한국초등수학교육학회지 14(3) 827-842.
2010. 12. 31

Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 14(3) 827-842.
December 31. 2010.

초등학교 4학년 수학에서의 '무늬 만들기' 내용의 분석과 비판

박교식[1)] · 박문환[2)]

이 논문에서는 초등학교 4학년 수학과 교육과정에서 제시하는 '무늬 만들기'의 교수학적 변환과 각색의 실제를 비판적으로 검토한다. 무늬 만들기에서의 그 무늬는 일반적으로 벽지무늬가 아니다. 그것을 만드는 방식도 벽지무늬를 만드는 방식과 같지 않다. 벽지무늬 만들기가 아니라는 점에서 보면, 새로운 무늬 만들기의 맥락은 '투명 스티커 붙이기'라고 할 수 있다. 이 논문에서는 이 특징을 전제로 해서 단위조각의 모양, 새로운 무늬 만들기의 방법, 단위조각 이어 붙이기의 규칙에 관해 비판적으로 논의하고 있다. 단위조각의 모양은 실질적으로 정사각형이 아니면 안 된다. 주어진 단위조각을 사용하여 새로운 무늬를 만들 때, 만드는 방식의 규칙성만 제시할 수 있으면 실제로는 어떤 규칙이라도 무방하다. 주어진 단위조각으로 만드는 새로운 무늬와 벽지무늬 사이의 관계는 분명하지 않지만, 그 둘이 서로 무관하다고 보기 어렵다는 점에서, 무늬 만들기가 '잘못된 초등화(Freudenthal, 1973)'의 한 모습일 수도 있다.

[주제어] 교수학적 변환, 벽지무늬, 무늬 만들기, 테셀레이션

Ⅰ. 서 론

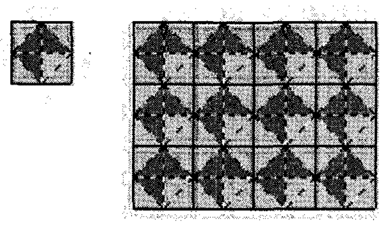
학문수학과는 다르게 학교수학은 사회적 승인과 정당화를 요구한다는 점에서 학문수학의 학교수학으로의 교수학적 변환은 간단하지 않다. 교육과정과 교과서로 각각 제시되는 학교수학의 외형은 서로 같지 않다. 학생을 대상으로 하는 학교수학을 만들기 위해서는 교육과정을 학생용으로 각색하지 않으면 안 되는 바, 교과서는 그것의 각색된 모습을 알 수 있는 전형적인 학생용 자료이다. 교과서는 학문수학의 모습을 왜곡하지 않으면서 학생들의 경험과 사고를 최대한 반영하여 수학화가 가능하도록 하지 않으면 안 된다(Freudenthal, 1973; Brousseau, 1984, 1997; 강완, 1991; 이경화, 1996, 2004; 유현주, 1997; 강완, 백석윤, 1998; 이경화, 지은정, 2008; 우정호, 2009; 유미현, 강흥규, 2009). 이 논문에서는 초등학교 4학년 수학의 '규칙적인 무늬 만들기'(이하, 간단히 '무늬 만들기')에 초점을 맞추어, 이러한 교수학적 변환과 각색의 실제를 비판적으로 검토한다.

무늬 만들기는 제7차 교육과정에서 처음으로 도입되었다. 2006년 교육과정에서는 다소 약화되긴 했지만 거의 그대로 존속되고 있다. 무늬 만들기와 관련해서 2006년 교육과정(p.21)에서는 4학년 '규칙성과 문제해결' 영역의 '규칙적인 무늬 만들기'라는 소영역에서

1) [제1저자] 경인교육대학교 수학교육과
2) [교신저자] 춘천교육대학교 수학교육과

"밀기, 뒤집기, 돌리기 등의 방법을 이용하여 한 가지 무늬로 새로운 무늬를 만들 수 있다."는 내용을 제시하고 있다. 이 내용을 초등학생용으로 구체적으로 어떻게 각색하고 있는지는 교과서(pp.126-127, p.129), 익힘책(pp.140-142), 그리고 지도서(pp.345-346)에서 제시하는 무늬 만들기의 예를 보면 잘 알 수 있다.3) 우리나라 초등학교에서의 무늬 만들기에 관한 몇몇 연구(남승인, 백선수, 2000; 김민경, 2001; 고상숙, 홍석만, 2002; 김미영, 2009)는 에스허르(M. C. Escher, 1898~1972)의 작품과 유사한 스타일의 무늬 만들기에 초점을 맞추고 있지만, 그것은 교과서, 익힘책, 지도서에서 볼 수 있는 형태의 무늬 만들기와는 상당히 다르다. 이런 이유에서 이 논문에서는 에스허르 작품과 유사한 스타일의 무늬 만들기에 대해서는 논의하지 않기로 한다.

학교수학에서는 학생들의 수준을 고려하여 순화된 용어를 사용하기도 한다. 그래서 학문수학과 학교수학에서 사용하는 용어가 일치하지 않는 경우가 있다. 학문수학에서도 같은 용어의 정의가 다 일치하는 것은 아니다. 예를 들어 '무늬 만들기'에서 사용하는 용어도 그렇다. 그런 이유에서 '무늬 만들기'에서 사용하는 학교수학 용어와 그것에 해당하는 학문수학 용어 사이의 관계를 명확히 할 필요가 있다. 먼저 무늬 만들기에서 '무늬'의 의미를 분명히 할 필요가 있다. 2006년 교육과정이나 2006년 교육과정 해설서에서뿐만 아니라 제7차 교육과정이나 제7차 교육과정 해설서에서도 이 무늬에 대해 아무런 설명을 찾을 수 없다. 국어사전에서는 무늬를 '옷감이나 조각품 따위를 장식하기 위한 여러 가지 모양'이라고 설명하고 있다. 무늬를 문양(文樣) 또는 문채(文彩)라고 하기도 하지만, 이 논문에서는 '무늬'라는 표현만 사용하기로 한다. 무늬의 일상적 의미에 따르면, 어떤 모양이든 무늬가 될 수 있다. 예를 들어 [그림 1]은 교과서(p.126)에 제시된 것이다.



[그림 1] 단위조각과 벽지무늬 (교과서, p.126)

[그림 1]에서 오른쪽의 그림은 왼쪽의 무늬를 반복적으로 사용해서 만든 것이다. 교육과정의 표현에 따르면, 왼쪽에 있는 무늬가 '한 가지 무늬'이고 오른쪽에 있는 그림이 그 '한 가지 무늬'를 밀기의 방법으로 반복해서 만든 '새로운 무늬'이다. 즉, 왼쪽에 있는 것도 무늬이고, 오른쪽에 있는 것도 무늬이다. 이 논문에서는 이 두 무늬를 구별하기 위해 전자를 '단위조각', 후자를 '벽지무늬(김명환, 김홍종, 2001)'라고 부르기로 한다. 단위조각은 영어 primary cell(Beyer, 1999)에 해당한다. 사실상 벽지무늬는 강체운동(rigid motion)을 통한

3) 이 논문에서는 제7차 교육과정(교육부, 1997)을 '제7차 교육과정', 제7차 교육과정 해설서(교육인적자원부, 1998)를 '제7차 해설서', 2006년 교육과정(교육과학기술부, 2006)을 '2006년 교육과정', 2006년 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008)를 '2006년 해설서', <4-1> 교과서(교육과학기술부, 2010d)를 '교과서', <4-1> 익힘책(교육과학기술부, 2010e)을 '익힘책', <4-1> 교사용 지도서(교육과학기술부, 2010f)를 '지도서'라 하고 있다. 또, <3-1> 교과서(교육과학기술부, 2010a)를 ' <3-1> 교과서', <3-1> 익힘책(교육과학기술부, 2010b)을 '<3-1> 익힘책', <3-1> 교사용 지도서(교육과학기술부, 2010c)를 <3-1> 지도서라 하고 있다.

단위조각의 변용들로 이루어진 타일(tile, Beyer, 1999)이 규칙적으로 반복된 것이다. [그림 1]에서는 주어진 단위조각 자체가 타일이다.

벽지에서는 어떤 특정한 모양이 사방으로 한 없이 반복되어 규칙적으로 나타난다. 이와 같이 평면에서 어떤 "동일한 모양이 주기적으로 나타나고 동시에 이산적으로 나타(김명환, 김홍종, 2001, p.252)"날 때, 학문수학에서는 그것을 벽지무늬라고 부른다. 벽지무늬 대신 벽지패턴이라고 하기도 한다(김용태, 신봉숙, 2003; 한길준, 신봉숙, 2007). 이 논문에서는 '벽지무늬'라는 표현만 사용하기로 한다. 2006년 교육과정에서 언급하고 있는 '새로운 무늬'는 벽지무늬를 의미하는가? 즉, 그것은 벽지무늬를 초등학생용으로 변환·각색한 것인가? 이 문제에 대해 쉽게 그렇다고 대답할 수 있을 것 같지만, 사실은 그렇지 않다. 이런 이유에서 이 논문에서는 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하고 있는 '새로운 무늬'를 벽지무늬라고 지칭하지 않고 그냥 '새로운 무늬'라고 지칭하기로 한다. 즉, 새로운 무늬는 벽지무늬일 수도 있지만, 아닐 수도 있다.

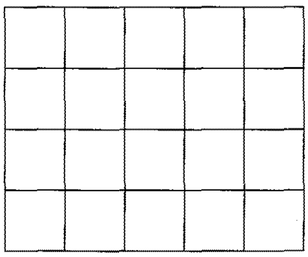
단위조각을 이용해서 새로운 무늬를 만드는 방법과 관련해서 2006년 해설서(p.104)에서는 "도형의 밀기의 기본적인 방법으로 위로 밀기, 아래로 밀기, 오른쪽으로 밀기, 왼쪽으로 밀기의 네 가지 방법이 있는데, 이런 방법으로 움직인 도형에 대해 이해하게 한다. 뒤집기는 위로 뒤집기, 아래로 뒤집기, 오른쪽으로 뒤집기, 왼쪽으로 뒤집기의 방법으로 뒤집어진 모양을 이해하도록 하고, 돌리기는 돌리는 정도를 90도, 180도, 270도, 360도 돌리는 것으로 한정하여 다루도록 한다. 이와 같은 방법으로 도형을 움직여 새로운 무늬를 만들 수 있게 한다."와 같이 해설하고 있다. 그러나 이러한 지침이 단위조각을 이어 붙여서 만드는 새로운 무늬가 반드시 벽지무늬라는 것을 말해주고 있는 것은 아니다. 교과서, 익힘책, 지도서의 예 중에는 벽지무늬가 아닌 것을 찾을 수 있다. 그것들은 사실상 벽지무늬를 만드는 방식과는 다르게 만들어진 것이다. 이 논문에서는 이러한 현상에 주목하여, 단위조각의 모양, 새로운 무늬 만들기의 방법, 단위조각 이어 붙이기의 규칙의 세 측면에서 '무늬 만들기'로의 교수학적 변환과 각색의 실제를 비판적으로 검토한다.

한편, 초등학교에서의 '무늬 만들기'에서 학생들이 실제로 어떤 맥락에서 단위조각으로 새로운 무늬를 만드는가에 따라서도 새로운 무늬를 만드는 방법이 달라질 수 있다. 교과서와 익힘책의 예를 보면, 학생들이 단위조각을 스티커처럼 생각해서 하나하나 이어 붙이듯이 만들게 되어 있다. 즉, 학생들은 교과서와 익힘책에서 준비물로 주어진 단위조각을 하나하나 떼어 내어 그것을 주어진 칸에 이어 붙여야 한다. 이때 단위조각을 '그대로' 붙이거나, '뒤집은' 것을 붙이거나, 아니면 '돌린' 것을 붙여야 한다. 이렇게 구체적인 조작 활동을 통한 새로운 무늬 만들기의 맥락을 '스티커 붙이기' 맥락이라고 할 수 있다. 구체적인 조작 활동 대신 Tess나 GSP와 같은 소프트웨어를 사용해서도 새로운 무늬를 만들 수 있다. 이 맥락을 '소프트웨어 사용하기' 맥락이라고 하자. 새로운 무늬를 만드는 과정에서 소프트웨어의 사용을 권하는 연구(남승인, 백선수, 2000; 고상숙, 홍석만, 2002; 임해경, 박은영, 2002)가 있긴 하지만, 사실상 이 두 맥락은 같지 않다. 전자에서는 대칭축과 회전의 중심을 드러내지 않은 채 감각적으로 이용하는 반면, 후자에서는 그렇지 않다. 이 논문에서는 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하는 새로운 무늬에 초점을 맞추기 때문에, '소프트웨어 사용하기' 맥락에 대해서는 논의하지 않고, '스티커 붙이기' 맥락에 한정해서 논의한다.

Ⅱ. 단위조각의 모양

여기서는 단위조각을 그대로, 뒤집어서, 또는 돌려서 이어 붙여 새로운 무늬를 어떻게 만드는지, 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하고 있는 예의 특징을 찾아 논의하기로 한다. 이를 위해 먼저 단위조각의 모양에 초점을 맞추어 보자. 국어사전에 따르면, '모양'은 '겉으로 나타나는 생김새나 모습'을 의미한다. 교과서, 익힘책, 지도서에서는 단위조각을 '주어진 모양' 또는 '모양 조각(교과서, p.126)'이라 지칭하고 있다. 이 두 표현 중에서는 '주어진 모양'을 훨씬 더 많이 사용하고 있다. 교과서와 익힘책에서 단위조각으로 새로운 무늬를 만들 때 준비물로 주어진 단위조각을 하나하나 떼어 내어 그것을 주어진 격자 직사각형의 각 칸에 이어 붙이는 스티커 붙이기 맥락을 고려하면, '주어진 모양'이라고 표현하기보다는 '모양 조각' 또는 '주어진 모양 조각'이라고 표현하는 것이 더 낫다고 할 수 있다. 단위조각을 그대로 붙이면 외견상 그 모양이 전혀 달라지지 않지만, 그것을 뒤집거나 돌려서 붙이면 그 모양은 외견상 처음의 주어진 단위조각의 모양과 같지 않을 수 있다.

교과서와 익힘책에서는 단위조각의 모양에 관해 아무런 언급을 하고 있지 않다. 단지 지도서(p.336)에서만 교과서에서 제시하고 있는 단위조각의 모양에 관해 '주어진 사각형 모양' 또는 '직사각형 모양'이라는 표현을 사용하고 있다. 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하는 단위조각은 외견상 모두 정사각형 모양을 하고 있다. 그렇다면 교과서, 익힘책, 지도서에서 정사각형 모양이 아닌 단위조각을 제시해도 되는가? 교과서, 익힘책, 지도서에서는 단위조각을 그대로 밀거나, 뒤집거나, 돌려서 예를 들어 [그림 2]와 같이 주어진 직사각형의 각 칸에 이어 붙이게 하고 있다.



[그림 2] 정사각형 테셀레이션(교과서, p.127)

이 직사각형을 구성하는 칸은 외견상 정사각형으로 보이지만, 정사각형이 아닌 직사각형일 수도 있다. 스티커 붙이기 맥락에서 밀기나 뒤집기를 사용하는 경우에는 주어진 단위조각이 정사각형 모양이 아닌 직사각형 모양이어도 이어 붙이는 것이 가능하지만, 돌리기를 사용하는 경우에는 그렇지 않다. 직사각형 모양의 단위조각을 90도 회전할 경우, 그 직사각형의 가로와 세로의 길이가 같지 않기 때문에 변끼리 꼭 맞도록 이어 붙이는 것이 가능하지 않기 때문이다. 이렇게 보면 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하고 있는 단위조각은 전부 정사각형 모양이라고 보아도 무방하다.[4]

4) 익힘책(p.135, 준비학습 [문제 4])에 정사각형이 아닌 직사각형 모양의 단위조각을 제시하고 있는 것처럼 보이는 곳이 있지만, [문제 4]에서 실제로 단위조각을 제시하고 있는 것은 아니다. 따라서 [문제 4]는 제외하고 생각할 수 있다.

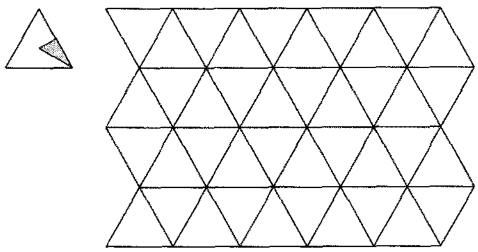
'이어 붙인다'는 표현을 교과서와 지도서에서는 찾을 수 없고, 익힘책에서만 찾을 수 있다. '이어 붙인다'는 것은 격자 직사각형에서 빈틈이 생기지 않도록, 그리고 단위조각의 '변끼리 꼭 맞도록' 붙이는 것이다. 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하고 있는 [그림 2]와 같은 것은 테셀레이션(tessellation)의 일부를 나타낸다.5) 테셀레이션을 만들 수 있는 정다각형은 정삼각형, 정사각형, 정육각형의 세 종류뿐이다. 여기서는 초등학교 4학년 수학에서 실질적으로 정삼각형과 정사각형의 두 종류만을 사용하고 있다는 것에 초점을 맞춘다. 그러나 사실상 아직까지도 테셀레이션의 정의가 일관된 것은 아니다(Grübaum, Shephard, 1989; Beyer, 1999; 김민경, 2001; Stephens, 2001; 김남균, 2004; 박현미, 강신포, 김성준, 2007; 백선수, 김원경, 2007; 김미영, 2009, Weisstein, 인터넷 자료). 이 논문에서는 테셀레이션의 정의에 대해서 논의하는 대신, 합동인 한 종류의 다각형이, 변끼리 접해서(edge-to-edge), 어떤 '핵심 부분'이 적어도 서로 다른 두 방향으로 규칙적으로 반복되면서 평면을 빈틈없이 덮은 것을 테셀레이션으로 보기로 본다. 즉, 이 논문에서는 [그림 2]와 같은 것을 정사각형 테셀레이션이라고 부르기로 한다.

교과서, 익힘책, 지도서의 예를 보면, 단위조각을 이용하여 새로운 무늬를 만드는 것은 정사각형 모양의 단위조각을 그대로, 뒤집어서, 또는 돌려서 하나하나 이어 붙여서 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 빈틈없이 채우는 것이라 할 수 있다. 물론 그것들을 이어 붙일 때, 아무렇게나 이어 붙이는 것이 아니고 어떤 규칙에 따라야 한다. 교과서, 익힘책, 지도서의 예가 단위조각은 정사각형 모양이라고 단언할 수 있게 하는 것과는 달리, 그 예의 지도와 관련한 지도서의 지침은 그런 단언을 할 수 없게 한다. 지도서에서는 교과서의 [활동 1](p.126)에 대해 "주어진 사각형 모양만이 아니고 삼각형이나 마름모 모양 등 다양하게 무늬를 만들도록 지도한다(p.336).", 교과서의 [활동 1] 아래의 [문제 1](익히기 1)에 대해 "교과서 126쪽의 직사각형 모양이 아닌 다른 모양으로도 만들 수 있도록 다양한 모양의 본을 주어 새로운 무늬를 만들어 보게 한다(p.336).", 교과서의 [활동 2](p.137) 아래의 [문제 1](익히기 1)에 대해 "다양한 모양을 학생들에게 제공하고 새로운 무늬를 만들게 하며 우리 주위의 여러 가지 무늬도 이러한 규칙으로 만들어진 것임을 알게 한다(p.337)."는 지침을 제시하고 있다. 이 지침에서는 정사각형 모양의 단위조각만이 아닌 다른 모양의 단위조각도 다양하게 사용할 것을 권장하고 있다.

정사각형 모양의 단위조각만이 아닌 다른 모양의 단위조각을 사용하는 경우를 생각해 보자. 예를 들어 [그림 3]에서 왼쪽의 정삼각형 모양의 단위조각을 그대로, 뒤집어서, 또는 돌려서 하나하나 이어 붙여 정삼각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 경우를 생각해 보자. 먼저 위, 아래, 오른쪽, 왼쪽의 어느 쪽으로 밀더라도 밀기만으로는 정삼각형 테셀레이션의

5) 대한수학회의 수학용어집(인터넷판)에서는 tessellation을 '쪽맞추기'로 번역하고 있다. '쪽'은 쪼개진 물건의 한 부분을 의미한다. 여러 쪽을 모아 하나의 완전한 물건을 만든다는 의미에서 쪽맞추기라고 한 것으로 보인다. 영어사전(인터넷 naver)에서는 tessellation을 '모자이크(mosaic) 세공, 모자이크식 포장'으로 번역하고 있다. '모자이크'는 여러 가지 빛깔의 돌이나 유리, 금속, 조개껍데기, 타일 따위를 조각조각 붙여서 무늬나 회화를 만드는 기법을 의미한다. 백과사전(두산백과사전 EnCyber & EnCyber.com)에서는 tessellation을 '쪽매맞춤'이라 번역하고 있다. 국어사전(인터넷 naver)에서는 쪽매맞춤이 아니라 '쪽매붙임'이라고 하고 있다. 쪽매붙임은 나무쪽이나 널조각 즉, '쪽매'를 바탕이 되는 널이나 바닥에 붙이는 것을 의미한다. 한편, tessellation에 해당하는 용어로 '바닥깔기'(남승인, 백선수, 2000)라는 조어를 사용하기도 한다. 쪽맞추기, 쪽매맞춤, 쪽매붙임, 바닥깔기라는 용어는 모두 평면을 빈틈없이 덮는 방법이나 행위를 나타낸다. 이 연구에서는 tessellation에 해당하는 것으로, 이 한국어 용어 중에서 하나를 택하는 대신 그냥 '테셀레이션'이라고 하기로 한다.

각 칸을 채우는 것이 불가능하다. 뒤집기만으로는 정삼각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하다. 돌리기를 사용할 경우, 90도 또는 270도 돌리기로는 정삼각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 불가능하지만, 180도 돌리기로는 정삼각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하다. 밀기와 뒤집기, 밀기와 180도 돌리기를 결합하는 경우도 정삼각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하다.



[그림 3] 정삼각형 모양의 단위조각과 정삼각형 테셀레이션

정육각형 모양의 단위조각을 사용해도 정육각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하기도 하고 가능하지 않기도 하다. 정사각형이 아닌 마름모 모양의 단위조각을 사용해도, 마름모 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하기도 하고 가능하지 않기도 하다. 스티커 붙이기 맥락에서 정육각형의 경우는 60도, 120도, 180도, 240도, 300도, 또는 360도 돌리기로는 정육각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하지만, 90도 또는 270도 돌리기로는 정육각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 불가능하다. 정사각형이 아닌 마름모의 경우도, 180도 또는 360도 돌리기로는 마름모 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 가능하지만, 90도 또는 270도 돌리기로는 정육각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이 불가능하다. 이것은 스티커 붙이기 맥락에서 90도, 180도, 270도, 360도 돌리기만을 사용한다는 한계에 기인하는 것이다. 그러나 교과서, 익힘책, 지도서에서는 정사각형 모양의 단위조각만을 사용하기 때문에 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 채우지 못하는 경우는 발생하지 않는다. 이런 상황임에도 지도서에서는 다양한 모양의 단위조각을 사용할 수 있다는 지침만 제시하고 있을 뿐, 어떠한 예도 제시하지 않고 있다는 점에서, 지도서의 이러한 지침은 오히려 교사를 당혹스럽게 할 수 있다.

Ⅲ. 새로운 무늬 만들기의 방법

2006년 교육과정에서는 주어진 단위조각을 이용해서 새로운 무늬를 만들 때 밀기, 뒤집기, 돌리기 '등'의 방법을 이용한다고 했지만, 2006년 해설서에 의하면, 단위조각을 이용해서 새로운 무늬를 만들 때 사용할 수 있는 방법은 밀기, 뒤집기, 돌리기의 세 가지뿐이다. 교과서, 익힘책, 지도서에서도 그 세 가지 방법만을 사용하고 있다. 지도서에 의하면, 밀기, 뒤집기, 돌리기는 각각 평행이동(translation), 반사(reflection), 회전(rotation)이라는 수학 용어를 초등학생용으로 순화한 것이다. 이 세 가지는 강체운동에 속한다. 강체운동으로는 이 세 가지 이외에, 항등변환(identity)과 미끄럼반사(glide reflection)가 더 있다. 항등변환은

아무런 변화도 가져오지 않는 것이다. 미끄럼반사는 반사와 평행이동을 합성한 것으로, 둘 중 어느 것을 먼저 실행해도 상관없다(Coxeter, Greitzer, 1967; Coxeter, 1989; 김용태, 신봉숙, 2003; 한길준, 신봉숙, 2007). 여기서는 초등학교 4학년 수학에서 평행이동, 반사, 회전이 각각 밀기, 뒤집기, 돌리기와 실질적으로는 무관하다는 것에 초점을 맞춘다.

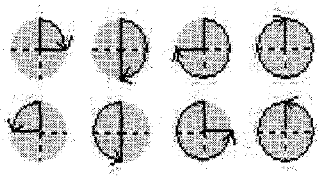
1. 투명 스티커 붙이기 맥락

초등학교에서 밀기, 뒤집기, 돌리기의 세 방법으로 단위조각을 이용해서 새로운 무늬를 만든다는 것은 스티커 붙이기의 맥락에서 이루어진다. 즉, 단위조각을 그대로, 뒤집어서, 또는 돌려서 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 채우는 것이다. 먼저 정사각형 테셀레이션의 어느 한 칸에 단위조각을 그대로 붙이는 것을 생각해 보자. 그것은 외형상 주어진 단위조각과 똑 같다. 학생들이 <준비물>에서 단위조각을 떼어 낸 다음, 그것을 그대로 붙일 때, 그 행위가 단위조각을 미는 것이라고 생각할 수 있는가? 확실히 단위조각을 평면에서 위로, 아래로, 오른쪽으로, 왼쪽으로 밀면 단위조각은 외형상 그대로 있다. 그러나 스티커 붙이기의 맥락에서 보면, 사실상 학생들이 단위조각을 평면에서 위, 아래, 오른쪽, 왼쪽의 어느 쪽으로 미는 것은 아니다. 그럼에도 불구하고 학생들이 <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 뒤집거나 돌리지 말고 그대로 두는 것이 '밀기'라고 생각해야 한다는 것은 자연스럽지 않다.

다음으로 <준비물>에서 단위조각을 떼어 낸 다음 그것을 뒤집어 정사각형 테셀레이션의 어느 한 칸에 붙이는 것을 생각해 보자. 선대칭변환을 의미하는 반사에서는 대칭축을 고려한다. 그러나 뒤집기에서는 대칭축을 고려하는 대신, 2006년 해설서에 따르면 위로, 아래로, 오른쪽으로, 왼쪽으로 그냥 감각적으로 뒤집는다. 학생들이 아직 선대칭과 대칭축을 배우기 전이기 때문이다. 학생들이 반사가 아닌 뒤집기를 하기 위해서는 단위조각이 투명해야 한다. 단위조각이 투명해야 그것을 뒤집을 때 반사와 같은 결과를 가져올 수 있기 때문이다. 교과서와 익힘책의 <준비물>에서는 단위조각을 투명하게 만드는 대신, 투명 효과가 있도록 만들어 놓았다. 이와 같은 뒤집기를 고려한다면, 새로운 무늬 만들기의 맥락은 '투명 스티커 붙이기'라고 할 수 있다. 투명 스티커 붙이기 맥락에서는 단위조각의 위치를 생각하지 않기 때문에, <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 위로 뒤집은 것과 아래로 뒤집은 것 사이에는 아무런 차이가 없다. 또, 오른쪽으로 뒤집은 것과 왼쪽으로 뒤집은 것 사이에도 아무런 차이가 없다. 즉, 주어진 단위조각을 뒤집으면 단위조각의 대칭성에 따라 외형적으로는 그것과 다른 단위조각을 최대 두 개까지 얻을 수 있다. 단위조각의 대칭성에 대해서는 뒤에서 다시 논의한다. 여기서 미끄럼반사에 해당하는 뒤집기와 밀기의 합성에 대해 생각해 보자. <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 뒤집은 다음 그대로 둔다면, 그것은 외형적으로 뒤집기의 결과와 동일하다. <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 그대로 둔 다음에 다시 뒤집어도, 그것은 외형적으로 뒤집기와 동일하다. 즉, 투명 스티커 붙이기의 맥락에서 보면, 뒤집기와 밀기의 합성은 뒤집기와 동일하다. 이것과 학문수학에서 생각하는 미끄럼반사와는 사실 같다고 할 수 없다.

마지막으로 <준비물>에서 단위조각을 떼어 낸 다음 그것을 돌려서 정사각형 테셀레이션의 어느 한 칸에 붙이는 것을 생각해 보자. 회전에서는 회전의 중심을 고려하지만, 투명 스티커 붙이기 맥락에서의 돌리기는 회전의 중심을 고려하지 않은 채, 단위조각 그 자체를 돌린다. 이때 2006년 해설서에 따르면 90도, 180도, 270도, 360도 돌리는 것에 한정한다. 돌리기를 시계 방향(오른쪽)으로 할 수도 있고, 반시계 방향(왼쪽)으로 할 수도 있다. 익힘책

에서는 이 여덟 방향의 돌리기를 [그림 4]와 같이 제시하고 있다. <3-1> 교과서, <3-1> 익힘책, <3-1> 지도서에서도 그렇게 하고 있다.

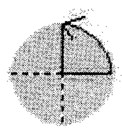


[그림 4] 여덟 방향의 돌리기(<3-1> 지도서, p.235)

또, [그림 4]의 각 기호에 대해, 교과서와 익힘책에서 위의 네 가지는 각각 오른쪽으로 직각만큼 돌리기, 오른쪽으로 직각의 2배만큼 돌리기, 오른쪽으로 직각의 3배만큼 돌리기, 오른쪽으로 한 바퀴 돌리기를 나타내고, 아래의 네 가지는 각각 왼쪽으로 직각만큼 돌리기, 왼쪽으로 직각의 2배만큼 돌리기, 왼쪽으로 직각의 3배만큼 돌리기, 왼쪽으로 한 바퀴 돌리기를 나타낸다고 표현하고 있다. 교과서와 익힘책에서 이러한 표현을 사용하는 것은 90도 돌리기, 180도 돌리기, 270도 돌리기, 360도 돌리기라는 표현을 사용할 수 없기 때문이다. 여기서는 2006년 해설서를 준거로 '직각만큼', '직각의 2배만큼', '직각의 3배만큼', '한 바퀴'는 각각 '90도 돌리기', '180도 돌리기', '270도 돌리기', '360도 돌리기'를 순화한 것이라고 보기로 한다.

투명 스티커 붙이기 맥락에서의 돌리기에서는 단위조각의 위치를 생각하지 않기 때문에, <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 오른쪽으로 90도 돌린 것과 왼쪽으로 270도 돌린 것의 결과는 서로 같고, 왼쪽으로 90도 돌린 것과 오른쪽으로 270도 돌린 것의 결과는 서로 같다. 오른쪽으로 180도 돌린 것과 왼쪽으로 180도 돌린 것의 결과도 서로 같다. 투명 스티커 붙이기 맥락에서 180도 돌린 결과는 단위조각을 위 또는 아래로 뒤집은 결과와도 같다. 또, <준비물>에서 단위조각을 떼어 내어 오른쪽 또는 왼쪽으로 360도 돌린 것과 그것을 그대로 두는 것 사이에는 아무런 차이가 없다. 따라서 굳이 단위조각을 360도 돌릴 필요가 없다.

'직각만큼, 직각의 2배만큼, 직각의 3배만큼'이라는 표현에서 '직각'은 도형으로서의 직각인가? 아니면 각의 크기를 재는 단위로서의 직각인가? 후자라고 보는 것이 타당해 보인다. 그러면 <3-1> 교과서와 <3-1> 익힘책에서 이런 표현을 사용하는 것은 옳지 않다. <4-1> 교과서에서 비로소 각의 크기를 재는 단위로서의 직각을 취급하기 때문이다. 사실 [그림 4]의 각 기호에 대해 이러한 표현을 사용하지 않더라도, 학생들은 각 기호의 모양을 따라서 단위조각을 돌릴 수 있을 것이다. 이때 [그림 4]의 기호를 모두 사용하는 대신 90도 회전을 나타내는 기호만을 사용할 수도 있다. 한편, 지도서(p. 337)에서 왼쪽으로 직각만큼 돌리기를 나타내기 위해 [그림 5]와 같은 기호를 사용하고 있다.

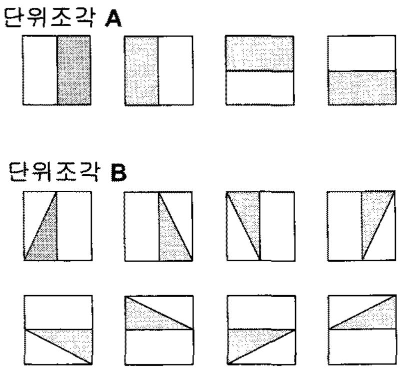


[그림 5] 90도 회전

이 기호는 교과서와 익힘책에서 제시하는 기호와 다르다는 점에서 오기처럼 보이지만, 공교롭게도 이 기호는 각의 크기를 회전량으로 다룰 때, 90도 회전을 나타내는 가장 정상적인 모습을 보여준다. 초등학교에서 각의 크기를 회전량으로서의 취급하는 것은 아니지만, [그림 5]의 기호가 중학교에서의 각의 크기 개념과 관련해서 시사점을 줄 수는 있다.

2. 단위조각의 대칭성

예를 들어 [그림 6]의 단위조각 A와 같이 단위조각은 대칭(선대칭 또는 점대칭)적일 수도 있지만, 단위조각 B와 같이 비대칭적일 수도 있다. 단위조각이 대칭적이냐 아니냐에 따라 만들 수 있는 새로운 무늬의 다양성에 차이가 있다. 예를 들어 [그림 6]은 대칭적인 단위조각과 비대칭적인 단위조각을 뒤집거나 돌려서 얻을 수 있는 것을 각각 나타낸 것이다. 지도서에서는 교과서의 [활동 2](p.137) 아래의 [문제 1](익히기 1)에 대해, "밀기, 뒤집기, 돌리기 중 한 가지만을 이용하여 만들어 보게 하는 활동을 한 후, 두 가지를 섞어서 무늬를 만들어 보게 하면 좀 더 다양한 규칙을 만들어 낼 수 있다."는 지침을 제시하고 있다. 이 지침을 고려하더라도 대칭적인 단위조각 A를 뒤집거나 돌려서 얻을 수 있는 변용은 네 가지뿐이다. 단위조각 A를 위 또는 아래로 뒤집은 것과 그것을 그대로 두는 것 사이에는 아무런 차이가 없다. 이에 비해 비대칭적인 단위조각 B를 뒤집거나 돌려서 얻을 수 있는 변용은 여덟 가지이다. 따라서 위 또는 아래로 뒤집은 것과 그것을 그대로 두는 것이 서로 같지 않게 하려면, 비대칭적인 단위조각을 사용하는 것이 바람직하다.

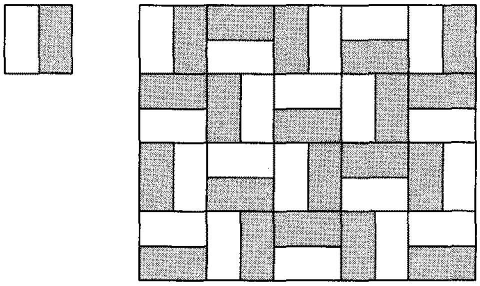


[그림 6] 대칭적 단위조각과 비대칭적 단위조각

Ⅳ. 단위조각 이어 붙이기의 규칙

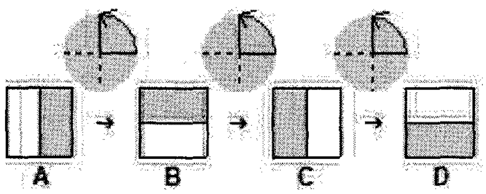
벽지무늬는 단위조각을 이어붙이는 일련의 규칙에 따라 만들어진다. 그러나 교과서, 익힘책, 지도서에서 단위조각을 이용하여 새로운 무늬를 만들 때, 그 새로운 무늬는 벽지무늬인 경우도 있고, 아닌 경우도 있다. 여기서는 초등학교 4학년 수학에서 벽지무늬만을 취급하는 것은 아니라는 것에 초점을 맞춘다. 먼저 벽지무늬가 아닌 경우, 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 일관성 있게 단위조각으로 이어 붙이기 위한 규칙의 특징을 찾아보자. 예를 들어 교과서 127쪽의 [활동 2]의 내용은 다음과 같다. "주어진 모양을 이용하여 새로운

무늬를 만들었습니다. 밀기, 뒤집기, 돌리기 중에서 어떤 방법을 이용한 것인지 알아봅시다.” [그림 7]은 이 활동에서 제시하고 있는 것으로, 왼쪽이 단위조각이고, 오른쪽은 그것을 이용해서 만든 새로운 무늬이다.



[그림 7] 단위조각과 새로운 무늬 (교과서, p.127)

교과서에서는 단위조각을 이 새로운 무늬에 올려놓아 어떤 방법을 사용하여 만들었는지 알아보게 하고 있다. 지도서(p.337)에서는 [활동 2]에 대해 단위조각을 앞의 [그림 5]와 같은 기호를 사용하여 왼쪽으로 직각만큼씩 돌린 것으로 설명하고 있다. 이 설명에 의하면, [그림 7]을 만들기 위해서는 [그림 8]과 같은 과정이 필요하다.



[그림 8] 단위조각 돌리기

즉, 주어진 단위조각 A를 왼쪽으로 직각만큼 돌리면 B가 되고, 다시 그것을 왼쪽으로 직각만큼 돌리면 C가 되고, 다시 그것을 왼쪽으로 직각만큼 돌리면 D가 된다. 단위조각 A를 180도, 270도, 360도 돌리는 것은 실질적으로 필요하지 않다. 여기서 주목해야 하는 것은 단위조각 A의 어떤 특정한 꼭짓점을 회전의 중심으로 정하지 않는다는 점이다. A, B, C, D를 사용하여 [그림 7]을 <표 1>과 같이 표현할 수 있다.

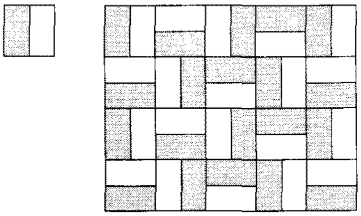
<표 1> [그림 7]의 규칙성

A	B	C	D	A
B	C	D	A	B
C	D	A	B	C
D	A	B	C	D

즉, [그림 7]은 가장 위의 가장 왼쪽 칸에 단위조각 A를 놓는 것으로 시작하여, 왼쪽으

로 직각만큼 돌리기를 수평과 수직의 두 방향으로 각각 계속해서 얻어진 것을 이어 붙인 것이다. <표 1>에서 [그림 7]을 만드는 규칙을 찾을 수 있다. <표 1>에서 고딕 부분은 [그림 7]의 새로운 무늬를 더 크게 만들 때 반복되는 부분이다. 그것은 타일처럼 보이지만, 실제로는 타일이 아니다.

지도서의 '생각 정리하기'(p.348)에서도 이와 유사하지만, 같지는 않은 새로운 무늬로 [그림 9]를 제시하고 있다. 이것도 벽지무늬가 아니다.



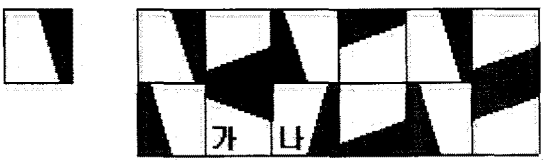
[그림 9] 단위조각과 새로운 무늬 (교과서, p.127)

여기서도 주어진 단위조각을 A라고 하고, A를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 B, B를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 C, C를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 D라고 하면, <표 2>를 얻는다. <표 2>에서 [그림 9]를 만드는 규칙을 찾을 수 있다. <표 2>에서 고딕 부분은 [그림 9]의 새로운 무늬를 더 크게 만들 때 반복되는 부분이다.

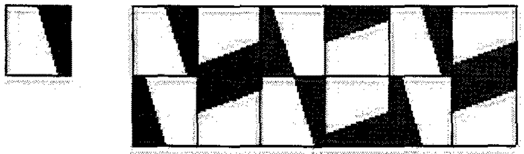
<표 2> [그림 9]의 규칙성

A	B	C	D	A
B	C	D	A	B
A	B	C	D	A
B	C	D	A	B

익힘책 141쪽의 [문제 3]에서는 주어진 단위조각에 대해, 그것을 여러 방향으로 돌려가며 이어 붙여서 새로운 무늬를 만들어 보게 하고 있다. 지도서(p.344)에서는 그렇게 만든 새로운 무늬의 한 가지로 [그림 10]을 제시하고 있다. 이것도 벽지무늬가 아니다. 그런데 주어진 단위조각을 A라 하고, A를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 B, B를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 C, C를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 D라고 할 때, [그림 9]에서 가와 나는 그 어느 것에도 해당되지 않는다. 이것은 오기로 보이며, 실제로는 [그림 11]이 올바른 것으로 보인다. [그림 11] 역시 벽지무늬는 아니다.



[그림 10] 단위조각과 새로운 무늬(지도서, p.344)



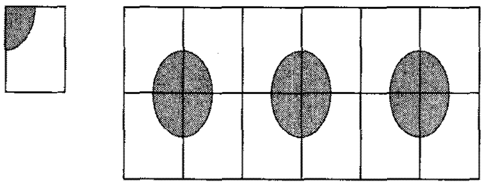
[그림 11] 단위조각과 새로운 무늬

[그림 11]에서 주어진 단위조각을 A라 하고, A를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 B, B를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 C, C를 왼쪽으로 직각만큼 돌린 것을 D라고 하면, <표 3>을 얻는다. <표 3>에서 고딕 부분은 [그림 11]의 새로운 무늬를 더 크게 만들 때 반복되는 부분이다.

<표 3> [그림 11]의 규칙성

A	D	C	B	A	D
C	B	A	D	C	B

스티커 붙이기 맥락에서 새로운 무늬를 만들 때, 항상 가장 위의 가장 왼쪽 칸에 주어진 단위조각을 놓는 것으로 시작하는 것은 아니다. 예를 들어 교과서 129쪽에서 제시하는 [그림 12]는 벽지무늬로, 여기서는 가장 위의 가장 왼쪽 칸에 주어진 단위조각 대신, 그것을 오른쪽으로 직각의 2배만큼 돌린 것을 놓는 것으로 시작하고 있다. 지도서의 설명(p. 338)에 의하면, 주어진 단위조각을 A라고 할 때, 윗줄은 단위조각 A를 오른쪽으로 직각의 2배만큼 돌린 후 나온 모양을 오른쪽으로 뒤집어 가며 무늬를 만든 것이다. 아랫줄은 단위조각 A를 오른쪽으로 뒤집은 것을 또 다시 오른쪽으로 뒤집어 가며 무늬를 만든 것이다. 지도서의 설명을 따른다면, 새로운 무늬를 만들 때 윗줄과 아랫줄의 각 칸을 채우는 규칙이 같지 않아도 된다. 지도서에서 이 이외의 다른 답도 가능하다고 하고 있는 것을 보면, [그림 12]를 만들 수만 있다면 어떤 규칙도 다 정답이다.



[그림 12] 단위조각과 벽지무늬

앞에서 살펴본 바와 같이 단위조각 이어 붙이기의 규칙과 관련해서 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하고 있는 예들은 그 규칙이 벽지무늬를 만드는 규칙과는 사실상 무관하다는 것을 말해준다. 이러한 예들은 투명 스티커 붙이기 맥락에서 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 주어진 단위조각을 민 것, 뒤집은 것, 돌린 것으로 채워 새로운 무늬를 만들 때, 오로지 밀기, 뒤집기, 돌리기를 규칙적으로 사용했는가 하는 것에만 주목하고 있다. 따라서 만들어진 새로운 무늬는 벽지무늬일 수도 있고, 아닐 수도 있다.

V. 결 론

이 논문에서는 2006년 교육과정에서 제시하는 '규칙적인 무늬 만들기'의 교수학적 변환과 각색의 실제를 교과서, 익힘책, 지도서에서 제시하는 예를 대상으로 비판적으로 검토한다. 교과서, 익힘책, 지도서의 예에서 볼 수 있는 특징은 '규칙적인 무늬 만들기'에서의 그 무늬가 일반적으로 벽지무늬가 아니라는 점이다. 따라서 그것을 만들기 위해 사용하는 밀기, 뒤집기, 돌리기도 벽지무늬를 만드는 방식과 같지 않다. 벽지무늬 만들기가 아니라는 점에서 보면, 새로운 무늬 만들기의 맥락은 '투명 스티커 붙이기'라고 할 수 있다. 즉, 그것은 단위조각이 인쇄된 투명한 스티커를 하나하나 떼어 내어, 정사각형 테셀레이션의 각 칸에 하나하나 이어 붙이는 것이다. 이 논문에서는 이 특징을 전제로 해서 단위조각의 모양, 새로운 무늬 만들기의 방법, 단위조각 이어 붙이기의 규칙에 관해 비판적으로 논의하고 있다.

교과서와 익힘책에서는 단위조각의 모양에 관해 아무런 언급을 하고 있지 않고, 지도서에서는 정사각형 모양 이외의 단위조각 사용을 권하고 있지만, 해설서에서 요구하는 돌리기 방법을 충족시키기 위해서는 단위조각의 모양이 실질적으로 정사각형이 아니면 안 된다. 단위조각을 변용할 때 이용할 수 있는 방법은 밀기, 뒤집기, 돌리기의 세 가지뿐이다. 이것은 각각 강체운동에서의 평행이동, 반사, 회전을 의미한다. 그러나 투명 스티커 붙이기 맥락에서 사실상 밀기는 평행이동과 무관하고, 뒤집기도 반사와 무관하며, 360도 돌리기는 어색하다. 단위조각을 이용하여 새로운 무늬를 만들 때, 투명 스티커 붙이기 맥락에서 정사각형 테셀레이션의 각 칸을 주어진 단위조각의 변용으로 채울 때, 밀기, 뒤집기, 돌리기 사용에서의 규칙성만 제시할 수 있으면 실제로는 어떤 규칙이라도 무방하다.

교과서, 익힘책, 지도서의 예를 보면, '규칙적인 무늬 만들기'에서 단위조각으로 만드는 새로운 무늬와 벽지무늬 사이의 관계는 분명하지 않지만, 그 둘이 서로 무관하다고 보기 어렵다. 강체운동의 일환으로 밀기, 뒤집기, 돌리기를 이용하며 정사각형 테셀레이션을 사용한다는 점에서 새로운 무늬는 벽지무늬의 교수학적 변환과 각색의 결과라고 볼 수 있다. 그러나 그 결과가 실제로는 벽지무늬와 상당히 다르며, 현재 지도서나 해설서에서도 새로운 무늬와 벽지무늬 사이의 이러한 괴리를 설명하고 있지 못하다. 이런 현상은 4학년 수학에서의 무늬 만들기가 Freudenthal(1973)이 제시한 잘못된 초등화 즉, 학문수학의 아이디어를 파괴하고 피상적인 특징만을 모방한 교수학적 변환과 각색의 한 모습일 수도 있다는 것을 시사한다.

참 고 문 헌

강완 (1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. **수학교육, 30**(3). 71-89.

강완, 백석윤 (1998). **초등수학교육론.** 서울: 동명사.

고상숙, 홍석만 (2002). Tess를 이용한 교수 · 학습에서 변환 지도에 대한 사례 연구: 부진아를 대상으로. **수학교육 논문집, 제14집.** 85-102.

교육과학기술부 (2006). **수학과 교육과정.**

교육과학기술부 (2010a). **수학 3-1.** 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010b). **수학 3-1 익힘책.** 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010c). **수학 3-1 지도서.** 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010d). **수학 4-1.** 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010e). **수학 4-1 익힘책.** 서울: 두산동아(주).

교육과학기술부 (2010f). **수학 4-1 지도서.** 서울: 두산동아(주).

교육부 (1997). **수학과 교육과정.**

김남균 (2004). 패턴블록과 조노돔을 활용한 테셀레이션 지도방안 탐색. **수학교육 논문집, 18**(2). 497-504.

김명환, 김홍종 (2001). **현대수학입문.** 서울: 경문사.

김미영 (2009). **테셀레이션(Tessellation)을 활용한 초등학교 무늬 꾸미기 지도 방안 연구.** 청주교육대학교 대학원 석사학위논문.

김민경 (2001). 테슬레이션을 이용한 초등수학의 도형과 규칙성의 연계 지도. **초등수학교육, 5**(1), 1-11.

김용태, 신봉숙 (2003). 초등학교에서의 군 개념 지도에 관한 연구. **초등수학교육, 7**(1), 43-56.

남승인, 백선수 (2000). **바닥깔기를 통한 수학적 미의 탐구(교사용).** 서울: 한국교육개발원.

박현미, 강신포, 김성준 (2007). 테셀레이션(Tessellation)을 활용한 수학 학습이 공간 감각 능력에 미치는 효과 분석. **한국초등수학교육학회지, 11**(2), 117-136.

백선수, 김원경 (2007). 초등학교에서 테셀레이션의 수학적 원리 지도 가능성 탐색. **수학교육, 46**(1), 81-96.

우정호 (2009). 수학 학습-지도 원리와 방법 (개정판). 서울: 서울대학교출판문화원.

유미현, 강홍규 (2009). Freudenthal의 수학화 이론에 근거한 제7차 초등학교 수학 교과서 5-가 단계 넓이 단원의 재구성. **한국초등수학교육학회지, 13**(1), 115-140.

유현주 (1997). 수학적 사고의 교수 방법으로서의 수학화. **한국초등수학교육학회지, 1**(1), 123-140.

이경화 (1996). 교수학적 변환론의 이해. **대한수학교육학회논문집, 6**(1), 203-213.

이경화 (2004). 상관관계의 교수학적 변환에 관한 연구. **학교수학, 6**(3), 251-266.

이경화, 지은정 (2008). 그래프의 교수학적 변환 방식 비교-우리나라 교과서와 MiC 교과서의 초등통계 내용을 중심으로. **수학교육학연구, 18**(3), 353-372.

임해경, 박은영 (2002). 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 테셀레이션 교수 학습 자료 개발 및 활용 방안. **한국수학교육학회지 시리즈 E. 수학교육논문집, 13**, 563-589.

한길준, 신봉숙 (2007). 초등기하에서 도형의 대칭에 관한 연구. **한국수학사학회지, 21**(2), 73-88.

Beyer, J. (1999). *Designing Tessellations: the secrets of interlocking patterns.* Lincolnwood: Contempary Books.

Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. In H. H. Steiner (ed.). *Theory of mathematics education (TME).* Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld. 110-119.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield (tran.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Coxeter, H. S. M. (1989). *Introduction to geometry. (2nd edition)* Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.

Coxeter, H. S. M. and Greitzer, S. L. (1967). *Geometry revisited.* Washington, DC: The Mathematical Association of America.

Freudenthal, H. (1973). What groups mean in mathematics and what they should mean in mathematical education. In A. G. Howson (ed.). *Developments in mathematical education.* Proceedings of the 2nd International Congress on Mathematical Education. Cambridge: Cambridge University Press. 101-114.

Grübaum, B., & Shephard, G. C. (1989). *Tiling and Patterns: an introduction.* New York: W. H. Freeman and Company.

Stephens, P. (2001). *Tessellations: the history and making og symmetrical designs.* Aspen: Cristal Productions.

<인터넷 자료>

국어사전 Retrieved October, 25, 2010 at http://krdic.naver.com/

대한수학회 Retrieved October, 25, 2010 at http://www.kms.or.kr

두산백과사전(EnCyber & EnCyber.com) Retrieved October, 25, 2010 at http://100.naver.com/

영어사전 Retrieved October, 25, 2010 at http://endic.naver.com/

Weisstein, Eric W. "Tessellation." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Retrieved October, 25, 2010 at http://mathworld.wolfram.com/Tessellation.html

Weisstein, Eric W. "Wallpaper Groups." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Retrieved October, 25, 2010 at http://mathworld.wolfram.com/WallpaperGroups.html

<Abstract>

An Analysis and Criticism on 'Designing Patterns' in 4th Grade Mathematics

Park, Kyo Sik[6]; & Park, Mun Hwan[7]

In this paper, actual didactical transposition and dramatization of designing patterns presented in 4th grade mathematics curriculum is critically reviewed. Patterns in designing patterns are not wallpaper patterns generally. The method of designing new patterns using unit given pattern are not the same as the method of designing wallpaper patterns. In the viewpoint of not designing wallpaper patterns, the context of designing new patterns using unit given pattern is said to be putting transparent stickers. In this paper, on the premise of this characteristics, the shape of unit given pattern, the method of designing new patterns using unit given pattern, and the rule of putting unit given patterns continually are critically discussed. The shape of unit given pattern have to be square actually. In designing new patterns using unit given pattern, if the regularities of designing new patterns can be presented, any regularity is fine. Even though the relationship between new patterns and wallpapers designed by using unit given pattern is not clear, in that these two patterns can not be unrelated, designing new patterns using unit given pattern could be an example of wrong elementarization(Freudenthal, 1973).

Keywords: didactical transposition, wallpaper pattern, designing pattern, tessellation

논문접수: 2010. 11. 15
논문심사: 2010. 11. 23
게재확정: 2010. 12. 11

6) pkspark@ginue.ac.kr
7) pmhwan@cnue.ac.kr