

계단 모양 전극을 가진 미세펌프 해석

김 병 재,¹ 이 승 현,^{*2} 성 형 진³

SIMULATION OF A MICROPUMP WITH STEP ELECTRODES

Byoung Jae Kim,¹ Seung Hyun Lee^{*2} and Hyung Jin Sung³

The flow rate is higher in ACEO micro-pumps with step electrodes than in micro-pumps with planar asymmetric electrodes. In the present study, numerical simulations were made of a ACEO micro-pump with step electrodes to investigate the effects of electrode design parameters on the pumping flow rate. The electrical charge at the electrodes, the fluid flow, and potential were solved, taking into account the finite size of ions, that is, the steric effect. This effect is recognized to be capable of quantifying the electrical charge more accurately in the electrical double layer subject to high voltages. Geometrical parameters such as heights, widths, and gaps of three-dimensional electrodes were optimized to enhance the pumping flow rate. Moreover, the effect of amplitude and frequency of AC was studied.

Key Words : 미세펌프(Micropump), 계단형 전극(Step Electrode), 공간효과(Steric Effect)

1. 서 론

마이크로채널에서 유체를 이송시키는 미세펌프는 μ -TAS (Micro Total Analysis System) 미세유체기체에서 기본적인 필수적인 요소이다. 이를 위해 기계적인 방법, 화학적인 방법, 전기적인 방법 등 다양한 방법들이 제시되어 왔다[1]. 이 중에서 전기를 사용하는 방법은 구현하기 용이하고 움직이는 요소가 없으며 전자제품에 이식하기에 편리한 장점이 있어 많은 연구가 이루어져 왔다.

마이크로채널에서 전기를 이용한 유체 이송 방법으로 전기삼투(electroosmosis)가 널리 이용되고 있다[1]. Fig. 1에서 보는 바와 같이 전해질 용액이 + 또는 - 전극에 닿으면(그림에서는 - 전극), 전극과 부호가 반대인 + 이온이 전극 근처에 밀집하게 된다. 이 밀집된 층을 전기이중층(electrical double layer)이라고 한다. 전기삼투를 이용한 가장 기본적인 방법은 채널의

상류와 하류에 직류전압을 가하는 것이다. 전압을 가하면 유로 내에 전기장이 형성되고 이로 인하여 전기이중층 내 전하가 움직이어서 유체가 움직이게 된다. 전기이중층의 두께가 nm 단위이므로 마이크로채널에서는 일종의 미끄럼 속력이 발생한다. 그러나 이 방법은 수 kV의 높은 전압으로 인하여 전극이 손상되기 쉽고 유체가 비등하여 기포가 발생하는 문제점을 안고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 방안으로 수 V의 낮은 전압에서도 유체를 이송시킬 수 있는 방법이 최근 활발하게 연구되고 있다[2-10].

Ajdari는 비대칭 형상 전극에 교류를 가하면 유체가 한 방향으로 이송되는 것을 이론적으로 예측하였고, Brown 등은 평면 비대칭 전극(planar asymmetric electrode) 실험을 통해 이를 처음으로 확인하였다. 이처럼 교류를 사용한 전기삼투 방법을 ACEO(Alternating Current Electro Osmosis)라고 한다. 이후 평면 비대칭 전극을 이용한 ACEO 펌프에 대한 이해를 높이고 성능을 향상시키기 위해 많은 노력이 이루어졌다[4-6].

한편 Bazant 그룹은 계단 모양 전극(step electrodes)이 기존의 평면 비대칭 전극에 비하여 높은 유량의 유체를 이송할 수 있음을 보였다[7-9]. 그러나 Urbanski 등이 계단의 높이에 따른 유량 변화를 해석적으로 살펴본 정도로, 현재까지 전극 형상, 교류전압의 크기 및 주파수의 영향이 체계적으로 이루어지지 않았다. 또한 Urbanski 등이 사용한 모델도 25 mV의

접수일: 2010년 9월 20일, 수정일: 2010년 12월 6일,

게재확정일: 2010년 12월 10일.

1 정회원, 한국원자력연구원, 열수력안전연구부

2 한국기계연구원, 프린팅공정/자연모사 연구실

3 중신회원, 한국과학기술원, 기계공학과

* Corresponding author, Email: shlee79@kimm.re.kr

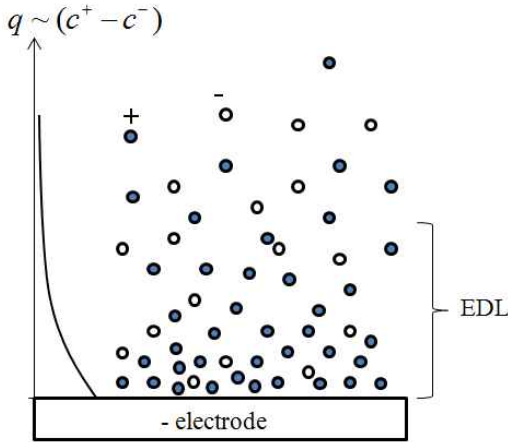


Fig. 1 Electrical double layer(q : electrical charge, c^+ : +ion concentration, c^- : - ion concentration)

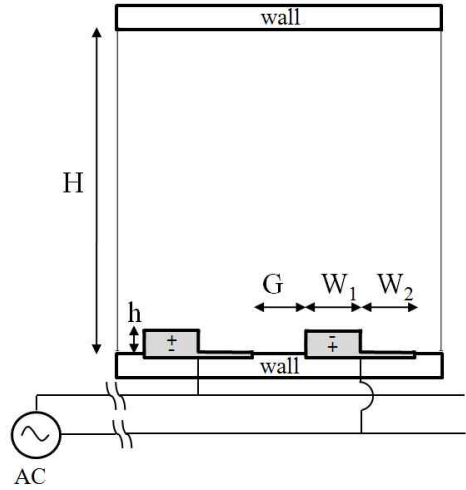


Fig. 2 Micropump with step electrodes

낮은 구동 전압에서 유효한 선형모델로, 선형모델은 유량을 실험결과에 비하여 크게 예측하는 경향이 있으며, 높은 구동 전압에서 유체가 반대 방향으로 흐르는 실험결과를 제대로 묘사하지 못하는 문제점을 안고 있다[5,8,9].

본 논문에서는 계단 모양 전극을 가진 미세펌프에 대하여 전극 형상, 교류 전압의 크기 및 주파수의 영향을 체계적으로 살펴보고자 한다. 이를 위해 기존의 선형모델 대신 Storey 등이 평면 비대칭 전극에 적용한 이온의 유한한 크기 효과(steric effect)를 고려하였다. 이 효과는 전극의 전압이 높을 때 전극 주변에 형성된 전기이중층을 보다 사실적으로 묘사하는 것으로 알려져 있다[10].

2. 해석방법

2.1 계단 모양 전극을 가진 미세펌프

Fig. 2는 해석하고자 하는 미세펌프의 구조를 보여준다. 두 개의 전극이 하나의 쌍을 이루고 있으며 이 두 전극에 교류 전기를 가한다. 마이크로채널 하단에 전극 쌍이 주기적으로 배치되어 있으나 Fig. 2에는 하나의 전극 쌍만을 보여주고 있다. 두 전극의 간격은 G 이고 전극의 높이는 h 이다. 전극의 높은 곳 너비는 W_1 이고 낮은 곳 너비는 W_2 이다. 유로의 너비는 높이보다 매우 길다고 가정하여 2차원으로 생각할 수 있다. 유로의 높이는 H 이다.

2.2 해석 조건

작동유체는 0.001 mol/L의 KCl 수용액으로, 상온에서 전기 전도도 $\sigma = 48.9 \times 10^{-3}$ S/m, 전기투과율 $\epsilon = 6.943 \times 10^{-10}$

F/m, 점성계수 $\eta = 0.001$ kg · m²/s²이다. 두 전극 간격은 $G = 5$ μ m 로 하였다.

지배방정식을 무차원하기 위한 특성 값들은 Table 1에 기술되어 있다. 본 연구에서는 G 를 특성길이(characteristic length)로 설정하였는데, 그 이유는 두 전극의 간격이 작아질수록 전기장의 세기가 커지고, 전기장의 크기가 커지면 전하를 가진 유체에 더 큰 힘이 작용하기 때문이다. 다시 말하면 전극의 간격이 작으면 작을수록 유량이 커진다. 따라서 유량에 가장 큰 영향을 미치는 인자인 전극의 간격을 특성길이로 정의 하는 것이 적절하다. 무차원 마이크로채널 높이 $H^* = H/L_c = 10$ 으로 고정하였다. 여기서 * 표기는 무차원된 변수를 나타낸다. 채널 높이가 해석에 영향을 미치지 않게 하기 위해 전극의 높이보다 충분히 큰 값을 선택 하였다. Table 1에서 C_0 는 전극 표면에 형성된 전기이중층을 커패시터로 모델하였을 때 용량으로 $C_0 = \epsilon/\lambda_D$ 로 표현된다. λ_D 는 전기이중층의 Debye 길이로 상온 0.001 mol/L KCl 수용액의 경우 약 10 nm 에 해당한다. 상온 25°C에서 전위의 특성 값은 대략 0.025 volt이다. T 는 절대온도, k_B 는 볼츠만 상수 (1.38×10^{-22} J/K), e 는 이온의 전하량 (1.602×10^{-19} C), z 는 이의 valance 로 KCl의 경우 $z = 1$ 이다.

Table 1 Characteristic value

length	$L_c = G$
time	$t_c = GC_0/\sigma$
potential	$V_c = k_B T/ze$
electrical charge	$q_c = C_0 k_B T/ze$

2.3 지배방정식 및 수치해석 기법

본 절부터는 특별한 언급이 없으면 모든 변수는 Table 1의 특성 값들로 무차원 된 변수를 의미한다. 또한 무차원 변수는 * 없이 표기한다. 전하는 전극 표면으로부터 10 nm 내 전기이중층에 대부분 존재하므로 전기이중층을 제외한 대부분의 공간에서 전하량은 상대적으로 0이다. 따라서 유로 내 유체의 전위에 대한 지배방정식은 다음과 같은 포아송(poisson) 방정식으로 주어진다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{유로 내부}) \quad (1)$$

여기서 ϕ 는 유체(KCl 수용액) 전위이다. 또한 전기이중층이 끝나는 위치에서 전기이중층 내 전하량 분포 및 이온의 유한한 크기를 고려하여 다음과 같은 경계조건을 사용하였다[10].

$$\phi = V_{ext} - \Psi(q) \quad (2)$$

$$V_{ext} = V_0 \sin(\Omega t) \quad (3)$$

$$\Psi = -2 \text{sign}(q) \sinh^{-1} \left(\sqrt{\frac{1}{2v} (e^{vq^2/2} - 1)} \right) \quad (4)$$

$$dq/dt = \partial \phi / \partial n \quad (5)$$

여기서 n , q , Ψ 는 각각 전극 표면에 수직인 벡터, 전기이중층 내 전하량, 전기 이중층 양단의 전위차이다. $v = 2a^3 c_{bulk} = (a/l_0)^3$ 로 정의되는 무차원 수로 이온의 크기와 관련된 상수이다. a 는 이온의 크기이고 c_{bulk} 는 수용액의 농도, l_0 는 이온간의 평균거리이다. 본 연구에서는 $v = 0.01$ 값을 사용하였는데, 이 값은 기존의 평면 비대칭 전극에서 실험 경향을 잘 예측하는 것으로 알려졌다[10]. 이온의 크기가 무한히 작은 경우, 즉 v 값이 0에 근접하면 식 (4)는 기존의 선형모델 $\psi = -2 \text{sign}(q) \sinh^{-1}(q/2)$ 로 된다.

전극 외 유로 벽면에서는 아래와 같이 절연 조건을 설정하였다.

$$\partial \phi / \partial n = 0 \quad (6)$$

미세채널에 대하여 전극 쌍이 주기적으로 배치되었다고 가정하고, 입구와 출구에는 유체의 전위에 대하여 주기조건을 주었다. 상기 경계조건들은 시간에 따라 변하므로 유로 내 전기장 분포 및 전기이중층 내 전하량 분포를 얻기 위하여 비정상(unsteady) 해석을 수행하였다. 전극 표면에서의 전위 및 전

하량 분포는 전극 표면에서의 유체 미끄럼 속력을 계산하는데 사용된다[4,6,10].

$$V_{slip} = \Psi \frac{\partial \phi}{\partial s} \quad (7)$$

여기서 s 는 전극 표면에 접한 벡터이다.

유동장은 다음의 stokes 방정식을 이용하여 계산하였다.

$$0 = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{V} \quad (8)$$

위 식에서 p , \vec{V} , Re 은 각각 유체 압력, 유체 속도벡터, 레이놀즈 수이다. $\text{Re} = \rho U G / \eta$ 로 정의되는데 ρ 는 유체 밀도이고 $U = \epsilon V_0^2 / \eta G$ 로 정의되는 특성 속도이다(여기서 V_0 는 차원이 있음). stokes 방정식을 사용한 이유는 마이크로채널 내 유동은 레이놀즈 수가 매우 낮아 점성력이 지배하기 때문이다. 한편 stokes 방정식에는 관성항이 없으므로 전극표면에서 미끄럼 속력이 변하는 즉시 유동장이 변한다. 또한 stokes 방정식은 선형이므로 유체 유속은 미끄럼 속력에 비례한다. 따라서 식 (7)을 이용하여 비정상(unsteady) 유동장을 해석한 후 시간 평균한 유동장과, 식 (7)을 시간 평균한 미끄럼 속력을 정상(steady) Stokes 방정식에 적용하였을 때 얻은 유동장은 같다. 전위와 전하량 계산 초기에는 과도적인 해(transient solution)가 나타난다. 따라서 미끄럼 속력을 계산할 때에는 전위와 전하량의 과도 특성이 사라지고 완전한 주기적 응답특성을 보인 후부터 2 주기 동안의 전위와 전하량을 사용하였다. 전극 외 유로 벽면에서 유체 속도는 점착 경계조건(non-slip boundary condition)을 주었고, 입구와 출구에서 유동장은 주기조건을 주었다.

식 (1-8)의 지배방정식 및 경계조건을 COMSOL사의 FEM 기반의 상용소프트웨어인 COMSOL multiphysics 3.5a으로 해석을 수행하였다. 전극의 끝 부분에서는 경계조건이 비연속적으로 변하므로 전극 끝 부분에는 격자를 매우 밀집시켰다.

3. 해석결과

3.1 해석 모델 검증

Storey 등은 평면 비대칭 전극을 사용한 펌프에 이온의 크기 효과를 고려한 모델을 적용하였을 때 실험적으로 측정된 유량을 정성적, 정량적으로 맞게 예측하고 있음을 보여주고 있다. 본 연구에서 사용된 수치모델 및 해석방법을 검증하기 위하여 Storey 등 해석 결과와 비교하였다[10]. 전극의 기하학적 형상 및 수치해석 조건은 Storey 등과 동일하다. Fig. 3

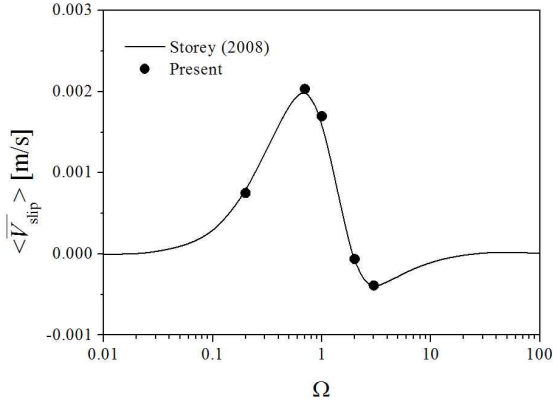


Fig. 3 Validation of numerical methods

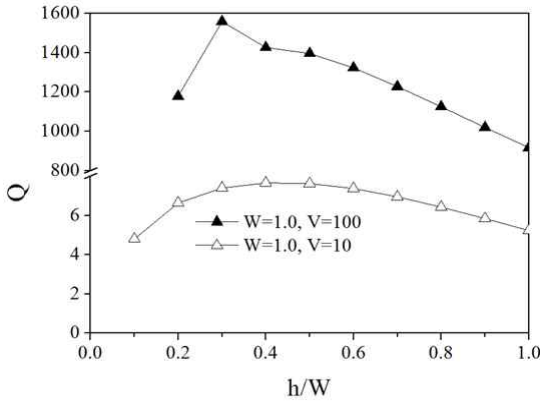


Fig. 4 Flow rate variation with the electrode height (h) and the applied voltage (V_0)

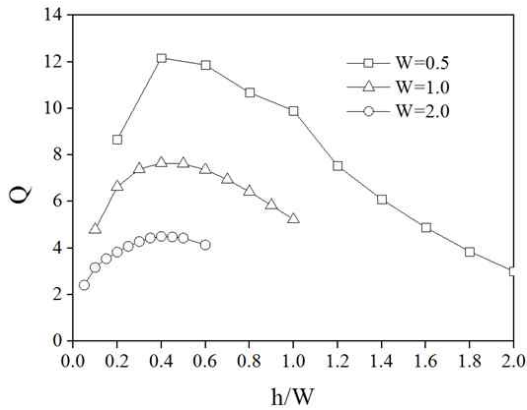


Fig. 5 Flow rate variation with the electrode height (h) and the width (W)

은 $v = 0.01$, $V_0 = 100$ 일 때 주파수 Ω 에 따른 전극 표면에서의 시간-공간 평균된 미끄럼 속도 $\langle \overline{V}_{slip} \rangle$ 변화를 보

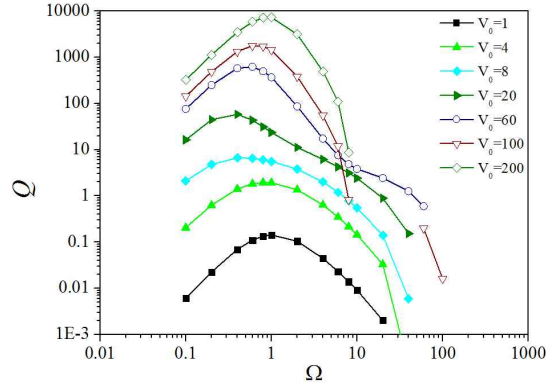


Fig. 6 Flow rate variation with the amplitude (V_0) and the frequency (Ω) of AC

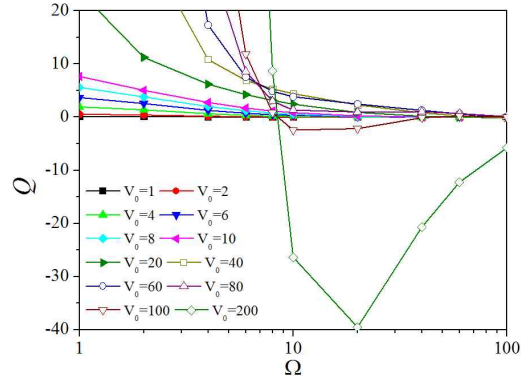


Fig. 7 Flow rate variation with the amplitude (V_0) and the frequency (Ω) of AC

여준다. $\langle \overline{V}_{slip} \rangle$ 는 $\Omega = 0.7$ 일 때 최대를 보이고 $\Omega = 3.0$ 일 때 최소를 보이고 있다. 수치해석 결과가 Storey 등[11]의 결과와 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다. 이는 본 연구에서 사용된 수치모델 및 해석방법이 타당함을 보여준다.

3.2 전극의 높이 및 길이 영향

전극의 기하학적인 형상의 경우 전극의 높이, 폭, 형상 등 고려해야 하는 경우의 수가 매우 많아 모든 경우에 대하여 해석을 수행하기는 어렵다. 이에 본 연구에서는 $W_1 = W_2 = W$ 로 한정하였다. 먼저 유량은 일반적으로 주파수 $\Omega = 1$ 근처에서 최대가 되므로 $\Omega = 1$ 로 하였다[6-8]. Fig. 4는 $W = 1.0$ 으로 고정하고 $V_0 = 10$ 또는 $V_0 = 100$ 일 때 결과를 보여준다. 유량 Q 는 무차원 수로 출구에서 계산된 값이다. 전위의 특성 값 $V_c = 0.025$ 볼트 이므로 $V_0 = 10$ 과 $V_0 = 100$ 은 각각 실제 전압이 약 0.25 볼트와 2.5 볼트에 해당한다. 이는 해석 영역이 각각 약한 비선형구

간(weakly nonlinear regime)과 강한 비선형(strong nonlinear regime)에 해당된다[11]. $V_0 = 10$ 일 때에는 $h/W = 0.4$ 에서 $V_0 = 100$ 일 때에는 $h/W = 0.3$ 에서 최대 유량을 보이고 있다. V_0 가 10 보다 작을 때에는 선형구간에 해당한다. 본 논문에서 사용한 이온의 크기를 고려한 모델은 약한 비선형 구간에서부터 그 효과가 있으므로, 본 연구에서는 $V_0 < 10$ 인 구간 보다는 $V_0 \geq 10$ 인 비선형 구간에서의 해석 결과에 보다 초점을 맞추었다.

Fig. 4로부터 $V_0 \geq 10$ 일 때 $h/W = 0.3 \sim 0.4$ 에서 유량이 최대가 됨을 예측할 수 있다. 한편 전극의 높이가 낮아지면 평면 대칭 전극에 가까워지므로 유동 또한 대칭적이 되어 유량은 작아지는데, Fig. 4는 이러한 경향을 잘 보여주고 있다.

Fig. 5는 $V_0 = 10$ 으로 고정하고 전극의 크기 W 를 달리 하였을 때 결과이다. W 가 커질수록 유량이 작아지는 것을 볼 수 있다. 그 이유는 전극의 크기가 커지면 전기장의 세기가 상대적으로 작아지고, 이로 인해 전기이중층 내 유체에 가하는 힘도 작아지기 때문이다. 흥미로운 결과 중 하나는 W 에 상관없이 $h/W = 0.4$ 일 때 최대유량을 보이는 것이다. 이는 앞서 Fig. 3에서 h/W 가 0.3 또는 0.4 일 때 최대 유량을 보이는 것과 비슷한 결과이다.

3.3 전압의 크기 및 주파수 영향

앞 절에서 전압의 크기와 전극의 크기에 관계없이 전극의 높이가 $h/W = 0.3 \sim 0.4$ 에서 유량이 최대가 되는 것을 확인하였다. 본 절에서는 전압의 크기 및 주파수의 영향을 살펴 보기 위하여 전극의 크기 $W = 1.0$, 전극의 높이 $h/W = 0.4$ 로 고정한 상태에서 인가 교류의 크기와 주파수를 변화시켰다.

Fig. 6은 인가 교류의 크기와 주파수에 따른 유량변화를 보여준다. 먼저 모든 전압 크기에 대하여 주파수 $\Omega = 0.7 \sim 1.0$ 근처에서 최대 유량을 보이고 있다. 또한 이 주파수 근처에서 전압의 크기가 증가할수록 유량이 커지고 있다. Fig. 7은 Fig. 6과 동일한 결과를 다르게 표현한 것이다. 주파수 $\Omega > 10$ 일 때 유량이 매우 작음을 볼 수 있다. 또한 $\Omega > 10$ 이면서 $V_0 = 100, 200$ 일 때에는 반대로 흐르는 유량이 눈에 뵈만하게 큼을 볼 수 있다.

4. 토 론

Fig. 6,7에서 발견된 것은 크게 두 가지이다. 첫째, $\Omega = 0.7 \sim 1.0$ 근처에서 전압의 크기가 커질수록 유량이 커지는 현상이다. 이는 기존의 평면 비대칭 전극을 사용한 펌프

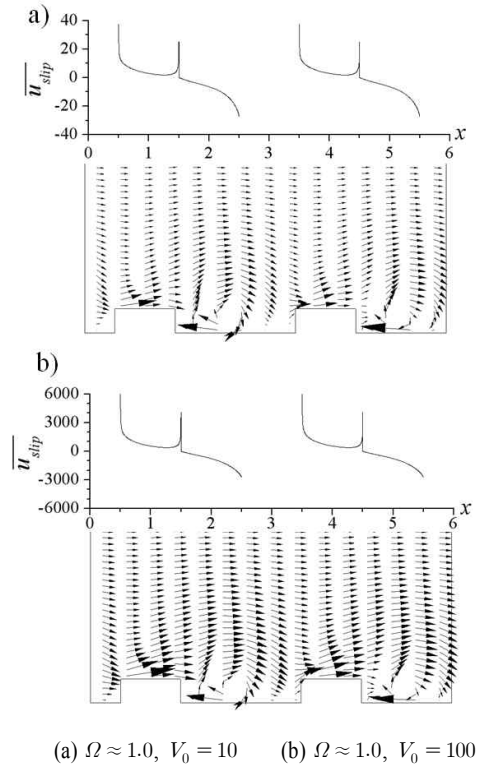


Fig. 8 Time-averaged x -direction slip velocity profiles and flow velocity vectors

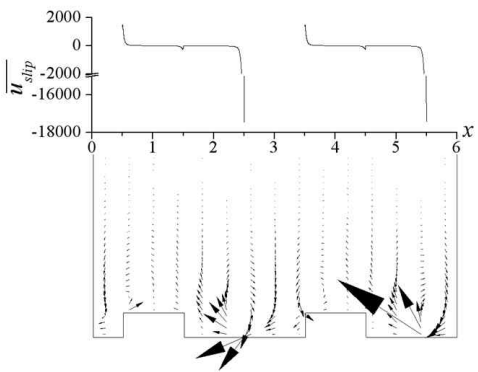


Fig. 9 Time-averaged x -direction slip velocity profiles and flow velocity vectors ($\Omega = 20, V_0 = 200$)

와 다른 현상이다. 평면 비대칭 전극을 사용한 펌프는 $\Omega \approx 1.0$ 근처에서도 전압이 일정 이상 커지면 유량은 오히려 감소하고, 경우에 따라서 유체가 반대로 흐르기도 한다 [10]. $\Omega = 0.7 \sim 1.0$ 근처에서 전압의 크기가 커질수록 유량이 커지는 이유를 살펴보기 위해 전극 표면에서의 유체 미끄럼 속도 분포와 이에 따른 유동 구조를 살펴보았다. Fig. 8 (a)는 $\Omega \approx 1.0, V_0 = 10$ 일 때 시간 평균된 유체 미끄럼 속

력 분포와 이에 따른 유로 내 유체 속도분포를 보여준다. Fig. 8 (a)는 $\Omega \approx 1.0$, $V_0 = 100$ 일 때 결과이다. Fig. 8에서 유체 속도 벡터는 $y = 0 \sim 3$ 범위만 보여준다. 보는 바와 같이 두 경우 유체 미끄럼 속력의 크기는 다르지만 형상은 거의 일치함을 볼 수 있다. 이에 따라 유로 내 유동구조도 유사하다. 두 경우 유체 속도벡터 크기는 이해하기 쉽게 하기 위해 조절되었다. Fig. 8 (a)에서 높은 전극 표면인 $x = 0.5 \sim 1.5$ 와 $x = 3.5 \sim 4.5$ 에서 + 미끄럼 속력이 유량을 만드는데 크게 공헌을 하고 있다. 반면 낮은 전극 표면인 $x = 1.5 \sim 2.5$ 와 $x = 4.5 \sim 5.5$ 에서의 - 미끄럼 속력은 계단 모양의 전극 형상에 의하여 반대 방향으로의 유량을 형성하지 못하고 있다. 따라서 전압이 커지면 + 방향의 미끄럼 속력이 계속 증가하여 유량을 증가시키는 반면 - 방향의 미끄럼 속력은 전극 장벽에 의하여 유량을 감소시키는 효과를 발휘하지 못하게 된다. 다시 말하면 전압이 커질수록 유량이 계속 증가한다. 한편 평면 비대칭 전극을 가진 미세펌프 경우에는 전극의 높이가 없으므로 - 미끄럼 속력이 유량을 감소시키는 효과를 가져온다. 따라서 경우에 따라서 전압의 크기가 커지면 - 미끄럼 속력의 영향이 + 방향 미끄럼 속력의 영향보다 더 커서 반대 방향 유동이 나올 수 있다.

둘째, $\Omega > 10$ 이면서 $V_0 = 100, 200$ 일 때 유체가 반대 방향으로 움직이는 현상이 관찰되었다. 그 이유를 살펴보기 위하여 Fig. 8과 마찬가지로 $\Omega = 20$ 이고 $V_0 = 200$ 일 때 유동구조와 미끄럼 속도 분포를 살펴보았다. Fig. 9는 그 결과로, 유체 속도 벡터는 $y = 0 \sim 3$ 범위만 보여준다. 보는 바와 같이 전극이 끝나는 지점($x = 2.5, 5.5$)에서 강한 - 미끄럼 속력이 발생함을 볼 수 있다. 반면 + 미끄럼 속력은 상대적으로 매우 작으며, 이로 인하여 Fig. 8과 달리 장벽이 있다고 하더라도 전체적으로 - 유량이 발생하는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 계단 모양 전극을 가진 미세펌프를 해석 하였다. 이를 위해 높은 전압에서도 전기이중층을 좀 더 사실적으로 반영하는 이온의 입체효과를 고려한 수치모델을 적용하였다. 먼저 전극의 기하학적 형상에 대한 영향을 살펴보았으며, 전극의 높이가 $h/W = 0.3 \sim 0.4$ 근처일 때 유량이 최대가 됨을 발견하였다. 전극에 인가한 교류전압의 크기 및 주파수의 영향은 크게 두 가지로 요약할 수 있다. 첫째는 무차원 교류 주파수 $\Omega = 0.7 \sim 1.0$ 일 때 전압의 크기가 증가할수록 유량이 계속 증가하는 것이고, 둘째는 Ω 와 V 가 매우 클 때 반대 방향 유량이 발생하는 것이다. 첫 번째 현상에 대한 이유는 - 미끄럼 속력이 전극 계단에 의하여 그 효과가 상쇄되기 때문이다. 두 번째 현상에 대한 이유는 전극 계단의 효

과를 무시할 정도로 - 미끄럼 속력이 + 미끄럼 속력 보다 매우 크기 때문이다.

참고문헌

- [1] 2008, Iverson, B.D. and Garimella, S.V., "Recent Advances in Microscale Pumping Technologies: A Review and Evaluation," *Microfluid Nanofluid*, Vol.5, pp.145-174.
- [2] 2000, Ajdari, A., "Pumping Liquids Using Asymmetric Electrode Arrays," *Physical Review E*, Vol.61, No.1, R45.
- [3] 2000, Brown, A.B.D., Smith, C.G. and Rennie, A.R., "Pumping of Water with AC Electric Fields Applied to Asymmetric Pairs of Microelectrodes," *Physical Review E*, Vol.63, 016305.
- [4] 2003, Ramos, A., Gonzalez, A., Castellanos, A., Green, N. G. and Morgan, H., "Pumping of Liquids with AC Voltages Applied to Asymmetric Pairs of Microelectrodes," *Physical Review E*, Vol.67, 056302.
- [5] 2004, Studer, V., Pepin, A., Chen, Y. and Ajdari, A., "An Integrated AC Electrokinetic Pump in a Microfluidic Loop for Fast and Tunable Flow Control," *The Analyst*, Vol.129, p.944.
- [6] 2006, Olesen, L., Bruus, H. and Ajari, A., "AC Electrokinetic Micropumps: The Effect of Geometrical Confinement, Faradaic Current Injection and Nonlinear Surface Capacitance," *Physical Review E*, Vol.73, 056313.
- [7] 2006, Bazant, M.Z. and Ben, Y., "Theoretical Prediction of Fast 3D Electro-Osmotic Pumps," *Lab on a Chip*, Vol.6, p.1455.
- [8] 2007, Urbanski, J.P., Levitan, J., Burch, D.N., Thorsen, T. and Bazant, M.Z., "The Effect of Step Height on the Performance of Three-Dimensional AC Electro-Osmotic Microfluidic Pumps," *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol.309, p.332.
- [9] 2006, Urbanski, J.P., Thorsen, T., Levitan, J. and Bazant, M.Z., "Fast AC Electro-Osmotic Micropumps with Nonplanar Electrodes," *Applied Physics Letters*, Vol.89, 143508.
- [10] 2008, Storey, B.D., Edwards, L.R., Kilic, M.S. and Bazant, M.Z., "Steric Effects on AC Electro-Osmosis in Dilute Electrolytes," *Physical Review E*, Vol.77.
- [11] 2010, Bazant, M.Z. and Squires, T.M., "Induced-Charge Electrokinetic Phenomena," *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, Vol.15, pp.203-213.