



응답 스펙트럼 해석을 이용한 원심펌프의 내진 건전성 평가

*최명진 · *유지우

[†]경희 대학교 공과대학 기계공학과, *경희대학교 대학원 기계공학과,
(2010년 11월 5일 접수, 2010년 12월 27일 수정, 2010년 12월 27일 채택)

Evaluation of the Seismic Integrity of a Centrifugal Pump using Response Spectrum Analysis

[†]Myung Jin Choi · *Ji Woo Yoo,

[†]Dept. of Mechanical Engineering, College of Engineering, Kyung Hee University

*Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School, Kyung Hee University

(Received 5. November. 2010, Revised 27. December. 2010, Accepted 27. December. 2010)

요 약

내진 평가에서 동적 해석이 필요한 원심펌프에 대하여, 시간 이력 해석에 비해 간편한 스펙트럼 해석을 이용하여, 진동 응답을 산출하였다. 유한요소법에 의하여 모드 해석을 하였으며, 모드 해석 결과에 입각하여 스펙트럼 해석을 수행하였다. 스펙트럼 해석에 의해 구해진 진동 응답은 시간 이력 해석의 결과보다 보수적으로 산출되어 안전하게 설계할 수 있음을 알 수 있었다. 본 연구에서의 펌프는 IEEE 344-1987에서 요구되는 조건에 따라 내진 구조 건전성이 평가 되었다. 각 부재의 최대 응력은 허용 응력이하로 산출되었으며, 펌프는 주어진 지진 입력에 대하여 요구되는 안전 조건을 구비하고 있음이 판명되었다.

Abstract - Vibration responses of a centrifugal pump required dynamic analysis for seismic qualification, were calculated by using spectrum analysis, which is known to be very simple compared with time domain analysis. Modal analysis was performed and the results were utilized in the spectrum analysis. The vibration responses calculated from the spectrum analysis were more conservative than those from the time domain analysis, that is, the former can be used as safer in design process. The pump was qualified for the specified seismic service conditions as specified in IEEE 344-1987. The maximum stresses were less than allowable stress limits. Based on the analysis results, it is concluded that the pump meets all the dynamic requirements of the applicable codes, standards, and technical specification.

Key words : seismic analysis, spectrum analysis, time domain analysis, effective earthquake force, response spectrum, participation factor

1. 서 론

가스 저장 및 이송 설비와 같은 안전에 중요한 구조물이나 기계 설비는 지진과 같은 자연 재해의 영향에 의하여 안전 기능이 손상되지 않도록 내진 설계 되어야 한다. 구조물이나 기계 설비의 내진 설계에서 가장 먼저 고려해야할 것은 설치 지역에

서 예상되는 지진 특성을 파악하는 일이다. 이를 위해서는 그 지역에서 발생했던 지진들의 특성은 물론, 지반 조건에 대한 연구도 선행되어야 하나 이러한 부분은 지질학의 분야에 속한다. 공학적 차 원에서는 구조물이나 기계 설비가 지진으로 인해 가진되었을 때 발생하는 응답을 예측하고 이에 대비하여 안전하게 설계하는 것이 매우 중요하다.

지진과 같은 가상적인 하중 조건에 대하여 기계 류의 구조적 건전성을 시험으로 검증할 경우에는,

[†]주저자:mjchoi@khu.ac.kr

지진 시물레이션의 구현과 동시에 안전성을 입증하기 위한 실험 장비의 구축과 시험 조건의 제약 등 기술적으로 많은 어려움이 있다[1]. 따라서 전산 기법에 의하여 지진 하중에 대한 기계의 응답 거동을 해석함으로써 구조적 건전성을 평가하는 방법이 많이 채택 되고 있다[2].

외부 하중의 가진에 의한 탄성체의 강제 진동 응답을 해석하는 방법으로는 시간 이력 해석(time domain analysis)이 주로 사용되고 있다[2,3]. 이 방법은 가진력의 시간 이력을 알고 있을 경우에 적용할 수 있으며 비교적 정확한 응답을 얻을 수 있으나 계산의 번거로움과 많은 계산량이 요구되는 단점이 있다. 기계나 구조물에 대하여 내 지진 설계를 할 경우에는 일반적으로 구조물의 최대 응답을 기준으로 요구되는 강도를 결정하므로 시간 변화에 따른 구조물의 시간 이력 거동이 모두 필요하지는 않다. 스펙트럼 해석(spectrum analysis)은 주파수에 따른 가진 데이터를 사용하여 구조물의 최대 응답을 산출할 수 있으므로 계산량과 시간을 현저하게 줄일 수 있는 간편한 해석 방법이다[3-8]. 본 연구에서는 스펙트럼 해석을 사용하여 지진에 대한 펌프의 구조적 건전성을 평가하였다[9].

II. 진동 응답 해석

2.1. 운동 방정식

일반적으로 외부로부터 가진을 받는 구조물의 운동방정식은 다음 식과 같이 표현 할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = 0 \quad (1)$$

여기에서 $\{\ddot{U}(t)\}$ 는 지반운동의 영향을 포함한 구조물의 가속도로

$\{\ddot{U}(t)\} = \ddot{U}(t) + \{D\}\ddot{u}_g(t)$ 이다. 여기서 $\{D\}$ 는 가진력이 가해지는 자유도에

대하여는 1이고, 그 외에 대하여는 0인 상수 벡터이다. 위 두식을 연립하여 지반 가속도에 관련된 항을 우변으로 이항하면

$$[M]\ddot{U}(t) + [C]\dot{U}(t) + [K]U(t) = F_{eff}(t) \quad (2)$$

여기에서 $F_{eff}(t)$ 는 유효 지진 하중(effective earthquake force)이다.

상기의 운동방정식을 $U(t) = [\psi]\{q(t)\}$ 로 치환 시켜서 비 연성화 시키면 각각의 모드에 관한 방정식을 얻는다. 여기에서 $[\psi]$ 는 자유진동 해석으로

구한 자유진동 모드행렬로 상수행렬이며, $\{q(t)\}$ 는 모드 변위 벡터이다.

다음의 식은 비례 감쇠의 경우, i 번 째 모드 좌표 $q_i(t)$ 에 대한 단 자유도 계 운동방정식을 나타낸다.

$$\mu_{ii}\ddot{q}_i(t) + 2\mu_{ii}\xi\omega_i\dot{q}_i(t) + \mu_{ii}\omega_i^2q_i(t) = -L_i\ddot{u}_g(t) \quad (3)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \mu_{ii} &= \psi^{(i)T}[M]\psi^{(i)}, \quad 2\xi\mu_{ii}\omega_i = \psi^{(i)T}[C]\psi^{(i)} \\ k_{ii} &= \mu_{ii}\omega_i^2 = \psi^{(i)T}[K]\psi^{(i)} \\ L_i &= \psi^{(i)T}[M]\{D\} \end{aligned} \quad (4)$$

$\psi^{(i)}$ 는 i 번 째 자유 진동 모드이며, ω_i 와 ξ_i 는 i 번째 고유진동수와 모드 감쇠비, μ_{ii} , $2\xi\mu_{ii}\omega_i$ 와 $k_{ii} = \mu_{ii}\omega_i^2$ 는 i 번 째 모드에 대한 일반 질량, 일반 감쇠, 일반 강성계수라고 하며 L_i 는 모드 지진 입력계수 라고 한다. 비 연성된 운동 방정식의 양변을 일반 질량으로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2q_i(t) = -\Gamma_i\ddot{u}_g(t) \quad (5)$$

Γ_i 는 모드 참여 계수(modal participation factor)라고 i 번 째 모드가 응답에 참여하는 정도를 나타낸다[10]. 그러나 이 모드 참여 계수는 모드의 정규화 방법에 따라 다르므로 i 번 째 모드의 응답에 기여하는 척도로는 사용할 수 없다. 일반적으로 구조계의 전체 자유도 수보다 작은 수의 모드만을 사용하므로 해석에 포함시켜야 할 모드 수를 정하는 적절한 기준으로 모드 참여 질량(modal participation mass)을 사용한다. 이것은 $\mu_{ii}^* = \frac{L_i^2}{\mu_{ii}} = L_i\Gamma_i$ 로 표현 할 수 있다. 모드 참여질량은 전체 모드에 대하여 합하면 구조물의 전체 질량이 된다. 구조 해석 시에는 해석에 포함된 모드 참여 질량의 합이 전체의 90% 이상이 되도록 모드의 수를 정해야 한다.

2.2. 스펙트럼 해석

지진파의 시간 이력을 보면 지진의 계속 시간이나 최대 가속도와 같은 간단한 특성은 파악할 수 있으나 지진파 속에 포함된 주파수의 성분은 수학적 방법에 의하여 주파수 별로 분해하여야 알 수 있다. 진동하는 물체를 주파수에 따라 분석한 결과가 응답 스펙트럼이며, 이는 특정한 지반 가속도에 대한 구조물의 최대 응답을 나타내며, 다음과 같이 변위 응답 스펙트럼(displacement response spectrum) S_b , 속도 응답 스펙트럼(velocity response

spectrum) S_v , 가속도 응답 스펙트럼 (acceleration response spectrum) S_a 의 세 가지 형태로 정의할 수 있다.

$$S_d(\omega_n, \xi) = \max_t |u(t)| \quad (6)$$

$$= \frac{1}{\omega_d} \max \left| \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right|$$

$$S_v(\omega_n, \xi) = \max \left| \int_0^t \dot{u}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right| \quad (7)$$

$$S_a(\omega_n, \xi) = \max_t |\ddot{u}(t)| = \max_t |\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)|$$

$$= \max_t |-2\xi \omega_n \dot{u}(t) - \omega_n^2 u(t)|$$

$$\cong \max_t |-\omega_n^2 u(t)| = \omega_n^2 S_d(\omega_n, \xi) \quad (8)$$

일반적으로 건설 및 기계 구조물들은 감쇠비가 작으므로 이 경우에는 고유 진동수를 비 감쇠 고유 진동수와 같다고 보아도 무방하다. 특정 지진에 대하여 고유진동수가 ω_n 이고 감쇠비가 ξ 인 구조물의 최대 변위는 변위 응답 스펙트럼으로부터 구할 수 있고 $f_s(t) = ku(t)$ 를 사용하여 구조물에 발생하는 최대 부재력을 구할 수 있다.

스펙트럼 해석을 통해 최대 응답을 구하는 과정은 다음과 같다. 지진 하중을 받는 다 자유도계의 운동 방정식을 독립된 다 자유도계의 운동방정식으로 분리한 후, 이것으로부터 모드 참여 계수를 구한 다음에, 응답 스펙트럼을 통해 구한 최대 응답에 모드 참여계수를 곱하면, 구조물의 각 모드별 기여도를 고려한 모드별 최대 응답을 구할 수 있다. 응답 스펙트럼을 이용하여 모드 좌표의 최대값 $q_{i, \max}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\frac{L_i}{\mu_{ii}} \ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

$$\ddot{u}(t) + 2\xi \omega \dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (10)$$

$$S_d(\omega_i, \xi) = \max_t |u(t)| \quad (11)$$

$$q_{i, \max} = \max_t |q_i(t)| = \frac{L_i}{\mu_{ii}} S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (12)$$

i 번째 모드와 관련된 구조물의 최대변위는

$$\{U_{\max}^{(i)}\} = \{\Psi^{(i)}\} q_{i, \max} = \{\Psi^{(i)}\} \frac{L_i}{\mu_{ii}} S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (13)$$

이며, 최대 부재력은

$$\{F_{S, \max}^{(i)}\} = [K] \{U_{\max}^{(i)}\} = [K] \{\Psi^{(i)}\} \frac{L_i}{\mu_{ii}} S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (14)$$

또는

$$\{F_{\max}^{(i)}\} = [M] \{\Psi^{(i)}\} \frac{L_i}{\mu_{ii}} S_d(\omega_i, \xi_i) \quad (15)$$

이다. 이 식을 사용하여 지진 발생 시 각 모드에서 발생하는 최대 변위와 최대 부재력을 산정 할 수 있다. 그러나 모든 모드의 응답이 동시에 최대에 도달하는 경우가 아니므로 모드 응답을 결합하는 방법이 사용된다. 가장 많이 사용되는 결합법으로 SRSS 방법(square root of the sum of squares method) 이 있다. SRSS 방법은 내진 해석에서 가장 많이 사용되는 방법으로 구조물의 특성에 따라서 구한 응답이 어느 정도의 오차를 포함할 수 있으나 대부분 합리적인 결과를 주는 방법이다. SRSS 방법을 사용하여 j 번째 자유도의 최대 변위와 부재력을 구하면 다음식과 같다.

$$\{U_{j, \max}\} \cong \sqrt{\sum_{i=1}^N \{U_{j, \max}^{(i)}\}^2} \quad (16)$$

$$\{F_{S j, \max}\} \cong \sqrt{\sum_{i=1}^N \{F_{S j, \max}^{(i)}\}^2} \quad (17)$$

2.3. 펌프의 진동 응답

펌프의 고유 진동수를 구하기 위해, 유한 요소법으로 모드 해석을 수행하였다. 탄성 8 절점 육면체 요소와 집중질량요소를 사용하였으며, 펌프는 현재 생산되고 있는 수평식 원심 펌프이며 모터의 운전 속도는 3600 rpm 이고, 동력은 37 kW, 질량은 980 kg 이며, 펌프의 형상은 Fig. 1에서 보는 바와 같다. 모드 해석을 수행한 후, 동일한 가진 데이터를 부과한 상태에서 시간 이력 해석과 응답 스펙트럼 해석을 수행하여 진동 응답을 구하고, 그 결과를 비교 검토하였다.

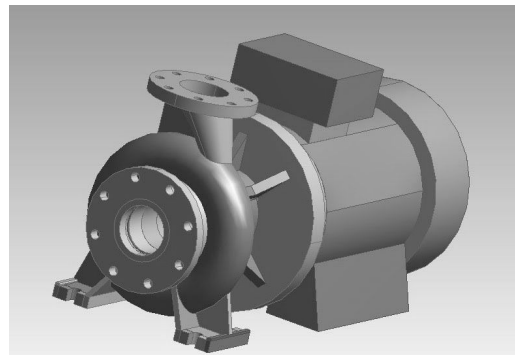


Fig. 1. Configuration of the pump.

좌표계는 횡 방향(side to side direction)을 x축, 종 방향(front to back direction)을 y축, 수직방향(vertical direction)을 z축으로 하였다. 경계치 조건은 하부 베이스 부분의 볼트 결합 부분은 모든 방향의 선 변형을 고정시켰으며, 주요 부품을 제외한 주변 부품과 모터는 집중 질량(lumped mass)으로 간주되었다. 실제 펌프의 질량은 980 kg 이지만 유한 요소 모델의 질량은 1006.3 kg으로 2.7 %의 오차가 있다.

모드 해석에서는 Block Lanczos법을 사용하였다. 이 방법은 여러 개의 구속 방정식을 포함하는 대형 모델의 모드를 적출하는 데에 유용한 방법으로 알려져 있으며, 일정 범위에 있는 고유치를 구하기에 적합하고, 수렴속도가 빠르다. Block Lanczos 알고리즘은 Lanczos 알고리즘에 기반을 둔 것이므로 하나의 벡터를 사용하기 보다는 한 블록의 벡터를 사용하여 회귀시키는 방법을 사용한다.

Table 1에서는 펌프의 고유 진동수, 모드 참여 계수 및 모드 참여 질량을 나타낸다. 모드 해석 결과를 보면 첫 번째 모드와 세 번째 모드가 큰 영향을 받는다. 이 결과를 토대로 펌프 모델에 지진 가속도 데이터를 x-direction, 즉 횡 방향으로 가진하여 결과 값을 산출하였다.

수치해석에 사용된 가진 데이터는 El centro 지진으로 1940년 5월18일 20시 37분에 발생한 지진

Table 1. Participation Factors and Mass.

Mode	1	2	3	4	5
Natural Freq. (Hz)	16.87	21.35	48.16	56.53	74.23
x-dir.	0.55	0.13	0.22	-0.12	0.08
y-dir.	-0.11	-0.01	-0.05	-0.6	0.24
z-dir.	-0.24	0.021	0.55	-0.02	-0.3
Eff. Mass (kg)	850.5	0.103	573.4	17.26	9.63

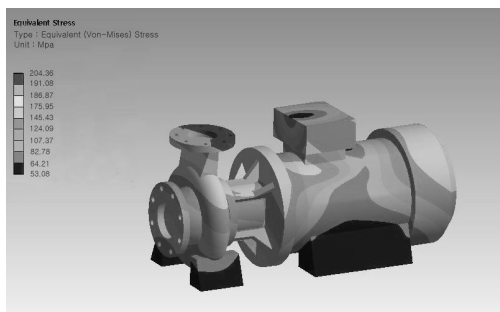


Fig. 2. Von-mises stress.

이다[1]. 이 때 발생한 남북 방향 지진을 보면, 가속도는 2.120초에 0.3569g 의 피크를 나타냈으며 53.72초 동안 발생하였다. 53.72초 동안 2665회 측정된 데이터를 사용하여 강제 진동 응답 해석을 수행하였다. 최대 변위는 8.217mm 이다. Fig. 2는 유한 요소법으로 구한 Von Mises응력을 보여주고 있다. 스펙트럼 해석을 통해 산출한 최대 변위는 12.14mm로 시간 이력 해석을 통한 변위 응답보다 좀 더 큰 변위를 갖는다. 스펙트럼 해석은 전술한 바와 같이 시간 이력 해석에 비해 매우 간단한 방법이다. 또한, 두 해석 결과를 비교해 보면, 스펙트럼 해석에 의하여 구조적 건전성을 검토하는 것이 더 안전한 설계가 된다고 할 수 있다.

III. 펌프의 내진 해석 및 평가

Fig. 1에서의 펌프에 관하여, 지진이 발생하였을 경우에 대비해 구조적 건전성을 평가하였다. 정적 해석으로 구조적 건전성을 검증할 수 있는 강성이 큰 경우[11]와는 달리, 펌프의 고유 진동수가 33 Hz 미만이므로 동적 해석을 수행하여야 한다.

동적 해석 방법으로는 스펙트럼 해석을 수행하였다. 스펙트럼 해석을 통하여 지진 펌프의 최대 변형과 최대 응력을 구하여 구조 건전성을 검토하였다. 펌프의 사하중 및 운전 하중은 스펙트럼 해석의 결과에 추가되었다 Design Basis Event(DBE) 조건은 지진의 경우로 국한하였으며, 스펙트럼 해석에 사용된 Required Response Spectra(RRS)는 내진 해석 시, IEEE의 지침[12]에 따라 10% 를 추가하여 사용하였다. Operating Basis Earthquake(OBE)에서는 감쇠를 2%로 Safe Shutdown Earthquake(SSE)에서는 감쇠를 3%로 한다. 본 연구에서는 SSE의 경우에 한하여 내진 해석을 수행하였다. Fig. 3 과 4에서는 스펙트럼 해석에 사용한 SSE에서의 RRS를 보여준다. 설비 운전 하중은 모터의 최대 토크, 노즐에 작용하는 힘과 모멘트가 포함되었다. 모터의 토크는 78 N-m이고, 케이싱 압력은 17.5 MPa이다.

Table 2. Nozzle End Load.

(Unit ; F N, M N-m)

	Nozzle End Load					
	F_x	F_y	F_z	M_x	M_y	M_z
Suction	5272	4390	5272	1597	2136	1597
Discharge	3597	3000	3597	911	1215	911

Note: Y-direction is parallel to the main shaft

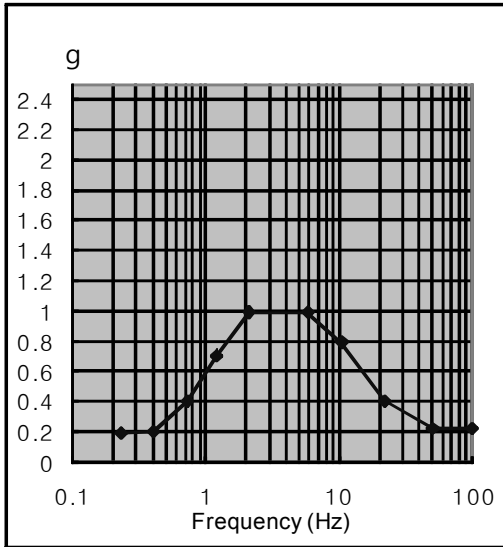


Fig. 3. SSE Horizontal RRS.

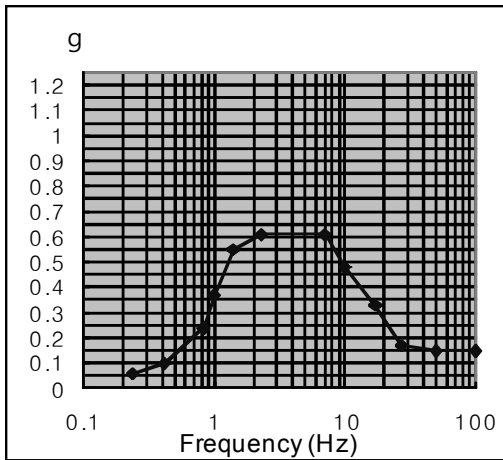


Fig. 4. SSE Vertical RRS.

노즐 하중은 Table 2와 같다. 펌프의 내진 구조 건전성은 펌프의 각 부분에 발생하는 응력이 최대 허용 응력 이하가 되어야 구조적 건전성을 유지한다는 기준을 갖고 평가하였다.

스펙트럼 해석에서는 Single-Point Response Spectrum (SPRS) 조건을 사용하였다. 여기에서는 모드 참여 계수(participation factor), 모드 계수(mode coefficient) 및 모드 결합(mode combination) 방법이 매우 중요하다. 참여 계수를 구하는 식은 다음과 같다.

$$\Gamma_i = \{\phi_i\}^T [M] \{D\} \tag{18}$$

여기에서 Γ_i 는 모드 참여 계수(Participation Factor), $\{\phi_i\}$ 는 정규화된 i^{th} 모드 고유 벡터, $\{D\}$ 는 가진 방향을 나타내는 벡터 이다. 가속도 가진일 경우의 모드 계수 A_i 는 다음과 같다.

$$A_i = \frac{S_{ai} \Gamma_i}{\omega_i^2} \tag{19}$$

여기에서 S_{ai} 는 i^{th} 모드 가속도 스펙트럼 이다. 각 모드의 변위는 가속도 모드 계수와 고유 벡터로부터 구할 수 있다.

i^{th} 모드의 변위 q_i 는 다음과 같다.

$$\{q_i\} = A_i \{\phi_i\} \tag{20}$$

SRSS 방법에 의해 위에서 구한 각각의 모드 변위 값을 결합하면 모드 좌표계에 대한 진동 변위 응답 R_a 를 구할 수 있다. 여기에서 N 은 총 모드의 수이다.

$$R_a = \left[\sum_{i=1}^N (q_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{21}$$

모드 좌표계의 변위는 직사각 좌표계로 변환할 수 있으며, 각 방향의 변위를 SRSS 방법으로 결합하면 총 변위응답을 구할 수 있으며, 응력 응답도 구

Table 3. Properties of Materials.

Material	SCS14	STS316	SCM4
Yield Strength(Sy) [MPa]	130.8	225.7	428.3
Young's Modulus(E) [GPa]	196	186	201
Poisson's Ratio	0.3	0.3	0.3
Level A Allowable Stress(Sa) [MPa]	78.5	135.4	257
Level D Allowable Stress(Sa) [MPa]	124.3	214.4	406.9

Note 1) Level A allowable stress $S_a = 0.6 \times S_y$
 Level D allowable stress $S_a = 0.95 \times S_y$

Table 4. Calculated Stresses for Level A.
(Load Condition ; Dead Weight +Operating Load)

Items	Material	Stress Value(MPa)	Allowable Stress(MPa)
Impeller	SCS 14	30	78.5
Casing	STS 316	49.4	135.4
Shaft	STS 316	22	135.4
Bolt	SCM 4	25.1	257

Table 5. Calculated Stresses for Level D.
(Load Condition ; Level A +SSE Load)

Items	Material	Stress Value(MPa)	Allowable Stress(MPa)
Impeller	SCS 14	30.19	124.35
Casing	STS 316	52.53	214.4
Shaft	STS 316	22.1	214.4
Bolt	SCM 4	26.8	406.9

할 수 있다. 스펙트럼 해석에 의해 구해진 응력 값은 사하중 및 SSE 하중의 결과에 의해 얻어진 응력 값에 합산된 다음, 설계 요구 응력, 즉 허용 응력과 비교하여 펌프의 구조 건전성을 평가하였다[13].

내진 해석에 사용된 각 부재의 입력 데이터는 Table 3에서와 같고[14,15], 해석 결과를 요약하여 Table 4와 5에 나타내었다. Table 4와 5에서 보는 바와 같이 펌프의 각 부분은 내진 설계 요구 조건에 대하여 안전한 것으로 평가할 수 있다. 본 연구에서는 지진이 발생할 경우에 설비의 구조적 건전성을 평가하는데 필요한 동적 해석을 수행할 때 스펙트럼 해석을 사용하면 간편하게 내진 해석을 할 수 있다는 것을 보여 주고 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 스펙트럼 해석을 사용하여 원심 펌프의 지진에 대한 진동 응답을 구하고, 내진 해석을 통해 펌프의 구조적 건전성을 평가하였으며, 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 스펙트럼 해석을 통해 간편하게 진동 응답을 산출할 수 있었다.
2. 스펙트럼 해석에 의해 얻어진 진동 응답이 시간

이력 가진에 의한 진동 응답보다 크게 산출 되었다.
3. 스펙트럼 해석에 의해 내진 설계를 할 경우 시간 이력 해석에 의한 방법보다 구조적으로 안전한 설계를 할 수 있다.

참고문헌

- [1] 민경원, 호경찬, 황성호, “서보 모터를 이용한 지진모사용 소형 진동대 설계”, 한국지진공학회 1999년도 춘계학술발표회 논문집, pp186-195, (1999)
- [2] 임형빈, 김강성, 허진욱, 정진태, “상용 유한요소 해석 프로그램을 이용한 축류 송풍기의 내진해석”, 한국소음진동공학회 논문집 제12권 3호, pp181-186, (2002)
- [3] 최수용, 박철희, 박용석, “발전소용 입축펌프의 내진해석”, 한국소음진동공학회 1993년도 추계 학술대회논문집, pp163-168, (1993)
- [4] 변훈석, 김유철, 이준근, “원자력기기 내진해석 응답스펙트럼 생성 프로그램 개발”, 한국 소음 진동 학회 2004년도 추계 학술대회 논문집, pp755-762, (2004)
- [5] Bendat, J. S. and Piersol, A. G., Engineering Application of Correlation and Spectral Analysis, John Wiley & Sons Inc., 2nd Edition, (1980)
- [6] 이동근, 김태호, “응답스펙트럼 해석법을 이용한 건축구조물의 바닥진동해석”, 한국지진공학회 논문집 제2권 4호 (통권8호), pp169-178, (1998)
- [7] 정두한, 정우승, 윤경중, 모진용, “압축기 가진 스펙트럼 분석을 활용한 배관계 응력해석”, 한국 소음 진동학회 2010년도 춘계 학술대회 논문집, pp86-87, (2010)
- [8] 김진태, 길현권, 이영현, 정재덕, 홍석윤, 송지훈, “원통셀 진동의 파동 스펙트럼 해석”, 한국 소음 진동학회 2010년도 춘계 학술대회 논문집, pp441-442, (2010)
- [9] 유지우, 스펙트럼해석을 통한 발전소 펌프의 내진 해석에 관한 연구, 경희대학교 공학석사 학위 논문, (2010)
- [10] 조성국, 조양희, 소기환, “충격시험에 의한 실험 모드특성을 이용한 구조물의 지진응답 예측”, 한국지진공학회 논문집 제14권 2호 (통권72호),

- pp75-84, (2010)
- [11] 고재필, 홍성경, 김준호, 정석영, "가스시설물의 등가정적 해석에 의한 내진성능 평가", 한국가스학회지 제6권 4호, pp23-32, (2002)
 - [12] IEEE Recommended Practice for Seismic Qualification of Class 1E Equipment for Nuclear Power Generating Stations, IEEE 344-1987
 - [13] Combining Modal response and Spatial Components in Seismic Response Analysis, U.S NRC Regulatory Guide 1.92
 - [14] ASTM Annual Book of Standard Specification for Structure Steel Structure Steel
 - [15] ASME Boiler & Pressure Vessel Code Sec. II part. D