

## 직류전위차법 자료에 대한 통계적 자료분석

이정희<sup>1</sup> · 이우동<sup>2</sup>

<sup>1</sup>대구한의대학교 보건학부 · <sup>2</sup>대구한의대학교 자산운용학과  
접수 2009년 12월 21일, 수정 2010년 1월 15일, 게재확정 2010년 1월 20일

### 요약

비파괴검사방법 중 직류전위차법은 표면균열 측정에 유효한 수단으로 알려져 있다. 이차원 표면 균열을 가진 시험편에서 전류입출력점사이의 거리가 직류전위차에 미치는 영향을 알아보는 실험을 실시하여 자료를 얻었다. 이 자료로부터 전위차 값은 일정 전위차계측점사이의 거리에 있어 전류입출력점사이의 거리가 증가함에 따라 반비례적으로 감소하고, 노치의 길이에 비례하고 있었다. 이 실험에서 관찰된 자료를 통계적 모형에 적합시키고, 적합된 모형에서 전위차에 영향을 주는 유의한 변수를 알아보는 것은 비파괴검사에서 중요하다고 할 수 있다. 본 연구에서는 관찰된 자료를 적절하게 설명할 수 있는 통계적 모형을 제안하고, 제안된 모형에서 유의한 독립변수를 찾아보는 것이 목적이다.

주요용어: 와이블 회귀모형, 전위차, 직류전위차법, 최대우도추정법.

### 1. 서론

이정희 (2009)에 의하면, 전위차법은 도전성의 피검사물에 전류를 흘리고 표면에서 전위차를 계측하여 재료를 비파괴검사 하는 방법이며, 사용하는 전류에 따라 직류전위차법과 교류전위차법이 있다. 직류전위차법 (Direct Current Potential Drop: DCPD)은 교류전위차법보다 더 오래된 기술이며, 사용이 간단하고 상대적으로 설비의 가격이 싼 관계로 많이 사용되고 있다.

감도가 향상된 보다 효과적인 직류전위차법을 이용한 비파괴검사법을 개발하기 위해서는 전류입출력점사이의 거리와 전위차계측점사이의 거리가 전위차에 미치는 영향을 알아야한다. 그러나 지금까지 전류입출력점사이의 거리와 전위차계측점사이의 거리가 전위차에 미치는 영향이 실험적으로 규명된 예는 없었다.

본 논문에서는 일차적으로 이차원 표면균열을 가진 시험편에서 전류입출력점사이의 거리가 직류전위차에 미치는 영향을 파악하기 위한 실험을 수행하고 이로부터 생성된 데이터를 통계적 모형에 적합하여 직류전위차를 통계적으로 해석하는 것이 목적이다.

이정희 (2009)의 실험에 대한 개요도는 그림1.1과 같다. 직류전위차법에서 전류입출력점사이의 거리가 전위차에 미치는 영향을 실험적으로 규명하기 위하여 전류입출력점으로부터 균열면사이의 거리를  $S_1$ , 그리고 전위차계측점으로부터 균열면사이의 거리를  $S_2$ 라고 하였다. 시험편 길이의 중앙에 두께방향으로 2차원 표면 균열을 대신하여 노치를 방전가공으로 삽입한 3개의 시험편을 제작하였다. 삽입한 노치의 폭은 0.2 mm이며, 노치길이는 6, 12 및 18mm로 각각의 시험편에 다르게 삽입하였다.

위 실험을 통하여 표1.1과 같은 데이터를 얻었다. 이 데이터는  $S_2 = 1$ 로 고정시키고, 노치의 길이를 6, 12, 18mm에 대하여  $S_1$ 을 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 20, 25mm로 변화시켰을 때, 얻어지는 전위차 (단위:  $\mu N$ )이다.

<sup>1</sup> (712-715) 경북 경산시 유곡동 290번지, 대구한의대학교 보건학부, 부교수.

<sup>2</sup> 교신저자: (712-715) 경북 경산시 유곡동 290번지, 대구한의대학교 자산운용학과, 교수.  
E-mail: wdlee@dhu.ac.kr

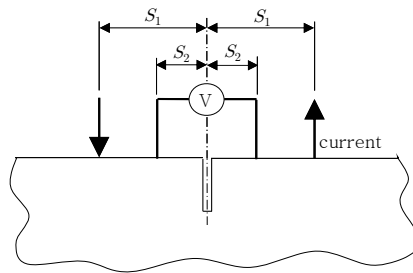


그림 1.1 실험의 개요

표 1.1  $S_1$ 과 노치길이에 따른 전위차 (단위:  $\mu N$ )

$S_1$ (단위 : mm)	노치의 길이(단위:mm)		
	6	12	18
2	75	85	91
3	42	45	54
4	27	32	39
5	21	23	31
7	14	17	23
9	11	13	18
11	9	11	15
13	8	10	14
15	7	9	12
20	6	7	10
25	5	6	9

표1.1의 자료를  $S_1$ 을  $x$ 축으로 하고 전위차를  $y$ 축으로 하여 노치의 길이와  $S_1$ 에 따라 그림으로 나타내면 아래와 같다.

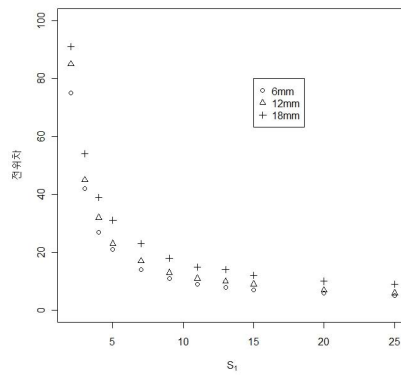


그림 1.2 노치의 길이 및  $S_1$ 에 따른 전위차

## 2. 전위차 자료에 대한 통계적 모형

표 1.1의 데이터를 적절히 표현하는 통계적 모형을 고려해 보기로 하자. 전위차를  $Y$ 라 하고,  $S_1$ 을  $x_1$ , 노치의 길이를  $x_2$ 라고 두자. 그리고  $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, x_{2i})$ ,  $i = 1, 2, \dots, 11$ 라고 하자.  $\mathbf{x}_i$ 가 주어졌을 때,  $Y_i$ 의 분포함수 (distribution function)를  $F(\cdot|\mathbf{x}_i)$ 라고 두자. 그리고  $Y$ 의 생존함수 (survival function)는  $S = 1 - F$ 라고 하자. 이때, 위험률함수 (hazard function)는

$$h(t|\mathbf{x}_i) = \frac{f(t|\mathbf{x}_i)}{S(t|\mathbf{x}_i)}$$

가 된다. 여기에서  $f(t|\mathbf{x}_i)$ 는  $Y_i$ 의 확률밀도함수이다.

만약  $\mathbf{x}_1$ 과  $\mathbf{x}_2$ 에서의 위험률함수의 비  $h(t|\mathbf{x}_1)/h(t|\mathbf{x}_2)$ 가  $t$ 에 대해서 일정하다고 가정한다면,  $\mathbf{x}$ 가 주어졌을 때,  $Y$ 의 위험률함수는

$$h(t|\mathbf{x}) = h_0(t)g(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

로 표현할 수 있다. 여기에서  $h_0$ 는  $\mathbf{x}$ 의 영향을 받지 않는 임의의 분포에 대한 위험률함수이다. 식 (2.1)에서  $g(\mathbf{x}) = e^{\beta\mathbf{x}}$ 인 경우가 흔히 잘 알려진 Cox의 비례위험모형이다. 그러면,  $\mathbf{x}$ 가 주어졌을 때,  $Y$ 에 대한 분포함수는

$$S(t|\mathbf{x}) = S_0(t)^{g(\mathbf{x})} \quad (2.2)$$

가 되며,

$$S_0(t) = \exp \left\{ - \int_0^t h_0(u) du \right\}$$

이다. 식 (2.2)로부터

$$\log[-\log S(t|\mathbf{x})] = \log g(\mathbf{x}) + \log[-\log S_0(t)] \quad (2.3)$$

인 관계가 성립된다.

$\mathbf{x}$ 가 주어졌을 때,  $Y$ 에 대한 생존함수를

$$S(t|\mathbf{x}) = \exp \left\{ - \left( \frac{t}{\alpha(\mathbf{x})} \right)^\delta \right\}, t \geq 0, \quad (2.4)$$

라 가정하자. 이 모형은 척도모수 (scale parameter)가  $\alpha(\mathbf{x})$ 이고 형상모수 (shape parameter)  $\delta$ 를 갖는 와이블 회귀모형 (Weibull regression model)이다. 형상모수는  $\mathbf{x}$ 에 영향을 받지 않은 것으로 가정한다. 식 (2.4)에서  $T = \log(Y)$ 로 두면  $T$ 에 대한 확률밀도함수는

$$f(w|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{w - \mu(\mathbf{x})}{\sigma} - \exp \left( \frac{w - \mu(\mathbf{x})}{\sigma} \right) \right], -\infty < w < \infty \quad (2.5)$$

이다. 그리고, 식 (2.4)와  $\mu(\mathbf{x}) = \log(\alpha(\mathbf{x})) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}$ ,  $\sigma = 1/\delta$ 인 관계가 성립한다. 여기에서  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ 이다. 식 (2.5)는

$$T = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} + \sigma Z \quad (2.6)$$

로 표현되는 데, 여기에서 확률변수  $Z$ 는 확률밀도함수  $\exp(z - e^z)$ 를 갖는 극단값분포 (extreme value distribution)를 한다. 특히,  $\delta = 1$ 인 경우는 평균  $\alpha(x)$ 를 갖는 지수회귀모형 (exponential regression model)이 된다.

이제 표1.1의 자료가 모형 (2.4)에 적합한지를 알아보자. 표1.1의 자료는 식 (2.4)에서 독립변수의 개수가  $p = 2$ 인 경우이다. 그리고 노치의 길이,  $x_2$ , 가 3수준이므로 노치의 길이에 따라서  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $t$ 의 그림을 그려보자. 노치의 각 수준에서의 생존함수의 추정량  $\hat{S}(t|x_2)$ 는 노치의 주어진 3수준에서 각 수준별로 경험적 분포함수를 이용하여 구할 수 있다. 식 (2.3)으로부터 서로 다른  $x_2 = 6$ ,  $x_2 = 12$ 과  $x_2 = 18$ 의 각 수준으로부터 얻어지는 생존함수의 추정량을 이용하여  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $t$ 나 혹은  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $\log(t)$ 의 그림은 서로 평행하다는 사실을 알 수 있다 (Lawless, 1982; 이우동, 1996). 여기에서  $\hat{S}(t|x_2)$ 는  $x_2$ 의 각 수준에서 얻어지는 생존함수의 추정량이다. 만약  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $t$ 의 그림이 평행하다면 이는 자료가 지수회귀모형이 적합하며,  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $\log(t)$ 의 그림이 평행하다면 이는 자료가 와이블 회귀모형에 적합함을 나타낸다. 다음의 그림은  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $t$ ,  $\log(t)$ 에 대한 그림을 나타낸다.

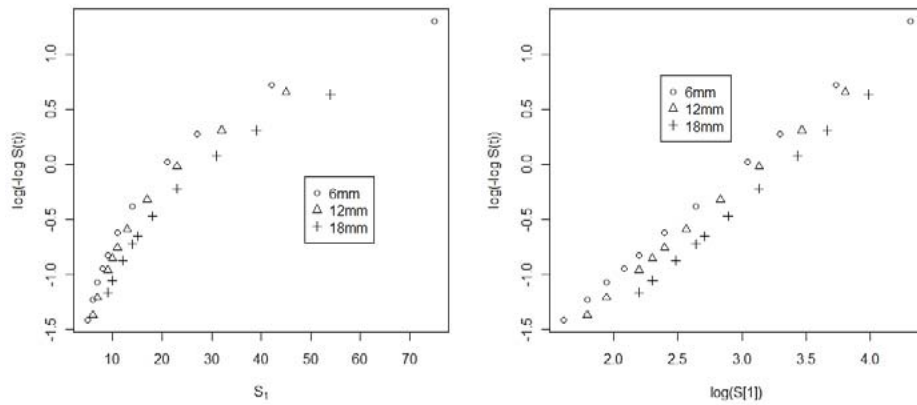


그림 2.1  $x_2$ 의 수준에 따른  $t, \log(t)$ 와  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$

그림2.1에서 보듯이  $\log[-\log \hat{S}(t|x_2)]$ 와  $\log(t)$ 의 그림이 평행인 직선경향을 하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 와이블 회귀모형이 위 자료를 설명하는 적절한 모형임을 알 수 있다 (홍연웅, 2009).

### 3. 모수추정

와이블 회귀모형의 모수추정은 최대우도추정법을 사용한다. 식 (2.4)를 이용하는 것 보다 식 (2.5)를 이용하여 모수들에 대한 우도함수를 구하면 편리한 점이 많다. 모수들에 대한 우도함수는 다음과 같다.

$$L(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \sigma | \mathbf{w}, \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{w_i - \mu(\mathbf{x}_i)}{\sigma} - \exp \left( \frac{w_i - \mu(\mathbf{x}_i)}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad (3.1)$$

여기에서  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ,  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ 이다. 그러므로 로그-우도함수는

$$l \equiv l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \sigma) = -n \log \sigma + \sum_{i=1}^n \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} - \sum_{i=1}^n \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)$$

이다. 위의 로그-우도함수를 모수들에 대해 1차 편미분한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial \beta_0} &= -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \\ \frac{\partial l}{\partial \beta_1} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{1i} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{1i} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \\ \frac{\partial l}{\partial \beta_2} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{2i} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{2i} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \end{aligned}$$

그리고

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)$$

이다. 또한, 로그-우도함수를 모수들에 대해 2차 편미분한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_0^2} &= -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \quad \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{1i} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} &= -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{2i} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_0 \partial \sigma} &= \frac{n}{\sigma^2} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_l \partial \beta_s} &= -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{li} x_{si} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \quad l, s = 1, 2, \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \beta_l \partial \sigma} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{li} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{li} \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_{li} \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right), \quad l = 1, 2, \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \sigma^2} &= \frac{n}{\sigma^2} + \frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) - \frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right)^2 \exp \left( \frac{w_i - \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}}{\sigma} \right). \end{aligned}$$

모수들에 대한 최대우도추정량은 1차 편미분한 식이 0이 되는 해이다. 그리고 이 해는 2차편미분식을 이용하여 Newton-Raphson 방법을 이용하여 풀 수가 있다. 그리고 추정된 정보행렬은  $4 \times 4$ 행렬로서 2차 편미분한 식에서 모수를 최대우도추정값을 대입한 것이다.

주어진 자료와 위에서 계산된 수식을 이용하여 모수에 대한 최대우도추정값과 추정된 정보행렬의 역행렬을 이용하여 추정값의 표준편차를 구하면 다음의 표 3.1과 같다.

표 3.1 모수추정값 및 유의성

모수	추정값	표준오차	Wald 통계량	유의확률
$\beta_0$	3.721	0.185	20.12	0.000
$\beta_1$	-0.103	0.007	-14.42	0.000
$\beta_2$	0.032	0.014	2.34	0.019
$\log(\sigma)$	-0.949	0.126	-7.55	0.000

표 3.1에서 모든 회귀계수의 추정값이 유의하다는 것을 알 수 있다 (Cho 등, 2003; Lee와 Lee, 2008). 표 3.1을 이용하여 식 (2.4)에 대한 최대우도추정량을 구할 수 있다.  $\alpha(\mathbf{x}) = \exp\{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2\}$  이고,  $\delta = 1/\sigma$ 인 관계가 성립하므로, 추정된 생존함수는

$$\hat{S}(t|\mathbf{x}) = \exp \left\{ - \left( \frac{t}{e^{3.721 - 0.103x_1 + 0.032x_2}} \right)^{1/0.387} \right\} \quad (3.2)$$

이다. 그리고, 이정희 (2009)에 의하면 전위차의 값은  $S_1$ 의 증가에 반비례하고, 노치의 길이에 비례한다고 보고하였다. 이는 식 (2.6)에 추정값을 대입함으로써 확인할 수 있었으며, 구체적인 효과도 알 수 있다. 즉,

$$T = \log(Y) = 3.721 - 0.103x_1 + 0.032x_2 + 0.387Z$$

여기서  $Z$ 는 표준극단값분포를 따르는 확률변수이다.

결론적으로 전위차에  $S_1$ 과 노치의 길이 모두 영향을 주고 있고,  $S_1$ 이 전위차에 더 큰 영향을 준다.

끝으로 잔차분석을 통하여 모형의 적합성을 검토해 본다.  $Y$ 가 주어진  $\mathbf{x}$ 에 대해 와이블 분포를 한다면,  $i = 1, 2, \dots, n$ 에 대해

$$e_i = \left( \frac{T_i}{\alpha(\mathbf{x})} \right)^\delta \quad (3.3)$$

는 모수가 1인 지수분포를 따른다. 그러므로 식 (3.3)에 최대우도추정값을 대입한 것을  $\hat{e}_i$ 라고 둔다면,  $\hat{e}_i$ 와 지수분포의  $r$ 번째 순위통계량의 기대값인

$$\alpha_r = \sum_{j=1}^r (n - j + 1)^{-1}$$

의 그림을 그린다면 직선경향이 있어야 한다.

그림3.1에서 보듯이 잔차는 직선경향을 보이고 있으므로 와이블회귀모형에 잘 적합되었다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 비파괴검사를 목적으로 하는 직류전위차법에서 관찰된 자료를 와이블 회귀모형에 적합하였다. 회귀모형에 포함된 모수들을 최대우도추정법으로 추정하였고, 추정된 회귀계수들의 유의성을 검증하였다. 그리고 잔차검토를 통하여 와이블회귀모형이 적합한 모형임을 알았다.

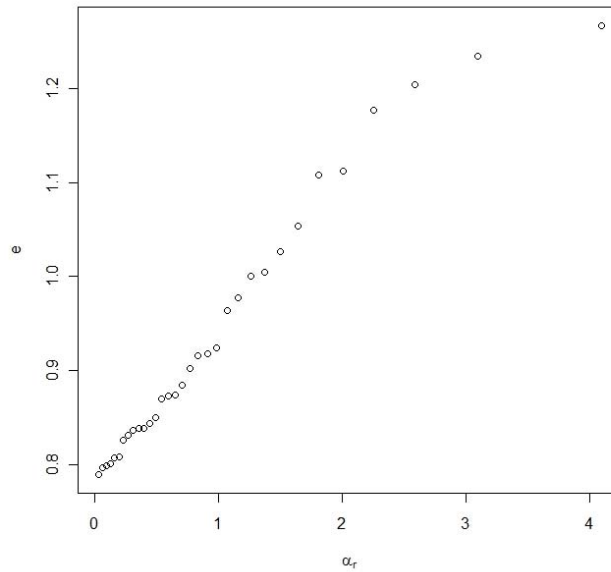


그림 3.1 전위차 자료에 대한 잔차그림

결론적으로, 전류입출력점 사이의 거리와 노치의 길이가 유의하게 영향을 주는 변수임을 확인하였고, 노치의 길이보다는 전류입출력점 사이의 거리가 좀 더 큰 영향을 준다는 사실을 알았다.

### 참고문헌

- 이우동 (1996). 임의중단모형에서 최소제곱법을 이용한 와이블 분포의 모수 추정. <한국데이터정보과학회지>, **7**, 263-272.
- 이정희 (2009). 직류전위차법에서 전류입출력점 사이 거리가 전위차에 미치는 영향. <비파괴검사학회지>, **29**, 104-107.
- 홍연웅 (2009). 승용차용 브레이크 패드의 공정분석 및 수명분포 탐색 승용차용 브레이크 패드의 공정분석 및 수명 분포 탐색. <한국데이터정보과학회지>, **20**, 485-492.
- Cho, J. S., Cho, K. H. and Lee, W. D. (2003). Test for independence in bivariate Weibull model under bivariate random censorship. *Journal of the Korean Data & Information Society*, **14**, 789-787.
- Lawless, J. F. (1982). *Statistical models and methods for lifetime data*, John Wiley & Sons, New York.
- Lee, J. and Lee, W. D. (2008). Likelihood based inference for the shape parameter of Pareto distribution. *Journal of the Korean Data & Information Society*, **19**, 1173-1181.

## Statistical analysis of direct current potential drop data

Jeong-Hee Lee<sup>1</sup> · Woo Dong Lee<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Health Science, Daegu Haany University

<sup>2</sup> Department of Asset Management, Daegu Haany University

Received 21 December 2009, revised 15 January 2010, accepted 20 January 2010

### Abstract

It was verified that the effect of the distance between current input point and output point on direct current potential drop (DCPD) in the material with two-dimensional surface notch. If the distance between potential drop measuring points was fixed at a certain distance, the potential drop was decreased with increasing the distance between current input and output points. DCPD technique was a useful method for surface crack sizing because the potential drop was proportional to the length of notch. In this paper, we suggest a statistical model to describe the data and want to find a significant variables to effect to potential drop. We use R program to analyze the data.

*Keywords:* Direct current potential drop (DCPD) technique, potential drop, Weibull regression model.

---

<sup>1</sup> Associate Professor, Faculty of Public Health, Daegu Haany University, Kyungsan 712-715, Korea.

<sup>2</sup> Corresponding Author: Professor, Department of Asset Management, Daegu Haany University, Kyungsan 712-715, Korea. E-mail: wdlee@dhu.ac.kr