

# 가상 탐지자 배열 모델을 이용한 직사각형 판에서 $A_0$ 램파 모드 시간반전과정 모사 Simulating a Time Reversal Process for $A_0$ Lamb Wave Mode on a Rectangular Plate Using a Virtual Sensor Array Model

박 현 우\*

Hyun Woo Park

(2010년 1월 12일 접수 ; 2010년 2월 22일 심사완료)

**Key Words** : Time Reversal Process(시간반전과정), Lamb Wave(램파), Rectangular Plate(직사각형 판),  $A_0$  Mode( $A_0$  모드), Timoshenko Beam Theory(티모셴코 보이론), Virtual Sensor Array Model(가상 탐지자 배열 모델), Dispersion(분산), Piezoelectric Transducers(압전소자)

## ABSTRACT

This paper presents the analysis of a time reversal process for  $A_0$  Lamb wave mode( $A_0$  mode) on a rectangular plate. The dispersion characteristic equation of the  $A_0$  mode is approximated using the Timoshenko beam theory. A virtual sensor array model is developed to consider the effects of reflections occurring on the plate boundary on the time reversal process. The time reversal process is formulated in the frequency domain using the virtual sensor array model. The reconstructed signal is obtained in the time domain through an inverse fast Fourier transform. The validity of the proposed method is demonstrated through the comparison to the numerical simulation results computed by the finite element analysis.

## 1. 서 론

Lead zirconate titanium로 이루어진 압전소자(이하 PZT라고 칭함) 또는 macro fiber composite<sup>(1)</sup>와 같이 구조물의 가진(actuation)과 탐지(sensing)를 동시에 가능케 하는 센서기술이 발달함에 따라 판 구조물에서 램파(Lamb wave)를 이용한 구조물 손상탐지기법 개발에 관심이 고조되고 있다<sup>(2)</sup>.

램파는 윗면과 아랫면을 자유경계면으로 갖는 평면변형상태의 판에 발생하는 유도파(guided wave)의 일종이다<sup>(3)</sup>. 구조물의 고유모드 또는 고유진동수

와 같은 저주파수 대역 동적 특성보다 고주파 대역 응답에 속하는 램파는 미세균열과 같은 국부손상에 대해 민감하게 반응하는 것으로 알려져 있다<sup>(3)</sup>. 최근, 판에 부착이 용이한 PZT로 유도된 램파를 이용한 판 구조물의 손상탐지에 대한 이론 및 실험 연구들이 매우 활발히 진행되고 있다<sup>(2,4-6)</sup>.

주파수 성분과 무관하게 항상 일정한 속도로 전달되는 체적파와 달리 램파는 각 주파수 성분들이 서로 다른 속도로 진행함에 따라 초기의 입력파형이 파의 진행에 따라 달라지는 분산특성을 가지고 있다. 이러한 램파의 분산성 때문에 램파가 손상발생지점을 경유하여 파형이 변화했다고 하더라도 실제 파의 변화가 손상에 의한 것인지 분산성에 의한 것인지 판단하기 어렵다<sup>(3)</sup>.

\* 교신저자 ; 정희원, 동아대학교 토목공학과  
E-mail : hwpark@dau.ac.kr  
Tel : (051)200-7630, Fax : (051)201-1419

이러한 손상진단에서 램파의 분산효과를 효과적으로 분리하기 위해 다양한 연구들이 수행되어 왔다<sup>(2,7-9)</sup>. 그 중 현대 시간반전음향학(time reversal acoustics; TRA)에 기반을 둔 램파의 시간반전과정에 대한 연구가 주목할 만하다<sup>(10-12)</sup>. Fig. 1(a)에서는 시간반전과정을 이용한 구조물 손상 탐지의 개념을 나타내고 있다. 먼저, 구조물의 한 지점의 능동센서(PZT A)에서 기지의 특정 입력파를 생성시켜서 구조물에 가해 주면, 다른 지점의 센서(PZT B)에서 응답신호를 측정하게 된다. 만일 구조물에 손상이 없는 경우, PZT B에서 측정된 응답신호를 측정된 시간순서의 역순으로 뒤집어서 다시 PZT A로 돌려 보내게 되면 파의 시간반전성에 의해서 Fig. 1(b)와 같이 원래의 입력신호와 시간반전과정을 통해 복원된 신호가 정확하게 일치하게 된다. 만약 구조물에 균열과 같은 손상이 있는 경우 같은 과정을 반복하

게 되면 파의 시간반전성이 깨지면서 Fig. 1(c)와 같이 입력신호와 복원신호가 달라진다<sup>(11)</sup>. 이것은 균열과 같은 손상에 의해 파 전달문제가 비선형 문제로 바뀌면서 공간적 상반성이 위배되기 때문에 발생하는 현상이다<sup>(13)</sup>. 따라서 기지의 입력신호와 시간반전과정을 통해 복원된 신호를 직접 비교함으로써 과거의 기지 데이터를 참조하지 않고 구조물의 손상을 추정할 수 있다<sup>(12)</sup>.

Fig. 1의 시간반전과정을 실제 판구조물에 적용할 경우 램파의 분산효과와 판 경계에서의 반사효과를 적절히 고려해야 한다<sup>(14)</sup>. 특히, 시간반전과정에서 파 반사는 파의 탐지범위를 확장시켜 실제 사용된 센서의 개수보다 많은 수의 센서를 사용한 것과 같은 가상 수신자(virtual receptor) 효과를 유발한다<sup>(15)</sup>. 가상 수신자 효과를 이용한다면 소수의 가진/탐지자를 통해 손상탐지 범위를 판 내부 전체로 확장할 수 있기 때문에 비용 측면에서 구조물 손상탐지를 위해 유용하게 활용할 수 있을 것이다.

이 연구에서는 직사각형 형상을 갖는 판에서 기본 역대칭 램파 모드(fundamental anti-symmetric Lamb wave mode; 이하 A<sub>0</sub> 모드)에 대해 시간반전과정이 적용될 때 복원되는 램파 신호의 수치 모사를 위한 기법을 제안한다. 이 기법에서 A<sub>0</sub> 모드의 분산특성을 티모셴코 보 이론을 이용하여 모사한다<sup>(16)</sup>. 또한, 직사각형 판에서 발생하는 파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향을 모사하기 위해 가상 탐지자 배열 모델을 제안한다. 원입력 신호에 대한 시간반전과정의 정식화를 주파수 영역에서 수행하고 역 푸리에 변환을 이용하여 시간반전과정을 통해 입력된 신호를 시간영역에서 복원한다. 제안된 방법을 2차원과 3차원 판의 수치예제모델을 이용하여 범용 유한요소 프로그램인 ABAQUS 6.7-4/explicit<sup>(17)</sup>으로부터 계산된 결과와 비교하고 타당성을 검증한다.

## 2. 티모셴코 보이론을 이용한 A<sub>0</sub> 모드 분산 방정식

램파의 분산성을 나타내는 Rayleigh-Lamb 식은 윗면과 아랫면에 자유경계조건이 주어질 무한 등방성 판의 동탄성 지배방정식에 경계조건을 적용하여 구할 수 있는 특성방정식이다<sup>(3)</sup>. 이때, Rayleigh-

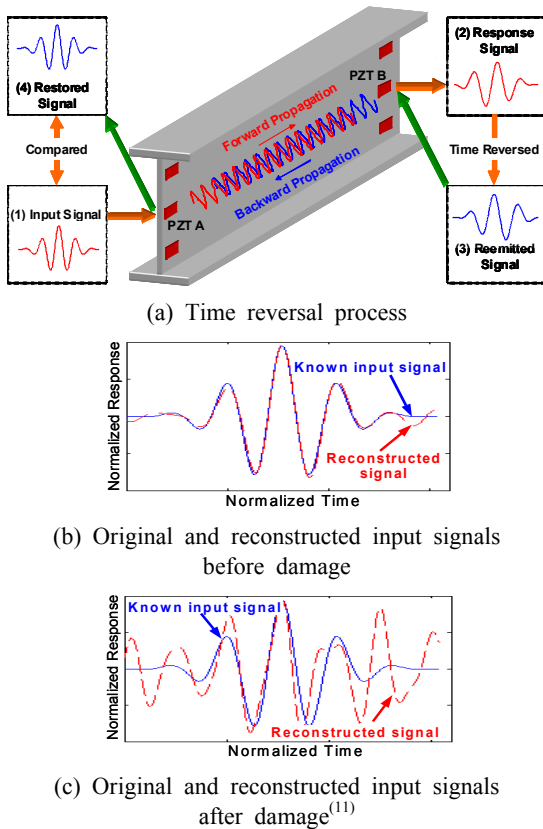
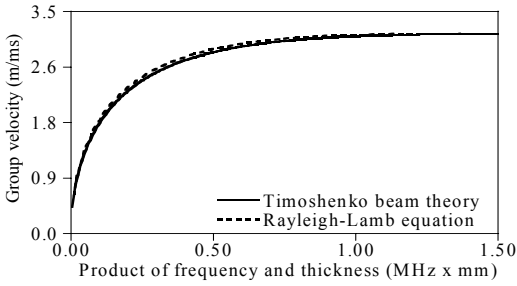


Fig. 1 Schematic illustration of a time reversal process for structural health monitoring using surface-bonded piezoelectric wafers



**Fig. 2** Typical dispersion curve of  $A_0$  Lamb wave mode obtained from Rayleigh-Lamb equation and a simplified equation based on the Timoshenko beam theory[Eq.(1)]. (Aluminum plate; Young's modulus = 70GPa, Poisson ratio = 0.33)

Lamb식에서 구할 수 있는 램파 모드는 판의 중립면을 기준으로 모드의 변형형상을 감안하여 대칭모드 (S 모드)와 역대칭모드 (A 모드)로 구분할 수 있다. 특히, 기본 대칭 모드인  $S_0$  모드와 기본 역대칭 모드인  $A_0$  모드는 판구조물의 손상진단에 널리 사용되고 있다<sup>(3)</sup>.

$A_0$  모드의 분산성을 모사하기 위해 Rayleigh-Lamb식을 사용하는 것이 동탄성학적으로 정해법이지만 파수에 대한 비선형 초월방정식으로 이루어진 Rayleigh-Lamb식의 해를 구하는 것은 계산 과정이 복잡하다. 이때, 티모셴코 보 이론으로부터 유도된 특성방정식을 이용하면  $A_0$  모드의 분산성을 간편하게 모사할 수 있다. 티모셴코 보 이론으로부터 각진동수  $\omega$ 에 대응하는 파수  $k$ 를 구하기 위한 특성방정식은 다음과 같다<sup>(18)</sup>.

$$\det \begin{vmatrix} GK_1k^2 - \rho\omega^2 & -ikGK_1 \\ ikGK_1 & \frac{h^2}{12}(Ek^2 - \rho K_2\omega^2) + GK_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

여기서  $E$ ,  $G$ ,  $\rho$ , 그리고  $h$ 는 각각 판의 탄성계수, 전단탄성계수, 밀도, 그리고 두께를 나타내고  $K_1$ 과  $K_2$ 는 전단변형에 대한 조정계수이다<sup>(18)</sup>. 식 (1)의 탄성계수  $E$ 는 평면응력상태의 경우 3차원 탄성체에서 정의되는 탄성계수인 반면 2차원 평면변형상태를 가정할 경우 탄성계수에 푸아송비  $\nu$ 를 고려하여  $(1-\nu^2)$ 으로 나눈 값을 써야 한다.

Fig. 2는 Rayleigh-Lamb식에서 계산된 분산곡선

과 티모셴코 보 이론을 이용하여 계산된 분산곡선의 전형적인 예를 비교하여 나타냈다. 1차 cut-off 주파수<sup>(3)</sup> 이하의 주파수 대역에서 두 분산곡선이 매우 잘 일치함을 알 수 있다.

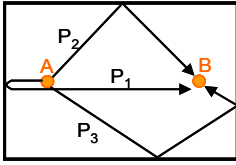
### 3. 가상 탐지자 배열 모델

Fig. 3에서는 사각형 판에 부착된 PZT를 이용하여 램파를 가진하고 탐지할 수 있는 모델을 과 반사의 관점에서 개념적으로 나타냈다.

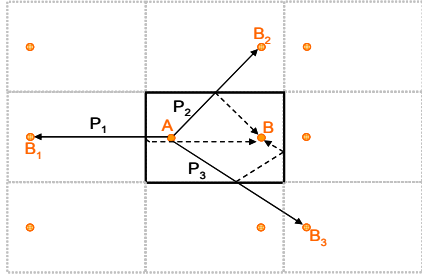
Fig. 3(a)에서 판의 경계면에서 파 반사를 고려하면 PZT A로부터 생성된 램파가 PZT B로 전달되는 경로는 무한히 많이 존재한다. 설명의 편의상 파 반사 전달 경로들 중 간단한 경우 세가지를  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ 로 도시하였다. 판 경계에서 파 반사가 발생할 때 램파의 모드변환(mode conversion)이 발생하지 않고 입사파의 에너지가 모두 반사되는 전반사가 발생한다고 가정하자. 이 경우 파 반사에 의해 램파가 PZT B로 전달되는 경로는 Fig. 3(b)와 같이 PZT A에서 가상 탐지자로 직접 전달되는 경로로 나타낼 수 있다. 즉, Fig. 3(a)에서  $P_1$ 를 따라서 PZT A에서 PZT B로 전달 되는 램파는 Fig. 3(b)의 PZT A에서 가상 탐지자 PZT B<sub>1</sub>으로 직접 전달되는 램파 신호와 등가관계에 있다. 마찬가지로 Fig. 3(a)의  $P_2$ 와  $P_3$ 경로를 통해 PZT B에 전달되는 램파는 Fig. 3(b)의 PZT A에서 가상탐지자 PZT B<sub>2</sub>와 B<sub>3</sub>로 각각 직접 전달되는 램파 신호와 등가를 이룬다. 따라서 Fig. 3(b)의 PZT B에 파 반사로 인해 전달되는 램파는 Fig. 3(b)에 존재하는 가상 탐지자 배열에 직접 전달되는 램파를 모두 중첩시켜서 나타낼 수 있다.

반사파 경로가 증가함에 따라 Fig. 4와 같이 각각의 반사파 경로에 대응하는 가상의 탐지자의 개수도 증가하게 되고 탐지자의 배열은 원래의 사각형 판을 중심으로 좌,우,상,하 방향으로 거울상(mirror image)형태로 무한히 반복된다. 이러한 규칙성을 이용하여 사각형 판의 크기와 PZT A와 PZT B의 위치가 주어졌을 때 PZT A와 반사파 경로에 대응하는 모든 가상 탐지자까지의 거리를 계산할 수 있다. 또한 무한히 반복되는 특성 때문에 가상 판의 크기가 무한하므로 가상탐지자 모델에서는 파 반사가 발생하지 않는다.

결국 파 반사에 의한 가상 탐지자 배열의 효과로

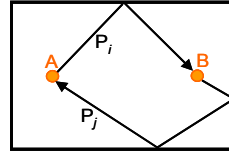


(a) Examples of wave paths due to reflections

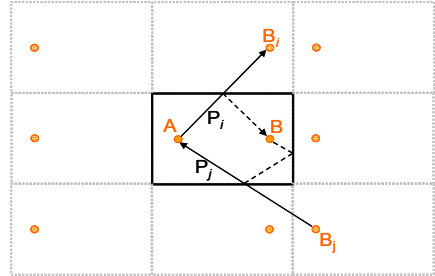


(b) Virtual sensor array model

**Fig. 3** Schematic of a virtual sensor array model considering wave reflections in a rectangular plate

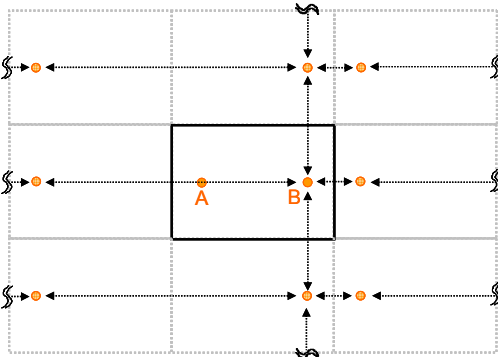


(a) Typical time reversal process considering wave reflections in a rectangular plate



(b) An equivalent time reversal process using the virtual sensor array model

**Fig. 5** Schematic of time reversal process of reflected waves using the virtual sensor array model



**Fig. 4** Replication of the original sensors and the rectangular plate in the virtual sensor array model

인해 한쌍의 PZT 소자만을 이용하는 경우에도 무수히 많은 탐지자들을 설치한 것과 같은 효과를 얻을 수 있다. 따라서 이 효과를 적절히 활용하면 적은 개수의 탐지자를 이용하여 판의 전체영역을 모두 조사 대상영역에 편입시킬 수 있다.

#### 4. 시간반전과정 모사기법

Fig. 5는 Fig. 3의 가상 탐지자 모델을 이용하여 파 반사가 있는 시간반전과정 모사를 개념적으로

도식화 하였다. Fig. 1에서 기술한 바와 같이 시간반전과정은 PZT A에서 가진하여 PZT B에서 수신하는 순방향 전달과 수신된 램파 신호를 시간영역에서 반전시킨 후 PZT B에 재입사 시켜서 PZT A로 돌려보내는 역방향 전달로 진행된다.

파 반사가 존재하는 경우 시간반전과정에서 순방향 및 역방향 전달 과정에서 무한히 많은 전달경로가 존재한다. Fig. 5(a)에서 그 조합들 중 간단한 경우의 시간반전과정을 예로 도시하였다. 여기서, 순방향 전달은  $P_i$ 로 역방향 전달은  $P_j$ 으로 나타냈다.

Fig. 5(b)에서는 가상 탐지자 배열을 이용하여 Fig. 5(a)와 등가관계를 이루도록 시간반전과정을 모사하였다. 순방향 전달은 PZT A에서 순방향 전달에 대응하는 가상탐지자 PZT  $B_i$ 로 직접 전달되는 경로로 표시할 수 있다. 역방향 전달은 PZT  $B_j$ 에서 수신된 램파 신호를 시간반전시킨 후 역방향 전달에 대응하는 가상탐지자 PZT  $B_j$ 에 재입사 시킨 후 PZT A로 직접 돌려 보내는 경로로 표시할 수 있다.

시간반전과정에서 모든 파 반사 경로를 고려할 때 PZT A에 복원되는 입력신호는 PZT A와 가상 탐지자 배열간의 시간반전과정에서 복원된 입력신호들의 중첩이 된다. 단일 램파 모드만을 고려하면 이러한 일련의 과정을 PZT A와 가상 탐지자 배열

간의 시간반전연산자를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(14)</sup>.

$$\Gamma(\omega) = \sum_{j=1}^{n_B} \sum_{i=1}^{n_F} g_i^*(\omega) g_j(\omega) \quad (2)$$

여기서  $i$ 와  $j$ 는 각각 Fig. 4에서  $P_i$ 와  $P_j$ 에 대응되는 경로를 나타내고,  $\omega$ ,  $\Gamma$ , 그리고  $g_i$ 는 각각 각진동수, 시간반전연산자, 그리고  $P_i$ 에 대응하는 주파수 영역 전달함수를 나타낸다. 또한,  $n_F$ 와  $n_B$ 는 각각 시간반전과정에서 순방향 전달과 역방향 전달에서 수집되는 총 반사파 경로의 갯수를 나타낸다. 위첨자 \*는 변수의 켈레복소수를 의미한다.

시간반전과정에서 협대역 입력신호에 의해서  $A_0$  모드만이 발생한다고 가정한다면 식 (2)의 주파수 영역 전달함수  $g_i$ 를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$g_i(\omega) = c \eta(r_i) \exp[-ik_{A_0}(\omega)r_i] \quad (3)$$

여기서  $c$ 와  $\eta$ 는 각각 진폭분산(amplitude dispersion)과 파의 진행거리에 따른 공간적 감쇠(spatial attenuation)를 나타낸다. 진폭분산의 경우 협대역 신호를 사용하는 경우 일정하다고 가정할 수 있고<sup>(14)</sup>, 공간적 감쇠는 3차원 공간상의 PZT A에서 가상 탐지자 PZT B까지의 거리인  $r_i$ 에 반비례하는 것으로 알려져 있다<sup>(15)</sup>. 또한  $k_{A_0}$ 는 램파의  $A_0$  모드의 분산특성을 결정하는 파수로서 식 (1)의 분산 특성방정식으로부터 구할 수 있다. 수식 전개 편의상  $\omega$ 는 이후 특별한 언급이 없는 한 생략한다.

식 (3)을 식 (2)에 대입하면 시간반전연산자를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma &= \sum_{j=1}^{n_B} \sum_{i=1}^{n_F} g_i^* g_j \\ &= \sum_{j=1}^{n_B} \sum_{i=1}^{n_F} cc^* \eta(r_i) \eta(r_j) \exp[ik_{A_0}(r_i - r_j)] \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)를 이용하여  $A_0$  램파 모드가 시간반전과정을 통해 PZT A에 복원되는 입력신호를 다음과 같이 주파수 영역에서 일반화시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} V_R &= \Gamma K K^* V_A^* \\ &= \sum_{j=0}^{n_B} \sum_{i=0}^{n_F} cc^* \eta(r_i) \eta(r_j) \exp(i\theta_{ij}) K K^* V_A^* \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $K$ 와  $V_A$ 는 각각 압전소자의 전기역학적 성질에 의해 결정되는 상수와 시간영역에서의 원래협대역 입력신호를 주파수영역으로 푸리에변환한 변수이다<sup>(14)</sup>. 그리고  $\theta_{ij} = k_{A_0}(r_i - r_j)$ 이다. 또한 식 (5)를 역푸리에 변환하면 시간영역에서 복원된 입력신호를 구할 수 있다.

## 5. 수치예제

### 5.1 Pitch-catch를 이용한 2차원 평면변형 상태의 알루미늄 판에서의 시간반전과정 모사

4장에서 기술된 시간반전과정 모사기법을 검증하기 위해 Fig. 6과 같이 PZT 소자가 부착된 평면변형 상태의 알루미늄 판(탄성계수: 70 GPa, 푸아송비: 0.33, 밀도: 2700 kg/m<sup>3</sup>)에서 시간반전과정을 유효요소법으로 수치 모사한 결과와 비교하였다.

유효요소법 모델링시 시간반전과정에서 다중모드의 간섭 없이 순수하게  $A_0$  모드만이 시간반전과정에서 적용되도록 Fig. 6과 같이 가진점과 측정점에 대응하는 판의 윗면과 아랫면에 동일한 PZT 소자(PZT A, B, C, D)를 부착하였다. 먼저 순방향 파 전달에서 협대역 톤버스트를 PZT A와 D에 동시에 가했을 때  $S_0$  모드는 상쇄되고  $A_0$  모드만 발생되도록 PZT A와 D 그리고 PZT B와 C가 전기적으로 분극(polarization)되는 방향을 같게 설정하였다<sup>(19)</sup>. 전달된  $A_0$ 모드에 의해 PZT B와 C에서 수신된 응답신호를 시간반전 시킨 후 다시 PZT B와 C에 동시에 입사시키면 PZT A와 D에서 복원된 입력신호를 얻을 수 있다.

Fig. 7은 시간반전과정의 순방향 전달에서  $A_0$  모드만을 발생시키기 위해 PZT A와 D에 동시에 가해지는 100 kHz 톤버스트 입력신호이다. 램파를 발생시키는 PZT 소자는 모두 1 cm길이의 PSI-5A4E 형<sup>(20)</sup>으로 0.507 mm이다. PZT와 판은 미끄러짐 없이

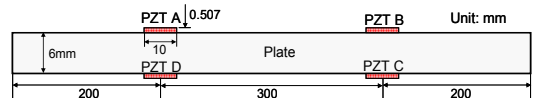


Fig. 6 A two dimensional aluminum plate model with a pair of collocated piezoelectric wafers bonded on the plate for the time reversal process simulation using  $A_0$  Lamb wave mode

강접합 되며, PZT의 크기가 작고 두께가 얇은 경우 PZT에 의한 램파의 가진과 탐지는 등가 절점력과 판의 표면에 발생하는 변형도를 이용하여 구현이 가능하다<sup>(21)</sup>.

수치 모사를 위해 사용된 유한요소 모델링은 KISTI 슈퍼컴퓨팅센터의 IBM p595<sup>(22)</sup>에 설치된 ABAQUS 6.7-4/Explicit를 이용해 수행하였다. 알루미늄 판은 0.25×0.25 mm 4절점 1차 평면변형 고체 요소(총 요소수: 67200개)를 사용하였다. 정확한 파의 시간영역 해석을 위해 중앙차분법(central difference method)을 사용하였고 시간 증분은 0.0125 μs로 설정하였다.

Fig. 8은 Fig. 6의 PZT B와 C에서 수신된 응답신호를 유한요소 해석으로 구한 것이다. 편의상 최대 응답신호를 1로 정규화 하였고 4 ms까지의 응답신호를 나타냈다. 첫 번째 파 신호가 PZT A와 D로부터 PZT B와 C로 직접 전달된 파이고, 나머지 그 이후는 모두 판의 양쪽으로부터 순차적으로 반사되면서 발생한 파 신호들이다. 처음 0.5 ms 이전에는 원 입력신호(Fig. 7)의 파형이 유지되다가 그 이후부터 램파의 속도분산효과가 발생되면서 2 ms 이후에는 속도분산의 효과가 지배적으로 나타남을 알 수 있다.

이런 점을 감안하여 시간반전과정에 사용되는 응답신호는 Fig. 8과 같이 크게 4가지(case 1,2,3,4)로 나누었고, 각각의 경우에 대응하는 시간은 0.5, 1, 2, 3 ms이다.

Fig. 9은 Fig. 8에 제시된 네가지 경우의 응답신호를 사용하여 제안된 방법과 유한요소 해석을 통해 PZT A와 D에서 복원된 입력신호를 비교하였다. 각각의 경우에서 시간반전과정의 역방향 전달 해석시간은 각각, 0.9325, 1.9325, 3.9325, 5.9325 ms이다. Fig. 9에서 복원된 입력신호를 t=0 부근의 원래 입력신호에 대응되는 주모드를 기준으로 원래 입력신

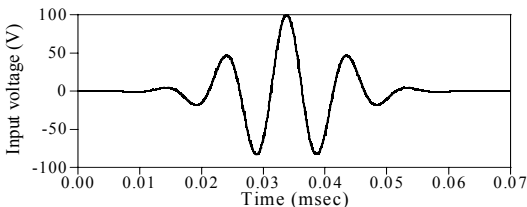


Fig. 7 100 kHz tone burst input voltage signal

호의 중앙 최대값에 대응하는 복원신호값을 1로 정규화하였다<sup>(14)</sup>.

Fig. 9(a)와 (b)를 비교했을 때 유한요소 해석 결과와 제안된 방법에 의해 모사된 결과가 잘 일치하고 있다. t=0에서 복원된 주 모드 형상은 속도분산 효과가 시간반전과정을 통해 완전히 보상되어 원래 입력신호의 형상과 같다. 주 모드를 기준으로 양쪽으로 발생한 측대파들과 발생위치를 제안된 방법이 잘 모사하고 있다. 시간반전과정에 사용된 응답신호의 시간이 0.5 ms로 짧기 때문에 주 모드를 기준으로 대칭을 이루는 측대파와 그렇지 않은 측대파가 모두 관측된다.

Fig. 9(c)~(h)와 같이 시간반전과정에 사용된 응답신호의 길이가 증가함에 따라 시간반전과정을 제안된 방법으로 모사했을 때 주 모드를 기준으로 변화하는 측대파의 위치와 크기를 잘 보여주고 있다. 특히, 주 모드를 기준으로 한 측대파의 대칭성이 시간반전과정에 사용된 응답신호의 길이가 길어질수록 점진적으로 향상되고 있다. 따라서 어느 정도 길이 이상의 응답신호를 사용하면 측대파의 대칭성은 만족되고 그 위치와 형상도 응답신호의 길이 증가에 관계없이 일정하게 된다<sup>(14)</sup>.

## 5.2 Self-sensing을 이용한 3차원 정사각형 알루미늄 판에서 시간반전과정 모사

검증하기 위한 두 번째 예제는 Fig. 10(a)와 같이 두께 6 mm의 3차원 정사각형 알루미늄 판의 중앙 윗면과 아랫면에 부착된 동일한 크기의 정사각형 PZT A와 B를 이용한 시간반전과정 모사문제이다. 알루미늄 판의 물성치와 압전소자의 제원은 5.1절의 수치예제와 같다. Fig. 10(b)는 유한요소 해석에서 연산비용을 절감하기 위해 Fig. 10(a)와 등가인 1/4

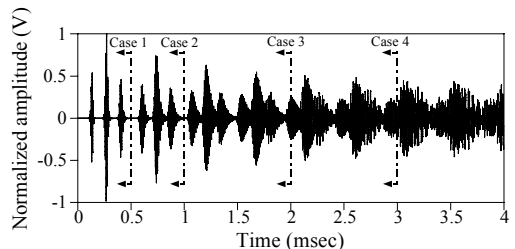
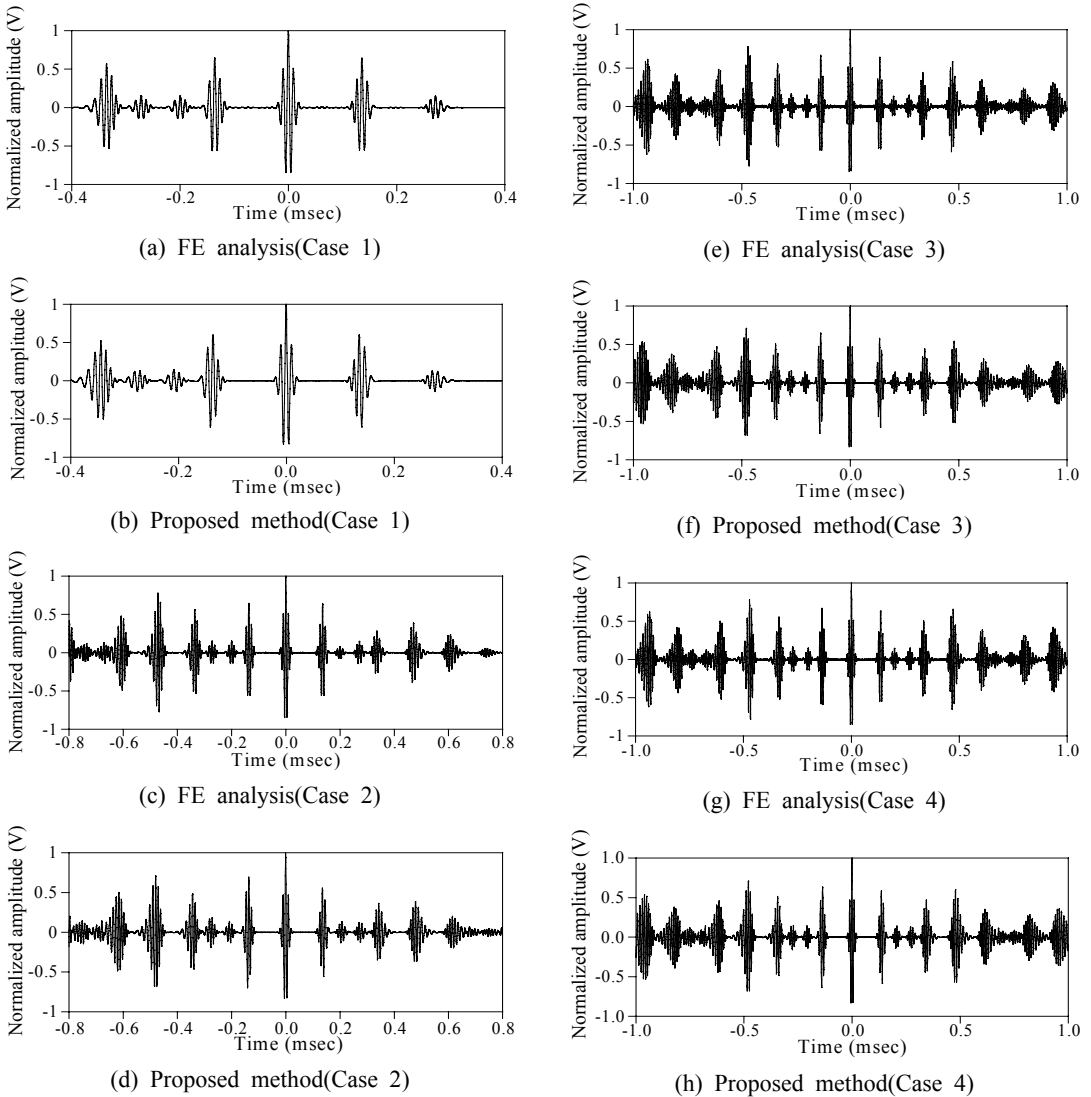


Fig. 8 Response Lamb wave signals at PZT B and C computed by 2-D FE analysis



**Fig. 9** Comparison of reconstructed signals through the time reversal process between 2-D FE analysis and the proposed method

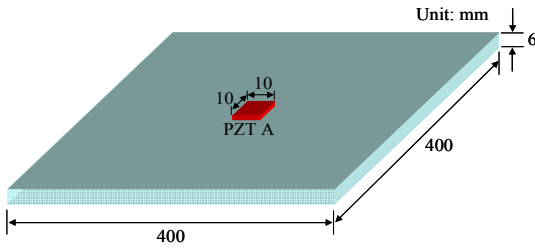
모델을 나타냈다.

유한요소법 모델링에서  $A_0$  모드만이 시간반전과정에서 포함되도록 파전달에서 같은 방향의 전기적 분극으로 PZT A와 B에 협대역 톤버스트 입력신호를 가하였다. 또한, 시간반전과정에서 self-sensing을 이용하여 PZT A와 B가 파의 가진과 탐지를 동시에 진행할 수 있도록 설정하였다<sup>(23)</sup>. 즉, 순방향 파전달에서 입력신호를 PZT A와 B에 가함과 동시에 입력신호에 의해 생성되는  $A_0$  모드를 탐지하고 역방향 파전달에서는 시간반전된 신호를 재입사하는

동시에 복원된 신호를 탐지할 수 있도록 하였다<sup>(23)</sup>.

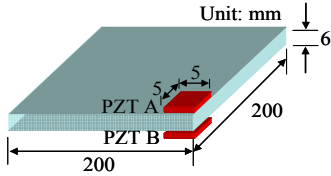
시간반전과정에서 원입력 신호는 Fig. 7의 100 kHz 톤버스트 신호를 사용하였다. 수치 모사를 위해 사용된 유한요소 모델링은 5.1절과 마찬가지로 ABAQUS 6.7-4/Explicit를 이용해 수행하였다. 알루미늄 판은 Fig. 10(b)의 1/4 판모델을  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$  mm 8절점 1차 입체 고체 요소 (총 요소수: 192만개)를 사용하였다. 시간영역 해석을 위해 중앙차분법을 사용하였고 시간 증분은 0.01 ms로 설정하였다.

Fig. 11(a)는 유한요소 해석으로 Fig. 10(b)의 PZT



(a) Full model

(note that PZT B is bonded on the bottom plate at the opposite side of PZT A)

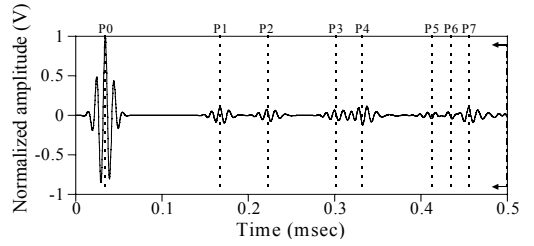


(b) A quarter model for FE analysis

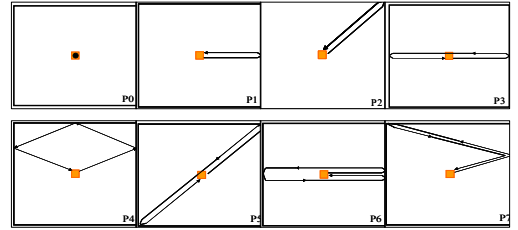
**Fig. 10** A three dimensional aluminum plate model with self-sensing collocated piezoelectric wafers bonded at the center of the plate for the time reversal process simulation using  $A_0$  Lamb wave mode

A와 B에서 수신된 응답신호를 계산한 결과이다. 편의상 최대 응답신호를 1로 정규화 하였고 0.5 ms까지의 응답신호를 나타냈다. Fig. 11(b)는 파의 순방향 전달과정에서 판 경계면에서 발생하는 파 반사의 경우를 파 경로의 전체 길이 순서대로 도식화 하였다. 예를 들어  $P_0$ 는 PZT에서 가진파 동시에 바로 탐지되는 파 경로이고  $P_1$ 은 판의 오른쪽 경계면에서 반사되어 돌아와서 탐지되는 파 경로를 의미한다. 나머지  $P_2$ 부터  $P_7$ 도  $P_1$ 과 마찬가지로 설명이 가능하다. Fig. 11(b)의 반사와 경로에 의한 전체 파 경로 길이와 100 kHz 입력 가진 주파수에서  $A_0$ 모드의 이론적 군속도인 2.994 m/ms를 이용하여 각 반사파 경로를 통해 PZT에 도착하는 각 파군의 도착시간을 계산하였다(Fig. 7에서 main peak에 해당하는 시각은 0.03375 ms). 또한, 계산된 이론적 도착 시간을 Fig. 11(a)에  $P_0$ 부터  $P_7$ 까지 표시하였다. 유한요소 해석 결과 예측된 각 파군들의 도착시간이 이론적으로 계산된 시간과 잘 일치하고 있음을 확인 할 수 있다.

Fig. 12는 Fig. 11(a)에 표시된 0.5 ms까지의 응답신호를 사용하여 제안된 방법과 유한요소 해석을

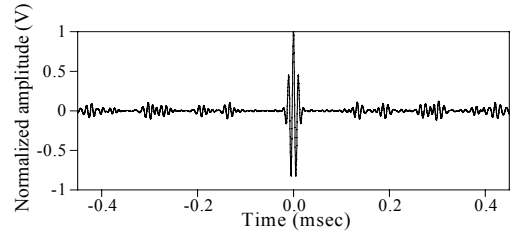


(a) Response signal at PZTs A and B

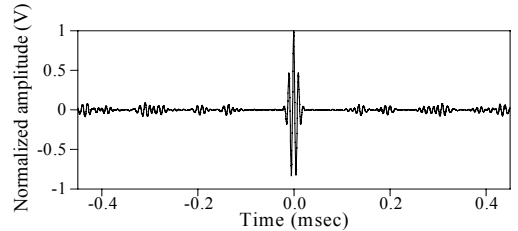


(b) Reflection paths corresponding to the wave packets in the response signal

**Fig. 11** Response Lamb wave signals at PZTs B and C computed by 3-D FE analysis and the associated reflection paths on the full plate model



(a) FE analysis



(b) Proposed method

**Fig. 12** Comparison of reconstructed signals through the time reversal process between 3-D FE analysis and the proposed method

통해 PZT A와 B에서 복원된 입력신호를 비교하였다. 각각의 경우에서 시간반전과정의 역방향 전달 해석시간은 0.9325 ms이다. Fig. 12에서 복원된 입력



**Table 1** Comparison of the computational times required for time reversal process in the 3-D plate model

	Proposed method*	FE analysis**
Forward propagation	0.23 sec	86760 sec
Backward propagation		167554 sec
Total	0.23 sec	254314 sec

\* Implemented on Matlab 2009b on Windows XP (64bit) with Intel Core 2 Quad 6600 (CPU).

\*\* ABAQUS 6.7-4/Explicit on hp590<sup>(22)</sup> at KISTI super-computing center.

신호를  $t=0$  부근의 원래 입력신호에 대응되는 주모드를 기준으로 원래 입력신호의 중앙 최대값에 대응하는 복원신호값을 1로 정규화하였다.

Fig. 12(a)와 (b)를 비교했을 때 유한요소 해석 결과와 제안된 방법에 의해 모사된 결과가 잘 일치하고 있다.  $t=0$ 에서 복원된 주 모드 형상은 속도분산 효과가 시간반전과정을 통해 완전히 보상되어 원래 입력신호의 형상과 같다. 주 모드를 기준으로 양쪽으로 발생한 측대파들과 발생위치를 제안된 방법이 잘 모사하고 있다. 또한 주 모드를 기준으로 좌우로 발생한 측대파의 대칭성도 뚜렷하게 나타난다.

마지막으로 Table 1에서 전체 시간반전과정 모사를 위해 필요한 계산시간을 제안된 방법과 유한요소법에 대해 각각 나타냈다. FE해석의 경우는 순방향과 역방향의 파전달 해석을 각각 수행해야 하는 반면 제안된 방법의 경우 순방향과 역방향의 파전달 과정이 식 (5)에 모두 포함되어 있기 때문에 연산시간 산정시 따로 분리하지 않았다. 그 결과 제안된 방법이 유한요소법에 비해 월등히 적은 비용으로 정확한 결과를 보여줌을 알 수 있었다.

## 6. 결 론

이 연구에서는 직사각형 형상을 갖는 판에서 기본 역대칭 램파 모드인  $A_0$  모드의 시간반전과정에서 복원되는 램파 신호 해석을 위한 수치 해석 기법을 제안하였다. 시간반전과정에서 판의 상하면에 동일한 제원과 기하형상을 갖는 표면부착형 박막 압전소자쌍을 병치하여  $A_0$  모드 생성과 탐지를 수행하였다.  $A_0$  모드의 분산특성을 2차원 평면변형 상태에서 티모셴코 보 이론을 이용하여 모사하였다.

또한, 직사각형 판에서 발생하는 파 반사가 시간반전과정에 미치는 영향을 모사하기 위해 가상 탐지자 배열 모델을 제안하였다. 원입력 신호에 대한 시간반전과정의 정식화를 주파수 영역에서 수행하고 역 푸리에 변환을 이용하여 시간반전과정을 통해 복원된 신호를 시간영역에 대해 계산하였다.

제안된 방법을 pitch-catch를 이용한 2차원 평면 변형상태의 알루미늄 판에서의 시간반전과정과 self-sensing을 이용한 3차원 정사각형 알루미늄 판에서 시간반전과정 모사에 적용하였다. 범용유한요소 해석도구인 ABAQUS 6.7-4/Explicit를 통해 각각의 모델에 대해 충분히 조밀한 유한요소망을 구성하여 해석을 수행하였다. 제안된 방법과 유한요소 해석결과를 비교하여 제안된 방법이 매우 적은 계산 비용으로  $A_0$  모드의 시간반전과정을 정확하게 모사함을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-331-D00590, M20703000015-07N0300-01510). 또한 이 연구의 주요 계산은 한국과학기술정보연구원(KISTI)이 무상으로 제공한 슈퍼 컴퓨팅 자원을 이용하여 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- (1) Smart Material Corp., (<http://www.smart-material.com>)
- (2) Raghavan, A. and Cesnik, C. E. S., 2007, "Review of Guided-wave Structural Health Monitoring," The Shock and Vibration Digest, Vol. 39, No. 91, pp. 91~114.
- (3) Rose, J. L., 1999, "Ultrasonic Waves in Solid Media," Cambridge University Press.
- (4) Giurgiutiu, V., 2005, "Tuned Lamb Wave Excitation and Detection with Piezoelectric Wafer Active Sensors for Structural Health Monitoring," Journal of Intelligent Materials and Structures, Vol. 16, No. 4, pp. 291~305.
- (5) Su, Z. Q., Ye, L. and Lu, Y., 2006, "Guided

Lamb Waves for Identification of Damage in Composite Structures: A Review,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 295, No. 3-5, pp. 753~780.

(6) Lim, K. L., Kim, E. J., Kang, J. S., Park, H. W., 2008, “Spectral Element Formulation for Analysis of Lamb Wave Propagation on a Plate Induced by Surface Bonded PZT Transducers,” *Transactions of the Korean Society of Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 11, pp. 1157~1169.

(7) Paget, C. A., Grondel, S., Levin, K. and Delebarre, C., 2003, “Damage Assessment in Composites by Lamb Waves and Wavelet Coefficients,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, No. 3, pp. 393~402.

(8) Sohn, H., Park, G., Wait, J., Limback, N. and Farrar, C., 2004, “Wavelet-based Active Sensing for Delamination Detection in Composite Structures,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 13, No. 1, pp. 153~160.

(9) Wilcox, P. A., 2003, “Rapid Signal Processing Technique to Remove the Effect of Dispersion from Guided Wave Signals,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* Vol. 50, No. 4, pp. 419~427.

(10) Park, H. W., Sohn, H., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, “Time Reversal Active Sensing for Health Monitoring of a Composite Plate,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 302, No. 1-2, pp. 50~66.

(11) Sohn, H., Park, H. W., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, “Damage Detection in Composite Plates by Using an Enhanced Time Reversal Method,” *Journal of Aerospace Engineering, ASCE*, Vol. 20, No. 7, pp. 141~151.

(12) Sohn, H., Park, H. W., Law, K. H. and Farrar, C. R., 2007, “Combination of a Time Reversal Process and a Consecutive Outlier Analysis for Baseline-free Damage Diagnosis,” *Journal of*

*Intelligent Materials and Smart Structures*, Vol. 18, No. 4, pp. 335~346.

(13) Kazakov, V. V., Sutin, A. and Johnson, P. A., 2002, “Sensitive Imaging of an Elastic Nonlinear Wave-scattering Source in a Solid,” *Applied Physics Letters*, Vol. 81, No. 4, pp. 646~648.

(14) Park, H. W., Kim, S. B. and Sohn, H., 2009, “Understanding the Time Reversal Process of Lamb Wave Propagations,” *Wave Motion*, Vol. 46, No. 7, pp. 451~467.

(15) Ing, R. K. and Fink, M., 1998, “Time-reversed Lamb Waves,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 45, No. 4, pp. 1032~1043.

(16) Fung, Y. C., 1965, “Foundations of Solid Mechanics,” Prentice-Hall Inc.

(17) Abaqus, 2007, User's Manual, Version 6.7, HKS Inc., Providence, Rhode Island.

(18) Doyle, J. F., 1997, “Wave Propagation in Structure: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms-2nd Ed,” Springer-Verlag.

(19) Kim, S. B. and Sohn, H., 2007, “Instantaneous Reference-free Crack Detection Based on Polarization Characteristics of Piezoelectric Materials,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 6, pp. 2375~2387.

(20) Piezo Systems, Inc.(<http://www.piezo.com/>)

(21) Raghavan, A. and Cesnik, C. E. S., 2005, “Finite-dimensional Piezoelectric Transducer Modeling for Guided Wave Based Structural Health Monitoring,” *Smart Materials Structures*, Vol. 14, No. 6, pp. 1448~1461.

(22) KISTI Supercomputer Center(<http://www.ksc.re.kr/eng/resources/resources1.htm>)

(23) Lee, S. J. and Sohn, H., 2006, “Active Self-sensing Scheme Development for Structural Health Monitoring,” *Smart Materials and Structures*, Vol. 15, No. 6, pp. 1734~1746.