

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.38.5.437

1축 가변속 CMG를 장착한 부족구동 위성의 자세제어 특성 분석

진재현*

Analysis of Attitude Control Characteristics for an Underactuated Spacecraft Using a Single-Gimbal Variable-Speed CMG

Jaehyun Jin*

ABSTRACT

This paper deals with the attitude control of an underactuated spacecraft that has one single-gimbal variable-speed CMG. An underactuated spacecraft may not converge to arbitrary attitudes if its total angular momentum is not zero. To stabilize a spacecraft, the CMG has to align with the angular momentum in the inertial frame. Four different install configurations for the CMG have been considered and controllable angular momentums have been analyzed. Also, based on the backstepping method, stabilizing control laws have been presented and their properties have been compared.

초 록

본 논문에서는 한 개의 1축 가변속 CMG를 장착한 부족구동 위성의 자세제어 문제를 다루고 있다. 이러한 부족구동 위성의 경우, 전체 모멘텀이 영(zero)이 아니면 자세를 임의로 취할 수 없다. 위성을 안정화 시키려면 가변속 CMG가 위성의 모멘텀 방향으로 정렬해야 하기 때문이다. 4가지의 다른 장착형상을 고려하였으며, 각각에 대해 제어가능 모멘텀 영역을 분석하였다. 또한 각 형상에 대해 백스테핑 기법을 이용하여 안정한 자세제어 법칙을 제시하고 자세제어 특성을 비교하였다.

Key Words : Spacecraft control(위성 제어), Variable-speed CMG(가변속 CMG), Underactuation(부족구동), Controllable momentum(제어가능 모멘텀)

1. 서 론

위성의 자세제어를 위해서는 동일평면에 있지 않은 3개의 독립적인 토크 구동기가 필요하다 [1,2]. 그러나 경우에 따라 이 조건을 만족하지 못할 수 있다. 설계단계에서 2축 제어만을 고려하였거나 [3], 운용도중에 구동기의 고장이 발생할 수 있다. 이처럼 구동기가 하나 이상 부족한 상

태를 부족구동(underactuation)이라고 한다 [4-8].

부족구동 위성에 대한 자세제어 방법은 장착한 구동기와 위성의 상태에 따라 다양하다. 추력기는 위성의 전체 모멘텀(각운동량)을 감소시키면서 위성을 정지상태로 만들 수 있다. 위성이 정지하고 있다면, 순차적으로 한 축씩 회전하여 원하는 자세에 도달할 수 있다 [5,6,9]. 두 축의 회전만으로도 원하는 자세에 도달할 수 있으며, 내부의 회전하는 휠이 없으면 자이로스코픽 토크 없이 쉽게 원하는 자세로 이동할 수 있다.

반작용 휠, CMG 등의 모멘텀 교환장치는 위성과 모멘텀을 교환하면서 위성의 자세를 제어하

† 2010년 1월 4일 접수 ~ 2010년 4월 12일 심사완료

* 정회원, 순천대학교 우주항공공학전공

교신저자, E-mail : donworry@sunchon.ac.kr

전남 순천시 중앙로 413

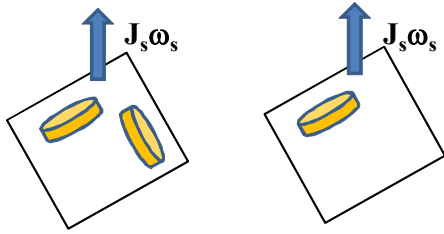


Fig. 1. Proper and under actuation

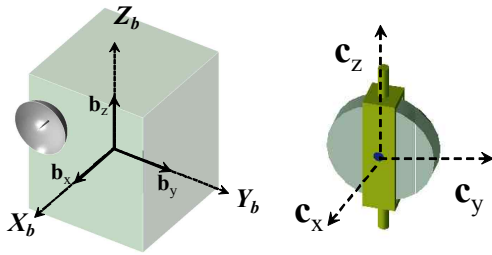


Fig. 2. Unit vectors of satellite and SVCMG

는데, 관성좌표계에서 측정한 위성의 전체 모멘텀은 일정하게 유지된다. 그림 1은 모멘텀이 영(zero)이 아닌 위성을 보여준다(2차원 예제). 적정 구동 상태이면 휠의 적절한 모멘텀 배분을 통하여 위성의 속도를 안정시키면서 자세를 임의로 제어할 수 있다. 그러나 부족구동 상태이면 휠이 위성의 모멘텀과 정렬을 해야 위성을 안정시킬 수 있다. 결과적으로 전체 모멘텀이 영이 아니면 임의의 자세에 도달할 수 없다.

2개의 제어자유도를 갖는 부족구동 위성에 있어서 통신장비 및 센서가 장착된 면(face) 혹은 b_x 가 목표지점을 향하도록 자세를 제어해야 한다(그림 2). 관성좌표계나 케도좌표계를 기준해서 피치(pitch, θ)와 요(yaw, ψ) 제어에 해당한다. 이때 b_x 에 대한 회전인 롤 각(roll, ϕ)은 통신이나 기초적인 미션에는 중요하지 않다고 가정한다.

그림 2는 본 논문의 대상 인공위성의 간략한 형태와 동체좌표계 및 CMG의 단위벡터에 대한 정의를 보여준다. 대상 위성에는 한 개의 1축 가변속 CMG(Single-gimbal, Variable-speed CMG, SVCMG)를 장착하였다고 가정한다. SVCMG는 기존의 CMG와는 달리 휠 속도를 변화시킬 수 있어서, 2개의 반작용 토크가 발생한다. 이러한 장점 때문에 최근에 많이 연구되고 있지만[10], SVCMG를 사용하는 부족구동 위성에 대한 연구 결과는 많지 않다[2,11]. 참고문헌 [11]은 세 개의 다른 제어법칙을 순차적으로 적용하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 전체 모멘텀이 영이 아닌 위성에 대하여, SVCMG의 장착형상에 따른 제어특성을 비교하였다. 각 형상이 흡수 혹은 제어가 가능한 위성의 모멘텀을 분석하였다. 그 모멘텀은 제한된 크기의 영역으로 나타난다. 이러한 영역이 클수록 좋은 장착형상이라고 할 수 있다. 백스테핑 기법을 이용하여 각각의 형상에 대한 자세제어 법칙을 제시하고 그 특성을 분석하였다. 참고문헌 [11]과는 달리 하나의 제어법칙으로 자세제어 목적을 달성할 수 있었다. 또한 PI 형태의 자세 제어는 램프입력 추종을 가능하게 한다.

2. 장착형상 및 제어가능 모멘텀 영역

2.1 장착 가능 형상

수많은 장착형상이 가능하겠지만, 대표적인 4가지 형태에 한정한다. 짐벌축(c_z)이 각각 위성의 X_b, Y_b, Z_b 축과 나란하거나 $X_b Y_b$ 평면에서 기울어진 형태로 구분하였다.

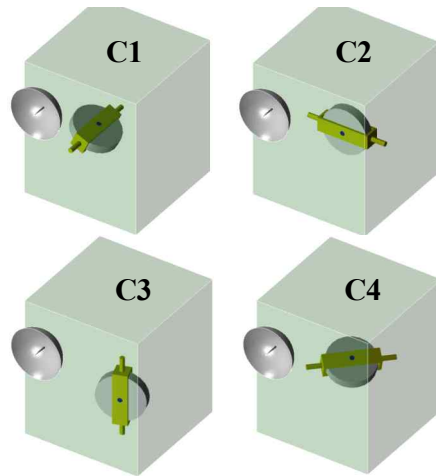


Fig. 3. Four different installations

2.2 SVCMG의 토크 및 모멘텀 특성

SVCMG는 휠 자체의 각가속도와 휠 모멘텀의 방향 변화로 인해 c_x 와 c_y 방향으로(짐벌축에 수직인 평면) 반작용 토크가 발생한다.

$$T = -J_W(\dot{\Omega}c_x + \Omega\dot{c}_y) \quad (1)$$

J_W 는 회전축에 대한 휠의 관성모멘트, Ω 는 휠의 각속도, γ 는 짐벌각이다. 제어입력을 다음과 같이 둔다.

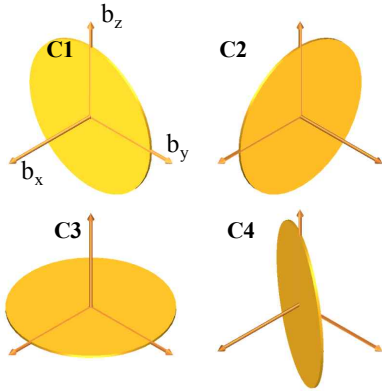


Fig. 4. Momentum disks

$$u_1 = \dot{\gamma}, \quad u_2 = \dot{\Omega} \quad (2)$$

SVCMG가 발생시킬 수 있는 모멘텀은 $J_W \Omega c_x$ 이다. 휠의 속도는 영(zero)에서 최대 Ω_{max} 까지 변할 수 있으며, c_x 는 짐벌축 c_z 에 대해 수직인 평면에서 임의의 방향일 수 있다. 결과적으로, 모멘텀은 짐벌축에 대해 수직한 원반 모습이고, 그 반경은 $J_W \Omega_{max}$ 이다(그림 4).

2.3 제어가능 모멘텀 영역

단위벡터 b_x 가 목표지점을 향하고 있다는 조건 하에, SVCMG로 제어가능한 모멘텀 영역 전체를 구하고자 한다. 이는 그림 4에서 b_x 축을 중심으로 각각의 모멘텀 원반을 회전시키면 얻을 수 있다. 필요한 경우에 롤 각도를 바꾸면서 원하는 모멘텀을 발생시킨다는 의미이다.

형상 C1은 회전시켜도 동일하지만, 형상 C2와 C3는 구(sphere)를 얻는다.

형상 C4는 약간 복잡한 모양이 나타나는데, 중앙부분이 비어있는 형태이다. $XbYb$ 평면에 나타나는 원반의 중심선이 Xb 축과 가장 가까운데, 물체의 내부 윤곽선(contour)이 된다. 외부 윤곽선은 Xb 축과 가장 먼 곳인데, 원반의 원호에 해당한다(그림 6 참고).

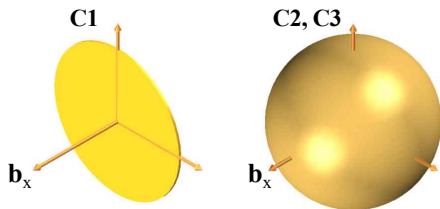


Fig. 5. Controllable momentum (C1, C2, C3)

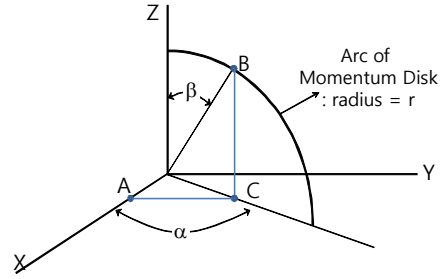


Fig. 6. Contour lines for C4

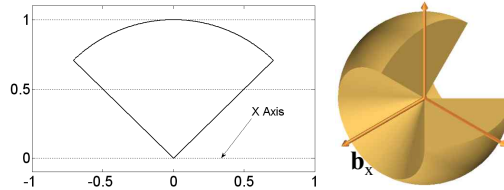


Fig. 7. Controllable momentum (C4)

점 B는 외부 윤곽선에 있으며, 점 C는 내부 윤곽선에 있다. 이들의 좌표는 점 A를 기준으로 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} P_A: & [x, 0, 0] \\ P_B: & [x, x \tan \alpha, \sqrt{r^2 - x^2 \sec^2 \alpha}] \\ P_C: & [x, x \tan \alpha, 0] \end{aligned} \quad (3)$$

점 A와 B의 거리는 $\sqrt{r^2 - x^2}$ 로 원의 방정식과 같다. 이를 정리하면 그림 7의 제어가능 영역을 얻는다($\alpha = 45^\circ$ 로 가정함). 좌측의 단면도를 회전시키면 우측의 3차원 형상을 얻는다(우측은 일부를 제거한 절개도임).

C1은 $YbZb$ 평면상에 있는 모멘텀만 제어가능하다. C4는 모멘텀의 Xb 성분 일부를 제어하기 어렵다. 흡수가 불가능한 Xb 성분의 모멘텀이 있다면 위성은 일정한 롤 각속도로 회전하게 된다. C2와 C3가 가장 좋은 형상이 된다. 모든 방향의 모멘텀을 제어할 수 있다.

3. 동역학적 특성 및 자세제어

3.1 동역학 방정식

위성의 자세를 기술하기 위하여 Euler 각을 이용한다. 3-2-1 (yaw $\psi \rightarrow$ pitch $\theta \rightarrow$ roll ϕ)의 회전순서를 기준할 때, 각속도와와의 관계방정식은 다음과 같다. s, c, t 는 \sin, \cos, \tan 를 의미한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 는 위성의 각속도 벡터를 동체 좌표계로 표현한 것이다.

외부 토크가 없다고 가정하면 관성좌표계에서 관찰한 위성의 전체 모멘텀은 항상 일정하다.

$$\mathbf{h} = \mathbf{J}\omega + J_G \dot{\mathbf{c}}_z + J_W \Omega \mathbf{c}_x \neq 0 \quad (5)$$

$\mathbf{J} = \text{diag}[J_1, J_2, J_3]$ 는 위성전체의 관성모멘트 행렬이고 대각행렬이라고 가정한다. J_G 는 짐벌축에 대한 "휠+짐벌"의 관성모멘트이다. 식 (5)에서 두 번째 항은 크기가 작고, 입력으로 고려하기 때문에 수식전개에서는 제외하였다. 그러나 실제 시뮬레이션에서는 고려한다. 식 (5)를 기초로 동역학 방정식을 얻는다.

$$\dot{\mathbf{h}} + \omega \times \mathbf{h} = 0 \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{h} \times \omega - J_W \Omega \dot{\mathbf{c}}_y - J_W \dot{\Omega} \mathbf{c}_x) \quad (7)$$

단위벡터 \mathbf{c}_x 와 \mathbf{c}_y 는 장착형상과 짐벌각 기준에 따라 모두 다르게 표현되며, 이에 의해 모멘텀과 입력행렬이 결정된다. 그림 8과 같이 짐벌각을 정의하면, 식 (8)-(11)의 관계식을 얻는다.

$$\mathbf{c}_x = c\gamma \mathbf{b}_y + s\gamma \mathbf{b}_z, \quad \mathbf{c}_y = -s\gamma \mathbf{b}_y + c\gamma \mathbf{b}_z, \quad \mathbf{c}_z = \mathbf{b}_x \quad (8)$$

$$\mathbf{c}_x = s\gamma \mathbf{b}_x + c\gamma \mathbf{b}_z, \quad \mathbf{c}_y = c\gamma \mathbf{b}_x - s\gamma \mathbf{b}_z, \quad \mathbf{c}_z = \mathbf{b}_y \quad (9)$$

$$\mathbf{c}_x = c\gamma \mathbf{b}_x + s\gamma \mathbf{b}_y, \quad \mathbf{c}_y = -s\gamma \mathbf{b}_x + c\gamma \mathbf{b}_y, \quad \mathbf{c}_z = \mathbf{b}_z \quad (10)$$

$$\mathbf{c}_x = c\gamma c\alpha \mathbf{b}_x + c\gamma s\alpha \mathbf{b}_y + s\gamma \mathbf{b}_z, \quad (11)$$

$$\mathbf{c}_y = -s\gamma c\alpha \mathbf{b}_x - s\gamma s\alpha \mathbf{b}_y + c\gamma \mathbf{b}_z, \quad \mathbf{c}_z = c\alpha \mathbf{b}_x - s\alpha \mathbf{b}_y$$

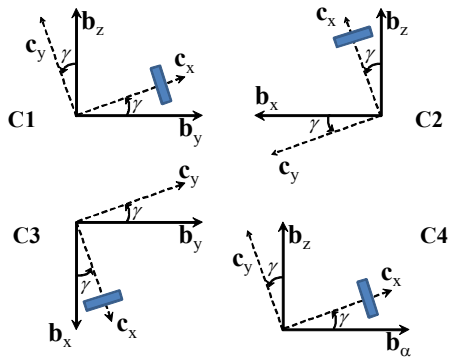


Fig. 8. Definitions of gimbal angles

3.2 각속도 명령 생성

백스테핑 기법을 이용해서 제어법칙을 제시하고 안정성을 증명하도록 한다[12-14].

피치(θ)와 요(ψ) 자세가 제어대상이며, 다음과 같은 동특성을 갖기를 원한다.

$$\dot{\theta} = K_{P\theta} e_\theta + K_{I\theta} \int e_\theta dt, \quad \dot{\psi} = K_{P\psi} e_\psi + K_{I\psi} \int e_\psi dt \quad (12)$$

$e_\theta = \theta_d - \theta$ 와 $e_\psi = \psi_d - \psi$ 는 자세오차이다. 원하는 자세 값이 일정하다고 가정하고, Lyapunov 후보 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$2V_1 = e_\theta^2 + K_{I\theta} \left(\int e_\theta dt \right)^2 + e_\psi^2 + K_{I\psi} \left(\int e_\psi dt \right)^2 \quad (13)$$

식 (12)를 적용하면, 변화율은 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = -K_{P\theta} e_\theta^2 - K_{P\psi} e_\psi^2 \leq 0 \quad (14)$$

Lyapunov 안정성 이론에 의하여 오차는 영으로 수렴하게 된다. 즉, θ 와 ψ 가 식 (12)의 동특성을 가지면 항상 원하는 값으로 수렴한다. 이를 위해서 식 (12)의 $\dot{\theta}$ 와 $\dot{\psi}$ 를 구현하기 위한 위성의 각속도를 구한다. 식 (4)와 식 (12)를 함께 두고 ω_2 , ω_3 에 대한 식을 얻으면 식 (15)와 같다. 결국 이 값은 각속도 명령이 된다. 위성의 각속도가 식 (15)를 추종하게 만들면, 원하는 자세에 수렴한다.

$$\begin{bmatrix} \omega_{2,d} \\ \omega_{3,d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi & s\phi c\theta \\ -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{P\theta} e_\theta + K_{I\theta} \int e_\theta dt \\ K_{P\psi} e_\psi + K_{I\psi} \int e_\psi dt \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.3 각속도 추종 제어

식 (15)에서 구한 각속도 명령을 실제로 추종하는 제어법칙을 구한다. 먼저 SVCMMG의 장착형상에 따라 식 (7)은 다음과 같이 표현된다.

형상 C1:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_1} (\omega_3 c\gamma - \omega_2 s\gamma) \quad (16)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_2} \omega_1 s\gamma - \frac{J_W}{J_2} (-u_1 \Omega s\gamma + u_2 c\gamma) \quad (17)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 - \Omega \frac{J_W}{J_3} \omega_1 c\gamma - \frac{J_W}{J_3} (u_1 \Omega c\gamma + u_2 s\gamma) \quad (18)$$

형상 C2:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 - \Omega \frac{J_W}{J_1} \omega_2 c\gamma - \frac{J_W}{J_1} (u_1 \Omega c\gamma + u_2 s\gamma) \quad (19)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_2} (\omega_1 c\gamma - \omega_3 s\gamma) \quad (20)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 + \Omega \frac{J_W}{J_3} \omega_2 s\gamma - \frac{J_W}{J_3} (-u_1 \Omega s\gamma + u_2 c\gamma) \quad (21)$$

형상 C3:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_1} \omega_3 s\gamma - \frac{J_W}{J_1} (-u_1 \Omega s\gamma + u_2 c\gamma) \quad (22)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 - \Omega \frac{J_W}{J_2} \omega_3 c\gamma - \frac{J_W}{J_2} (u_1 \Omega c\gamma + u_2 s\gamma) \quad (23)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 - \Omega \frac{J_W}{J_3} (\omega_1 s\gamma - \omega_2 c\gamma) \quad (24)$$

형상 C4:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{J_2 - J_3}{J_1} \omega_2 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_1} (\omega_3 c\gamma s\alpha - \omega_2 s\gamma) - \frac{J_W}{J_1} c\alpha (-u_1 \Omega s\gamma + u_2 c\gamma) \quad (25)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \omega_1 \omega_3 + \Omega \frac{J_W}{J_2} (\omega_1 s\gamma - \omega_3 c\gamma c\alpha) - \frac{J_W}{J_2} s\alpha (-u_1 \Omega s\gamma + u_2 c\gamma) \quad (26)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{J_1 - J_2}{J_3} \omega_1 \omega_2 + \Omega \frac{J_W}{J_3} (\omega_2 c\gamma c\alpha - \omega_1 c\gamma s\alpha) - \frac{J_W}{J_3} (u_1 \Omega c\gamma + u_2 s\gamma) \quad (27)$$

형상 C1과 C4는 ω_2, ω_3 를 입력으로 직접 제어할 수 있다. Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} (\omega_{2,d} - \omega_2)^2 + \frac{1}{2} (\omega_{3,d} - \omega_3)^2 \quad (28)$$

$\dot{V}_1 \leq 0$ 의 조건하에, $\dot{V}_2 \leq 0$ 이 되는 조건을 찾는다. $\omega_{2,d}$ 와 $\omega_{3,d}$ 는 일정한 것으로 가정한다.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - \dot{\omega}_2 (\omega_{2,d} - \omega_2) - \dot{\omega}_3 (\omega_{3,d} - \omega_3) \quad (29)$$

각속도 ω_2, ω_3 가 다음과 같은 동특성을 갖도록 한다면, $\dot{V}_2 \leq 0$ 를 만족시킨다.

$$\dot{\omega}_2 = \lambda_2 (\omega_{2,d} - \omega_2), \quad \dot{\omega}_3 = \lambda_3 (\omega_{3,d} - \omega_3) \quad (30)$$

이러한 동특성을 갖도록 형상 C1과 C4에 대한 제어입력을 각각 식 (31), (32)와 같이 제안한다.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{-1}{\Omega J_W} \begin{bmatrix} -s\gamma & c\gamma \\ \Omega c\gamma & \Omega s\gamma \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\times \begin{bmatrix} J_2 \lambda_2 (\omega_{2,d} - \omega_2) - (J_3 - J_1) \omega_1 \omega_3 - \omega_1 s\gamma \Omega J_W \\ J_3 \lambda_3 (\omega_{3,d} - \omega_3) - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 + \omega_1 c\gamma \Omega J_W \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{-1}{\Omega J_W} \begin{bmatrix} -s\gamma/s\alpha & c\gamma/s\alpha \\ \Omega c\gamma & \Omega s\gamma \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\times \begin{bmatrix} J_2 \lambda_2 (\omega_{2,d} - \omega_2) - (J_3 - J_1) \omega_1 \omega_3 \\ -(\omega_1 s\gamma - \omega_3 c\gamma c\alpha) \Omega J_W \\ J_3 \lambda_3 (\omega_{3,d} - \omega_3) - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 \\ -(\omega_2 c\gamma c\alpha - \omega_1 c\gamma s\alpha) \Omega J_W \end{bmatrix}$$

각속도 ω_2 와 ω_3 가 영으로 수렴하면, ω_1 은 일정한 값으로 수렴하지만 영으로 수렴하는 것을 보장하지는 않는다. 위성의 모멘텀 조건에 따라 일정한 각속도의 롤 운동이 발생할 수 있다. 그림 5와 7의 제어가능 모멘텀 영역을 이용하여 예측할 수 있다.

형상 C2와 C3는 각각 ω_2 와 ω_3 를 직접 제어할 수 없다. 그래서 ω_1 을 가상입력으로 생각해서 ω_2 혹은 ω_3 를 안정화시키는 방법을 찾는다. 형상 C2에 대해서 다음과 같이 Lyapunov 후보함수를 선정한다.

$$V_3 = V_1 + \frac{1}{2} (\omega_{2,d} - \omega_2)^2 \quad (33)$$

$\dot{V}_1 \leq 0$ 이고 $\omega_{2,d}$ 는 일정하다고 가정한다. 이때 $\dot{V}_3 \leq 0$ 이 되도록 $\dot{\omega}_2 = \lambda_2 (\omega_{2,d} - \omega_2)$ 와 같이 설정한다. 이를 식 (20)과 같게 두면 필요한 가상입력 ω_1 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega_{1,d} = \frac{J_2 \lambda (\omega_{2,d} - \omega_2) + \omega_3 s\gamma \Omega J_W}{(J_3 - J_1) \omega_3 + c\gamma \Omega J_W} \quad (34)$$

최종적으로 다음과 같은 Lyapunov 후보함수를 선정한다.

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} (\omega_{1,d} - \omega_1)^2 + \frac{1}{2} (\omega_{3,d} - \omega_3)^2 \quad (35)$$

마찬가지로 $\dot{V}_3 \leq 0$ 의 조건하에, $\dot{V}_4 \leq 0$ 이 되도록 $\dot{\omega}_1 = \lambda_1 (\omega_{1,d} - \omega_1)$, $\dot{\omega}_3 = \lambda_3 (\omega_{3,d} - \omega_3)$ 으로 설정한다. 그리고 이를 구현할 수 있는 제어입력을 다음과 같이 제안한다.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{-1}{\Omega J_W} \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma \\ \Omega s\gamma & \Omega c\gamma \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\times \begin{bmatrix} J_1 \lambda (\omega_{1,d} - \omega_1) - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 + \omega_2 c\gamma \Omega J_W \\ J_3 \lambda (\omega_{3,d} - \omega_3) - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 - \omega_2 s\gamma \Omega J_W \end{bmatrix}$$

형상 C3에 대해서도 비슷한 과정을 거쳐 안정한 제어입력을 식 (37),(38)과 같이 구한다.

$$\omega_{1,d} = \frac{J_3\lambda(\omega_{3,d} - \omega_3) - \omega_2 c \gamma \Omega J_W}{(J_1 - J_2)\omega_2 - s \gamma \Omega J_W} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{-1}{\Omega J_W} \begin{bmatrix} -s\gamma & c\gamma \\ \Omega c\gamma & \Omega s\gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_1\lambda(\omega_{1,d} - \omega_1) - (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3 - \omega_3 s \gamma \Omega J_W \\ J_2\lambda(\omega_{2,d} - \omega_2) - (J_3 - J_1)\omega_1\omega_3 + \omega_3 c \gamma \Omega J_W \end{bmatrix} \quad (38)$$

식 (19)-(24)를 살펴보면 형상 C2와 C3는 원하는 자세로 수렴하면 모든 각속도가 영으로 수렴하게 된다.

3.4 제어특성 분석

제안한 제어법칙은 PID 제어와 비슷하다. 식 (15)에서 $K_I=0$ 로 두면 PD 제어가 된다. 제어게인을 설계하기 위해서는 PID 제어 설계이론 [15]과 성능에 따른 튜닝을 필요로 한다. 또한 Inner-outer 혹은 speed-position 루프의 전형적인 예제이기도 하다[16,17]. 그래서 내부루프 혹은 각속도 루프를 더 빠르게 동작하도록 설계한다($\lambda > K_P$).

제안한 제어법칙은 분모에 변수가 있어서 발산의 가능성이 있다. 이를 방지하기 위하여 인위적으로 분모의 값을 조정하거나 전체 출력을 제한하도록 한다.

$$\Omega = \text{sign}(\Omega) \cdot \Omega_{th}, \quad \text{if } |\Omega| \leq \Omega_{th} \quad (39)$$

$$|\omega_{1,d}| \leq \omega_{1,LLM}, \quad |u| \leq u_{LLM}$$

형상 C2와 C3의 차이점을 보면, 각속도 ω_1 으로 Yb축과 Zb축을 조종하는 차이가 있다. ω_2 와 ω_3 에 미치는 영향은 각각 J_2 와 J_3 에 반비례하게 된다. 다음과 같이 근사하게 생각할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{\omega}_2 \propto \frac{\omega_1}{J_2}, & \text{for C2} \\ \dot{\omega}_3 \propto \frac{\omega_1}{J_3}, & \text{for C3} \end{cases} \quad (40)$$

각속도는 관성모멘트에 반비례한다. 즉, 관성모멘트가 클수록 제어효과는 줄어들게 된다. 그래서 관성모멘트가 큰 축은 직접 제어를 하고 관성모멘트가 작은 축을 간접적으로 조종하는 것이 더 효과적임을 알 수 있다. 이러한 관점에서 C2와 C3 중에서 더 유리한 형상을 결정할 수 있다.

4. 시뮬레이션 예제

본 논문에서 제안한 기법의 적용을 위해 참고 문헌 [11]의 자료를 참고하였다. 제어 파라미터

Table 1. Parameters for simulation

Parameters	Unit	Parameters	Unit
$J = \text{diag}[20, 20, 10]$	kg-m ²	$J_W = 0.0042$	kg-m ²
$J_G = 0.0078$	kg-m ²	$\omega_0 = [2, -4, 1] \times 10^{-2}$	rad/s
$\phi_0, \theta_0, \psi_0 = 0$	degree	$\theta_d = 20, \psi_d = 15$	degree
$\dot{\theta}_d = 0.15, \dot{\psi}_d = 0.1$	deg/s	$\Omega_0 = 300$	rpm
$\gamma_0 = 120$	degree	$\alpha = 45$	degree
$K_P = 0.05$	-	$K_I = 0.005$	-
$\lambda = 0.5$	-	$\omega_{1,LLM} = 1$	rad/s
$ u_1 \leq 0.5$	-	$ u_2 \leq 10$	-
$\Omega_{th} = 5$	rad/s		
$a_0 = [0.5, 3, 3] \times 10^{-5}$	rad/s ²	$a_1 = [4, 3, 6] \times 10^{-5}$	rad/s ²
$b_0 = 90$	degree	$T_s = 2$	hour

K_P 와 λ 는 시행착오적으로 선정하였다. 편의상 모든 축에 대해서 동일하게 선정하였다.

자세명령은 200초 까지는 일정한 값이고 그 이후는 일정하게 증가한다. 적분제어는 100 초 이후부터 작동하도록 하였다.

우주에는 태양풍, 중력 불균형 등에 의한 외란이 항상 존재한다. 그러나 외란을 정확히 모델링하기가 어려워, 참고문헌 [18]을 바탕으로 단순 주기함수로 가정하였다.

$$d^T = [d_1, d_2, d_3], \quad d_i = a_{0,i} + a_{1,i} \sin(2\pi/T_s + b_{0,i}) \quad (41)$$

제어법칙 자체는 강인성을 고려하지 않고 설계하였지만, 작은 오차에 대해서 잘 동작하는지를 파악하기 위하여 관성모멘트의 오차를 다음과 같이 고려하였다.

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 2 & 1 & .75 \\ 1 & -2 & .5 \\ .75 & .5 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

그림 9(a)는 형상 C1의 결과이다. 앞에서 언급한 것처럼 원하는 자세에 수렴한 이후에도(200초 이전), 일정한 물 각속도로 회전하게 되고 물 각도가 계속 증가한다.

그림 9(b,c)는 형상 C2와 C3의 결과이다. Yb축 관성모멘트가 Zb축 보다 크기 때문에 Yb축을 조종하는 것이 더 어렵다. 그래서 C2에 대해서는 제어게인 값을 줄여서 과도한 제어 명령을 방지하였다. 하지만 수렴이 느려지게 된다. 그 특성에 맞게 시나리오를 수정하였다.

$$K_P = 0.02, \quad \lambda = 0.2, \quad K_I = 0.001$$

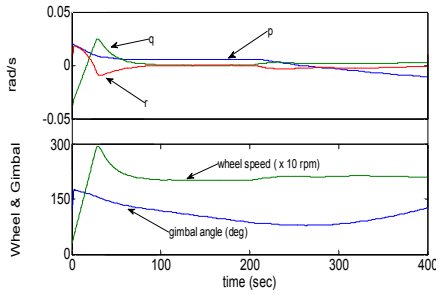
$$\dot{\theta}_d = 0.03, \quad \dot{\psi}_d = 0.02 \text{ after } t=1000 \text{ sec}$$

입력에 심한 채터링이 나타나는데, 입력이 제한되어 있는 상황에서 ω_1 으로 ω_3 를 효과적으로

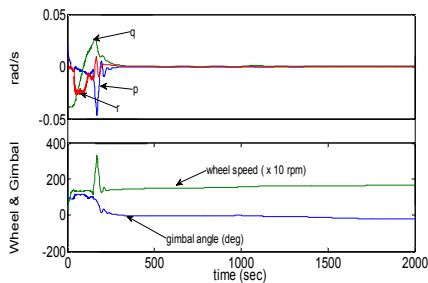
제어하지 못하고 있기 때문에 이러한 현상이 발생한다(식 (40) 참고). C3의 경우에는 이러한 현상 없이 각속도를 안정화하고 원하는 자세에 수렴한다.

그림 9(d)는 형상 C4의 결과이다. 위성의 전체 모멘텀이 제어영역 내에 있기 때문에 각속도 안정화 및 자세 수렴이 가능하다.

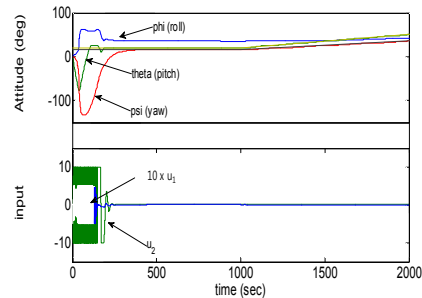
적분제어에 의해서 외란에도 불구하고 원하는 자세로 수렴한다. 그리고 관성모멘트 오차가 작



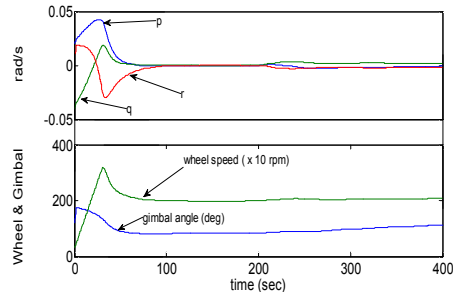
(a) Results of C1



(b) Results of C2



(c) Results of C3



(d) Results of C4: angular speeds, angles

Fig. 9. The Results of simulations: Satellite angular speed, Wheel speed & Gimbal angle, Attitude, Inputs

으면 제어 성능은 큰 저하가 없는 것으로 판단된다. 제어가능 모멘텀 영역 및 제어특성을 비교했을 때, 형상 C3가 가장 좋은 성능을 보였다. 모멘텀 원반 혹은 토크발생 평면이 제어하고자 하는 위성면에 수직하도록 배치하고, 짐벌축을 관성모멘트가 가장 작은 축과 나란히 배치하는 것이 더 유리하다.

5. 결 론

본 논문에서는 2개의 제어입력을 갖는 부족구동 위성의 자세제어 특성을 분석하였다. 장착한 구동기는 일축 가변속 CMG(SVCMG)이며, 4가지 장착형상에 따라 다른 특성을 갖는다. 여기에서는 제어가능 모멘텀 영역과 동력학 방정식에 따른 제어특성을 비교하였다. 제어목표 달성을 위한 제어법칙도 제시하였다.

위성의 제어 목표와 SVCMG의 장착형상에 따라 성능이 달라질 수 있음을 확인하였다. 즉, 가장 유리한 형상이 존재하였다. 위성의 제어목표와 위성의 관성모멘트 분포를 고려하여 SVCMG의 짐벌축을 배치하여야 한다. 본 논문에서 제시한 결과는 SVCMG의 장착형상 설계와 이의 제어법칙 설계를 위해 유용하게 이용될 수 있다.

후 기

이 논문은 2009년도 순천대학교 공과대학학술재단 연구비 지원에 의한 연구결과임.

참고문헌

- 1) Crouch, P., "Spacecraft attitude control and stabilization: Applications of geometric control theory to rigid body models", *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 29, No. 4, 1984, pp. 321-331.
- 2) Marshall, A., and Tsiotras, P., "Spacecraft angular velocity stabilization using a single gimbal variable speed control moment gyro", AIAA Paper 03-5654, 2003.
- 3) 이승우, 고현철, 장우영, 손준원, "피치 모멘텀 바이어스 위성시스템의 톨/요축 모멘텀 제어 방식", 한국항공우주학회지, 제37권 제7호, 2009, pp. 669-677.
- 4) Tsiotras, P., and Doumtchenko, V., "Control of spacecraft subject to actuator failures: State-of-art and open problems", *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 48, No. 2, 2000, pp. 337-358.
- 5) Krishnan, H., Reyhanoglu, M., and McClamroch, H., "Attitude stabilization of a rigid spacecraft using two control torques: A nonlinear control approach based on the spacecraft attitude dynamics", *Automatica*, Vol. 30, No. 6, 1994, pp. 1023-1027.
- 6) Krishnan, H., McClamroch, N., and Reyhanoglu, M., "Attitude stabilization of a rigid spacecraft using two momentum wheel actuators", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 2, 1995, pp. 256-263.
- 7) Tsiotra, P., and Longuski, J., "Spin-axis stabilization of symmetric spacecraft with two control torques", *Systems and Control Letters*, Vol. 23, No. 6, 1994, pp. 395-402.
- 8) 김성필, 김유단, "두개의 모멘텀휠을 이용한 강체위성의 자세안정화기법", 한국항공우주학회지, 제29권 제4호, 2001, pp. 78-85.
- 9) 황재혁, 이성춘, 오화석, 은종원, "불완전 리액션 휠 세트를 갖는 위성의 자세 제어기법 연구", 한국항공우주학회지, 제25권 제4호, 1997, pp. 114-122.
- 10) Yoon, H., and Tsiotras, P., "Spacecraft adaptive attitude and power tracking with variable speed CMG", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 6, 2002, pp. 1081-1090.
- 11) Yoon, H., and Tsiotras, P., "Spacecraft line-of-sight control using a single variable speed control moment gyro", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, No. 6, 2006, pp. 1295-1308.
- 12) Khalil, H., *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 1996, pp. 588-601.
- 13) Lian, B., and Bang, H., "Momentum transfer based attitude control of spacecraft with backstepping", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 42, No. 2, 2006, pp. 453-462.
- 14) 송성호, "백스텝핑 방법과 외관관측기법에 의한 미사일 제어시스템의 동역학을 고려한 미사일 유도법칙의 설계", 제어로봇시스템학회 논문지, 제14권 제1호, 2008, pp. 88-94.
- 15) Dorf, R., and Bishop, R., *Modern Control Systems*, Pearson, 2005.
- 16) Blakelock, J., *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, 1991.
- 17) Siciliano, B., and Villani, L., *Robot Force Control*, Kluwer, 1999.
- 18) 방효충, 박영웅, 박봉규, 김상욱, "피치 바이어스모멘텀 위성의 모멘텀휠 비정상상태시 자세 제어 방안 연구", 한국항공우주학회지, 제26권 제7호, 1998, pp. 116-127.