Journal of the Korean Data & Information Science Society
2010, **21**(1), 71–86

한국데이터정보과학회지

종신보험에서의 영향 변수의 영향력 분석에 관한 연구†

현정민[1] · 차지환[2]

[12]이화여자대학교 통계학과

접수 2009년 12월 10일, 수정 2010년 1월 7일, 게재확정 2010년 1월 15일

요 약

생명보험의 보험료는 보험가입자들의 예정 수명분포와 예정 이자율에 기초하여 산출되게 된다. 산출된 보험료는 향후 해당 보험을 운영하는 과정에서 발생할 수 있는 보험회사나 보험가입자들의 손실 그리고 이들이 부담하는 리스크에 직접적인 영향을 미치게 된다. 따라서 생명 보험에서 이들 두 가지 요소, 즉 예정 수명분포와 예정 이자율은 중요한 영향 변수로 여겨진다. 본 논문에서는 종신보험에서 이들 영향 변수가 보험료, 보험 운영상의 리스크, 보험운영에 있어서의 손실 확률에 미치는 영향력을 분석하고 상대적인 영향력의 크기를 비교해 보고자 한다.

주요용어: 리스크, 손실확률, 수명분포, 순보험료, 이자율, 종신보험.

1. 머리말

예상하지 못한 우발적 위험에 대비하기 위한 사회적 도구로서 발전하기 시작한 보험제도는 현대 사회에서 금융 분야에서의 하나의 큰 축을 형성하였다. 특히 최근의 금융 분야의 변화를 살펴보면, 보험, 증권 은행분야의 다양한 상품이 결합된 혼합금융상품, 파생금융상품의 개발이 매우 활발하게 진행되면서 보험 분야에서도 보다 다양한 상품 개발이 시도되고 있으며, 이에 따라 일반 금융 분야뿐만 아니라 보험 분야에서 통계학의 역할이 점점 증가하고 있다. 이러한 추세에 따라 최근 보험 및 금융 통계학 분야에서의 연구도 꾸준히 늘어나고 있다 (Hong과 Suh, 2008; Shin, 2008; Kim과 Kim, 2009; Lee와 Hur, 2009 등).

특히 일반 통계이론과 더불어 수명분포에 대한 정확한 예측이 필요한 생명보험 분야에서는 보험을 개발하고 운영하는 과정에서 통계학의 역할이 매우 중요하다고 할 수 있다. 생명보험에 있어서 보험영업과 관련한 보험료를 제외한 순보험료는 보험금 지급에 해당하는 지출과 보험료 수입을 각각 보험가입시점의 가치로 환산하여, 수지상등의 원칙에 의해서 수입 (보험료)의 기대현가와 지출 (보험금)의 기대현가가 같아지도록 보험료를 산정한다. 이와 같은 과정을 거쳐 산출된 보험료는 향후 해당 보험을 운영하는 과정에서 발생할 수 있는 보험회사나 보험가입자들의 손실 그리고 이들이 부담하는 리스크에 직접적인 영향을 미치게 된다. 따라서 이들 두 가지 요소, 즉 예정 수명분포와 예정이자율은 중요한 영향 변수로 여겨진다.

본 논문에서는 종신보험에서 이들 영향 변수가 보험료, 보험 운영상의 리스크, 보험운영에 있어서의 손실 확률에 미치는 영향력을 분석하고 상대적인 영향력의 크기를 비교해 보고자 한다. 먼저 2장에서

† 이 논문은 2009년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소 지원사업으로 수행된 연구임 (2009-0093827).

[1] (120-750) 서울특별시 서대문구 대현동 11-1, 이화여자대학교 통계학과, 석사과정.
[2] 교신저자: (120-750) 서울특별시 서대문구 대현동 11-1, 이화여자대학교 통계학과, 교수.
E-mail: jhcha@ewha.ac.kr

는 종신보험에서의 순보험료 산출원리에 대해서 간단히 소개하기로 한다. 또한 보험의 운영과정에서 보험회사가 부담하게 되는 리스크와 순보험료의 결정에 따른 보험회사의 손실확률을 정의한다. 3장에서는 예정 수명분포와 예정이자율이 보험료와 보험회사의 리스크에 미치는 영향력을 분석 한다. 4장에서는 예정 수명분포와 예정이자율이 각각 실제 수명분포 및 실제 이자율과 차이가 나는 경우 보험회사의 손익 및 리스크와 손실확률에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보고자 한다. 마지막으로 5장에서는 본 연구 결과의 요약과 결론을 제시하고자 한다.

2. 종신 보험의 순보험료, 리스크 및 손실확률

이 장에서는 종신보험의 일시납 순보험료 산출 원리에 대해서 간단히 알아보고, 보험의 운영과정에서 보험회사가 부담하게 되는 리스크와 순보험료의 결정에 따른 보험회사의 손실확률을 유도하기로 한다. 물론 보험료 납부 방식에 있어서 분납 순보험료를 적용하는 것이 일반적이기는 하지만, 분납 순보험료 역시 책정된 일시납 순보험료를 기준으로 산출되게 되므로, 본 연구에서는 생명보험의 일시납 순보험료에 국한해서 논의를 진행하고자 한다 (이창수와 황선영, 1996; 홍종선과 전흥기, 2009).

2.1. 순보험료

보험료는 보험이라는 상품의 가격이라 할 수 있다. 따라서 일반 상품과 마찬가지로 발생 비용이 보험료의 수준을 결정하게 된다. 그러나 보험의 경우 가격결정에 있어서 일반 상품과 차이점은 계약기간이 끝나기 전까지는 발생 비용을 미리 알 수 없다는 것이다. 생명보험의 경우 상품의 기본적인 경비는 보험금이 언제 지급되느냐에 의해 결정되며, 이러한 보험금 지급시기를 결정하는 변수는 계약자의 생존기간이다. 그런데 계약자의 생존기간은 계약자가 사망하기 전까지는 결정되지 않는 확률변수라고 할 수 있겠다. 따라서 생명보험의 가격 즉 보험료 결정을 위해서는 계약자에 대한 생존기간의 확률분포가 필요하다.

신생아, 즉 0세인 사람의 수명을 연속형 확률변수 X로 나타내고, 이의 확률밀도함수 (pdf), 분포함수 (cdf), 생존함수 (survival function), 사력 (hazard rate)을 각각 $f(t)$, $F(t)$, $S(t)$, μ_t로 표기하기로 하자. 여기서, 생존함수 $S(t)$는

$$S(t) = P(X > t) = 1 - F(t)$$

로 정의되며, 사력 μ_t는 다음과 같이

$$\mu_t = \frac{f(t)}{S(t)}, t \geq 0,$$

로 정의된다. 따라서, μ_t로부터 생존함수 $S(t)$는

$$S(t) = \exp[-\int_0^t \mu_s ds],\ t \geq 0,$$

와 같이 얻어질 수 있다. 또한 x세 계약자의 계약 후 사망하기까지의 생존기간을 장래생존기간 또는 여명이라 하며 일반적으로 $T(x)$로 표기하자. 향후 논의에서는 편의상 계약 시 연령을 따로 표기할 필요가 없는 경우에는 x를 생략하고 간단히 T로 표기하기로 한다. 그러면, T의 분포와 관련한 측도들은 다음과 같이 주어짐을 보일 수 있다 (Gerber, 1997; Dickson, 2005).

$${}_tq_x \equiv G(t) \equiv P(T \leq t) = P(X - x \leq t | X > x) = \frac{S(x) - S(x+t)}{S(x)},$$

$$ {}_tp_x \equiv 1 - G(t) = P(T > t) = \frac{S(x+t)}{S(x)}. \tag{2.1} $$

이로부터, T의 확률밀도함수는

$$ g(t) = {}_t\, p_x \mu_{x+t} \tag{2.2} $$

로 주어짐을 알 수 있다.

일시납 순보험료는 보험계약이 체결되는 시점에 모든 보험료를 일시에 납부한다고 가정할 때 납부하게 되는 금액을 의미한다. 이의 산출원리에 대해 간단히 알아보도록 하자. 계약자 사망시 지급되는 보험금은 보험회사 입장에서 지출에 해당하는 항목이며, 보험가입자가 보험회사에 납부하는 보험료는 수입에 해당하는 항목으로서, 동일시점 (보험가입시점)에서 이들 수입과 지출의 균형이 맞도록 (기대값이 같도록) 순보험료를 산출하는 원리를 수지상등의 원칙이라 한다. 이러한 수지상들의 원칙을 적용하기 위해서 보험회사 입장에서 지출에 해당하는 지급되는 보험금의 현재 가치를 산출해보도록 하자. 계약시점을 0으로 표시하면 계약 후 계약자가 사망하기까지의 기간은 T로 나타나므로, T시점에 지급되는 보험금의 현가 (시점 0에서의 가치로 환산된 금액)를 Z_T로 표기하기로 하자. 그러면 Z_T는 두 가지 요인 즉, T시점에서 지급되는 보험금 규모를 표기하는 b_T와 T시점의 단위금액을 현가로 환산하는 현가함수인 v_T에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$ Z_T = b_T \times v_T. $$

본 연구에서는 일반성을 잃지 않으면서 사망시 단위금액 1이 지급되는 종신보험을 고려하고 이자체계는 복리를 가정하기로 한다. 따라서 $b_T \equiv 1,\ T \geq 0$로 주어지며, 현가함수 v_T는

$$ v_T = v^T, T \geq 0, $$

로 주어짐을 알 수 있다. 여기서 현가율 $v = 1/(1+i)$이며 i는 연간 실이율을 나타낸다. 그러면, 지급되는 보험금의 현가는

$$ Z_T = v^T,\ T \geq 0, $$

로 주어짐을 알 수 있다. 따라서, 수지상등의 원칙에 의해 종신보험의 일시납순보험료는

$$ \begin{aligned} \bar{A}_x &\equiv E\left[Z_T\right] \\ &= \int_0^\infty Z_t \cdot g(t)dt \\ &= \int_0^\infty v^t \cdot {}_t\, p_x \mu_{x+t} dt \end{aligned} \tag{2.3} $$

로 주어진다. 위에서 산출된 일시납순보험료는 장기적인 보험의 운영에서 보험회사의 평균손실을 0로 만들어 주게 된다 (현정민, 2010). 물론 실제 보험회사에서는 위에서 산출한 일시납 순보험료에 부가 보험료 (사업비)를 추가하여 영업보험료를 산출하게 된다.

2.2. 리스크

만약 종신보험에 가입하는 모든 가입자의 사망시점이 동일하고, 사망 시점이 미리 알려져 있다면 보험회사는 결과적으로 보험가입자들로부터 받은 보험료를 그대로 보험가입자들에게 보험금으로 지급하게 되므로 보험회사가 부담하는 리스크는 0이 된다. 예를 들어, 모든 보험 가입자들은 보험가입시점으로부터 10년 후에 사망하는 경우 보험회사는 보험료로 v^{10}을 책정하여 보험가입시점에 보험가입자들로부터 받은 후, 10년이 지나 사망하게 되면, 받았던 보험료 v^{10}에 이자가 부가된 원리합계인 1을 그대로 보험가입자에게 돌려주면 되므로, 보험의 운영에서 발생할 수 있는 불확실성 및 손실 가능성은 0이 된다. 그러나, 실제로는 보험가입자의 사망시점 T가 보험가입자에 따라 변하는 확률변수이므로, 보험가입자에게 돌려주는 보험금의 크기 v^T와 보험가입자들로부터 받은 일시납 순보험료 사이에는 차이가 발생하여, 때로는 보험회사가 이익과 손해를 감수해야하는 상황이 발생하게 된다. 따라서 이러한 위험의 크기, 즉 보험회사의 리스크를 보험금의 크기 v^T와 일시납 순보험료와의 차이의 크기로 측정하게 된다. 보험회사가 책정한 일시납 순보험료를 A로 나타낼 때, 일반적으로 리스크는 다음과 같이 정의한다 (Gerber, 1997; Dickson, 2005).

$$Risk = E[(v^T - A)^2]. \tag{2.4}$$

만약 종신보험에서 일시납 순보험료를 (2.3)에서와 같이 지급되는 보험금의 현가의 기댓값으로 산출하는 경우 위에서 정의한 리스크는

$$Risk = E[(v^T - \bar{A}_x)^2] = Var(v^T) \tag{2.5}$$

로, 지급되는 보험금의 현가의 분산으로 얻어지게 된다.

2.3. 손실확률

이제 앞에서 살펴본 종신보험을 운영하는 과정에서 발생할 수 있는 보험회사의 손실 가능성에 대해 알아보자. x세 보험가입자 n명이 보험 가입시점에서 각각 일시납 순보험료 A를 납부하고 앞에서 정의한 종신보험에 가입하였다고 가정하자. i번째 가입자의 수명을 T_i, $i = 1, 2, \cdots, n$, 으로 나타낼 때, 보험의 운영을 통해 발생하게 되는 보험회사의 총순손실은

$$Total\ Loss = \sum_{i=1}^{n}(v^{T_i} - A) = \sum_{i=1}^{n}(W_i - A)$$

로 나타난다. 여기서 $W_i = v^{T_i}$, $i = 1, 2, \cdots, n$, 이다. 따라서 보험가입자 수 n이 충분히 큰 경우 보험회사의 손실확률은

$$\begin{aligned} P(Total\ Loss > 0) &= P(\sum_{i=1}^{n}(W_i - A) > 0) \\ &= P(\frac{\bar{W} - \mu_W}{\sigma_W/\sqrt{n}} > \frac{A - \mu_W}{\sigma_W/\sqrt{n}}) \\ &\approx P(Z > \frac{A - \mu_W}{\sigma_W/\sqrt{n}}) \end{aligned} \tag{2.6}$$

로 근사되어질 수 있다. 여기서, $\mu_W = E[W_i] = E[v^{T_i}]$, $\sigma_W = \sqrt{Var[W_i]} = \sqrt{Var[v^{T_i}]}$를 나타내고 확률의 근사를 위해 중심극한정리가 이용되었으며, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다. 따라서 만약

종신보험에서 일시납 순보험료를 (2.3)에서와 같이 지급되는 보험금의 현가의 기댓값으로 산출하는 경우 (즉, $A = \bar{A}_x$) 위에서 정의한 손실확률은 근사적으로 0.5로 주어지게 된다. 물론 현실적으로는 앞서 산출된 순보험료에 안전할증을 가산하게 되므로, 결과적으로 손실확률은 이보다 훨씬 작게 되는 것이 일반적이다.

3. 순보험료, 리스크에의 영향력 평가

이 장에서는 수명분포와 이자율이 종신보험의 순보험료와 리스크에 미치는 영향력에 대한 분석을 실시하고자 한다. 이러한 분석을 위해 이자율은 연간 실이율 0.05 (5%)부터 0.15 (15%)까지를 고려하였으며, 수명분포로는 와이블 분포와 곰페르츠 (Gompertz) 분포를 고려하였다.

3.1. 와이블분포 모형

와이블 분포의 경우 확률변수 X의 확률밀도 함수는

$$f(t) = \begin{cases} \mu\gamma\,(\mu t)^{\gamma-1}\, e^{-(\mu t)^{\gamma}}, & t \geq 0, \mu > 0, \gamma > 0 \\ 0, & \text{그 외.} \end{cases}$$

로 주어지며, 사력은

$$\mu_t = \frac{f(t)}{s(t)} = \mu\gamma\,(\mu t)^{\gamma-1}, t \geq 0$$

로 주어진다. 따라서 식 (2.1)과 식 (2.2)로부터 $T(x)$의 확률밀도함수는

$$g(t) = \mu_{x+t} \cdot {}_t\, p_x = \mu\gamma\,[\mu\,(x+t)]^{\gamma-1} \times \exp\left\{(\mu x)^{\gamma} - [\mu(x+t)]^{\gamma}\right\},\ t \geq 0$$

으로 주어짐을 알 수 있다. 이로부터 순보험료는

$$\bar{A}_x = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \cdot \mu\gamma\,[\mu\,(x+t)]^{\gamma-1} \times \exp\left\{(\mu x)^{\gamma} - [\mu(x+t)]^{\gamma}\right\} dt, \delta = \ln(1+i),$$

로 주어지며, 리스크는

$$Var(v^T) = \int_0^{\infty} e^{-2\delta t} \cdot \mu\gamma\,[\mu\,(x+t)]^{\gamma-1} \times \exp\left\{(\mu x)^{\gamma} - [\mu(x+t)]^{\gamma}\right\} dt - \left(\bar{A}_x\right)^2$$

로 주어진다. 위에서 구한 보험료와 리스크가 수명분포와 이자율에 따라 어떠한 형태로 변화하는지 알아보기 위해 보험계약자 연령 $x = 30$이고 $\gamma = 1.1$인 경우에 수명분포의 모수 μ와 연간 실이율을 변화시켜가면서 순보험료와 리스크를 산출한 결과가 표 3.1과 표 3.2에 정리되어 있다.또한 이들 표로 얻어진 값들을 시각화하여 나타내기 위해서 그래프로 정리하였다 (그림 3.1, 그림 3.2).

표 3.1, 표 3.2 그리고 그림 3.1, 그림 3.2에서 알 수 있듯이 예정 수명이 짧고 연간 실이율이 적을수록 보험료가 증가 하고 반대로 예정 수명이 길고 연간 실이율이 클수록 보험료가 감소함을 알 수 있다. 예정 수명이 짧은 경우 보험가입자들의 사망시기가 가입시점과 가까우므로 (보험료에 이자 산입 기간이 짧으므로) 이러한 단기간 내에 약정한 보험금를 지급하기 위해서는 높은 보험료를 책정해야 하며, 또한 연간 실이율이 적은 경우 적은 실이율에도 불구하고 사망시점에 약정한 보험금를 지급하기 위해서는 보험료를 높게 책정해야 함에 주목하면 표에 나타난 추세를 쉽게 이해할 수 있다. 이들 표와 그림으로부터 리스크 역시 보험료와 같은 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 특히, 연간 실이율이 낮아질수록 보험료와 리스크가 증가하는 정도가 일정하지 않고 점점 그 증가폭이 증가함은 상당히 주목할 만한 사실이다.

표 3.1 x=30 일 때, 이자율과 사력에 따른 보험료 (와이블분포)

보험료(평균)		μ										
		1/78	1/79	1/80	1/81	1/82	1/83	1/84	1/85	1/86	1/87	1/88
	0.05	0.2145	0.2121	0.2098	0.2076	0.2054	0.2032	0.2011	0.1990	0.1970	0.1950	0.1931
	0.06	0.1855	0.1834	0.1813	0.1793	0.1773	0.1754	0.1735	0.1717	0.1699	0.1681	0.1663
	0.07	0.1635	0.1616	0.1597	0.1579	0.1562	0.1544	0.1527	0.1510	0.1494	0.1478	0.1462
	0.08	0.1463	0.1446	0.1429	0.1412	0.1396	0.1380	0.1365	0.1349	0.1334	0.1320	0.1306
이	0.09	0.1325	0.1309	0.1293	0.1278	0.1263	0.1249	0.1234	0.1220	0.1207	0.1193	0.1180
자	0.1	0.1211	0.1197	0.1182	0.1168	0.1154	0.1141	0.1127	0.1115	0.1102	0.1090	0.1077
율	0.11	0.1117	0.1103	0.1089	0.1076	0.1063	0.1051	0.1038	0.1026	0.1015	0.1003	0.0992
(i)	0.12	0.1036	0.1023	0.1011	0.0998	0.0986	0.0974	0.0963	0.0952	0.0941	0.0930	0.0919
	0.13	0.0967	0.0955	0.0943	0.0931	0.0920	0.0909	0.0898	0.0888	0.0877	0.0867	0.0857
	0.14	0.0907	0.0895	0.0884	0.0873	0.0863	0.0852	0.0842	0.0832	0.0822	0.0813	0.0803
	0.15	0.0854	0.0844	0.0833	0.0823	0.0812	0.0803	0.0793	0.0783	0.0774	0.0765	0.0756

표 3.2 x = 30일 때, 이자율과 사력에 따른 리스크 (와이블분포)

리스크(분산)		μ										
		1/78	1/79	1/80	1/81	1/82	1/83	1/84	1/85	1/86	1/87	1/88
	0.05	0.0726	0.0722	0.0717	0.0713	0.0708	0.0704	0.0699	0.0695	0.0690	0.0686	0.0682
	0.06	0.0666	0.0661	0.0656	0.0652	0.0647	0.0642	0.0637	0.0633	0.0628	0.0624	0.0619
	0.07	0.0613	0.0608	0.0603	0.0598	0.0593	0.0589	0.0584	0.0579	0.0575	0.0570	0.0566
	0.08	0.0567	0.0562	0.0557	0.0552	0.0547	0.0543	0.0538	0.0534	0.0529	0.0525	0.0520
이	0.09	0.0527	0.0522	0.0517	0.0512	0.0508	0.0503	0.0499	0.0494	0.0490	0.0485	0.0481
자	0.1	0.0492	0.0487	0.0482	0.0478	0.0473	0.0469	0.0464	0.0460	0.0456	0.0452	0.0448
율	0.11	0.0461	0.0457	0.0452	0.0448	0.0443	0.0439	0.0435	0.0431	0.0426	0.0422	0.0419
(i)	0.12	0.0434	0.0430	0.0425	0.0421	0.0417	0.0413	0.0409	0.0405	0.0401	0.0397	0.0393
	0.13	0.0410	0.0406	0.0402	0.0398	0.0393	0.0389	0.0386	0.0382	0.0378	0.0374	0.0370
	0.14	0.0389	0.0385	0.0381	0.0377	0.0373	0.0369	0.0365	0.0361	0.0358	0.0354	0.0351
	0.15	0.0370	0.0366	0.0362	0.0358	0.0354	0.0350	0.0347	0.0343	0.0340	0.0336	0.0333

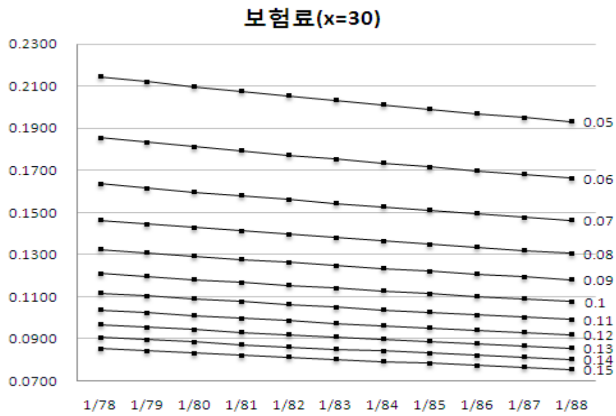

그림 3.1 x=30 일 때, 이자율과 사력에 따른 보험료 (와이블분포)

3.2. Gompertz 분포 모형

곰페르츠 분포의 경우 확률변수 X의 사력이

$$\mu_t = B \cdot c^t,\ t \geq 0, B > 0, c > 1,$$

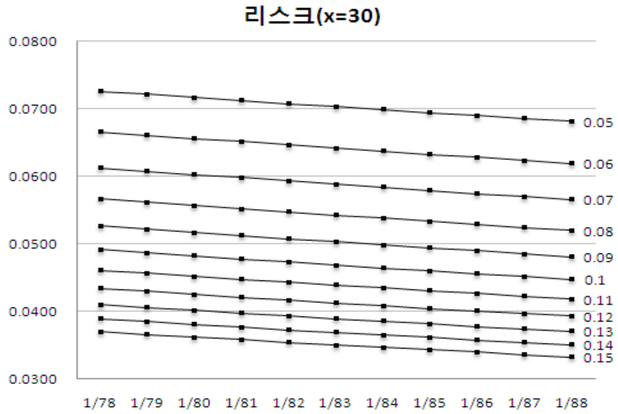

그림 3.2 x=30 일 때, 이자율과 사력에 따른 리스크 (와이블분포)

로 주어지며, 생존함수는

$$S(t) = \exp[B/lnc \cdot (1 - c^t)],\ t \geq 0,$$

으로 주어진다. 따라서 식 (2.1)과 식 (2.2)로부터 $T(x)$의 확률밀도함수는

$$g(t) = B \cdot c^{x+t} \exp[B/lnc \cdot (c^x - c^{x+t})],\ t \geq 0,$$

로 주어짐을 알 수 있으며, 와이블 분포의 경우와 마찬가지 방식으로 보험료 $\bar{A}_x$와 리스크 $Var(v^T)$를 산출할 수 있다. 산출되는 보험료와 리스크가 수명분포와 이자율에 따라 어떠한 형태로 변화하는지 알아보기 위해 보험계약자 연령 $x = 30$이고 $c = 1.005$ 인 경우에 수명분포의 모수 B 와 연간 실이율을 변화시켜가면서 순보험료와 리스크를 산출한 결과가 표 3.3과 표 3.4에 정리되어 있다. 전체적인 경향은 와이블 분포의 경우와 크게 다르지 않다.

표 3.3 x=30 일 때, 이자율과 사력에 따른 보험료 (곰페르츠분포)

보험료 (평균)		B										
		1/96	1/98	1/100	1/102	1/104	1/106	1/108	1/110	1/112	1/114	1/116
	0.05	0.2121	0.2088	0.2055	0.2024	0.1993	0.1963	0.1934	0.1906	0.1879	0.1853	0.1827
	0.06	0.1823	0.1793	0.1764	0.1736	0.1709	0.1682	0.1657	0.1632	0.1608	0.1584	0.1561
	0.07	0.1600	0.1573	0.1546	0.1521	0.1496	0.1473	0.1449	0.1427	0.1405	0.1384	0.1364
	0.08	0.1426	0.1402	0.1378	0.1354	0.1332	0.1310	0.1289	0.1269	0.1249	0.1230	0.1212
이	0.09	0.1288	0.1265	0.1243	0.1222	0.1201	0.1181	0.1162	0.1143	0.1125	0.1108	0.1091
자	0.1	0.1174	0.1153	0.1133	0.1113	0.1094	0.1076	0.1058	0.1041	0.1024	0.1008	0.0993
율	0.11	0.1080	0.1060	0.1041	0.1023	0.1006	0.0988	0.0972	0.0956	0.0941	0.0926	0.0911
(i)	0.12	0.1000	0.0982	0.0964	0.0947	0.0931	0.0915	0.0899	0.0885	0.0870	0.0856	0.0843
	0.13	0.0932	0.0915	0.0898	0.0882	0.0867	0.0852	0.0837	0.0823	0.0810	0.0797	0.0784
	0.14	0.0873	0.0857	0.0841	0.0826	0.0811	0.0797	0.0784	0.0771	0.0758	0.0746	0.0734
	0.15	0.0821	0.0806	0.0791	0.0777	0.0763	0.0750	0.0737	0.0725	0.0713	0.0701	0.0690

표 3.4 x=30 일 때, 이자율과 사력에 따른 리스크 (곰페르츠분포)

리스크(분산)		B										
		1/96	1/98	1/100	1/102	1/104	1/106	1/108	1/110	1/112	1/114	1/116
	0.05	0.0699	0.0693	0.0686	0.0680	0.0673	0.0667	0.0661	0.0655	0.0649	0.0643	0.0637
	0.06	0.0642	0.0635	0.0628	0.0621	0.0615	0.0608	0.0602	0.0595	0.0589	0.0583	0.0577
	0.07	0.0591	0.0584	0.0577	0.0570	0.0563	0.0556	0.0550	0.0544	0.0538	0.0531	0.0526
	0.08	0.0546	0.0539	0.0532	0.0525	0.0519	0.0512	0.0506	0.0500	0.0493	0.0488	0.0482
이	0.09	0.0507	0.0500	0.0493	0.0487	0.0480	0.0474	0.0468	0.0462	0.0456	0.0450	0.0445
자	0.1	0.0473	0.0466	0.0460	0.0453	0.0447	0.0441	0.0435	0.0429	0.0423	0.0418	0.0413
율	0.11	0.0443	0.0437	0.0430	0.0424	0.0418	0.0412	0.0406	0.0401	0.0395	0.0390	0.0385
(i)	0.12	0.0417	0.0411	0.0404	0.0398	0.0393	0.0387	0.0381	0.0376	0.0371	0.0366	0.0361
	0.13	0.0394	0.0387	0.0381	0.0376	0.0370	0.0365	0.0359	0.0354	0.0349	0.0344	0.0340
	0.14	0.0373	0.0367	0.0361	0.0356	0.0350	0.0345	0.0340	0.0335	0.0330	0.0325	0.0321
	0.15	0.0354	0.0349	0.0343	0.0338	0.0332	0.0327	0.0322	0.0318	0.0313	0.0308	0.0304

4. 모형의 차이에 의한 손익, 리스크 및 손실확률 분석

보험회사에서 예측한 수명분포와 이자율이 실제와 차이가 나는 경우 추가적인 이익 또는 손실이 발생하게 되므로 결과적으로 보험회사의 손익 및 리스크와 손실확률에 영향을 주게 된다. 따라서 4장에서는 예정 수명분포와 예정이자율이 각각 실제 수명분포 및 실제 이자율과 차이가 나는 경우 보험회사의 손익 및 리스크와 손실확률에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보고자 한다.

4.1. 이차익 및 사차익 분석

표 4.1 i=0.1일 때의 순보험료 차이 (와이블분포)

t	a										
	1/78	1/79	1/80	1/81	1/82	1/83	1/84	1/85	1/86	1/87	1/88
1/78	0.0000	-0.0015	-0.0029	-0.0043	-0.0057	-0.0071	-0.0084	-0.0097	-0.0110	-0.0122	-0.0134
1/79	0.0015	0.0000	-0.0014	-0.0029	-0.0042	-0.0056	-0.0069	-0.0082	-0.0095	-0.0107	-0.0119
1/80	0.0029	0.0014	0.0000	-0.0014	-0.0028	-0.0041	-0.0055	-0.0068	-0.0080	-0.0093	-0.0105
1/81	0.0043	0.0029	0.0014	0.0000	-0.0014	-0.0027	-0.0041	-0.0053	-0.0066	-0.0079	-0.0091
1/82	0.0057	0.0042	0.0028	0.0014	0.0000	-0.0014	-0.0027	-0.0040	-0.0052	-0.0065	-0.0077
1/83	0.0071	0.0056	0.0041	0.0027	0.0014	0.0000	-0.0013	-0.0026	-0.0039	-0.0051	-0.0063
1/84	0.0084	0.0069	0.0055	0.0041	0.0027	0.0013	0.0000	-0.0013	-0.0026	-0.0038	-0.0050
1/85	0.0097	0.0082	0.0068	0.0053	0.0040	0.0026	0.0013	0.0000	-0.0013	-0.0025	-0.0037
1/86	0.0110	0.0095	0.0080	0.0066	0.0052	0.0039	0.0026	0.0013	0.0000	-0.0012	-0.0024
1/87	0.0122	0.0107	0.0093	0.0079	0.0065	0.0051	0.0038	0.0025	0.0012	0.0000	-0.0012
1/88	0.0134	0.0119	0.0105	0.0091	0.0077	0.0063	0.0050	0.0037	0.0024	0.0012	0.0000

예정 (assumed) 수명분포와 예정 이자율이 각각 실제 (true) 수명분포 및 실제 이자율과 차이가 나는 경우 보험회사의 손익에 미치는 영향을 분석해 보기로 하자. 우선 예정 이자율과 실제 이자율은 $i = 0.10$으로 일치하지만 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우를 고려하자. 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우 가정된 수명 분포로부터 얻어진 순보험료와 실제 수명분포로부터 얻어진 순보험료의 차이가 표 4.1에 주어져 있다. 보험계약자 연령 $x = 30$이고 $\gamma = 1.1$인 경우에 와이블 수명분포의 모수 μ를 변화시켜 가면서 보험료 차이를 계산하였다 (여기서 a는 예정 수명분포의 모수, t는 실제 수명분포의 모수를 나타낸다). 이 보험료 차이는 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우 보험에 가입한 보험 가입자 한 사람당 발생하는 보험회사의 평균 이익으로 해석할 수 있다. 표에서 확인할 수 있듯이, 예정 수명분포와 실제 수명분포가 일치하는 경우 (대각선 값) 이익

표 **4.2** $\gamma = 1.1$, $\mu = 1/83$ 일 때의 순보험료 차이 (와이블분포)

t	a										
	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.05	0.0000	-0.0278	-0.0488	-0.0652	-0.0784	-0.0892	-0.0982	-0.1058	-0.1123	-0.1180	-0.1230
0.06	0.0278	0.0000	-0.0210	-0.0374	-0.0505	-0.0613	-0.0703	-0.0780	-0.0845	-0.0902	-0.0952
0.07	0.0488	0.0210	0.0000	-0.0164	-0.0296	-0.0403	-0.0493	-0.0570	-0.0635	-0.0692	-0.0742
0.08	0.0652	0.0374	0.0164	0.0000	-0.0132	-0.0239	-0.0329	-0.0406	-0.0471	-0.0528	-0.0578
0.09	0.0784	0.0505	0.0296	0.0132	0.0000	-0.0108	-0.0198	-0.0274	-0.0340	-0.0396	-0.0446
0.1	0.0892	0.0613	0.0403	0.0239	0.0108	0.0000	-0.0090	-0.0166	-0.0232	-0.0288	-0.0338
0.11	0.0982	0.0703	0.0493	0.0329	0.0198	0.0090	0.0000	-0.0076	-0.0142	-0.0198	-0.0248
0.12	0.1058	0.0780	0.0570	0.0406	0.0274	0.0166	0.0076	0.0000	-0.0065	-0.0122	-0.0172
0.13	0.1123	0.0845	0.0635	0.0471	0.0340	0.0232	0.0142	0.0065	0.0000	-0.0057	-0.0106
0.14	0.1180	0.0902	0.0692	0.0528	0.0396	0.0288	0.0198	0.0122	0.0057	0.0000	-0.0050
0.15	0.1230	0.0952	0.0742	0.0578	0.0446	0.0338	0.0248	0.0172	0.0106	0.0050	0.0000

은 0로 주어짐을 알 수 있다. 또한 예정 수명이 실제 수명보다 더 짧은 경우 (대각선 아래 값) 순이익이 발생하게 되며, 반대로 예정 수명이 실제 수명보다 더 긴 경우 (대각선 위 값) 순손실이 발생함을 알 수 있다. 예정 수명이 실제 수명보다 더 짧은 경우 보험회사에서는 짧은 기간 내에 예상되는 보험금 지급을 위해서 보험료를 높게 책정할 것이고, 결과적으로 실제 필요한 보험료보다 더 큰 금액을 보험료로 책정하게 됨으로써 보험회사의 이익을 가져오게 되며, 반대의 경우도 유사한 해석이 가능하다.

또한 표 4.2에는 예정 수명분포와 실제 수명분포는 $\gamma = 1.1$, $\mu = 1/83$를 갖는 와이블 분포로 일치하지만, 예정 이자율과 실제 이자율에 차이가 있는 경우 보험료 차이가 주어져 있다. 마찬가지로, 예정 이자율이 실제 이자율보다 더 작은 경우 (대각선 아래 값) 순이익이 발생하게 되며, 반대로 예정 이자율이 실제 이자율보다 더 큰 경우 (대각선 위 값) 순손실이 발생함을 알 수 있다.

4.2. 리스크에 대한 분석

우선 예정 이자율과 실제 이자율은 일치하지만 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우를 고려하도록 하자. 실제 수명 분포를 $T_{(t)}$, 보험료 산정을 위해 가정된 수명 분포를 $T_{(a)}$로 나타내도록 하자. 만약 가정된 수명분포가 실제 수명분포와 일치하는 경우의 리스크 (original risk)는 식 (2.5)에 의하여

$$E\left(v^{T_{(t)}} - E\left[v^{T_{(t)}}\right]\right)^2 = E\left[\left(v^{T_{(t)}} - \bar{A}_x(T_{(t)})\right)^2\right]$$

로 주어진다. 여기서 $\bar{A}_x(T_{(t)})$는 실제 수명 분포 $T_{(t)}$ 하에서 식 (2.3)에 의해 산출된 종신보험의 일시납 순보험료를 나타낸다. 그런데, 가정된 수명 분포가 실제 수명분포와 달리 $T_{(a)}$로 주어진 경우의 리스크 (actual risk)는

$$\begin{aligned} E\left(v^{T_{(t)}} - E\left[v^{T_{(a)}}\right]\right)^2 &= E\left[\left\{\left(v^{T_{(t)}} - E\left[v^{T_{(t)}}\right]\right) + \left(E\left[v^{T_{(t)}}\right] - E\left[v^{T_{(a)}}\right]\right)\right\}^2\right] \\ &= E\left[\left(v^{T_{(t)}} - \bar{A}_x(T_{(t)})\right)^2\right] + \left(\bar{A}_x(T_{(t)}) - \bar{A}_x(T_{(a)})\right)^2 \end{aligned} \tag{4.1}$$

으로 주어짐을 알 수 있다. 여기서 $\bar{A}_x(T_{(a)})$는 가정된 수명 분포 $T_{(a)}$ 하에서 식 (2.3)에 의해 산출된 종신보험의 일시납 순보험료를 나타낸다.

마찬가지로, 예정 수명분포와 실제 수명분포는 일치하지만 예정 이자율과 실제 이자율에 차이가 있는 경우를 고려하도록 하자. 실제 이자율을 $i_{(t)}$, 이에 상응하는 현가율을 $v_{(t)} = 1/(1+t_{(t)})$, 가정된 이자율을 $i_{(a)}$, 이에 상응하는 현가율을 $v_{(a)} = 1/(1+t_{(a)})$ 로 나타내도록 하자. 그러면 위에서와 마찬가지로 가정된 이자율과 실제 이자율이 일치하는 경우의 리스크는

$$E\left(v_{(t)}^T - E\left[v_{(t)}^T\right]\right)^2 = E\left[\left(v_{(t)}^T - \bar{A}_x(v_{(t)})\right)^2\right]$$

로 주어지며, 가정된 이자율이 실제 이자율과 달리 $i_{(a)}$로 주어진 경우의 리스크는

$$E\left[\left(v_{(t)}^T - \bar{A}_x(v_{(t)})\right)^2\right] + \left(\bar{A}_x(v_{(t)}) - \bar{A}_x(v_{(a)})\right)^2 \tag{4.2}$$

으로 주어짐을 알 수 있다.

위의 식 (4.1)과 (4.2)에서 알 수 있듯이 실제 모형과 가정된 모형이 차이가 나는 경우 실제 리스크가 그렇지 않은 경우의 리스크에 비해 증가함을 알 수 있다. 하지만, $\bar{A}_x(T_{(a)}) > \bar{A}_x(T_{(t)})$ 혹은 $\bar{A}_x(v_{(a)}) > \bar{A}_x(v_{(t)})$의 경우 증가된 리스크는 실제 보험회사의 증가된 이익에 기인하므로, 보험회사 입장에서는 이러한 경우의 실제 리스크보다 반대의 경우 실제 리스크가 의미 있다고 할 수 있겠다.

표 4.3 i=0.1일 때의 Actual-Risk (와이블분포)

t	a										
	1/78	1/79	1/80	1/81	1/82	1/83	1/84	1/85	1/86	1/87	1/88
1/78	**0.0492**	0.0492	0.0492	0.0492	0.0492	0.0492	0.0493	0.0493	0.0493	0.0493	0.0494
	1.0000	1.0000	1.0002	1.0004	1.0007	1.0010	1.0014	1.0019	1.0024	1.0030	1.0037
1/79	0.0487	**0.0487**	0.0487	0.0487	0.0487	0.0487	0.0488	0.0488	0.0488	0.0488	0.0488
	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0002	1.0004	1.0006	1.0010	1.0014	1.0018	1.0024	1.0029
1/80	0.0482	0.0482	**0.0482**	0.0482	0.0482	0.0483	0.0483	0.0483	0.0483	0.0483	0.0483
	1.0002	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0002	1.0004	1.0006	1.0009	1.0013	1.0018	1.0023
1/81	0.0478	0.0478	0.0478	**0.0478**	0.0478	0.0478	0.0478	0.0478	0.0478	0.0478	0.0479
	1.0004	1.0002	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0002	1.0003	1.0006	1.0009	1.0013	1.0017
1/82	0.0474	0.0473	0.0473	0.0473	**0.0473**	0.0473	0.0473	0.0473	0.0474	0.0474	0.0474
	1.0007	1.0004	1.0002	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0002	1.0003	1.0006	1.0009	1.0012
1/83	0.0469	0.0469	0.0469	0.0469	0.0469	**0.0469**	0.0469	0.0469	0.0469	0.0469	0.0469
	1.0011	1.0007	1.0004	1.0002	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0001	1.0003	1.0006	1.0009
1/84	0.0465	0.0465	0.0465	0.0465	0.0465	0.0464	**0.0464**	0.0464	0.0465	0.0465	0.0465
	1.0015	1.0010	1.0006	1.0004	1.0002	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0001	1.0003	1.0005
1/85	0.0461	0.0461	0.0461	0.0460	0.0460	0.0460	0.0460	**0.0460**	0.0460	0.0460	0.0460
	1.0020	1.0015	1.0010	1.0006	1.0003	1.0001	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0001	1.0003
1/86	0.0457	0.0457	0.0457	0.0456	0.0456	0.0456	0.0456	0.0456	**0.0456**	0.0456	0.0456
	1.0026	1.0020	1.0014	1.0010	1.0006	1.0003	1.0001	1.0000	**1.0000**	1.0000	1.0001
1/87	0.0453	0.0453	0.0453	0.0452	0.0452	0.0452	0.0452	0.0452	0.0452	**0.0452**	0.0452
	1.0033	1.0025	1.0019	1.0014	1.0009	1.0006	1.0003	1.0001	1.0000	**1.0000**	1.0000
1/88	0.0449	0.0449	0.0449	0.0448	0.0448	0.0448	0.0448	0.0448	0.0448	0.0448	**0.0448**
	1.0040	1.0032	1.0025	1.0018	1.0013	1.0009	1.0006	1.0003	1.0001	1.0000	**1.0000**

예정 이자율과 실제 이자율은 $i = 0.10$으로 일치하지만, 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우 실제 리스크가 표 4.3에 주어져 있다. 표에서 각 셀의 상단 값은 실제 리스크의 값을 나타내고, 하단 값은 실제 리스크와 원래 리스크와의 비를 나타낸다. 보험계약자 연령 $x = 30$이고 $\gamma = 1.1$인 경우에 와이블 수명분포의 모수 μ를 변화시켜 가면서 리스크를 산출하였다. 또한 이 표에 상응하는 그래프가 그림 4.1에 주어져 있다. 앞의 실제 리스크를 정의한 식에서도 예상할 수 있듯이, 표나

표 **4.4** $\mu = 1/83$일 때의 Actual-Risk (와이블분포)

t	a										
	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.05	**0.0704**	0.0711	0.0728	0.0746	0.0765	0.0783	0.0800	0.0816	0.0830	0.0843	0.0855
	1.0000	1.0110	1.0339	1.0604	1.0873	1.1130	1.1369	1.1590	1.1793	1.1979	1.2149
0.06	0.0650	**0.0642**	0.0646	0.0656	0.0668	0.0680	0.0692	0.0703	0.0713	0.0723	0.0733
	1.0121	**1.0000**	1.0069	1.0218	1.0398	1.0586	1.0771	1.0947	1.1112	1.1267	1.1410
0.07	0.0612	0.0593	**0.0589**	0.0591	0.0597	0.0605	0.0613	0.0621	0.0629	0.0637	0.0644
	1.0405	1.0075	**1.0000**	1.0046	1.0148	1.0276	1.0414	1.0551	1.0685	1.0813	1.0934
0.08	0.0585	0.0557	0.0545	**0.0543**	0.0544	0.0548	0.0554	0.0559	0.0565	0.0571	0.0576
	1.0784	1.0258	1.0050	**1.0000**	1.0032	1.0106	1.0200	1.0303	1.0409	1.0513	1.0615
0.09	0.0565	0.0529	0.0512	0.0505	**0.0503**	0.0504	0.0507	0.0511	0.0515	0.0519	0.0523
	1.1221	1.0508	1.0174	1.0034	**1.0000**	1.0023	1.0078	1.0149	1.0229	1.0312	1.0395
0.1	0.0548	0.0506	0.0485	0.0475	0.0470	**0.0469**	0.0470	0.0472	0.0474	0.0477	0.0480
	1.1696	1.0802	1.0347	1.0122	1.0025	**1.0000**	1.0017	1.0059	1.0115	1.0178	1.0244
0.11	0.0535	0.0488	0.0463	0.0450	0.0443	0.0440	**0.0439**	0.0440	0.0441	0.0443	0.0445
	1.2195	1.1127	1.0555	1.0247	1.0089	1.0018	**1.0000**	1.0013	1.0046	1.0090	1.0140
0.12	0.0525	0.0473	0.0445	0.0429	0.0420	0.0415	0.0413	**0.0413**	0.0413	0.0414	0.0416
	1.2712	1.1473	1.0786	1.0399	1.0182	1.0067	1.0014	**1.0000**	1.0010	1.0036	1.0072
0.13	0.0516	0.0461	0.0430	0.0412	0.0401	0.0395	0.0391	0.0390	**0.0389**	0.0390	0.0391
	1.3240	1.1834	1.1036	1.0570	1.0296	1.0138	1.0052	1.0011	**1.0000**	1.0008	1.0029
0.14	0.0508	0.0450	0.0417	0.0397	0.0385	0.0377	0.0373	0.0370	0.0369	**0.0369**	0.0369
	1.3776	1.2205	1.1298	1.0756	1.0426	1.0226	1.0107	1.0040	1.0009	**1.0000**	1.0007
0.15	0.0502	0.0441	0.0405	0.0384	0.0370	0.0362	0.0357	0.0353	0.0352	0.0351	**0.0350**
	1.4316	1.2584	1.1569	1.0952	1.0568	1.0326	1.0176	1.0084	1.0032	1.0007	**1.0000**

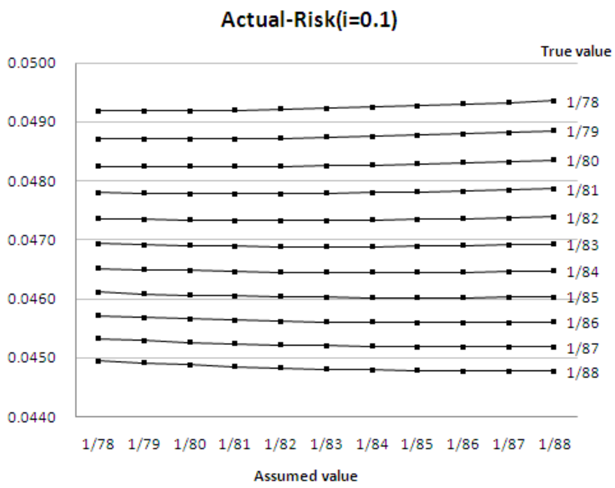

그림 **4.1** i=0.1 일 때의 Actual-Risk (와이블분포)

그래프에 주어진 실제 리스크는 대각선 값들에서 최소가 되며 대각선 값에서 멀어질수록 점점 증가함을 알 수 있다.

표 4.4에는 예정 수명분포와 실제 수명분포는 $\gamma = 1.1$, $\mu = 1/83$를 갖는 와이블 분포로 일치하지만, 예정 이자율과 실제 이자율에 차이가 있는 경우 실제 리스크 값들과 리스크 비가 주어져 있다. 또한 이

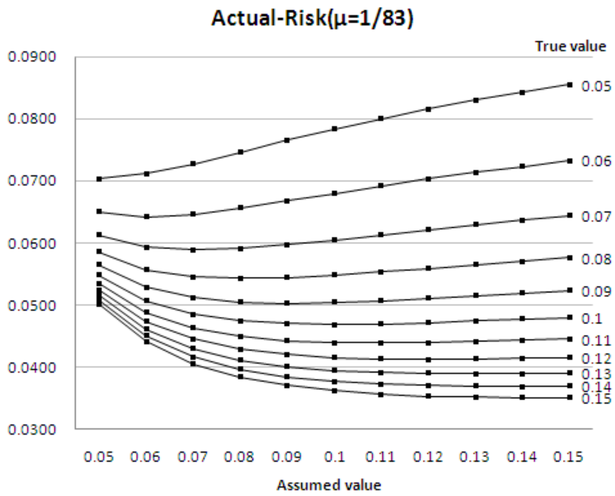

그림 **4.2** $\mu = 1/83$일 때의 Actual-Risk (와이블분포)

에 상응하는 그래프가 그림 4.2에 주어져 있다. 앞서 설명하였듯이, 표 4.3 과 표 4.4에서 보험 운영자 입장에서 의미 있는 값들은 표의 대각선 위에 있는 값이다.

이들 결과로부터, 수명분포의 차이에 따른 리스크의 영향에 비해 이자율의 차이에 의한 리스크의 영향이 매우 두드러지게 나타나는 사실은 매우 주목할 만한 점이라 할 수 있다.

4.3. 손실확률에 대한 분석

이제 가정된 모형과 실제 모형이 다른 경우 손실확률의 영향을 알아보도록 하자. 앞서 살펴보았듯이, 보험가입자 수 n이 매우 큰 경우 가정된 모형과 실제 모형이 일치하면 손실확률은 근사적으로 0.5로 주어지게 된다. 우선 예정 이자율과 실제 이자율은 일치하지만 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우를 고려하도록 하자. 이 경우 손실확률은 식 (2.6)으로부터,

$$P(Total\ Loss > 0) \approx P\left(Z > \frac{\bar{A}_x(T_{(a)}) - \mu_W}{\sigma_W/\sqrt{n}}\right)$$

로 주어진다. 여기서 $W_i = v^{T_{(t)i}}$, $\mu_W = E[v^{T_{(t)}}] = \bar{A}_x(T_{(t)})$이며, $\sigma_W = \sqrt{Var[v^{T_{(t)}}]}$이다.

마찬가지로, 예정 수명분포와 실제 수명분포는 일치하지만 예정 이자율과 실제 이자율에 차이가 있는 경우는 손실확률이

$$P(Total\ Loss > 0) \approx P\left(Z > \frac{\bar{A}_x(v_{(a)}) - \mu_W}{\sigma_W/\sqrt{n}}\right)$$

로 주어짐을 알 수 있다. 여기서, $W_i = v_{(t)}^{T_i}$, $\mu_W = E[v_{(t)}^{T}] = \bar{A}_x(v_{(t)})$이며, $\sigma_W = \sqrt{Var[v_{(t)}^{T}]}$이다.

예정 이자율과 실제 이자율은 $i = 0.10$으로 일치하지만, 가정된 예정 수명분포와 실제 수명분포에 차이가 있는 경우 손실확률이 표 4.5에 주어져 있다 ($n = 50$). 보험계약자 연령 $x = 30$이고 $\gamma = 1.1$인 경우에 수명분포의 모수 μ를 변화시켜 가면서 손실확률을 산출하였다. 또한 이 표에 상응하는 그래프가

표 **4.5** i=0.1, n=50 일 때의 손실확률 (와이블분포)

t	a										
	1/78	1/79	1/80	1/81	1/82	1/83	1/84	1/85	1/86	1/87	1/88
1/78	0.5000	0.5188	0.5372	0.5550	0.5724	0.5892	0.6055	0.6213	0.6365	0.6512	0.6654
1/79	0.4811	0.5000	0.5185	0.5365	0.5541	0.5711	0.5877	0.6037	0.6192	0.6343	0.6488
1/80	0.4625	0.4814	0.5000	0.5181	0.5359	0.5531	0.5699	0.5862	0.6019	0.6172	0.6320
1/81	0.4442	0.4631	0.4818	0.5000	0.5178	0.5352	0.5522	0.5687	0.5847	0.6002	0.6153
1/82	0.4262	0.4452	0.4638	0.4821	0.5000	0.5175	0.5346	0.5513	0.5675	0.5833	0.5986
1/83	0.4087	0.4275	0.4461	0.4644	0.4824	0.5000	0.5172	0.5340	0.5504	0.5664	0.5819
1/84	0.3915	0.4103	0.4288	0.4471	0.4651	0.4827	0.5000	0.5169	0.5334	0.5495	0.5652
1/85	0.3747	0.3934	0.4118	0.4300	0.4480	0.4657	0.4830	0.5000	0.5166	0.5329	0.5487
1/86	0.3584	0.3769	0.3952	0.4133	0.4312	0.4489	0.4663	0.4833	0.5000	0.5164	0.5323
1/87	0.3425	0.3608	0.3790	0.3970	0.4148	0.4324	0.4498	0.4668	0.4836	0.5000	0.5161
1/88	0.3271	0.3452	0.3631	0.3810	0.3987	0.4162	0.4336	0.4506	0.4674	0.4838	0.5000

표 **4.6** $\mu = 1/83$, $n = 50$일 때의 손실확률 (와이블분포)

t	a										
	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.05	0.5000	0.7709	0.9034	0.9589	0.9817	0.9913	0.9956	0.9976	0.9986	0.9992	0.9995
0.06	0.2187	0.5000	0.7210	0.8516	0.9208	0.9565	0.9752	0.9852	0.9908	0.9941	0.9960
0.07	0.0774	0.2703	0.5000	0.6836	0.8055	0.8801	0.9248	0.9516	0.9679	0.9781	0.9847
0.08	0.0239	0.1282	0.3093	0.5000	0.6552	0.7663	0.8413	0.8909	0.9236	0.9455	0.9602
0.09	0.0067	0.0555	0.1758	0.3392	0.5000	0.6331	0.7336	0.8063	0.8578	0.8943	0.9202
0.1	0.0018	0.0226	0.0939	0.2172	0.3623	0.5000	0.6156	0.7065	0.7754	0.8269	0.8653
0.11	0.0005	0.0088	0.0479	0.1331	0.2521	0.3806	0.5000	0.6016	0.6838	0.7485	0.7989
0.12	0.0001	0.0033	0.0237	0.0789	0.1700	0.2813	0.3953	0.5000	0.5901	0.6647	0.7252
0.13	0.0000	0.0012	0.0114	0.0457	0.1118	0.2032	0.3058	0.4073	0.5000	0.5806	0.6485
0.14	0.0000	0.0004	0.0054	0.0260	0.0722	0.1441	0.2325	0.3264	0.4172	0.5000	0.5726
0.15	0.0000	0.0002	0.0025	0.0146	0.0460	0.1007	0.1743	0.2581	0.3438	0.4255	0.5000

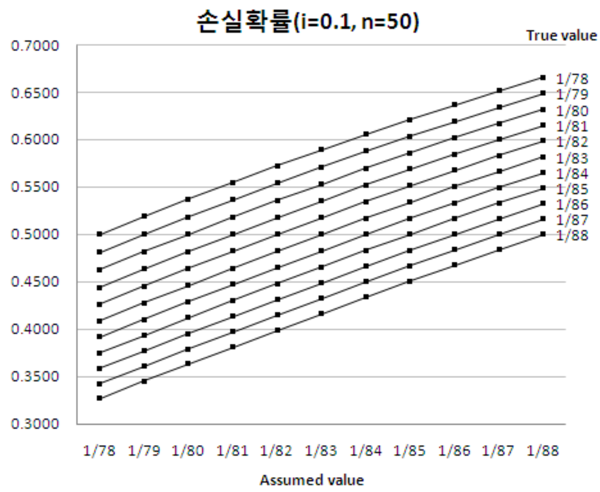

그림 **4.3** i=0.1, n=50 일 때의 손실확률 (와이블분포)

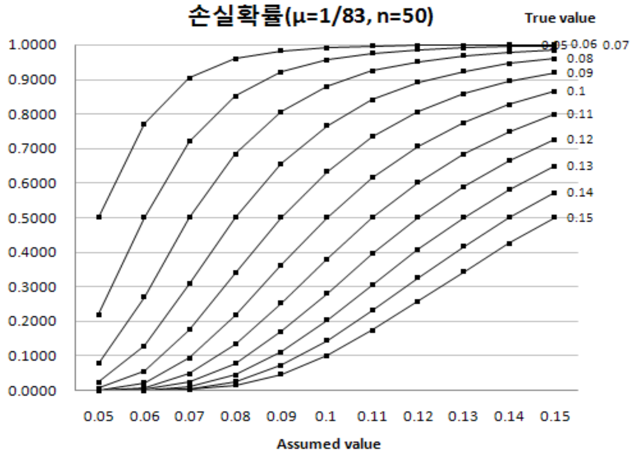

그림 4.4 $\mu = 1/83$, n=50 일 때의 손실확률 (와이블분포)

그림 4.3에 주어져 있다. 앞에서 정의한 손실확률에 대한 식에서도 알 수 있듯이, 산출된 보험료가 감소할수록 손실확률은 증가하고, 반대로 보험료가 증가할수록 손실 확률은 줄어든다. 따라서 이 경우 예정수명이 점점 길어질수록 (산출된 보험료가 감소할수록) 손실확률은 증가함을 알 수 있다.

표 4.6에는 예정 수명분포와 실제 수명분포는 $\gamma = 1.1$, $\mu = 1/83$를 갖는 와이블 분포로 일치하지만, 예정 이자율과 실제 이자율에 차이가 있는 경우 손실확률 값이 주어져 있다. 또한 이에 상응하는 그래프가 그림 4.4에 주어져 있다. 이 경우 예정 이자율이 점점 증가할수록 (산출된 보험료가 감소할수록) 손실확률은 증가함을 알 수 있다.

앞에서와 마찬가지로, 수명분포의 차이에 따른 손실확률의 영향에 비해 이자율의 차이에 의한 손실확률의 영향이 매우 두드러지게 나타남을 발견할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 종신보험을 고려하고 두 가지 중요한 영향변수인 예정 수명분포와 예정이자율이 보험료, 보험 운영상의 리스크, 보험운영에 있어서의 손실 확률에 미치는 영향력을 분석하고 상대적인 영향력의 크기를 비교해 보는 연구를 진행하였다. 이들 두 가지 영향 변수가 변함에 따라 보험료와 리스크에 미치는 영향력을 분석하였으며, 예정 수명분포와 예정이자율이 실제 수명분포와 실제 이자율과 차이가 나는 경우 보험회사의 손익 및 리스크와 손실확률에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보았다. 앞서 살펴본 결과에 기초할 때, 보험료와 리스크, 그리고 손실확률에 대해 수명분포의 차이에 따른 영향에 비해 이자율의 차이에 의한 영향이 매우 두드러지게 나타남을 발견할 수 있다. 이러한 점은 실제 현장에서 보험을 개발하고 운용하는 과정에서 중요하게 고려될 수 있는 결과라고 할 수 있겠다.

기존의 많은 보험 통계학에 관한 학술서적들이 수명분포와 이자율 그리고 보험료, 리스크, 손실확률과의 유기적인 관계를 잘 다루고 있지 않아서, 보험을 처음 접하게 되는 학생들에게는 이들을 구조적으로 잘 이해하는 것이 그리 쉽지 않다고 할 수 있다. 본 연구에서는 이들의 관계를 구조적으로 다룸으로써, 향후 이 분야를 공부하고자 하는 학생들에게 보험에 관한 보다 깊이 있는 이해를 돕고 관련 연구주제에 관한 관심을 고조시키는데 본 연구가 조금이나마 도움이 될 수 있으리라 생각된다. 더 나아가, 본 연구

에서 다루어진 연구 주제를 보다 다양한 종류의 보험으로 확장함으로써 이 분야를 전공하는 대학원생들에게 새로운 연구 주제를 제공할 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

이창수, 황선영 (1996). <보험통계>, 한국방송대학교출판부, 서울.

현정민 (2010). <종신보험에서 순보험료, 위험도, 손실확률에 대한 영향력 분석에 관한 연구>, 석사학위논문, 이화여자대학교.

홍종선, 전흥기 (2009). <최신보험통계학>, 자유아카데미, 서울.

Dickson, D. M. (2005). *Insurance risk and ruin*, Cambridge University Press, Cambridge.

Gerber, H. U. (1997). *Life insurance mathematics*, 3rd Ed., Springer, Zurich.

Hong, Y. W. and Suh, J. S. (2008). Estimating the credit value-at-risk of Korean property and casuality insurers. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **19**, 1027-1036.

Kim, Y. H. and Kim, K. S. (2009). Small area estimation of the insurance benefit for customer segmentations. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **20**, 77-88.

Lee, Y. G. and Hur, J. (2009). A study on the comparison of descriptive variables reduction methods in decision tree induction: A case of prediction models of pension insurance in life insurance company. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **20**, 179-190.

Shin, Y. G. (2008). Empirical analysis on profit and stability of Korean reserve convertible funds. *Journal of Korean Data & Information Science Society*, **19**, 1073-1080.

Journal of the Korean Data &
Information Science Society
2010, **21**(1), 71–86

한국데이터정보과학회지

Analysis of influential factors in whole life insurance model†

Jeong Min Hyeon[1]· Ji Hwan Cha[2]

[12]Department of Statistics, Ewha Womans University

Received 10 December 2009, revised 7 January 2010, accepted 15 January 2010

Abstract

In life insurance, the net premium is derived based on the expected life time distribution and expected interest rate. The losses or risks of the insurer are significantly affected by the obtained net premium. Thus, in life insurance, these two factors, the life time distribution and expected interest rate, are considered as important influential factors. In this paper, we investigate the effect of these influential factors on the net premiums, management risks, and the probability of losses. Furthermore, relative influence of these factors is also studied.

Keywords: Interest rate, lifetime distribution, net premium, probability of loss, risk, whole life insurance.

---

† This work was supported by Priority Research Centers Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (2009-0093827).

[1] Graduate student, Department of Statistics, Ewha Womans University, Seoul 120-750, Korea.
[2] Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Ewha Womans University, Seoul 120-750, Korea. E-mail: jhcha@ewha.ac.kr