## 論文

# Multi-Rate 스프링 제동장치의 성능분석 및 최적설계

정의만\*, 원준호\*, 최주호\*\*, 심인섭\*\*\*

# Performance Analysis and Design Optimization of Multi-Rate Spring Brake System

Eui-Man Jung\*, Junho Won\*, Joo-Ho Choi\*\* and In-Seob Shim\*\*\*

## ABSTRACT

In this study, performance analysis and design optimization is carried out for a multi-rate spring brake system, which is used in a cable ride to stop the arriving passengers in safe and comfortable manner. Mathematical model for the spring is developed toward the objective of minimizing the impact at the arrival while satisfying the constraint of limited distance at the stop. Matlab code is utilized to examine parameters affecting the performance of the brake system. The results are validated by a commercial software RecurDyn. Kriging meta model is used to reduce the computational cost of the analysis. Optimization is conducted by RecurDyn, from which the design parameters are determined that minimizes the impact at the stop.

Key Words : Ziprider(집라이더), Multi-Rate Spring(다중 스프링), Latin Hypercube Sampling(라 틴방격추출법), Kriging model(크리깅모델), Optimization(최적화)

## I. 서 론

Ziprider(zip line cable ride)는 유럽 및 미주 에서 특허를 출원한 신개념의 4계절 Ride System으로서 계곡과 계곡 사이 등 비교적 짧은 거리를 케이블을 통해 자유 낙하하여 이동하는 운송수단이다. 이러한 시스템은 우리나라와 같이 산악지형이 많아 항공운송이 부적절한 경우에 유 효하게 사용될 수 있으며, 특히 최근에는 이러한 시스템이 친환경 레포츠로서 많은 인기를 누리고 있다.

레포츠로서의 Ziprider는 통상 절벽 꼭대기나 산 정상 등에 위치한 출발지에서 아래의 착지점

2010년 11월 28일 접수~2010년 12월 27일 심사완료 \* 한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과 \*\* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 \*\*\* (주) 성원 삭도 연락저자, E-mail : emjung83@gmail.com 경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1 까지 시속 90km 이상으로 질주하여 약 1~2km의 거리를 비행하므로 높은 속도감과 스릴을 느낄 수 있다. 그러나 빠른 속도로 운행되는 만큼 도 착지점의 제동장치 안전성이 중요하게 고려되어 야 한다. 특히 우리나라의 경우 지형적인 특성상 외국과 비교해 비교적 짧은 제동거리에서 탑승객 의 안전을 보장해야 하기 때문에 제동장치에 대 한 새로운 설계가 필요하다.

제동장치(Brake System)란 운동하고 있는 물체 의 속도를 감속하거나 정지시키는 장치로서 사람 혹은 기계의 손상을 방지하고 안전성을 향상시키 는 장치이다. 이러한 제동장치로는 비교적 설치 가 간편하고 에너지 감쇠율이 좋은 스프링을 많 이 사용되고 있다. 스프링은 기계요소품으로 대 부분의 공산품에 사용되어지고 있으며 그 종류도 매우 다양하다. 항공기에서도 착륙 시 충격흡수 를 위해 판스프링을 이용한 착륙장치를 이용하는 사례가 있다.[1] 본 연구에서 고려하는 Ziprider 의 제동장치의 경우에는 충분한 정지거리 확보뿐 만 아니라 스프링이 받는 충격이나 고유진동을

$$\ddot{x} = \frac{-kx + m\sin\theta(g\cos\theta + l\dot{\theta})}{(M+m) - m\cos^2\theta} \tag{4}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{l} \left( -gsin\theta - \ddot{x}cos\theta \right) \tag{5}$$



Fig. 1. Ziprider system



Fig. 2. Mathematical model of Ziprider system



Fig. 3. Behavior of  $x \& \theta$  in term of the time

이렇게 구한 식 (4~5)를 Matlab을 이용하여 계 산하였으며 그 결과를 RecurDyn[7]과 비교하였 다. 그 결과 Fig. 3과 같이 시간에 따른 변위와 θ값이 모두 정확하게 일치하는 것을 확인할 수 있다.

이를 위해 본 연구에서는 스프링의 변위에 따 라 감쇠 성능 특성을 변화시키는 Multi-Rate 변 위 감응형 스프링 제동장치[3]를 설계하고자 한 다. 이러한 Multi-Rate 변위 감응형 장치는 부가 적인 복잡한 장치 없이 간단한 몇 개의 추가 부 품의 조립으로 짧은 제동거리와 충격흡수를 도모 할 수 있다. 이를 위해 제동 시스템과 제동 거리, 승객의 안전에 대한 수학 모델을 수립하였다. 그 리고 다양한 Multi-Rate 스프링 조합을 이용하여 이들 간의 관계에 대한 파라메터 스터디를 Matlab 프로그램을 사용하여 수행하였으며, 그 결과를 상용프로그램인 RecurDyn과 비교·분석하 였다. 또한 라틴방격추출법(Latin Hypercube, Sampling, LHS)과 크리깅 메타모델을 이용하여 설계최적화를 수행하였다.

#### Ⅱ. 본 론

## 2.1. Ziprider 제동시스템

Fig. 1은 Ziprider 도착지점의 실제 모습이며, Fig. 2는 Ziprider 제동시스템의 수치모델이다. 작동 원리는 Ziprider Trolley에 탑승객이 매달린 형태로 케이블을 따라 자유낙하 후 제동장치에 의해 감속·정지하는 형태이다.[2] 이 때 관성의 법칙에 의해 탑승객(질량 m)은 θ의 각도로 움직 이게 된다. 여기서 탑승객의 승차감 을 θ로 가정 할 수 있으며, 정의된 제동구간 내에서 발생하는 θ의 최소화가 이 연구의 목표이다.

탑승객의 위치는 다음 식(1)과 같이 정의되며,

 $x_m = x + lsin(\theta), \quad y_m = -l + lcos(\theta)$  (1) 스프링상수 k로 구성된 단일 스프링 제동시스템 에서의 제동거리 x(Fig. 2참고)와 탑승객의 회전 각  $\theta$ 의 관계는 식(2)의 라그랑주(Lagrangian)[4,5] 방정식을 이용하여 정의할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \tag{2}$$

위 식의 *L*은 Ziprider 제동시스템의 라그랑주로 서 다음과 같이 표현된다.

$$L = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x^{2}} + \frac{1}{2}ml^{2}\dot{\theta} + \frac{1}{2}kx^{2} + mgl\cos\theta \quad (3)$$

위 식(3)을 라그랑주 방정식(2)에 대입하여 정리 하면 식(4~5)와 같은 *x*와 θ에 대한 상미분방정 식[6]를 구할 수 있다.

#### 2.2.1. 병렬형 Multi-Rate스프링

Fig. 4와 같이 스프링1을 스프링2의 내부에(또는 외부에) 배치함으로써 하중에 의한 변위가 L1이하 일 경우 단일 강성만 적용되고, L1이상의 변위에 대 해서는 두 스프링의 강성이 모두 적용된다. 그 결과 는 Fig. 4의 우측 그래프와 유사한 개념을 가지게 된다.



Fig. 4. Parallel Multi-Rate spring shape & force-displacement relation

## 2.2.2. 직렬형 Multi-Rate 스프링

일반적인 스프링의 직렬연결은 Fig. 5의 A와 같 은 하중-변위 거동을 보인다. 그러나 스프링1과 예 하중 F가 적용된 스프링2의 직렬연결은 Fig. 5의 B 와 같은 거동을 보이게 된다.



Fig. 5 Series Multi-Rate spring shape & force-displacement relation

## 2.3 Multi-Rate 스프링의 경향분석

#### 2.3.1 병렬형 Multi-Rate스프링

Fig. 4와 같은 병렬형 Multi-Rate 스프링은 Fig. 6과 같이 스프링1과 2의 상수(k<sub>1</sub>,k<sub>2</sub>)와 L<sub>1</sub>에 따라 크게 4가지 경우의 스프링 조합을 고려할 수 있다.

이 4가지 케이스에 대해 2.1절의 단일 스프링에 대한 운동방정식의 개념을 확장, 식(4~5)를 이용하 여 시간에 따라 나타나는 변위 x(t)와  $\theta(t)$ 를 그래 프로 도시하여 그 차이를 분석하였으며 최대 변위와 각도는 Table 1과 같이 나타났다. 여기서 초기조건 은 다음과 같다.

 $M = 10kg, m = 75kg, v_0 = 20km/h, l = 1m$ 





위 4가지 경우 중 case 3~4의 x(t),  $\theta(t)$ 를 각 각살펴보면 Fig. 7을 통해 알 수 있듯이 공통적 으로 stiffness의 차이가 클수록 제동거리는 짧아 지는 반면 θ값이 증가하는 것을 확인할 수 있다. Table 2는 해석 초기조건이 동일한 상태에서 스프 링1의 stiffness를 가지는 단일 스프링만을 배치했을 때 발생하는 최대 변위와 θ의 크기이다. 이 결과를 Table 1과 비교해보면 Multi-Rate 스프링을 적용할 경우 변위는 평균 9.2%의 감소 효과를 보이는 반면 θ는 평균 21.22% 증가하게 된다. 결국 병렬 스프링 을 활용한 Multi-Rate 스프링은 정지거리(x)의 측면 에서는 효율적인 성능을 보일 수 있지만 θ를 최소화 하려는 본래의 목적과는 부합하지 않는다는 것을 알 수 있다.



(a) Case 3



(b) Case 4

Fig. 7 Behavior of  $x \& \theta$  about parallel Multi-Rate spring according to the time

Table 1	Maximum	value	of	displacement	&	ł
---------	---------	-------	----	--------------	---	---

		x(m)	$ heta(\degree)$	$L_1(m)$
	(1)	5.808	54.722	2
case1	(2)	6.497	54.424	4
	(3)	6.985	50.107	6
	(1)	6.497	54.424	4
case2	(2)	5.274	94.299	4
	(3)	5.252	132.254	4
case3	(1)	4.803	117.240	4
	(2)	5.519	93.508	5
	(3)	5.780	47.081	6
case4	(1)	6.575	94.666	5
	(2)	6.671	73.335	5
	(3)	6.771	53.386	5

Table 2 Maximum value of displacement &  $\theta$  at k1 stiffness

K(N/m)	x(m)	θ(°)
100	7.104	44.065

## 2.3.2. 직렬형 Multi-Rate 스프링

Fig. 5와 같이 예하중을 적용한 직렬형 Multi Rate 스프링은 스프링1과 2의 상수 $(k_1,k_2)$ 와 예 하중에 따라 Fig. 8과 같은 4가지 경우의 스프링 조합을 고려할 수 있다. 이 4가지 케이스에 대해 2.3.1절과 동일한 과정을 통해 x(t)와  $\theta(t)$ 를 그 래프로 도시하고, 그 차이를 분석하였으며 최대 변위와 각도는 표3과 같이 나타났다.

Fig. 9(a)는 스프링상수가 동일한 직렬형 Multi -Rate 스프링의 예하중 크기만 변화시켰을 때의 x(t)와  $\theta(t)$ 를 나타낸 것으로(Case1) 예하중이 증가할수록 제동거리는 감소하는 반면,  $\theta$ 는 증가 하는 경향을 보였다. Fig. 9(b)는 Fig. 8의 Case 3 에 대한 *x*(*t*)와 *θ*(*t*)를 나타낸 것으로 초기 스프 링상수의 영향을 잘 설명하고 있다. Fig. 9의 결 과로부터 스프링상수 및 예하중의 변화에 따라 *θ*를 제어할 수 있음을 알 수 있고, Case 3에 적 용된 예하중이 유사함을 가정할 때 Fig. 9의 결 과는 *x*(*t*)와 *θ*(*t*)의 변화폭이 초기 스프링상수에 더욱 큰 영향을 받는다는 사실을 유추해 볼 수 있다.



Fig. 8. Some Cases of force-displacement relation about series Multi-Rate spring





Table 1과 Table 3을 통해 병렬형 Multi-Rate 스프 링보다 예하중을 적용한 직렬형 Multi-Rate 스프링 이 더 짧은 변위와 θ 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 이 결과를 바탕으로 직렬형 Multi-Rate 스프링 에 대하여 최적설계를 수행하였다.

Table 3. Maximum value of displacement &  $\theta$ 

		x(m)	$ heta$ ( $\degree$ )	Preload(N)
	(1)	5.064	58.087	300
case1	(2)	3.820	72.361	600
	(3)	3.868	69.517	1200
case2	(1)	4.729	63.332	400
	(2)	4.400	66.387	600
	(3)	4.190	69.357	700
case3	(1)	3.842	71.919	700
	(2)	4.766	63.157	800
	(3)	5.780	47.081	900
case4	(1)	4.729	63.332	400
	(2)	3.820	72.361	600
	(3)	3.231	79.847	800

## 2.4. 직렬형 Multi-Rate 스프링 최적설계

본 연구에서는 주어진 제동거리를 만족하며 탑승객에게 발생하는 회전각 θ를 최소화 할 수 있는 설계안 도출을 위해 직렬형 Multi-Rate 스 프링을 이용한 최적설계를 실시한다.

#### 2.4.1. 실험계획법과 메타모델링

설계변수 각각의 단일 차원 내에서 실험점의 분포가 균등해지도록 배치시키는 방법[10]으로 각 설계변수에 대해 실험점이 중첩되지 않기 때 문에 공간 배치 개념을 잘 만족하고, 실험점 수 조절이 용이한 LHS(Latin Hypercube Sampling) 법을 이용하여 실험계획(DOE : design of experiment)을 수립하고 크리깅 메타모델을 생성 하여 직렬형 Multi-Rate 스프링의 최적설계를 수 행하였다. 크리깅 메타모델은 여러 메타모델링 기법 중 비선형성이 강한 시스템에 효과적이다. 크리깅 모델은 샘플에서 얻어진 정보를 바탕으로 식 (6)과 같이 전역모델과 국부 편차의 합으로 구성된다.

y(x) = f(x) + Z(x) (6) 여기서, y(x)는 구하고자 하는 메타모델 즉, 알 고자 하는 미지의 함수 이며, f(x)는 설계영역에 서의 전역모델(global model)로 주로 다항함수 (polynominal function)의 형태로 표현된다. 또 한, Z(x)는 전역모델로부터 나온 지역적 편차 (localized deviation)를 표현해 주는 부분으로 평 균이 0이고 분산이 σ<sup>2</sup>인 정규분포를 따르며, 응 답모델의 불확실성(uncertainty)을 나타내준다.

#### 2.4.2. 최적설계 문제의 정식화

본 연구에서는 제한된 제동거리를 만족하는 범위 에서 탑승자의 회전각 *θ*를 최소화 하는 것이다. 이 를 요약하면 아래와 같다.

Find	$v_1, v_2, v_3$		
to minimize	maximum $ heta$ of the Ziprider		
	Chair		
subject to	upper displacement limit of		
	spring (allowed braking distance)		
	$x \le 9[m]$		
	and		
	$50 \le v_1 \le 600 [N/m]$		
	$50 \le v_2 \le 600 [N/m]$		
	$25 \leq v_3 \leq 1200 [N]$		

여기서  $v_1$ 은 예하중이 적용되지 않은 스프링의 스 프링상수,  $v_2$ 는 예하중이 적용되는 스프링의 스프링 상수이며  $v_3$ 는 예하중의 크기이다.

사용한 최적화 S/w는 RecurDyn의 탑재되어 있 는 AutoDesign이며, 적용한 최적화 기법은 Lagrange Multiplier 이다.

## 2.4.3. 최적화 결과

최적화를 수행한 후 최대 θ값의 초기값과 최 적값의 변화는 Fig.10에 나타내었다.



Fig. 10 Optimum results for maximum  $\theta$ 

Table 4. Optimum value of design parameters

	스프링1의 stiffness $v_1$ (N/m)	스프링1의 stiffness v <sub>2</sub> (N/m)	$\begin{array}{c} {\rm Preload} \\ v_3^{\rm (N)} \end{array}$
Result	150	100	50

크리깅 근사 모델을 사용한 경우 근사 모델의 초 기값은 55.98°, 실제 해석의 초기 값은 RecurDyn의 경우 57.24°, Matlab의 경우 58.08°였으나 최적화를 수행한 후 근사모델의 결과 값은 35.67°, RecurDyn 은 36.53°, Matlab은 37.52°로 실제 해석 결과를 기준 으로 비교하였을 때 초기 θ보다 RecurDyn은 약 36.18%, Matlab은 35.40%의 감소된 것을 확인 할 수 있으며 RecurDyn과 Matlab의 해석 결과 오차는 약 2.71% 발생하는 것을 알 수 있다.

#### Ⅲ. 결 론

본 연구는 Ziprider의 제동장치 개발을 위해 일반적인 단일 stiffness를 가지는 스프링과 다양 한 형태의 Multi-Rate 스프링의 성능 차이를 분 석하고 이를 바탕으로 효율적인 제동 성능을 보 이는 스프링을 예측하고 최적 설계하였다. 본연 구에서는 Ziprider 제동장치를 대상으로 성능모 델 및 최적설계를 수행하였으나 본 연구방법은 항공기 착륙장치 등 다른 제동장치에도 원칙적으 로 적용이 가능하다. 연구 결과를 요약하면 다음 과 같다.

1) 병렬형 Multi-Rate 스프링의 경우 탑승자의 회전각 θ를 증가시키는 경향을 보이는 반면, 예 하중을 적용한 직렬형 Multi-Rate 스프링은 θ를 효율적으로 감소시킬 수 있었다.

2) Multi-Rate 스프링을 사용하여 기존의 단일 스프링으로 구성된 제동장치의 단점을 극복 할 수 있다.

3) 최적설계를 통해 θ를 최소화 하는 최적의 스프링 상수와 예하중 조합 조건을 찾을 수 있었 으며 단일 스프링으로 구성된 제동장치에 비해 우수한 성능을 보인다는 것에 대한 타당성을 제 시하였다.

4) 향후 자동화를 활용한 최적화 설계 프로그 램을 자체 개발하여 Ziprider뿐만 아니라 폭넓은 활용이 가능한 독자적인 설계 개발 기술을 확보 해 나갈 것이다.

## 후 기

본 연구는 2010년 고양시 산·학·관 공동기술개 발 지원 사업에 의해 수행되었으며, 이에 감사드 립니다.

#### 참고문헌

 김동민, 허명규, 이기범, "복합재 판스프링방 식 착륙장치의 충격흡수에 대한 연구," 한국항 공우주학회지, 제24권, 2호, pp. 85-94, 1996.

2) Ziprider 시스템의 소개 및 분석, Sung Won Tramway Corporation, 2009.

3) 박재우, 신상윤, 주동우, 김영호, "변위 감응
형 충격 흡수기에 관한 연구," 한국정밀공학회
지, 제14권, 11호, pp.11-16, 1997.

4) Merian, J. L., Dynamics, SI Verion, Wiley, 1981.

5) Inman, Daniel J., Engineering Vibrations, 3rd ed., Pearson Education, 2008.

6) Erwin, K., Advanced Engeering Math--ematics, 7th ed., Wiley, 1999.

7) RecurDyn Training Guide, CMET Corporation, 2008.

8) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., "Design and Analysis of Computer Experiments," Statistical Science, Vol.4, No.4, pp.409-435.

9) McKay, M. D., Beckman, R. J. and Conover, W. J., "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," Technometrics, Vol.21, No.2, pp.239–245.

10) Arora, J. S., Optimization of Structual and mechanical System, Work Scientific, 2004.

 Arora, J. S., Introduction to Optimum Design, 2nd ed., Elsevier Academic Press, 2004.
Budynas, Richard G., Keith Nisbett, J., Shigley's Mechanical Engineering Design, 8th ed., McGraw Hill, 2008.