에서 메타인지 기능에 관한 활동을 찾을 수 있었다. 주로, 메타인지 기능 중 평가와 감시가 이어서 일어났다. 메타인지 기능 중 제어 활동은 찾을 수 있었지만, 여러 활동 중에서 후속적인 조치 활동정도만 찾아볼 수 있었다.

이에 비해, 통제그룹은 메타인지 기능 중 평가와 감시만 찾아볼 수 있었다. 처치그룹의 활동에서 단지 CAS 계산기만 제외한 것뿐이었음에도 불구하고, 메타인지 활동이 다양하게 일어나지 않았음을 알 수 있었다.

본 연구의 결과에 대해서 두 가지를 논할 수 있을 것이다. 첫째, 본 연구는 일반학생이 아니라 수학학습부진아를 대상으로 하였다. 기존의 연구들은 일반학생이나 영재를 대상으로 메타인지 활동을 실시하였다(문성환, 2006; 박정환, 우옥희, 1999; 이봉주, 2004; 장선명, 2004; 조재영, 1996; 최은희, 김민경, 2006). 이는 수학학습부진아를 대상으로 메타인지 활동을 하는데 어려움이 많이 따르기 때문일 것이다. 본 연구에서도 많은 메타인지 활동의 예를 찾을 수 없었다. 하지만 본 연구에서는 수학학습부진아도 조금의 도움을 받으면 할 수 있을 것이라고 생각했다. 그 조금의 도움이 교사가 되면 좋겠지만, 우리나라의 수업 현실상 교사가 수학학습부진아에게 일일이 도움을 주기가 쉽지 않다. 그래서 둘째, 교사가 현재의 수업을 유지하면서 수학학습부진아에게 도움이 될 수 있도록 하는데 CAS 계산기가 큰 몫을 할 수 있을 것이다. 기존의 수업과 똑같이 하면서 수학학습부진아가 CAS 계산기를 가지고 학습할 수 있다면, 교사나 다른 학생의 도움 없이도 수업을 이해하는데 도움이 될 것이다. 본 연구가 이에 해당하는 예일 것이다.

이를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다. 첫째, CAS 계산기를 이용하여 대수뿐만 아니라 다른 영역에 관한 연구가 필요하다. CAS가 컴퓨터 대수 체계로 대수에 한정되어있는 것처럼 보이지만 컴퓨터 수학 체계(Computer Mathematics Systems)로 표현되기도 하기 때문이다(Cuoco & Levasseur, 2003). 컴퓨터 수학 체계라고 부르기도 하는 이유는 그래프, 수치, 기호를 사용하여 수학의 모든 영역에 적용이 가능하기 때문이다. 둘째, 본 연구가 CAS 계산기를 이용하여 수학학습부진아의 메타인지 활동과 쓰기 활동을 살펴보는 것에 한정되어있으나 수학학습부진아의 정의적인 측면을 살펴보거나 일반학생이나 교사를 대상으로 한 연구도 필요하다.

참고문헌

교육과학기술부(2008). **중학교 교육과정 해설 (I)**. 총론, 특별 활동.

교육부(1998). **수학과 교육 과정-제7차 교육 과정**. [별책 8].

김재찬(2004). **메타인지 활동이 학습부진학생의 수학적 문제해결과 신념에 미치는 영향**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

문성환(2006). **메타인지적 수업에서 나타난 수학학습 태도와 학습과정의 특징 연구**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

박정환・우옥희(1999). PBL(Problem-Based Learning)이 학습자의 메타인지 수준에 따라 문제해결 과정에 미치는 효과. **교육공학연구, 5**(3), 55-81.

이봉주(2004). 문제해결 과정에서 메타인지적 활

동 안내를 통한 고등학생의 메타인지 능력 활성화 가능성 탐색. **수학교육, 43**(3), 217-231

장선명(2004). **반성활동에 초점을 둔 증명지도 사례연구-8단계를 중심으로**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

조재영(1996). **수학교수활동 과정에서 학생의 메타인지적 능력 신장 방안 탐색**. 한국교원대학교 대학원 박사학위논문.

최은희, 김민경(2006). 메타인지 전략을 활용한 수업에서의 초등학생의 수학적 추론과 표현에 미치는 효과에 관한 연구, 교과교육학 연구, 10(1), 191-207

Bennett, G. (1995). *Calculus for general education in a computer classroom. The International DERIVE Journal, 2*(2), 3-11.

Blozy, T. A. (2002). *An analysis of performance on calculus questions by students using CAS and Non-CAS graphing calculators*. Doctoral Dissertation, Columbia University.

Cuoco, A., & Levasseur, K. (2003). Classical mathematics in the age of CAS. In Fey, J. T., Cuoco, A., Kleran, C., McMullin, L., & Zbiek, R. M.(Ed.). *Computer algebra systems in secondary school mathematics education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dickman, S. J. (1990). Functional and psychology impulsivity : Personality and cognitive correlates, *Journal of Personality and Social Psychology, 58*, 95-102.

Flynn, P., Berenson, L., & Stacey, K. (2002). Pushing the pen or pushing the button : A catalyst for debate over future goals for mathematical proficiency in the CAS-age. *Australian Senior Mathematics Journal, 16*(2), 7-19.

Forrest-Pressley, D. L., MacKinnon, G. E., & Waller, T. G.(Eds.) (1985). *Metacognition, cognition, and human performance: Theoretical perspectives*, Vol. 1. NY: Academic Press.

Garofalo, J., & Lester, F. K. Jr. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. In *Journal for Research in Mathematics Education. 16*(3), 163-176.

Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. J*ournal for Research in Mathematics Education, 19*(1), 3-25.

___________, & Zbiek, R. M. (1995). A technology-intensive approach to algebra. *The Mathematics Teacher, 88*(8), 650-656.

___________, Choate, J., Sheets, C., & Zbiek, R. M.(Ed.) (1995). *Algebra in a technological world*(First ed.). Reston: NCTM.

Hembree, R., & Dessart, D. J. (1992). Research on calculators in mathematics education. In J. T. Fey(Ed.). Calculators in mathematics education, 1992 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, 23-32. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Herbert, S., & Pierce, R. (2005). Potential of technology and a familiar context to enhance students ; Concept of rate of change. Proceedings of *the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Held at RMIT, Melbourne, 7-9 July, 2005.

Heugl, H. (2001). The necessary fundamental algebraic competence in the age of computer algebra systems. In *The Austrian Center for Didactics of Computer Algebra(ACDCA).*

Summer Academy, 5th, Gosing an der Mariazellerbahn, Austria, August, 1999.

Hirschorn, D. B., & Thompson, D. R. (1996). Technology and reasoning in algebra and geometry. *The Mathematics Teacher, 89*(2), 138-142.

Lagrange, J. B. (1999). Learning pre-calculus with complex calculators : Mediation and instrumental genesis. In O. Zaslavsky (Ed.). *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3*, 193-200. Haifa, Israel: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Llorens-Fuster, J. (1995). A mathematics course with DERIVE at technical colleges. *The International DERIVE Journal, 2*(2), 33-39.

Mayes, R. L. (1993). Computer use in algebra : and now the rest of the story. *The Mathematics Teacher, 86*(7), 38-541.

Palmiter, J. R. (1991). Effects of computer algebra systems on concept and skill acquisition in calculus. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(2), 51-156.

Slife, B. D., Weiss, J., & Bell, T. (1985). Separability of metacognition and cognition : Problem solving in learning disabled and regular students, *Journal of Educational Psychology, 77*(4), 437-445.

Taylor, M. (1995). Calculators and computer algebra systems-their use in mathematics examinations. *The Mathematics Gazette, 79*(484), 68-73.

Thomas, M. O. J., Monaghan, J., & Pierce, R. (2004). Computer algebra systems and algebra : Curriculum, assessment, teaching, and learning, In Stacey, K., Chick, H. & Kendal, M.(Ed.). *The teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study*. 155-186. Norwood, MA: Kluwer Academic Publishers.

Torgensen, J. K. (1977). The role of nonspecific factors in the task performance of learning-disabled children : A theoretical assessment, *Journal of Learning Disabilities, 10*, 27-34.

Waits, B. K. & Demana, F. (2000). Calculators in mathematics teaching and learning : Past, present and future. In *Learning for a New Century: 2000 yearbook of the National Council of teachers of Mathematics*, Chapter 5. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

The Analysis of Metacognitive Activity Through Writing Using CAS Calculator on Middle School Mathematics Underachiever

Kim, In Kyung (Cheongju University)

This research is focusing on find out the learning method for mathematics underachievers of middle school. The tested method were metacognitive activity through writing. For conducting research, I had selected mathematics underachievers of middle school. After selecting them, I made two group. One group studied using CAS calculator with paper and pencil. And another group studied using paper and pencil only. Both groups exhibited metacognitive learning activities. The analysis of result shows that the group with CAS calculator did better than the group of paper and pencil.

* key words : metacognition(메타인지), CAS calculator(CAS 계산기), mathematics underachiever(수학학습부진아), algebra learning(대수 학습)

논문접수 : 2010. 8. 27
논문수정 : 2010. 12. 1
심사완료 : 2010. 12. 10

<부록 1> 학습요소 및 학습내용

<table>
<tr><th>영역</th><th>차시</th><th colspan="2">학 습 요 소</th><th>학 습 내 용</th></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td colspan="2">사전검사</td><td>학생의 현재 수준을 파악하기 위한 평가</td></tr>
<tr><td rowspan="6">III. 식의 계산</td><td>2</td><td colspan="2">CAS 계산기</td><td>CAS 계산기 사용법</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">* 1학년 복습</td><td>정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈, 동류항 계산, 분배법칙</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">1. 지수법칙 (1)</td><td>거듭제곱, 곱셈에 관한 지수법칙</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">1. 지수법칙 (2)</td><td>나눗셈에 관한 지수법칙</td></tr>
<tr><td>6</td><td colspan="2">2. 단항식의 곱셈과 나눗셈
3. 다항식의 덧셈과 뺄셈</td><td>곱셈에 대한 교환법칙, 결합법칙, 단항식의 곱셈과 나눗셈, 분배법칙, 다항식의 덧셈과 뺄셈, 이차식, 이차식의 계산</td></tr>
<tr><td>7</td><td colspan="2">4. 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈
5. 등식의 변형</td><td>전개식, 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈, 등식의 변형</td></tr>
<tr><td rowspan="4">IV. 방정식과 부등식</td><td>8</td><td rowspan="2">방정식</td><td>1. 미지수가 2개인 일차방정식
2. 미지수가 2개인 연립일차방정식</td><td>미지수가 2개인 일차방정식의 뜻과 해, 미지수가 2개인 연립일차방정식의 뜻, 연립방정식의 해, 그래프</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3. 연립방정식 풀이</td><td>등식의 성질, 소거, 가감법, 대입법, 괄호가 있는 연립방정식, 계수가 소수나 분수인 연립방정식</td></tr>
<tr><td>10</td><td rowspan="2">부등식</td><td>1. 부등식과 그 해
2. 부등식의 성질
3. 일차부등식 풀이</td><td>부등호, 부등식의 뜻, 참, 거짓, 부등식의 해, 부등식의 성질, 일차부등식의 해, 부등식의 해와 수직선</td></tr>
<tr><td>11</td><td>4. 연립부등식</td><td>연립부등식의 뜻, 연립부등식의 해와 수직선</td></tr>
<tr><td rowspan="3">IV. 일차함수</td><td>12</td><td colspan="2">1. 일차함수의 뜻
2. 일차함수의 그래프</td><td>함수, 일차함수의 뜻, 그래프, 평행이동, 일차함수의 기울기, x절편과 y절편 구하기</td></tr>
<tr><td>13</td><td colspan="2">3. 일차함수의 그래프 그리기</td><td>일차함수의 그래프 그리기</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="2">4. 일차함수의 식 구하기</td><td>직선을 그래프로 하는 일차함수의 식</td></tr>
<tr><td></td><td>15</td><td colspan="2">사후검사</td><td></td></tr>
</table>